

## Курс лекций по теории электромагнитного поля на базе комплекса ELCUT

Автор: Калимов Александр Гелиевич, д.т.н., доцент кафедры Теоретических Основ Электротехники Санкт-Петербургского Политехнического Университета

Продолжительность курса: 18 лекций по 1.5 часа.

### 1. Общие понятия теории электромагнитного поля. Электрическое поле.

- Короткодействующие силы. Гравитационные взаимодействия. Электромагнитные взаимодействия. Сравнение различных типов взаимодействия.

#### Общие понятия теории электромагнитного поля. Электрическое поле

- Источники электрического поля. Взаимодействие заряженных тел
- Закон Кулона.
- Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Линии напряженности электрического поля.
- Работа в поле точечного заряда. Потенциал точечного заряда.
- Работа в электрическом поле. Потенциал электрического поля. Линии (поверхности) равного потенциала.
- Потенциальная энергия взаимодействия системы зарядов. Полная энергия электрического поля.
- Электрическое поле в простейших системах

#### Векторная алгебра.

- Основные понятия. Системы координат.
- Операции дифференцирования. Градиент. Дивергенция. Ротор.
- Некоторые свойства дифференциальных операторов.
- Теорема Остроградского-Гаусса.
- Основные интегральные теоремы.
- Теорема Стокса.
- Дифференциальный векторный оператор  $\nabla$

#### Используемые примеры ELCUT:

- Точечный заряд
- Две заряженные сферы.

### 2. Электростатика.

- Электростатика. Основные переменные. Основные принципы электростатики
- Поляризация диэлектриков.
- Источники в задачах электрического поля
- Закон электромагнитной индукции
- Потенциальность электростатического поля.
- Постулат Максвелла. Расчет электрических полей на основе теоремы Гаусса
- Электрическое поле заряженной плоскости (проводник).
- Электрическое поле симметричной заряженной плоскости
- Электрическое поле заряженного провода.
- Электрическое поле точечного заряда
- Электрический диполь. Потенциал точечного диполя.
- Условия на границе двух сред для нормальной компоненты напряженности электрического поля.
- Условия на границе проводника.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Поле заряженной плоскости.
- Поле симметричной заряженной плоскости.
- Заряженный провод.
- Точечный заряд.
- Диполь.
- Граница раздела сред.
- Граница проводник.

### 3. Методы расчета электрических полей.

- Уравнение Пуассона. Уравнение Лапласа. Разрешимость уравнений Лапласа и Пуассона
- Электрическое поле плоского конденсатора. Ёмкость плоского конденсатора
- Электрическое поле в цилиндрическом конденсаторе. Ёмкость цилиндрического конденсатора. Определение постоянных интегрирования.

- Мультипольное представление электрического поля в цилиндрической области. Решение уравнения Лапласа в цилиндрической области.
- Решение уравнения Лапласа для граничных условий 2-го рода
- Мультипольное разложение для напряженности.
- Плоскопараллельные электрические поля. Формирование картины поля.
- Понятие о функции потока. Свойства функции потока.
- Картина поля заряженного провода.
- Уравнение Лапласа для функции потока
- Картина поля двух заряженных плоскостей
- Метод зеркальных изображений
- Электрическое поле длинного провода над поверхностью проводника
- Электрическое поле точечного заряда, расположенного между двумя пересекающимися плоскостями

Используемые примеры ELCUT:

- Плоский конденсатор.
- Цилиндрический конденсатор.
- Заряженный провод.
- Две заряженные плоскости.
- Длинный провод над поверхностью проводника.

#### 4. Применение функций комплексного переменного для описания плоскопараллельных полей.

- Основные свойства аналитических функций комплексного переменного
- Комплексный потенциал. Пример комплексного потенциала
- Метод заданного потенциала.
- Логарифмический комплексный потенциал. Электрическое поле, соответствующее логарифмическому потенциалу.
- Электрическое поле двух заряженных проводов. Картина поля двухпроводной линии.
- Метод конформных преобразований
- Напряженность электрического поля на комплексной плоскости
- Напряженность электрического поля при конформном преобразовании
- Простейшее конформное преобразование. Возведение в степень
- Поле между двумя плоскостями
- Бесконечно глубокий проводящий паз
- Поле на поверхности проводника под проводом
- Электрическое поле у края плоского конденсатора.
- Изображение плоского конденсатора на комплексной плоскости. Конформное преобразование для плоского конденсатора
- Возможности метода конформных преобразований

Используемые примеры ELCUT:

- Поле заряженного провода.
- Поле пересекающихся плоскостей.
- Электрическое поле двух заряженных проводов.
- Электрическое поле вблизи края конденсатора.

#### 5. Расчет электрических полей в неоднородных средах.

- Общие замечания
- Применение метода зеркальных изображений
- Поляризация диэлектрической сферы
- Диэлектрическая сфера во внешнем поле
- Коэффициент деполяризации эллипсоидов вращения и произвольных объектов.
- Электрическое поле внутри воздушной полости в диэлектрике.
- Интегральные характеристики в электростатике. Емкость.
- Емкость сферы.
- Емкость между двумя проводами.
- Потенциальные коэффициенты.
- Двухпроводная линия над поверхностью земли.
- Альтернативные системы коэффициентов в электростатике

Используемые примеры ELCUT:

- Заряженный провод над поверхностью диэлектрика.
- Сфера из диэлектрика в однородном электрическом поле.
- Поляризация эллипсоидов.
- Емкость сферы.

- Емкость пары параллельных проводов.
- Емкость двухпроводной линии, проходящей над поверхностью земли.

## 6. Электрическое поле постоянных токов. Основы магнитостатики

- Основные уравнения электрического поля в диэлектрике.
- Основные уравнения электрического поля в проводнике.
- Граничные условия для задач с постоянными токами.
- Условия на границе раздела двух сред с различными проводимостями.
- Эквивалентность задач расчета электрического поля. Расчет сопротивления заземления.
- Источники магнитного поля.
- Сила, действующая на проводник с током.
- Магнитный поток.
- Закон Био-Савара.
- 3-ий закон Ньютона для токовых элементов. Силы взаимодействия между контурами с токами.
- Магнитное поле бесконечно длинной токовой нити
- Основные законы магнитного поля.
- Основные характеристики магнитного поля.
- Напряженность магнитного поля. Закон полного тока.
- Магнитное поле цилиндрического проводника с током, длинного соленоида и поверхностного тока.
- Принцип непрерывности линий индукции магнитного поля. Закон электромагнитной индукции.
- Условия на границе раздела двух сред с различными магнитными проницаемостями.

### Используемые примеры ELCUT:

- Граничные условия при протекании тока через границу двух проводников.
- Расчет сопротивлений заземлителей.
- Магнитное поле тонкого провода.
- Магнитное поле цилиндрического проводника с током.
- Магнитное поле идеального и реального соленоида.
- Условия на границе раздела двух сред.

## 7. Магнитостатика

- Энергия магнитного поля.
- Скалярный магнитный потенциал.
- Неоднозначность скалярного магнитного потенциала.
- Многозначность скалярного магнитного потенциала.
- Постановка задачи расчета магнитного поля для скалярного потенциала.
- Граничные условия на поверхности ферромагнетика для скалярного потенциала.
- Постоянные магниты как источник магнитного поля.
- Метод зеркальных отображений в магнитном поле.
- Плоскопараллельные магнитные поля. Комплексный потенциал.
- Магнитное поле провода с током.
- Прямолинейный провод в однородном магнитном поле.
- Эквивалентность контура с током и тонкого конденсатора.
- Магнитный диполь.
- Магнитный эллипсоид во внешнем магнитном поле.
- Магнитное экранирование.

### Используемые примеры ELCUT:

- Контур с током в магнитном поле.
- Магнитное поле соленоида.
- Постановка задачи для скалярного потенциала.
- Магнитное поле тонкого провода.
- Условия на границе раздела двух сред.
- Постоянные магниты как источники поля.
- Метод зеркальных отображений.
- Провод с током в однородном магнитном поле.
- Магнитный диполь.
- Эллипсоиды в однородном магнитном поле.
- Магнитное экранирование.

## 8. Применение скалярного и векторного потенциалов для расчета магнитного поля

- Применение скалярных потенциалов для расчета магнитного поля.
- Разложение магнитного поля на вихревую и потенциальную составляющие.

- Метод приведения вихревого магнитного поля к потенциальному.
- Расчет магнитного поля круглой катушки прямоугольного сечения
- Редуцированный магнитный потенциал. Альтернативный способ разделения компонент напряженности.
- Понятие о векторном магнитном потенциале. Постановка задачи. Калибровка.
- Интегральное и дифференциальное представление векторного магнитного потенциала.
- Магнитное поле линейных проводников с током.
- Определение магнитного потока через векторный потенциал.
- Выражение для энергии магнитного поля через векторный потенциал.
- Постановка задачи расчета магнитного поля для векторного потенциала. Плоскопараллельные поля.
- Граничные условия для векторного потенциала. Примеры.
- Постановка задачи расчета магнитного поля для векторного потенциала. Осесимметричные поля.
- Точность расчета магнитной индукции на оси.
- Потенциал гАф.
- Трансформированный потенциал.
- Постановка задачи расчета магнитного поля для векторного потенциала. Трехмерные поля.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Катушка прямоугольного поперечного сечения
- Векторный потенциал провода с током
- Граничные условия для векторного потенциала и расчет магнитного потока с помощью векторного потенциала. Плоско-параллельная задача
- Граничные условия для векторного потенциала гАф и расчет магнитного потока с помощью векторного потенциала. Осесимметричная задача.

### 9. Расчет индуктивностей

- Поток и потокосцепление.
- Понятие об индуктивности.
- Запасенная энергия катушки индуктивности.
- Внешняя индуктивность двухпроводной линии.
- Внутренняя индуктивность круглого провода.
- Индуктивность двухпроводной линии.
- Индуктивность тонкого длинного соленоида
- Внешняя индуктивность цилиндрической катушки прямоугольного сечения.
- Внутренняя индуктивность цилиндрической катушки прямоугольного сечения.
- Индуктивность цилиндрической катушки прямоугольного сечения. Модели. Точность расчета.
- Взаимная индуктивность.
- Коэффициент связи между катушками индуктивности.
- Индуктивности и взаимные индуктивности обмоток трансформатора.

#### Движение заряженных частиц в статических электрических и магнитных полях

- Силы, действующие на заряженные частицы.
- Закон сохранения энергии при движении частицы.
- Движение в однородном магнитном поле.
- Движение в однородном продольном магнитном поле.
- Движение в медленно меняющемся магнитном поле.
- Сила, действующая на частицу в медленно меняющемся магнитном поле.
- Ускорители заряженных частиц. Принцип действия циклотрона.
- Движение в поле точечного заряда.
- Определение зарядов ядер на основе Резерфордского рассеяния.
- Движение в заряженных частиц в однородном магнитном поле. Пример ELCUT.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Расчет индуктивности двухпроводной линии
- Расчет индуктивностей длинного и короткого соленоида
- Взаимная индуктивность двух круглых катушек прямоугольного сечения
- Расчет собственных и взаимных индуктивностей обмоток трансформатора
- Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле.

### 10. Свойства электротехнических материалов

- Общая классификация свойств сред.
- Изоляторы.
- Диэлектрическая проницаемость.
- Сегнетоэлектрики.
- Диэлектрическая проницаемость проводников.

- Анизотропные диэлектрики.
- Магнетики.
- Диамагнетики.
- Парамагнетики.
- Ферромагнетики. Доменная структура ферромагнетиков.
- Антиферромагнетики.
- Ферриты (ферримагнетики).
- Кривая намагничивания ферромагнетиков. Процесс намагничивания. Насыщение.
- Влияние примесей на магнитные свойства железа. Нагрев ферромагнетиков. Точка Кюри.
- Анизотропия магнитных свойств. Поперечная и продольная магнитная проницаемость шихтованных массивов.
- Гистерезис. Магнитомягкие и магнито жесткие материалы. Магнитомягкие и магнито жесткие ферромагнетики.
- Постоянные магниты.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Расчет электрического поля в концевой кабельной муфте (нелинейная задача нестационарного электрического поля)
- Расчет электрического поля изолятора (задача электростатики)
- Расчет магнитного поля постоянного магнита с нелинейным сердечником и якорем.

### 11. Силовые взаимодействия в электромагнитных полях

- Силы, действующие на точечный диполь в электрическом поле.
- Горизонтальная компонента силы, действующей на точечный диполь.
- Силы, действующие на точечный диполь с произвольным направлением дипольного момента.
- Момент сил, действующих на точечный диполь.
- Устойчивость электростатических (и магнитостатических) систем.
- Теорема Ирншоу.
- Пример равновесной системы электрических зарядов.
- Устойчивость статических магнитных систем.

#### Силы, действующие на поляризованные диэлектрики.

- Силы, действующие на поляризованные диэлектрики в известном внешнем поле.
- Диэлектрическая сфера во внешнем поле.
- Диэлектрическая сфера в поле точечного заряда.
- Общие принципы расчета сил, действующих в поляризованных средах.
- Сила, действующая на границу раздела диэлектриков в поперечном поле.
- Сила поверхностного натяжения.
- Сила, действующая на границу раздела диэлектриков в продольном поле.
- Интерпретация сил натяжения.
- Тензор натяжений.
- Диагональная форма тензора натяжений.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Диэлектрическая сфера в поле точечного заряда.

### 12. Объемные силы в поляризованных средах

- Объемная плотность сил.
- Альтернативное выражение для объемной плотности сил.
- Эквивалентность различных выражений для объемной плотности сил.
- Пространственные силы в магнитных полях.
- Объемная плотность сил в магнитных полях.
- Пример проявления продольных сил в диэлектрике.
- Стрикционные силы. Энергия в диэлектрике.
- Стрикционные силы. Приращение энергии в диэлектрике.
- Материальное и локальное изменение характеристик среды.
- Полное изменение характеристик среды.
- Влияние плотности среды на величину диэлектрической проницаемости.
- Связь изменения энергии с перемещением.
- Трактовка различных компонент сил в поляризованной среде.
- Предельные случаи для объемных сил.
- Стрикционные силы в электрическом и магнитном поле.
- Магнит детектора ALICE.

Расчет сил в магнитных системах на основе метода магнитных цепей

- Основы метода магнитных цепей.
- Пример магнитной цепи.
- Уравнения магнитной цепи.
- Расчет сил в электромагнитном исполнительном устройстве. Пример магнитной цепи.

Используемые примеры ELCUT:

- Расчет силы в электромагнитном исполнительном устройстве.

### 13. Переменные электромагнитные поля

Переменные электромагнитные поля в диэлектриках

- Основные уравнения.
- Плоско поляризованная электромагнитная волна.
- Волновое уравнение.
- Решение волнового уравнения.
- Энергия плоской волны.
- Перенос энергии плоской волной.
- Вектор Пойнтинга в плоской электромагнитной волне.
- Синусоидальная плоская электромагнитная волна в диэлектрике.

Переменные электромагнитные поля в проводниках

- Основные уравнения.
- Уравнение плоской электромагнитной волны в проводнике.
- Плоская электромагнитная волна в проводнике.
- Синусоидальная плоская электромагнитная волна в проводнике.
- Проникновение магнитного поля в проводник.
- Длина волны электромагнитного поля в проводнике.
- Глубина проникновения электромагнитного поля в проводник.
- Проникновение электромагнитного поля в медную пластину.
- Скорость электромагнитной волны в проводнике.
- Сопротивление провода при проявлении резкого поверхностного эффекта.
- Сопротивление круглых проводов из меди и стали.

Используемые примеры ELCUT:

- Проникновение электромагнитного поля в медную пластину.
- Сопротивление круглых проводов из меди и стали.
- Электромагнитное экранирование.
- Влияние шин с током друг на друга. Эффект близости
- Экранированные шины.
- Вытеснение переменного тока в шине, уложенной в паз электрической машины.

### 14. Энергетические потоки в электромагнитном поле.

- Энергия электромагнитного поля и скорость ее изменения
- Скорость убывания энергии поля в замкнутом объеме
- Теорема Пойнтинга
- Вектор Пойнтинга
- Передача энергии вдоль проводов с током
- Передача энергии в линии постоянного тока
- Передача энергии в линии переменного тока. Преобразование энергии в нагрузке
- Передача энергии в линии переменного тока. Баланс мощности
- Картина поля вблизи проводов с током
- Поток энергии в статических полях
- Количество движения электромагнитного поля
- Электромагнитный момент количества движения

Электромагнитные явления в движущихся средах

- Преобразования Лоренца для электромагнитного поля
- Преобразования Лоренца для маленьких скоростей
- Инварианты поля
- Продольный эффект Доплера
- Движение проводника в магнитном поле
- Диссипативные процессы в движущемся проводнике
- Парадокс аномального нагрева движущегося проводника
- Электродвижущая сила в движущемся проводнике
- Уравнения электромагнитного поля в движущемся проводнике
- Униполярная индукция

- Униполярные генераторы

#### Используемые примеры ELCUT:

- Энергия электрического поля конденсатора.
- Энергия магнитного поля в системе двух проводов.

### 15. Электродинамика сверхпроводников

- Свойства металлов при низких температурах
- Открытие сверхпроводимости
- История сверхпроводимости
- Свойства некоторых сверхпроводников
- Сверхпроводимость дигорида магния

#### Классическая электродинамика сверхпроводимости

- Зависимость удельного сопротивления от температуры
- Эффект Мейснера. Моделирование эффекта
- Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник

#### Классическая электродинамика сверхпроводников

- Уравнения Лондонов. Перемещение электронов в сверхпроводнике
- Первое уравнение Лондонов
- Второе уравнение Лондонов
- Второе уравнение Лондонов для векторного потенциала
- Проникновение магнитного поля в сверхпроводник
- Свойства параметра  $\lambda$
- Полная система уравнений сверхпроводника
- Кинетическая индуктивность
- Кинетическая индуктивность круглого провода

#### Квантование магнитного потока

- Обобщенный импульс заряженной частицы в магнитном поле
- Квант магнитного потока
- Величина кванта магнитного потока в сверхпроводниках
- Внутренняя энергия Гиббса
- Термодинамическое критическое магнитное поле
- свободная энергия сверхпроводника в магнитном поле
- Критическое магнитное поле различных сверхпроводников

#### Используемые примеры ELCUT:

- Демонстрация эффекта Мейснера.
- Сверхпроводящая пластина во внешнем магнитном поле.

### 16. Сверхпроводники 1-ого и 2-ого рода

- Нелокальная электродинамика Пиппарда
- Длина когерентности сверхпроводников
- Параметр Гинзбурга Ландау
- Граница сверхпроводника
- Поверхностная энергия сверхпроводника
- Сверхпроводники 1-ого рода
- Промежуточное состояние сверхпроводников 1-ого рода
- Сверхпроводящая пластина в поперечном магнитном поле
- Промежуточное состояние сверхпроводников 1-ого рода (эксперимент)
- Промежуточное состояние цилиндрического проводника с током (правило Сильсби)
- Сопротивление цилиндрического проводника с током
- Намагничивание сверхпроводников 1-ого рода
- сверхпроводники 2-ого рода. Поверхностная энергия
- Сверхпроводники 2-ого рода. Общие свойства
- Вихревая нить
- Структура вихревой нити
- Уравнение Лондонов для вихревой нити
- Магнитное поле вихревой нити
- Взаимодействие вихревых нитей
- Смешанное состояние сверхпроводников 2-ого рода
- Первое критическое поле
- Второе критическое поле
- Поверхностная сверхпроводимость. Третье критическое поле

- Намагничивание сверхпроводников 2-ого рода
- Соотношения между критическими полями

#### Микроскопическая теория сверхпроводимости

- Изотопический эффект
- Изотопический эффект в различных сверхпроводниках
- Притяжение между электронами в твердом теле
- Куперовские пары
- Куперовские пары. Энергетическая щель
- Импульсная сфера Ферми
- Закон Ома с позиций физики твердого тела
- Незатухающий ток в сверхпроводниках
- Величина незатухающего тока в сверхпроводниках

#### Используемые примеры ELCUT:

- Охлаждение кольца из сверхпроводника
- Левитация постоянного магнита над сверхпроводником.

### 17. Обзор численных методов расчета электромагнитных полей, часть 1

- Условная классификация методов расчета электромагнитных полей
- Дифференциальные методы расчета электромагнитных полей. Метод конечных разностей (метод сеток)
- Построение сетки на плоскости
- Аппроксимация производных
- Аппроксимация уравнения Лапласа
- Краткая характеристика метода конечных разностей

#### Методы численного решения уравнений различного вида

- Аппроксимация уравнения и решения этого уравнения
- Метод взвешенных невязок
- Метод коллокаций
- Пример применения методов коллокаций и взвешенных невязок

#### Метод конечных элементов (МКЭ)

- Разбиение расчетной области на конечные элементы
- Пример разбиения расчетной области на конечные элементы
- Аппроксимация решения в треугольном элементе
- Финитные функции
- Аппроксимация решения на треугольной сетке
- Линейные уравнения МКЭ
- Аппроксимация уравнения Лапласа на элементах первого порядка
- Система уравнений МКЭ
- Свойства системы уравнений МКЭ
- Генерация треугольной сетки в Elcut
- Тетраэдральные элементы
- Генерация тетраэдральной сетки
- Элементы второго порядка
- Финитные функции второго порядка
- Некоторые свойства конечноэлементных задач второго порядка
- Численное решение систем уравнений МКЭ.

#### Используемые примеры ELCUT:

- Электрическое поле на краю конденсатора при различном удалении границы от края.

### 18. Обзор численных методов расчета электромагнитных полей, часть 2

#### Векторные конечные элементы

- Понятие о векторных конечных элементах
- Тангенциальные финитные функции
- Нормальные финитные функции
- Общие свойства векторных финитных функций

#### Интегральные пространственные методы расчета магнитных полей

- Метод пространственных интегральных уравнений (метод моментов)
- Интегральные уравнения магнитостатики
- Дискретизация расчетной области
- Получение системы алгебраических уравнений
- Вычисление магнитного поля токовых источников



- Свойства системы нелинейных уравнений
- Интегро-дифференциальное уравнение магнитостатики
- Аппроксимация уравнения
- Система алгебраических уравнений
- Особенности интегро-дифференциальной формулировки
- Численная схема решения интегро-дифференциального уравнения
- Сфера во внешнем магнитном поле
- Расчет систем с замкнутыми магнитопроводами

#### Используемые примеры ELCUT:

- Постоянный магнит с нелинейным стальным сердечником и якорем. Исследование влияния сетки конечных элементов на результат расчета.