

## Глава 4. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ МЕХАНИЗМОВ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА ELCUT

### 4.1. Краткие сведения о программном комплексе «ELCUT»

На разных этапах проектирования ЭММ эффективным инструментом для специалиста являются современные пакеты прикладных программ. Одним из таких пакетов является конечно-элементный программный комплекс «ELCUT».

ELCUT — интегрированная диалоговая система программ, позволяющая решать различные плоские и осесимметричные полевые задачи следующих типов:

- Расчет электрического поля
- Расчет магнитного поля
- Задачи теплопередачи (расчет температурного поля)
- Задачи механической прочности

Применительно к конструированию ЭММ наибольший интерес представляют задачи расчета магнитного поля и теплопередачи. Детальный перечень этих задач и соответствующих им уравнений поля приведен в таблице 4.1 [18].

Таблица 4.1. Возможности пакета ELCUT по расчету двумерных магнитных и тепловых полей

Типы задач	Основные уравнения поля	Особенности задачи	Области применения
	Уравнения Лапласа и Пуассона для векторного магнитного потенциала	Нелинейная зависимость магнитной проницаемости от поля. Постоянные магниты.	Магнитное поле постоянных токов и постоянных магнитов
	Уравнение Гельмгольца для комплексного векторного потенциала	Линейные свойства материалов, постоянная частота, параллельное и последовательное соединение проводников. Источники поля - напряжения или токи.	Магнитное поле квазистационарных переменных токов с учетом вихревых токов. Частота до десятков МГц.

<b>Магнитные задачи</b>	Уравнение диффузии для векторного магнитного потенциала	Нелинейные материалы. Граничные условия и источники могут быть функциями времени.	Квазистационарный переходный электромагнитный процесс с одновременным учетом насыщения от вихревых токов и постоянных магнитов
<b>Тепловые задачи</b>	Уравнение Пуассона для температуры	Нелинейная теплопроводность. Источник, зависящий от температуры. Граничные условия I и II рода. Конвективный и радиационный теплообмен.	Расчет стационарного температурного поля. Возможен импорт распределения токов для вычисления источников
	Уравнение диффузии для температуры	Источники и граничные условия могут зависеть от времени и координат	Переходный тепловой процесс

Пакет «ELCUT» имеет достаточно гибкую архитектуру, которая позволяет весьма быстро описать ту или задачу или серию задач. Типичная последовательность действий при решении новой задачи представлена следующим шестью шагами [19]:

Первый шаг

Создание новой, пустой задачи  
**Файл: Создать: Задача ELCUT**

Второй шаг

Ввод параметров задачи  
**Правка: Свойства**

Третий шаг

Задание геометрии, меток объектов и построение сетки  
**Правка: Геометрическая модель**

Четвертый шаг

Ввод данных о материалах, нагрузках и граничных условиях

**Правка: Физические свойства**

Пятый шаг

Решение задачи

**Задача: Решить задачу**

Шестой шаг

Просмотр результатов и вычисление интегральных величин

**Задача: Анализ результатов**

Отличительной особенностью пакета «ELCUT» является то, что с его помощью можно исследовать сложные задачи расчета магнитных и тепловых полей в ЭММ на персональных компьютерах, не прибегая к помощи больших ЭВМ или рабочих станций.

В настоящем пособии все примеры решения магнитных задач даются на основе модуля ELCUT «Магнитное поле переменных токов».

Анализ магнитного поля переменных токов состоит в расчете электрического и магнитного поля, возбужденного приложенными переменными (синусоидально изменяющимися во времени) токами или внешним переменным полем. Изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрические токи изменяются как:

$$z = z_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_z),$$

где  $z_0$  — амплитудное значение,  $\varphi_z$  — фазовый угол, и  $\omega$  — угловая частота.

Задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала  $A$  ( $B = \text{rot } A$ , где  $B$  — вектор магнитной индукции). Источники поля могут быть заданы в блоках, на ребрах или в отдельных вершинах модели. Источники поля могут включать объемную, поверхностную или линейную плотность тока, а также напряжение, приложенное к проводникам.

Источник поля может быть задан в непроводящей среде. Это полезно для описания тока в обмотке, намотанной тонким проводом, в которой вихревыми токами можно пренебречь. В таких блоках можно задать как суммарный ток, так и плотность тока. Плотность тока в катушке может быть получена из уравнения:  $j = n * \frac{I}{S}$ , где  $n$  — число витков,  $I$  — полный

ток, и  $S$  — площадь поперечного сечения катушки.

При анализе результатов расчета магнитного поля переменных токов ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

Локальные величины: комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала  $A$  (функция потока  $rA$  в осесимметричном случае); комплексная амплитуда напряжения  $U$ , приложенного к проводнику; комплексная амплитуда плотности полного тока  $j = j_{стор} + j_{вихр}$ , плотности стороннего тока  $j_{стор}$  и плотности вихревого тока  $j_{вихр} = i\omega gA$ ; комплексный вектор магнитной индукции  $B = rot A$ ; комплексный вектор напряженности магнитного поля  $H = B/\mu$ ; среднее и максимальное значение удельной мощности тепловыделения  $Q = j^2/\gamma$ ; среднее и максимальное значение плотности энергии магнитного поля  $w = (B \cdot H)/2$ ; среднее значение вектора Пойнтинга  $S = (E \times H)$ ; среднее значение вектора плотности силы Лоренца  $F = (j \times B)$ ; магнитная проницаемость  $\mu$ ; электрическая проводимость  $\gamma$ .

Импедансом в теории переменных токов называется комплексный коэффициент пропорциональности между комплексными значениями тока и напряжения  $U = Z \cdot I$ . Его действительная часть представляет собой активное сопротивление проводника  $R$ , вычисленное с учетом эффекта вытеснения тока (скин-эффекта). Мнимая часть импеданса есть индуктивность  $L$ , умноженная на угловую частоту  $\omega$  ( $\omega = 2\pi f$ ). Таким образом,  $Z = R + i\omega L$ . Поскольку значения напряжения и тока можно получить в окне анализа результатов расчета, импеданс вычисляется путем деления напряжения на ток по правилам комплексной арифметики. Пусть  $U$  и  $I$  — амплитудные значения напряжения и тока. Тогда активное сопротивление вычисляется как:  $R = (U / I) \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I)$  и индуктивность [21]:

$$L = \frac{U}{(2\pi f \cdot I)} \cdot \sin(\varphi_U - \varphi_I).$$

#### **4.2. Определение собственных и взаимных индуктивностей медных шин электромагнитного механизма (постоянный ток)**

Имеется система двух медных шин прямоугольного сечения, которая расположена в немагнитном пространстве с центром симметрии в начале

прямоугольной системы координат  $X, Y$ . По шинам протекает постоянный электрический ток  $\pm I$ , причем знак плюс относится к прямому проводу, а знак минус — к обратному проводу.

Необходимо найти при заданных условиях распределение оставляющих магнитной индукции вдоль осей симметрии  $X, Y$  и рассчитать собственные и взаимные индуктивности обеих шин, а также коэффициент магнитной связи системы двух шин.

Дано: Две медные шины (прямой и обратный провод) расположены симметрично относительно начала прямоугольной системы координат  $X, Y$  имеют  $b_{ш} = 10$  мм,  $h_{ш} = 100$  мм,  $S_{ш} = 1000$  мм<sup>2</sup>, где ширина ( $b_{ш}$ ), высота ( $h_{ш}$ ) и сечение ( $S_{ш}$ ) каждой шины соответственно.

Расстояние ( $L_x$ ) между шинами по оси  $X$ :  $L_x = 4$  мм, а длина шин ( $L_z$ ) в осевом направлении вдоль координаты  $Z$ :  $L_z = 1$  м.

По шинам протекает постоянный ток с плотностью  $J_{ш} = \pm 4$  А/мм<sup>2</sup> =  $\pm 4 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>. Знак плюс относится к прямому проводу, а знак минус — к обратному.

Таким образом полный ток в каждой из шин по абсолютной величине будет равен:  $I_{ш} = J_{ш} \cdot S_{ш} = 4$  А/мм<sup>2</sup>  $\times$   $1000$  мм<sup>2</sup> =  $4000$  А =  $4$  кА.

Найти: Средствами пакета «ELCUT» распределение составляющих магнитной индукции вдоль осей симметрии  $X, Y$  и рассчитать собственные и взаимные индуктивности обеих шин, а также коэффициент магнитной связи системы двух шин [19, 20].

Результаты: Согласно вышеприведенным условиям средствами пакета «ELCUT» необходимо смоделировать плоскопараллельное магнитостатическое поле в линейной постановке и с помощью мастера индуктивностей рассчитать требуемые значения индуктивностей и коэффициент магнитной связи.

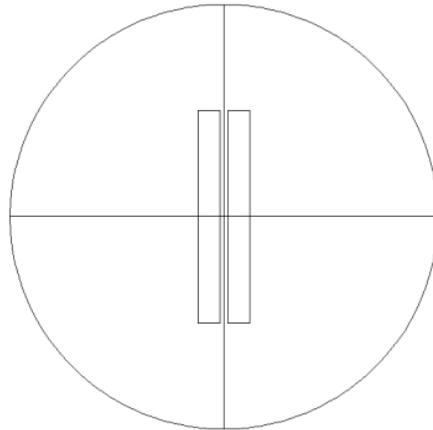


Рис. 4.1. Геометрия расчетной области. Внешняя граница области ограничена окружностью с радиусом  $R_{cp} = 100$  мм

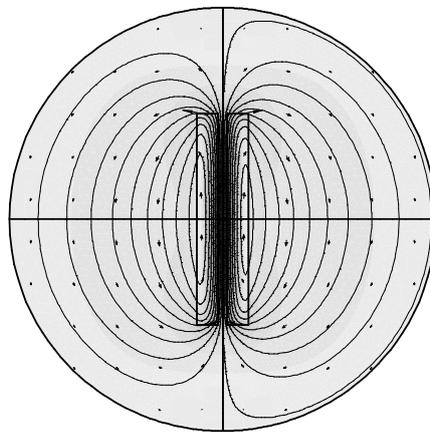


Рис. 4.2. Картина магнитного поля. Запитаны обе шины

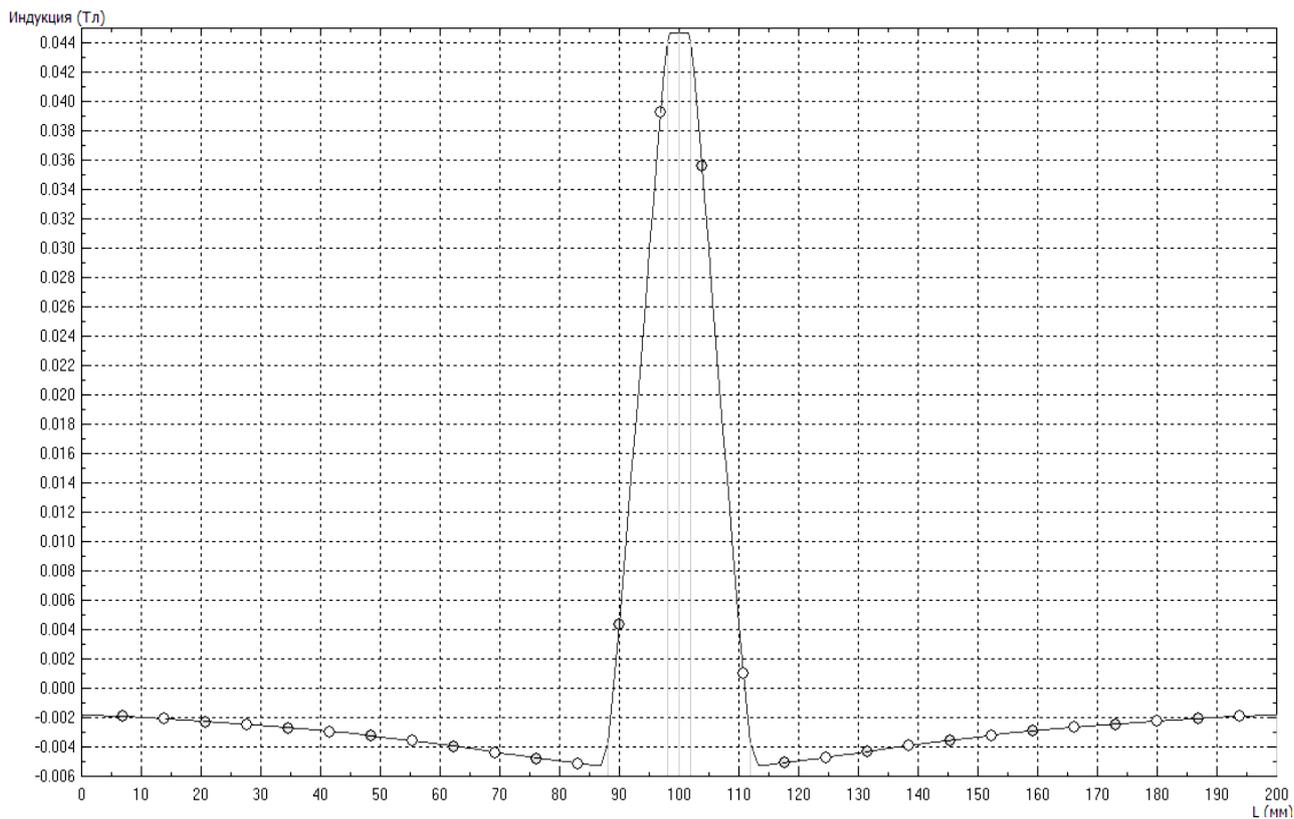


Рис. 4.3. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции по оси X. Максимальное значение нормальной составляющей магнитной индукции  $B_n = B_{max} = 0,044$  Тл

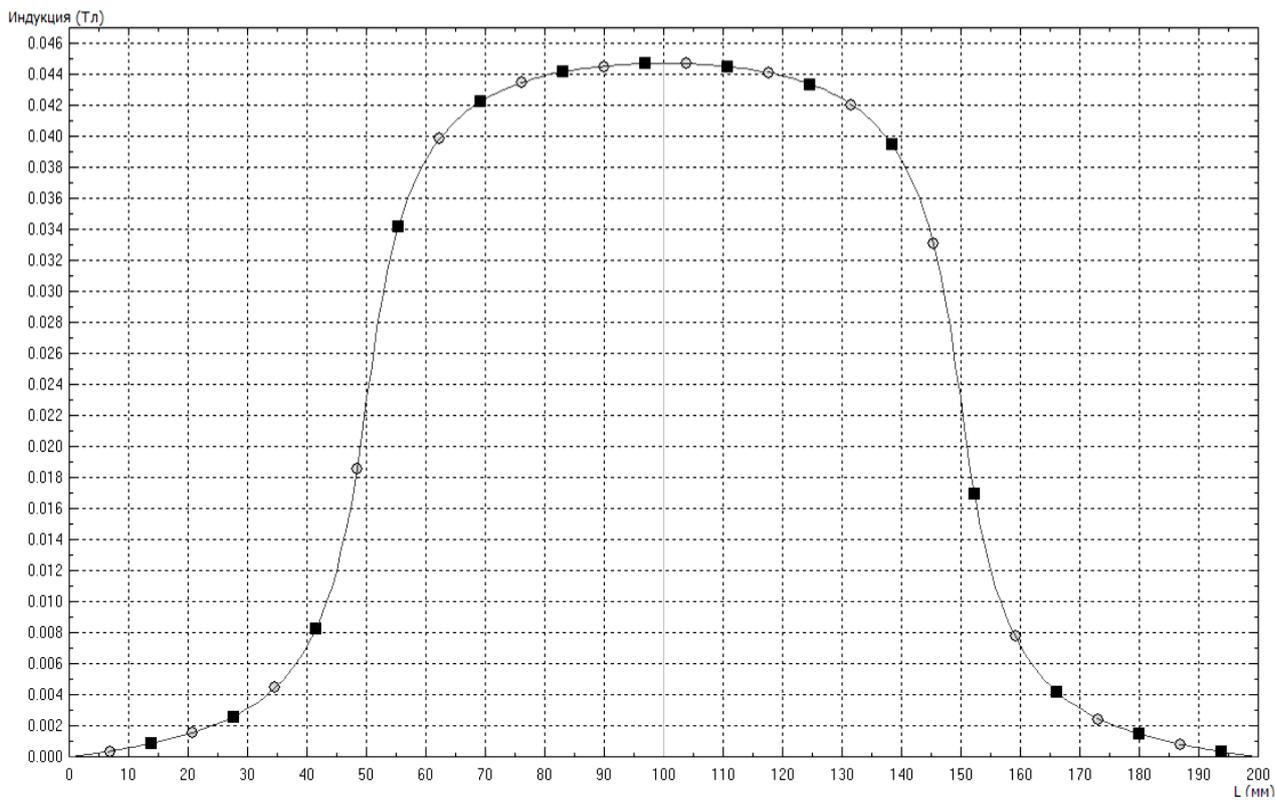


Рис. 4.4. Распределение касательной составляющей магнитной индукции по оси  $Y$ .  
 Максимальное значение касательной составляющей магнитной индукции  $B_{\tau} = B_{max} = 0,044$   
 Тл

Расчет индуктивностей. Мастер индуктивностей конечно-элементного программного комплекса «ELCUT» может определять требуемые индуктивности одним из двух методов. Первый из них основан на концепции потокосцеплений, а второй метод использует энергетический подход и вычисляет величину запасенной магнитной энергии во всей области расчета. В рассматриваемом случае целесообразно использовать первый метод.

Результаты расчета индуктивностей по концепции потокосцеплений:

Взаимные индуктивности: Обе шины запитаны током  $I_{uu} = \pm 4000$  А

— взаимное потокосцепление с прямой шиной от тока в обратной шине

$$\Psi_{вз,пр} = 0,00020857 \text{ Вб}$$

— взаимная индуктивность прямой шины с обратной шиной

$$M_{пр,обр} = \Psi_{вз,пр} / I_{uu} = 5,214 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$$

— взаимное потокосцепление с обратной шиной от тока в прямой шине

$$\Psi_{вз,обр} = 0,00020856 \text{ Вб}$$

— взаимная индуктивность обратной шины с прямой шиной

$$M_{обр,пр} = \Psi_{вз,обр} / I_{uu} = 5,214 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$$

Таким образом  $M_{пр,обр} = M_{обр,пр} = M_{uu} = 5,214 \cdot 10^{-8}$  Гн/м.

Собственные индуктивности (прямая шина запитана током  $I_{uu} = 4000$  А, а обратная шина обесточена): Собственное потокосцепление прямой шины

$$\Psi_{соб,пр} = 0,001115 \text{ Вб.}$$

Собственная индуктивность прямой шины

$$L_{пр} = \Psi_{соб,пр} / I_{uu} = 27,875 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$$

Обратная шина запитана током  $I_{uu} = -4000$  А, а прямая шина обесточена.

Собственное потокосцепление (обратная шина запитана током  $I_{uu} = -4000$  А, а прямая шина обесточена) обратной шины  $\Psi_{соб,обр} = 0,001115$  Вб.

Собственная индуктивность обратной шины

$$L_{обр} = \Psi_{соб,обр} / I_{uu} = 27,875 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$$

Таким образом,  $L_{пр} = L_{обр} = L_{uu} = 27,875 \cdot 10^{-8}$  Гн/м.

Коэффициент магнитной связи двух шин

$$K = M_{uu} / \sqrt{L_{пр} \cdot L_{обр}} = M_{uu} / L_{uu} = 0,187.$$

### 4.3. Определение собственных и взаимных индуктивностей медных шин электромагнитного механизма (переменный ток)

Имеется система двух медных шин прямоугольного сечения, которая расположена в немагнитном пространстве с центром симметрии в начале прямоугольной системы координат  $X, Y$ . По шинам протекает переменный электрический ток  $\pm i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ , причем знак плюс относится к прямому проводу, а знак минус — к обратному проводу.

Необходимо найти при заданных условиях распределение составляющих магнитной индукции вдоль осей симметрии  $X, Y$  и рассчитать собственные и взаимные индуктивности обеих шин, импеданс, активное и индуктивное сопротивление каждой из шин, а также коэффициент увеличения активного сопротивления на переменном токе по сравнению с постоянным током.

Дано: Геометрия системы двух шин и расчетной области та же, что и в примере 4.2, но по шинам протекает переменный электрический ток

$$i_{ш} = \pm I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где амплитуда тока  $I_m = \sqrt{2 \cdot I_{ш}^2}$ ,  $I_{ш}$  — действующее значение, которое, как и в примере 4.2, равно 4000 А;  $\omega = 2\pi f$ ,  $f = 50$  Гц;  $\varphi_0$  — начальная фаза,  $\varphi_0 = 0$ .

Знак плюс относится к прямому проводу, а знак минус — к обратному.

Найти: На основе полевой постановки электромагнитной задачи распределение составляющих магнитной индукции вдоль осей симметрии  $X, Y$  и рассчитать собственные и взаимные индуктивности обеих шин, импеданс, активное и индуктивное сопротивление каждой из шин, а также коэффициент увеличения активного сопротивления на переменном токе по сравнению с постоянным током.

Результаты: Согласно вышеприведенным условиям средствами пакета «ELCUT» необходимо смоделировать плоскопараллельное магнитное поле переменных токов в линейной постановке и с помощью мастера индуктивности и импеданса рассчитать требуемые значения параметров шин.

В задаче расчета магнитного поля переменных токов программа ELCUT в физических свойствах меток блоков шин требует задания удельной электропроводности меди шин и амплитуд полного тока шин.

Удельная электропроводность меди  $\gamma_m$  принята равной  $5,814 \cdot 10^7$  См/м.

Амплитуды полного тока шин  $I_m$  равны  $\pm \sqrt{2 \cdot 4000^2} = \pm 5656,8$  А.

Геометрия расчетной области такая же, как и в примере 4.2.

Картина магнитного поля в примере 4.3 при нулевой фазе аналогична картине магнитного поля в примере 4.2.

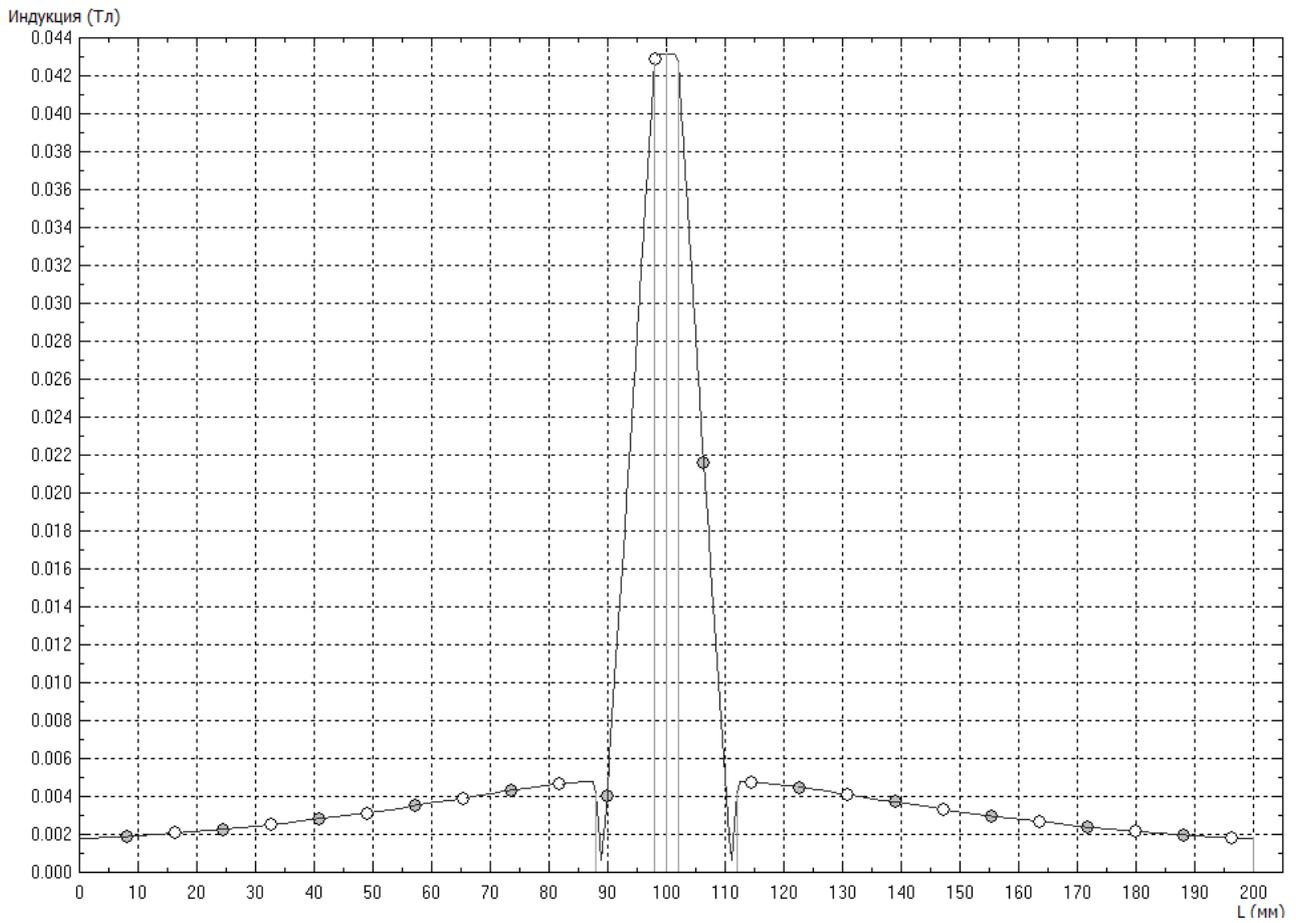


Рис. 4.5. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции вдоль оси X. Максимальное значение магнитной индукции при нулевой фазе  $B_{max} = 0,043$  Тл

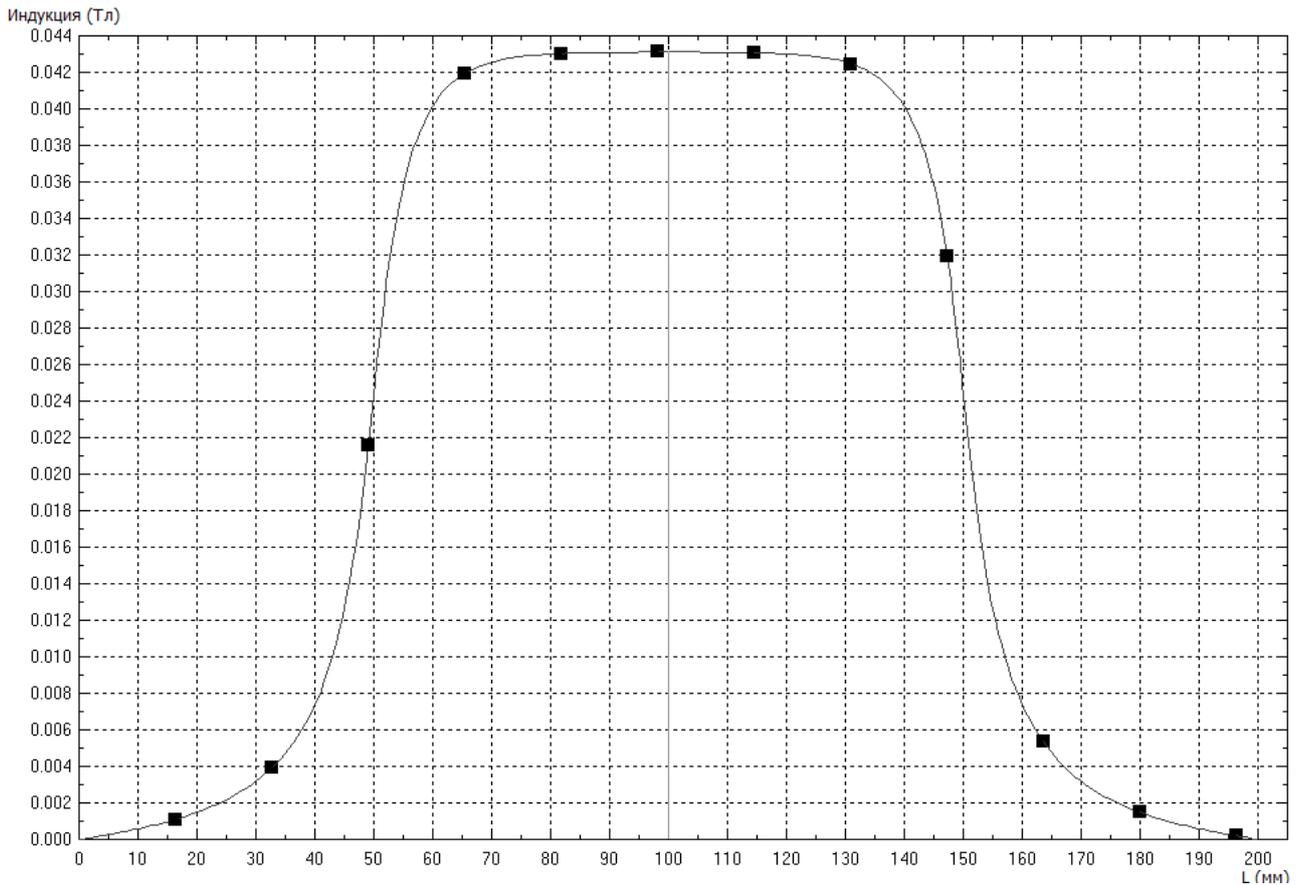


Рис. 4.6. Распределение касательной составляющей магнитной индукции по оси  $Y$ .  
 Максимальное значение магнитной индукции при нулевой фазе  $B_{max} = 0,043$  Тл

Значение  $B_{max} = 0,043$  Тл (пример 4.3) практически не отличается от значения  $B_{max} = 0,044$  Тл (пример 4.2).

Расчет индуктивностей. Результаты расчета индуктивностей по концепции потокосцеплений:

п.1. Взаимные индуктивности: Шины запитаны переменным током с амплитудой  $I_m = \pm 5656,8$  А и  $f = 50$  Гц при начальной фазе  $\varphi_0 = 0$ .

— взаимное потокосцепление с прямой шиной от тока в обратной шине

$$\Psi_{вз,пр} = 0,00029084 \text{ Вб}$$

— взаимная индуктивность прямой шины с обратной шиной

$$M_{пр,обр} = \Psi_{вз,пр} / I_m = 5,141 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$$

— взаимное потокосцепление с обратной шиной от тока в прямой шине

$$\Psi_{вз,обр} = 0,00029084 \text{ Вб}$$

— взаимная индуктивность обратной шины с прямой шиной

$$M_{обр,пр} = \Psi_{вз,обр} / I_m = 5,141 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$$

Таким образом  $M_{пр,обр} = M_{обр,пр} = M_{ш} = 5,141 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$

п.2. Собственные индуктивности. В системе двух шин прямая шина запитана переменным током с амплитудой  $I_m = 5656,8$  А и  $f = 50$  Гц при начальной фазе  $\varphi_0 = 0$ , а обратная шина обесточена.

Собственное потокосцепление прямой шины  $\Psi_{sob,np} = 0,0014813$  Вб.

Собственная индуктивность прямой шины  $L_{np} = \Psi_{sob,np} / I_m = 26,186 \cdot 10^{-8}$  Гн/м.

В системе двух шин обратная шина запитана переменным током с амплитудой  $I_m = 5656,8$  А и  $f = 50$  Гц при начальной фазе  $\varphi_0 = 0$ , а прямая шина обесточена.

Собственное потокосцепление обратной шины  $\Psi_{sob,obr} = 0,0014813$  Вб.

Собственная индуктивность обратной шины  $L_{obr} = \Psi_{sob,obr} / I_m = 26,186 \cdot 10^{-8}$  Гн/м.

Таким образом  $L_{np} = L_{obr} = L_{ш} = 26,186 \cdot 10^{-8}$  Гн/м.

Коэффициент магнитной связи двух шин

$$K = M_{ш} / \sqrt{L_{np} \cdot L_{obr}} = M_{ш} / L_{ш} = 0,196.$$

Результаты расчета собственных и взаимных индуктивностей, а также коэффициента магнитной связи в примере 4.3 отличаются от аналогичных результатов в примере 4.2 не более, чем на 5%.

Расчет импеданса, активного и индуктивного сопротивления шин, а также собственных и взаимных индуктивностей.

Для расчета этих параметров в пакете ELCUT используется мастер импеданса.

п.3. Запитана прямая шина. Обратная шина обесточена.

— модуль импеданса прямой шины на единицу длины

$$|Z_{ш,np}| = 8,4988 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— активное сопротивление прямой шины на единицу длины

$$R_{ш,np} = 2,1836 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— индуктивное сопротивление шины на единицу длины

$$X_{ш,np} = 8,2135 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— собственная индуктивность прямой шины на единицу длины

$$L_{ш,np} = 26,145 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$$

п.4. Запитана обратная шина. Прямая шина обесточена.

— модуль импеданса обратной шины на единицу длины

$$z_{ш,obr} = |Z_{ш,obr}| = 8,4989 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— активное сопротивление обратной шины на единицу длины

$$R_{ш,obr} = 2,1836 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— индуктивное сопротивление обратной шины на единицу длины

$$X_{ш,обр} = 8,2136 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

— собственная индуктивность обратной шины на единицу длины

$$L_{ш,обр} = 26,145 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$$

#### п.5. Запитаны обе шины

$$z_{ш,нр} = z_{ш,обр} = 2,4439 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

$$R_{ш,нр} = R_{ш,обр} = 1,8378 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}, X_{ш,нр} = X_{ш,обр} = 1,6109 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$$

$$M_{нр,обр} = M_{обр,нр} = 5,1277 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м.}$$

Из расчетов по пунктам 3 и 4 получено, что коэффициент магнитной связи равен

$$K_M = 5,1277/26,145 = 0,196,$$

т.е. полученный результат тот же, что и в расчетах по пунктам 1 и 2.

Расчет коэффициента увеличения активного сопротивления шин на переменном токе (влияние поверхностного эффекта).

Активное сопротивление шины на постоянном токе равно

$$R_{ш,=} = 1/\gamma_M \cdot S_{ш} = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м.}$$

То же сопротивление, но на переменном токе, как следует из расчетов по пунктам 3 и 4 (когда запитана одна из шин), равно  $R_{ш,\approx} = 2,1836 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м}$ . В результате коэффициент

$$K_r = 2,1836 \cdot 10^{-5}/1,72 \cdot 10^{-5} = 1,269.$$

В случае, когда запитаны обе шины (см. пункт 5) аналогичный коэффициент оказывается меньше и равен

$$K_r = 1,8378 \cdot 10^{-5}/1,72 \cdot 10^{-5} = 1,0685.$$

Решение примера 4.3 при  $f = 0$ . При решении примера 4.2, где использовался модуль ELCUT «Магнитостатика», было получено:

$$M_{ш,=} = 5,214 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}, L_{ш,=} = 27,875 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}, K_{M,=} = 0,187.$$

Эти результаты интересно сравнить с результатами решения примера 4.3 при частоте  $f = 0$ , что соответствует постоянному току. Для этого достаточно в свойствах примера 4.3 модуля ELCUT «Магнитное поле переменных токов» частоту  $f = 50 \text{ Гц}$  заменить на частоту  $f = 0 \text{ Гц}$  и повторить все вышеприведенные расчеты. В результате были получены следующие значения:

$$M_{ш,\approx} = 5,2203 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}, L_{ш,\approx} = 27,882 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}, K_{M,\approx} = 0,187,$$

которые с идеальной точностью совпадают с решениями примера 4.2. Это говорит о том, что при решении задач подобного рода модуль ELCUT «Магнитное поле переменных токов» является более универсальным средством, позволяющим проводить расчеты при любых частотах, в том числе и при нулевой частоте.

Сводная таблица расчетов. Примеры 4.2 и 4.3

Модули ELCUT	Магнитостатика	Магнитное поле переменных токов $f = 50$ Гц	Магнитное поле переменных токов $f = 0$
Запитана одна из шин $L_1 = L_2 = L_{ш}$	$27,875 \cdot 10^{-8}$ Гн/м	$26,186 \cdot 10^{-8}$ Гн/м	$27,882 \cdot 10^{-8}$ Гн/м
Запитаны обе шины $M_{12} = M_{21} = M_{ш}$	$5,214 \cdot 10^{-8}$ Гн/м	$5,141 \cdot 10^{-8}$ Гн/м	$5,22 \cdot 10^{-8}$ Гн/м
Коэффициент магнитной связи двух шин $K_M$	0,187	0,196	0,187
Коэффициент увеличения активного сопротивления на переменном токе $K_r$	–	1,269 Запитана одна из шин	–
		1,0685 Запитаны обе шины	

#### 4.4. Характеристики катушки электромагнита без ферромагнитного сердечника

Катушка ЭМ без ферромагнитного сердечника расположена в немагнитном пространстве так, что её ось совпадает с осью  $z$  цилиндрической системы координат  $r, \theta, z$ . Катушка (соленоид) с числом витков  $w$  намотана медным проводом прямоугольного сечения. По катушке протекает переменный ток

$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ . Заданы размеры катушки. Это внутренний радиус катушки  $R_0$ ,

наружный радиус катушки  $R_1$  и осевая длина катушки  $l_0$ . Задано также соотношение размеров  $R_1/R_0 = 2$  и  $l_0/R_0 = 4$ .

Необходимо найти значение магнитной индукции  $B$  на оси катушки в точке с координатами  $r, z = 0$ , импеданс катушки  $|z|$  и его составляющие  $R$  и  $X$ , а также индуктивность катушки  $L_k$ .

Дано: Катушка без ферромагнитного сердечника расположена в немагнитном пространстве. Магнитная ось катушки совпадает с осевой координатой  $z$  цилиндрической системы координат  $r, \theta, z$ .

Геометрические размеры катушки:

- внутренний радиус катушки  $R_0 = 25$  мм
- наружный радиус катушки  $R_1 = 2R_0 = 50$  мм
- осевая длина катушки  $l_0 = 4R_0 = 100$  мм.

Катушка намотана медным проводом прямоугольного сечения и имеет число витков  $w_\varepsilon = 20$ .

Размеры поперечного сечения провода катушки:

- ширина  $b_{np} = 5$  мм, высота  $h_{np} = 25$  мм, сечение  $S_{np} = b_{np} \cdot h_{np} = 125$  мм<sup>2</sup>.

Электрические параметры катушки:

- действующее значение плотности тока  $j_{np} = 4$  А/мм<sup>2</sup>
- действующее значение тока катушки  $I_k = j_{np} \cdot S_{np} = 500$  А
- амплитудное значение тока катушки  $I_{mk} = \sqrt{2} \cdot I_k = 707,1$  А
- частота переменного тока катушки  $f = 50$  Гц
- начальная фаза переменного тока катушки  $\varphi_0 = 0$
- намагничивающая сила катушки (или амплитуда полного тока сквозь сечение катушки)  $F_k = I_{mk} \cdot w_\varepsilon = 14142$  А

- удельное электрическое сопротивление меди  $\rho_m = 1,72 \cdot 10^{-8}$  Ом·м

- удельная электрическая проводимость меди  $\gamma_m = 1/\rho_m = 5,81 \cdot 10^7$  См/м.

Найти: На основе полевой постановки электромагнитной задачи распределение магнитной индукции вдоль магнитной оси соленоида, рассчитать индуктивность, импеданс, активное и индуктивное сопротивление катушки, а также коэффициент увеличения активного сопротивления катушки на переменном токе по сравнению с постоянным током. Смоделировать осесимметричное магнитное поле переменных токов в линейной постановке и с помощью мастера импеданса пакета ELCUT рассчитать требуемые значения параметров катушки.

Результаты:

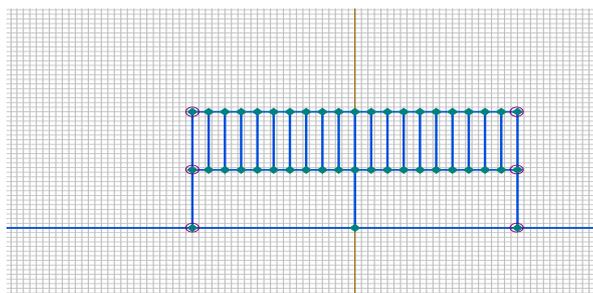


Рис. 4.7. Геометрическая модель катушки (соленоида)

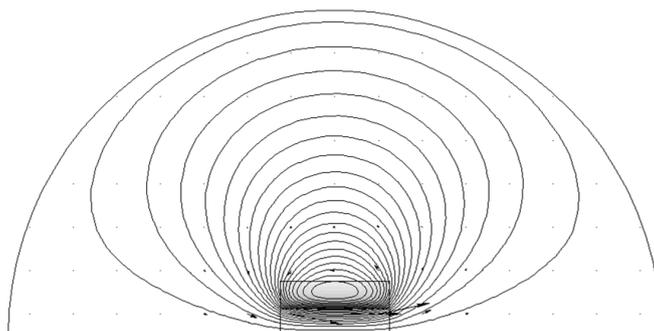


Рис. 4.8. Картина магнитного поля катушки для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$ .  
Радиус внешней границы расчетной области  $R_{cp} = 300$  мм

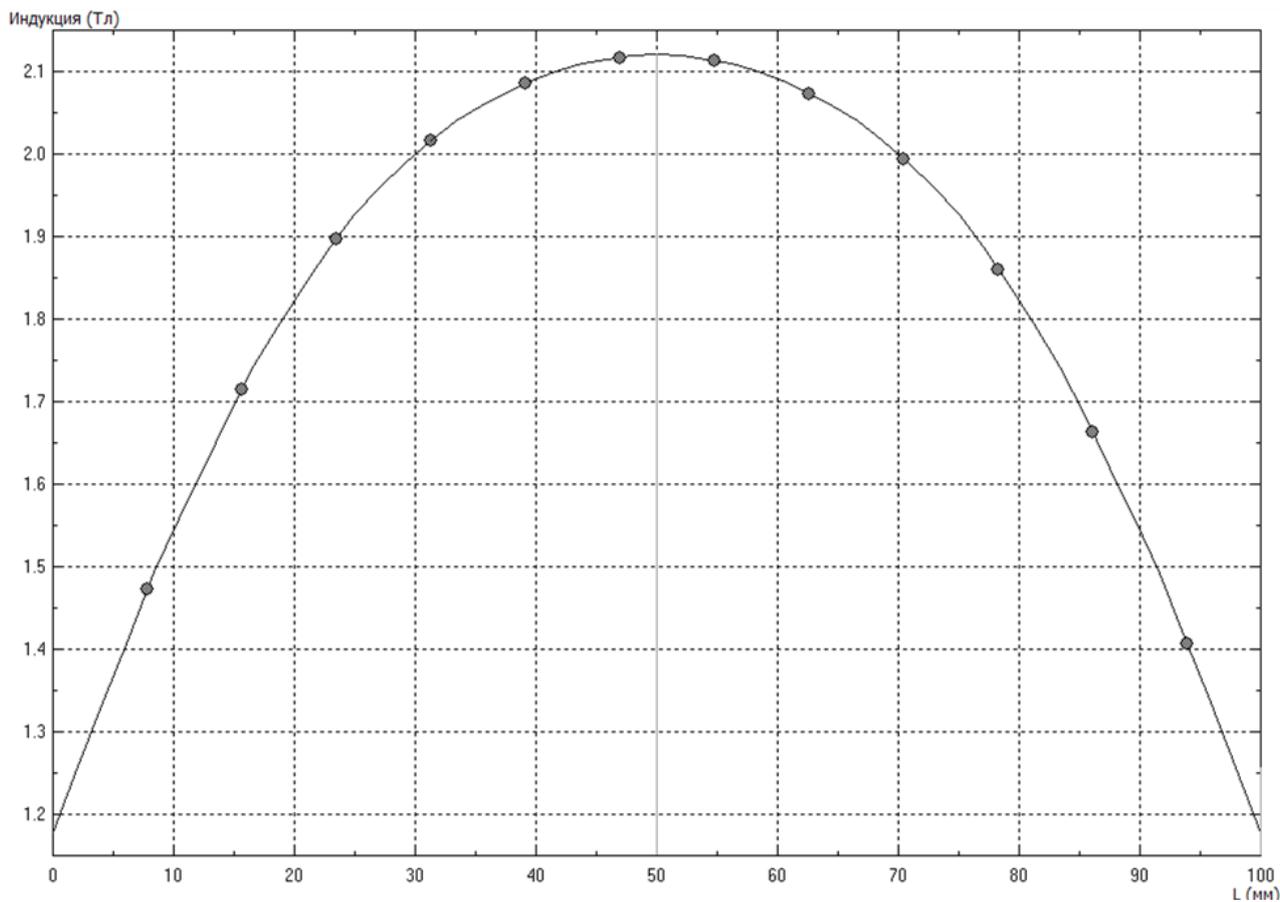


Рис. 4.9. Распределение магнитной индукции  $B_z$  вдоль магнитной оси катушки.  
 $B_z(L = 50 \text{ мм}) = B_{max} = 2,12$  Тл

Результаты, полученные с помощью мастера импеданса пакета ELCUT:

Полный импеданс катушки  $Z_k = R_k + jX_k$ .

Модуль импеданса  $|z_k| = \sqrt{(R_k)^2 + (X_k)^2} = 0,0034388 \text{ Ом}$ .

Вещественная часть импеданса — активное сопротивление катушки на переменном токе при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$   $R_k = 0,0010258 \text{ Ом}$ .

Мнимая часть импеданса — индуктивное сопротивление катушки на переменном токе при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$   $X_k = 0,0032822 \text{ Ом}$ .

Индуктивность катушки  $L_k = 1,0447 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$ .

Активное сопротивление катушки на постоянном токе ( $f = 0$ ):

— длина витка катушки по среднему радиусу катушки

$$l_g = 2\pi \cdot (R_o + R_1) / 2 = 235,62 \text{ мм}$$

— сопротивление витка катушки

$$R_g = l_g / (\gamma_m \cdot S_{np}) = 3,242 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}$$

— полное сопротивление катушки на постоянном токе

$$(R_k)_= = R_g \cdot w_g = 0,0006484 \text{ Ом}$$

— коэффициент увеличения активного сопротивления катушки на переменном токе по сравнению с постоянным током

$$K_r = R_k / (R_k)_= = 1,582.$$

#### 4.5. Характеристики катушки электромагнита с ферромагнитным сердечником

Дано: Физические свойства сердечника — литая Сталь 3, для которой удельная электрическая проводимость  $\gamma_{ст} = 7692300 \text{ См/м}$ . Основная кривая намагничивания  $B(H)$  для Ст.3 в пакете ELCUT задается в виде таблицы. Некоторые значения для этой кривой приведены:

B (Тл)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
H (А/м)	0	160	320	488	682	924	1290	2090	4500	12800	29000

Найти: На основе полевой постановки электромагнитной задачи распределение магнитной индукции вдоль осей магнитной и геометрической симметрии соленоида, рассчитать индуктивность, импеданс, активное и индуктивное сопротивление катушки соленоида, а также коэффициент увеличения активного сопротивления катушки на переменном токе по сравнению с постоянным током.

Результаты: Согласно вышеприведенным условиям средствами пакета «ELCUT» необходимо смоделировать осесимметричное магнитное поле переменных токов в нелинейной постановке и с помощью мастера импеданса рассчитать требуемые значения параметров катушки.

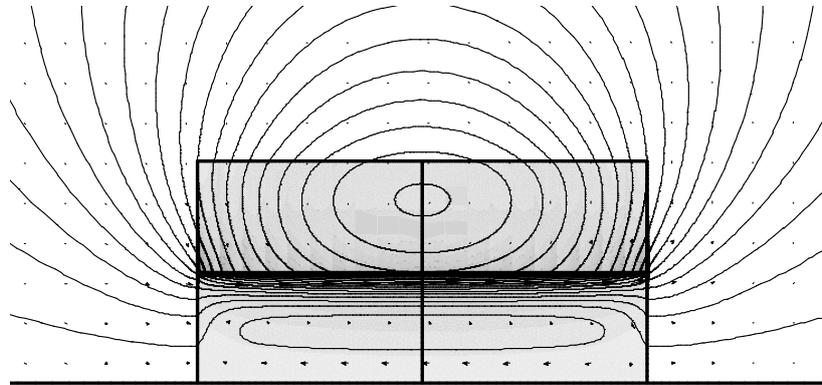


Рис. 4.10. Картина магнитного поля катушки с ферромагнитным сердечником для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$

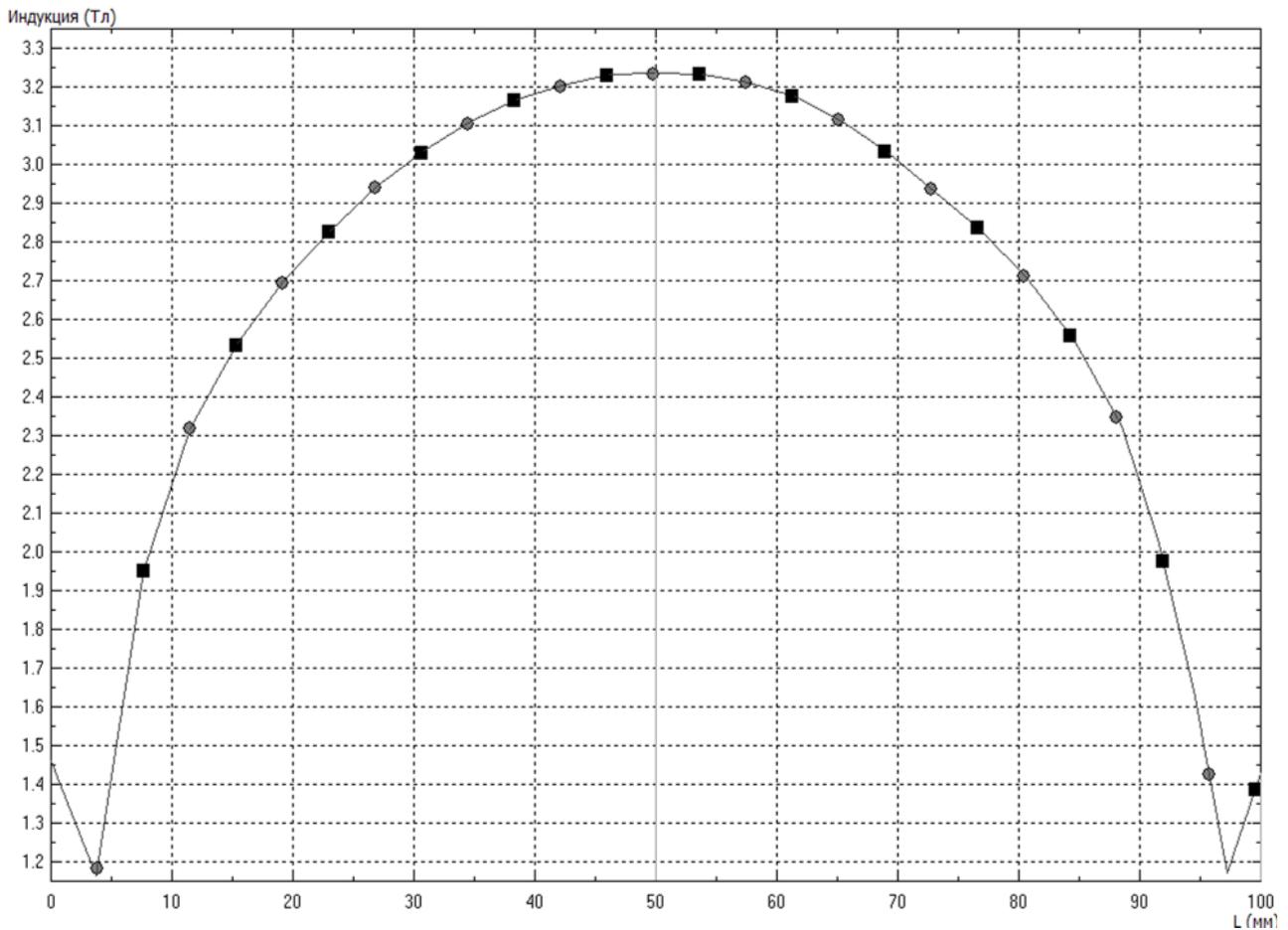


Рис. 4.11. Распределение магнитной индукции  $B(z)$  вдоль магнитной оси катушки с ферромагнитным сердечником для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$ . Максимальное значение магнитной индукции  $B_{max} = 3,2346$  Тл

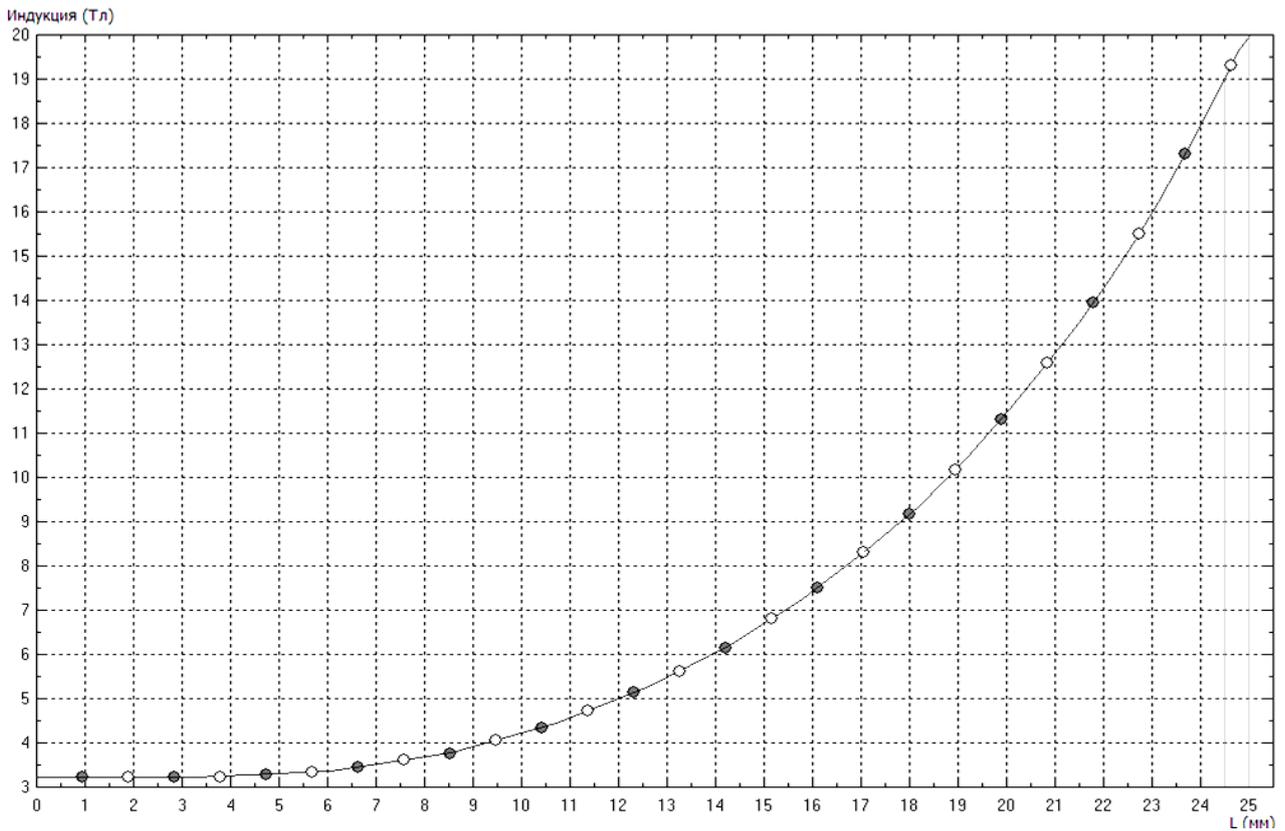


Рис. 4.12. Распределение магнитной индукции  $B(r)$  вдоль геометрической оси симметрии катушки с ферромагнитным сердечником для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$  в пределах сердечника от  $r=0$  до  $r=R_0 = 25$  мм.  $B_{min} = 3,2346$  Тл,  $B_{max} = 19,936$  Тл

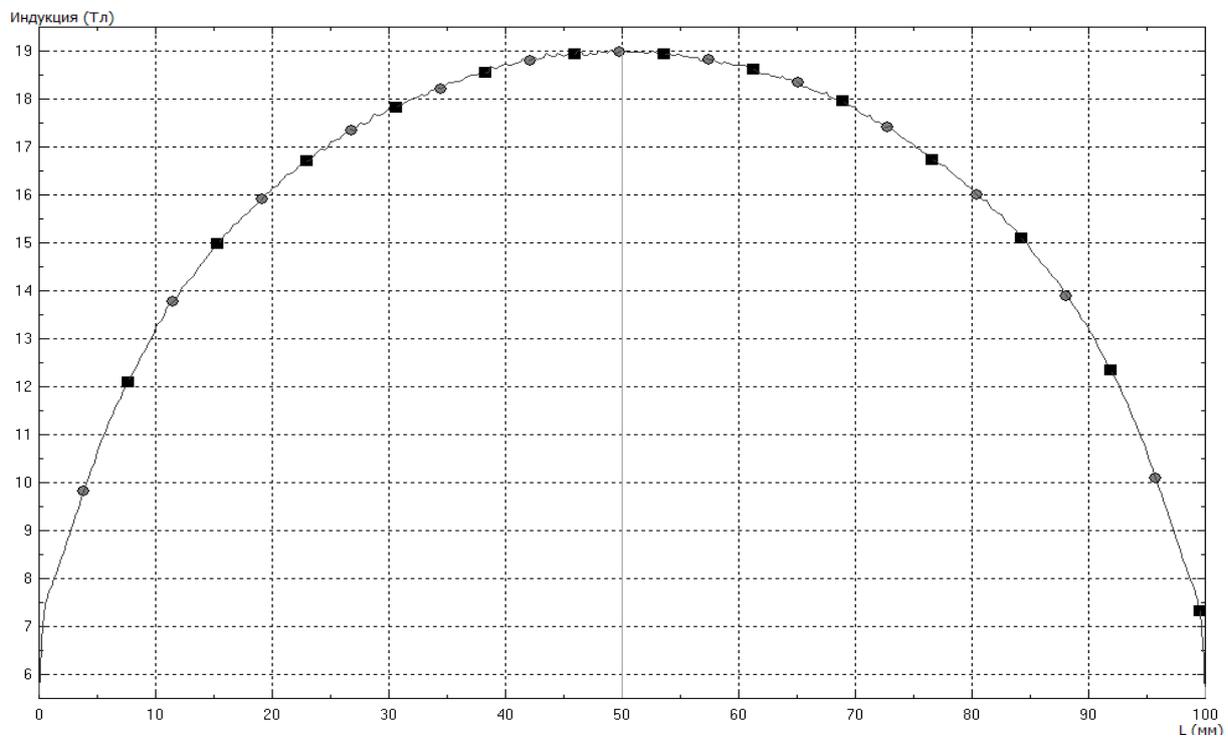


Рис. 4.13. Распределение магнитной индукции  $B(z)$  в сердечнике катушки для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$  на поверхности  $r = 24,5$  мм. В точках с координатами  $r = 24,5$  мм и  $z = 0, 100$  мм составляющие магнитной индукции  $B_r = 8,66$  Тл,  $B_z = 5,59$  Тл,  $B = \sqrt{(B_r)^2 + (B_z)^2} = 10,3$  Тл.  $B_{max} = 19$  Тл

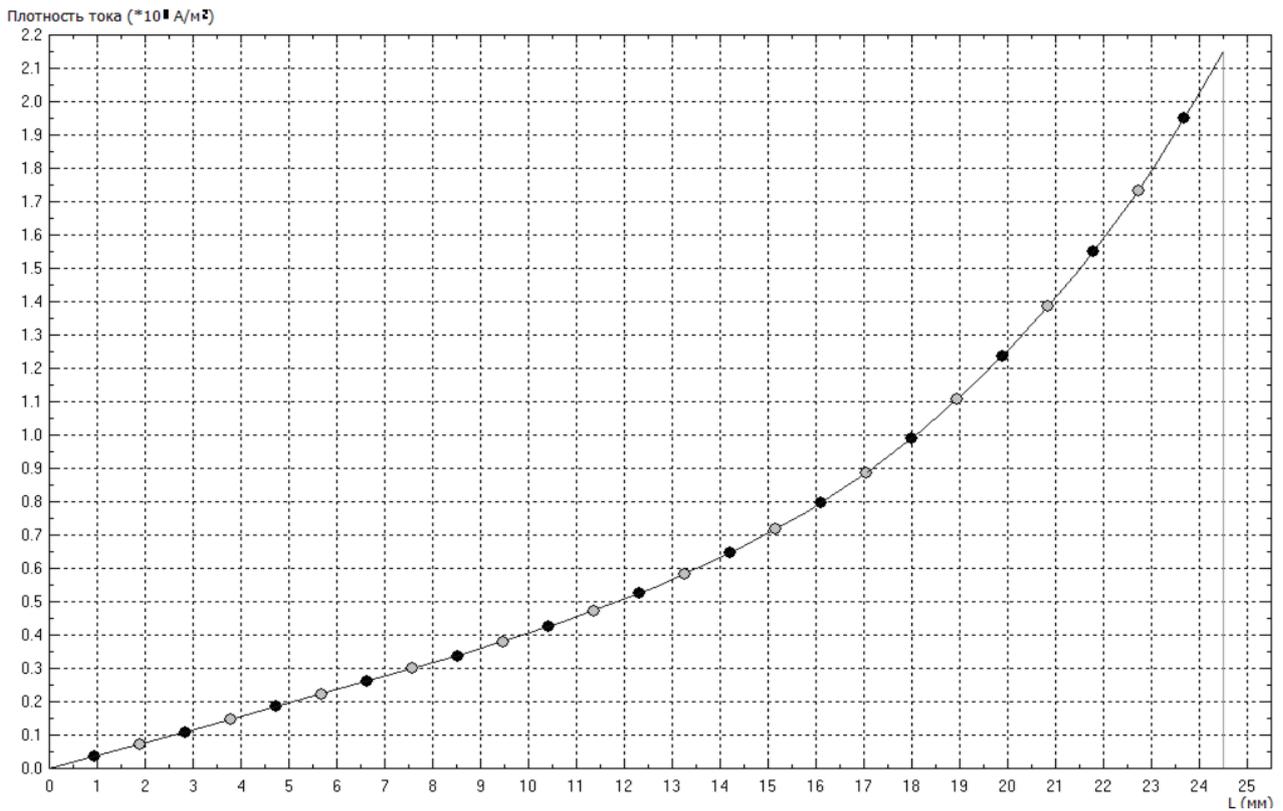


Рис. 4.14. Распределение плотности тока  $J(r)$  в сердечнике катушки для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$  при изменении радиуса  $r = 0$  до  $r = 24,5$  мм. При  $r = 24,5$  мм,  $J = 2,149 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2 = 214,9 \text{ A/mm}^2$

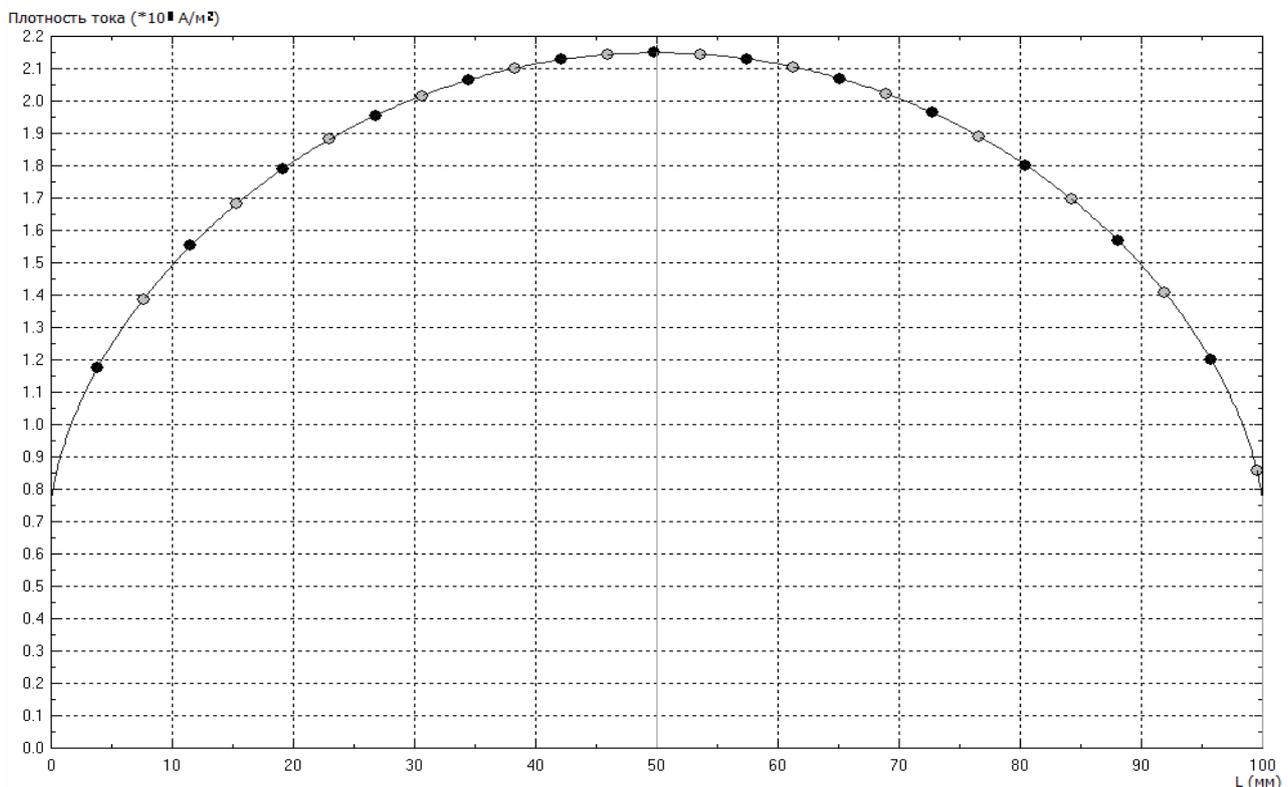


Рис. 4.15. Распределение плотности тока  $J(z)$  в сердечнике катушки из Ст.3 для начальной фазы  $\varphi_0 = 0$  при изменении  $z$  от  $z = 0$  до  $z = 100$  мм. При  $z = 0, 100$  мм;  $J = 0,77149 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2 = 77,149 \text{ A/mm}^2$ . При  $z = 50$  мм,  $J = 2,149 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2 = 214,9 \text{ A/mm}^2$

#### Результаты, полученные с помощью мастера импеданса пакета ELCUT:

Полный импеданс катушки  $Z_k = R_k + jX_k$ ,

Модуль импеданса  $|z_k| = \sqrt{(R_k)^2 + (X_k)^2} = 0,0087604 \text{ Ом}$ ,

Вещественная часть импеданса — активное сопротивление катушки на переменном токе при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$  —  $R_{k\approx} = 0,0035592 \text{ Ом}$ ,

Мнимая часть импеданса — индуктивное сопротивление катушки на переменном токе при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$  —  $X_k = 0,0080048 \text{ Ом}$ ,

Индуктивность катушки  $L_k = 2,548 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$ .

Активное сопротивление катушки при постоянном токе ( $f = 0$ ):

— длина витка катушки по среднему радиусу катушки

$$l_g = 2\pi \cdot (R_0 + R_1)/2 = 235,62 \text{ мм}$$

— сопротивление витка катушки  $R_g = l_g / (\gamma_m \cdot S_{np}) = 3,242 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}$

— полное сопротивление катушки на постоянном токе

$$R_{k=} = R_g \cdot w_g = 0,0006484 \text{ Ом}$$

— коэффициент увеличения активного сопротивления катушки на переменном токе по сравнению с постоянным током

$$K_r = R_{k\approx} / R_{k=} = 5,489.$$

#### **4.6. Тяговые характеристики броневых электромагнита постоянного тока**

Два броневых электромагнита постоянного тока имеют одинаковую конструкцию корпуса и разное исполнение якоря и стопа. В первом случае якорь и стоп имеют плоскую оконечность, а во втором — усеченно-коническую. Основные размеры и намагничивающие силы катушек обоих электромагнитов также одинаковы. Необходимо средствами пакета ELCUT определить и сравнить тяговые характеристики электромагнитов [19, 21].

Дано: Основные размеры и характеристики электромагнитов:

Наружный радиус корпуса  $R_{кн} = 70 \text{ мм}$ ,

Толщина корпуса в радиальном и осевом направлении  $b_k = 10 \text{ мм}$ ,

Длина корпуса  $L_k = 110 \text{ мм}$ ,

Наружный радиус якоря  $R_{ня} = 30 \text{ мм}$ ,

Длина якоря по магнитной оси  $L_{яо} = 90 \text{ мм}$ ,

Длина якоря по наружному радиусу  $R_{ня}$  для электромагнита с усеченно-конической оконечностью  $L_{ян} = 100 \text{ мм}$ .

Толщина выступающей части стопа в осевом направлении  $b_{ст} = 10 \text{ мм}$ .

Угол наклона конической части якоря и стопа к оси для электромагнита с усеченно-конической оконечностью якоря и стопа  $\alpha = 45^\circ$ . Минимальный зазор между якорем и стопом по магнитной оси электромагнита  $\delta_{\min} = 0,5$  мм.

Максимальный зазор между якорем и стопом по магнитной оси электромагнита  $\delta_{\max} = 15$  мм.

Размеры катушки электромагнита  $b_{\text{кат}}, L_{\text{кат}} = 28,90$  мм.

Площадь продольного сечения катушки электромагнита  $S_{\text{кат}} = 28 \times 90 = 2520$  мм.

Зазор между якорем и катушкой в радиальном направлении  $\Delta = 2$  мм. Расчетная плотность тока в катушке электромагнита  $J_{\text{кат}} = 2$  А/мм<sup>2</sup> =  $2 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>. Намагничивающая сила катушки электромагнита  $F_{\text{кат}} = J_{\text{кат}} \cdot S_{\text{кат}} = 5040$  А.

Материал корпуса, стопа и сердечника литая Сталь 3 с учетом зависимости  $B(H)$ .

Результаты: Основные результаты расчетов с помощью программного комплекса ELCUT представлены в виде картин магнитного поля, распределения магнитной индукции вдоль оси сердечника электромагнита, магнитной индукции в зазоре и тяговых характеристик.

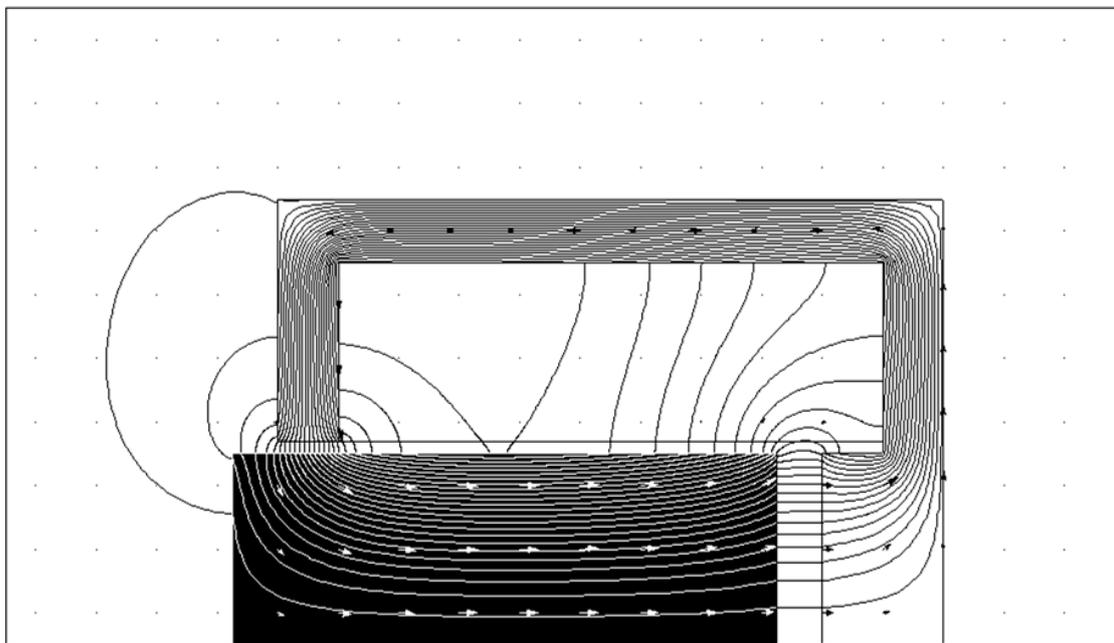


Рис. 4.16. Картина магнитного поля броневого электромагнита с плоской оконечностью якоря и стопа при зазоре  $\delta = 7,5$ . Усилие  $F = 478$  Н

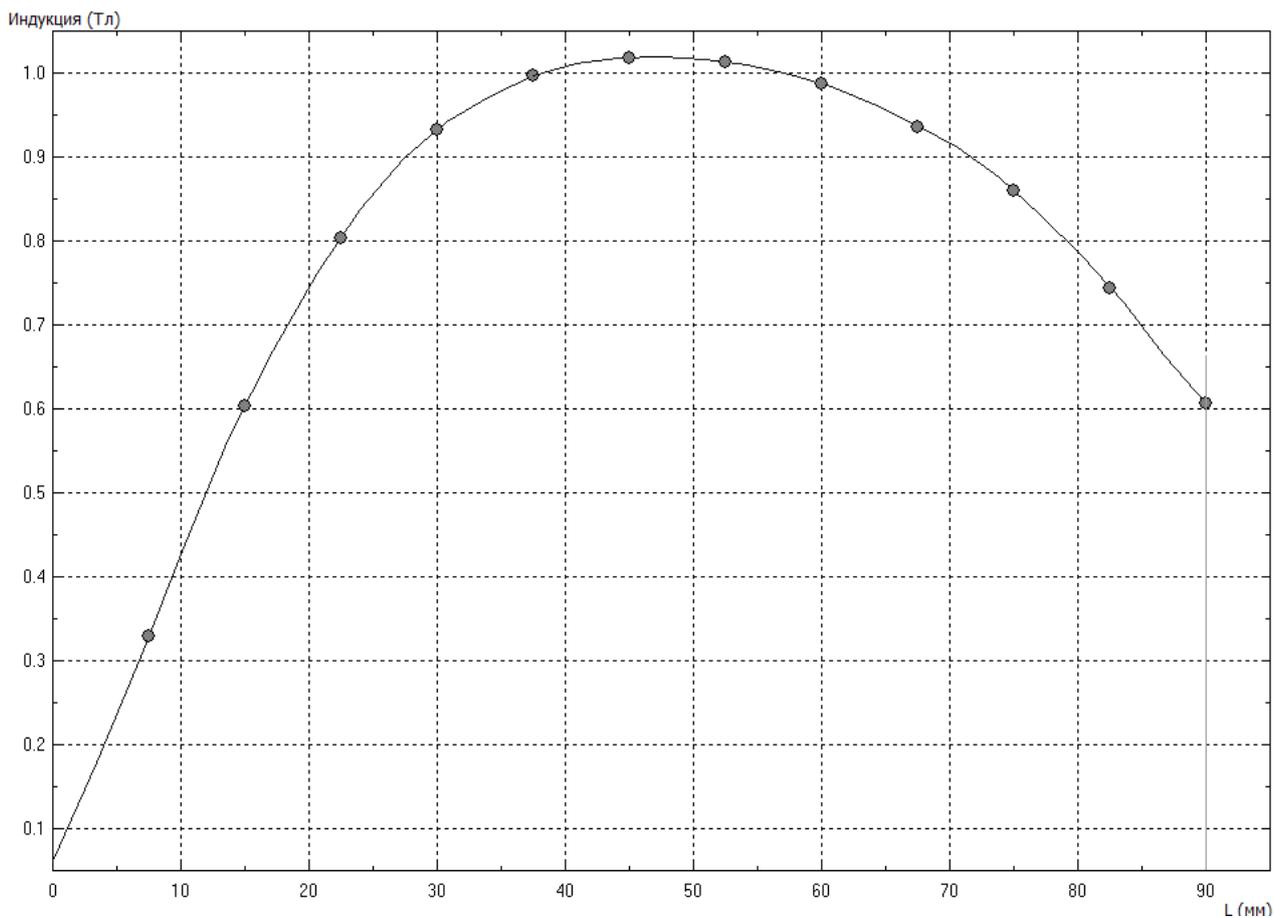


Рис. 4.17. Распределение магнитной индукции вдоль магнитной оси якоря бронированного электромагнита с плоской оконечностью якоря и стопа при зазоре  $\delta = 7,5$  мм.  
При  $z = 50$  мм  $B = 1,02$  Тл

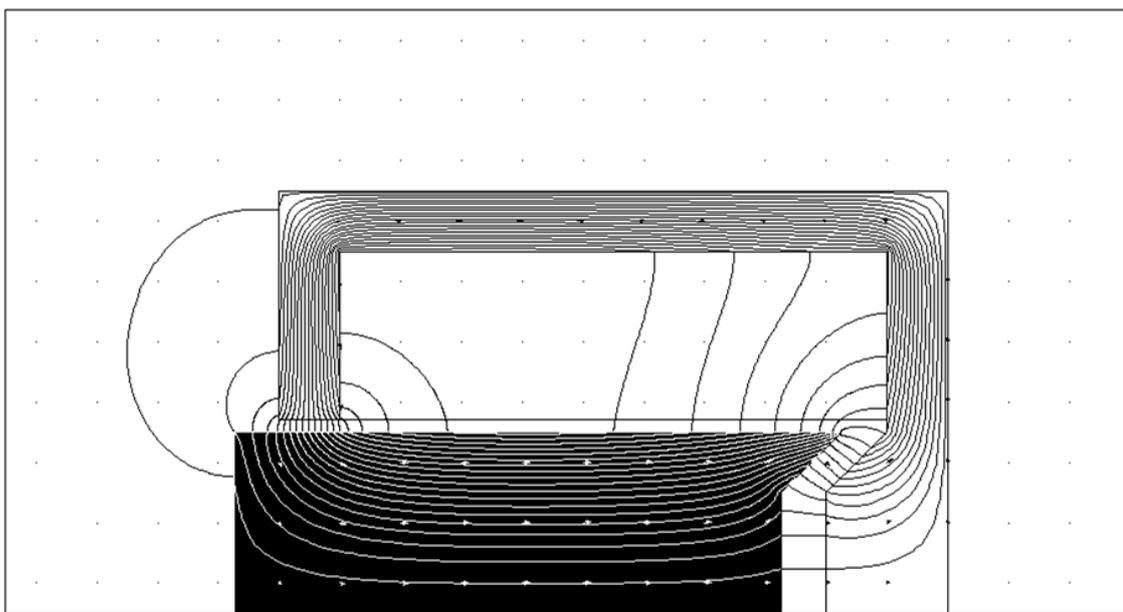


Рис. 4.18. Картина магнитного поля бронированного электромагнита с усеченно-конической оконечностью якоря и стопа при  $\delta = 7,5$  мм (усилие  $F = 580$  Н)

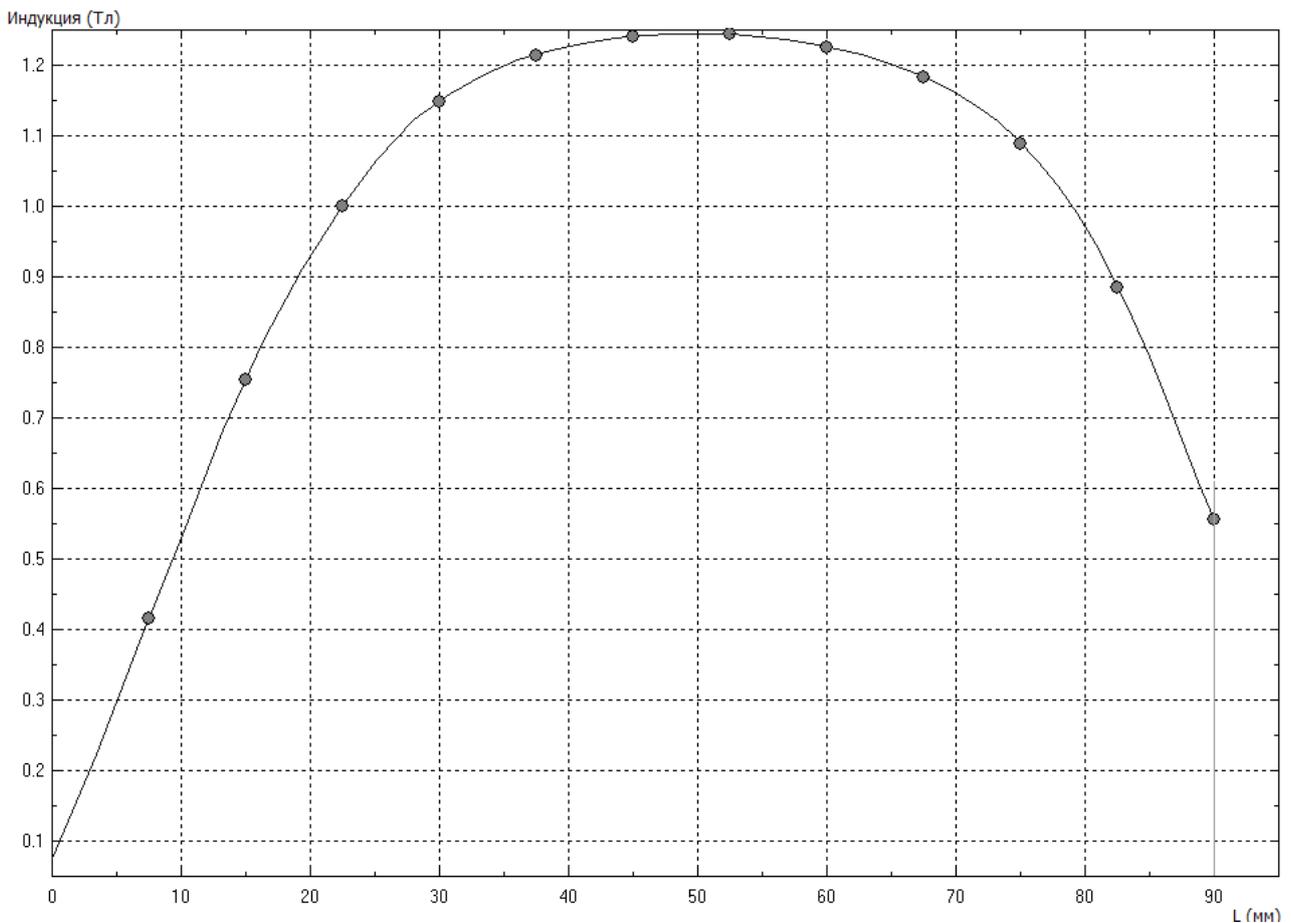


Рис. 4.19. Распределение магнитной индукции вдоль оси якоря броневых электромагнита с усеченно-конической оконечностью якоря и стопа при зазоре  $\delta = 7,5$  мм (при  $z = 50$  мм  $B = 1,245$  Тл)

Таблица. Магнитная индукция в зазоре  $B(\delta)$  и тяговое усилие  $F(\delta)$

Броневой электромагнит постоянного тока	Зазор $\delta$ (мм)	0,5	3	6	9	12	15
Плоская оконечность якоря и стопа	Индукция $B$ (Тл)	1,696	1,116	0,709	0,514	0,405	0,335
	Усилие $F$ (Н)	3003,7	1447,6	646	374,2	256,4	193,3
Усеченно-коническая оконечность якоря и стопа	Индукция $B$ (Тл)	1,488	0,938	0,638	0,476	0,381	0,319
	Усилие $F$ (Н)	1971,1	1288,2	740,9	467,2	324,8	192,5

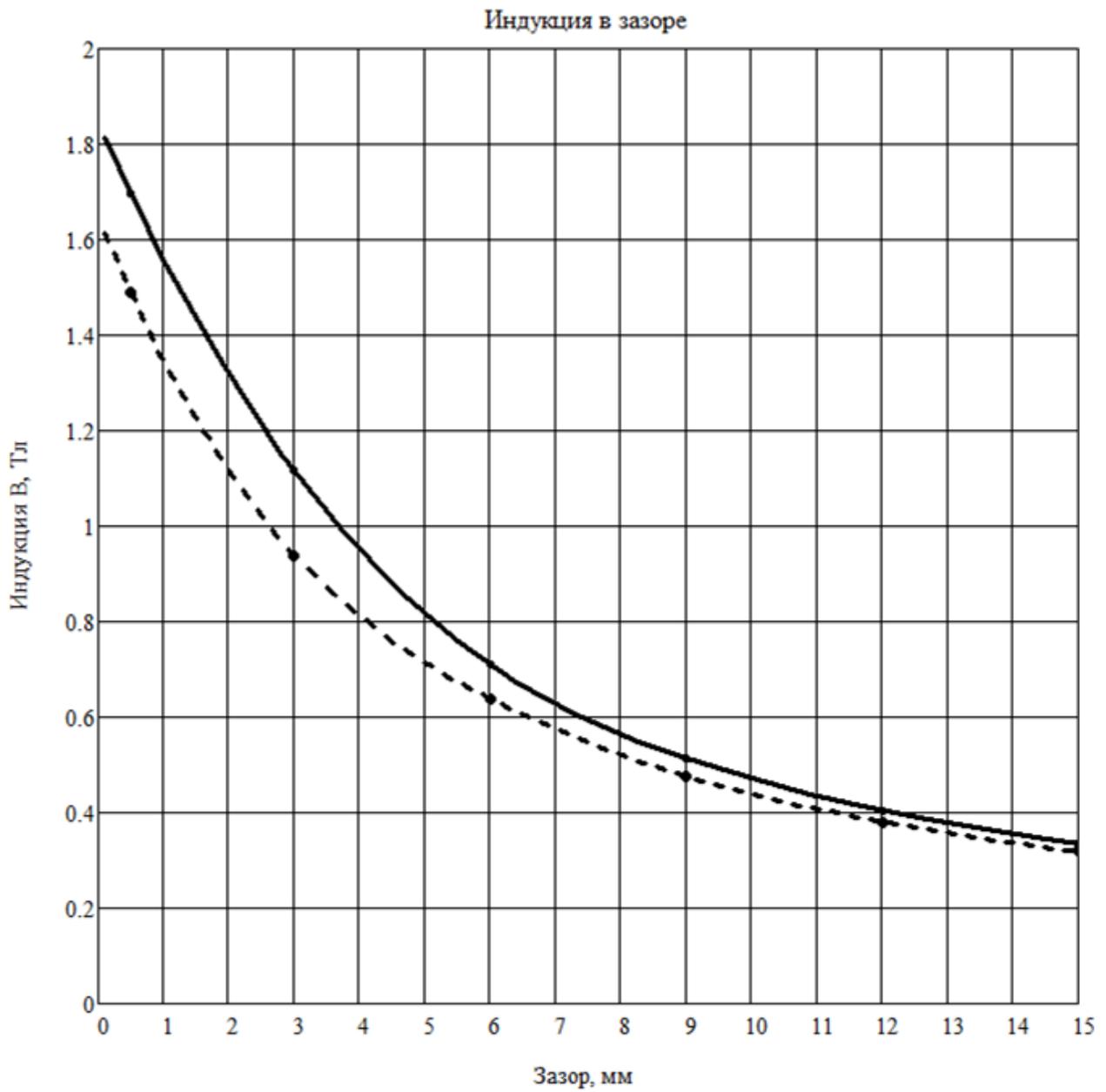


Рис. 4.20. Магнитная индукция в середине зазора на магнитной оси броневое электромагнита постоянного тока. Сплошная кривая – якорь и стоп имеют плоскую оконечность, пунктирная кривая – якорь и стоп имеют усеченно-коническую оконечность

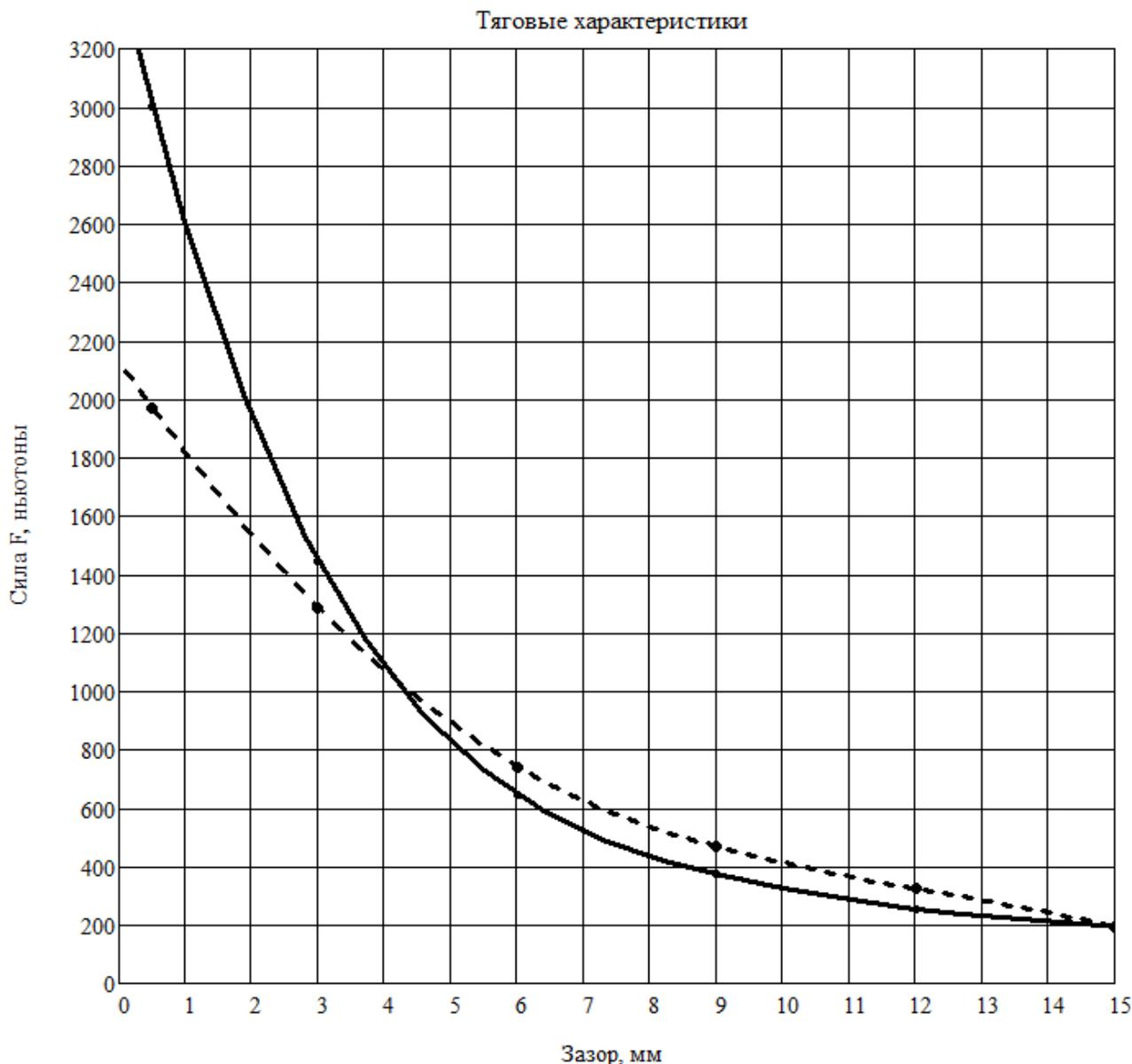


Рис. 4.21. Тяговые характеристики броневого электромагнита постоянного тока. Сплошная кривая – якорь и стоп имеют плоскую оконечность, пунктирная кривая – якорь и стоп имеют усеченно-коническую оконечность

#### 4.7. Характеристики поляризованного электромагнита

Поляризованный электромагнит без наружного корпуса в осесимметричном исполнении имеет постоянный магнит для создания поляризующего потока  $\Phi_n$ , соленоид с ферромагнитным сердечником для создания управляющего потока  $\Phi_y$  и ферромагнитный якорь, отставленный от соленоида на некоторый зазор  $\delta$ . Необходимо при обесточенной катушке средствами пакета ELCUT определить зависимость поляризующего потока  $\Phi_n$  и усилия  $F_n$ , действующего на якорь, от величины зазора  $\delta$  [19, 21].

Дано: Основные геометрические соотношения и характеристики поляризованного электромагнита:

- наружный радиус постоянного магнита  $R_{nm} = 20$  мм
- толщина постоянного магнита  $b_{nm} = 7$  мм
- коэрцитивная сила постоянного магнита  $H_c = 1000$  кА/м
- наружный радиус катушки электромагнита  $R_{нк} = 30$  мм
- внутренний радиус катушки электромагнита  $R_{вк} = 20$  мм
- высота катушки электромагнита  $R_{нк} - R_{вк} = 10$  мм
- длина катушки электромагнита  $L_k = 20$  мм
- катушка электромагнита обесточена  $I_k = 0$
- наружный радиус ферромагнитного сердечника электромагнита  $R_{нфс} = 20$  мм
- длина ферромагнитного сердечника электромагнита  $L_{фс} = 20$  мм
- материал ферромагнитного сердечника электромагнита Сталь 3
- наружный радиус ферромагнитного якоря электромагнита  $R_{ня} = 30$  мм
- толщина ферромагнитного якоря электромагнита  $b_y = 7$  мм
- материал якоря электромагнита Сталь 3
- основная кривая намагничивания ферромагнитного сердечника и ферромагнитного якоря электромагнита  $B(H)$ :

В (Тл)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
H (А/м)	0	160	320	488	682	924	1290	2090	4500	12800	29000

Результаты решения задачи:  $\Phi_n(\delta), F_n(\delta)$

	Зазор $\Delta$ , мм	0,5	1	2	3	4	5
Поляризованный электромагнит	Поток $\Phi_n$ , Вб	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-4}$	$1,84 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-4}$	$1,56 \cdot 10^{-4}$	$1,44 \cdot 10^{-4}$
	Усилия $F_n$ , Н	20,5	16,07	10,9	7,96	6,04	4,75

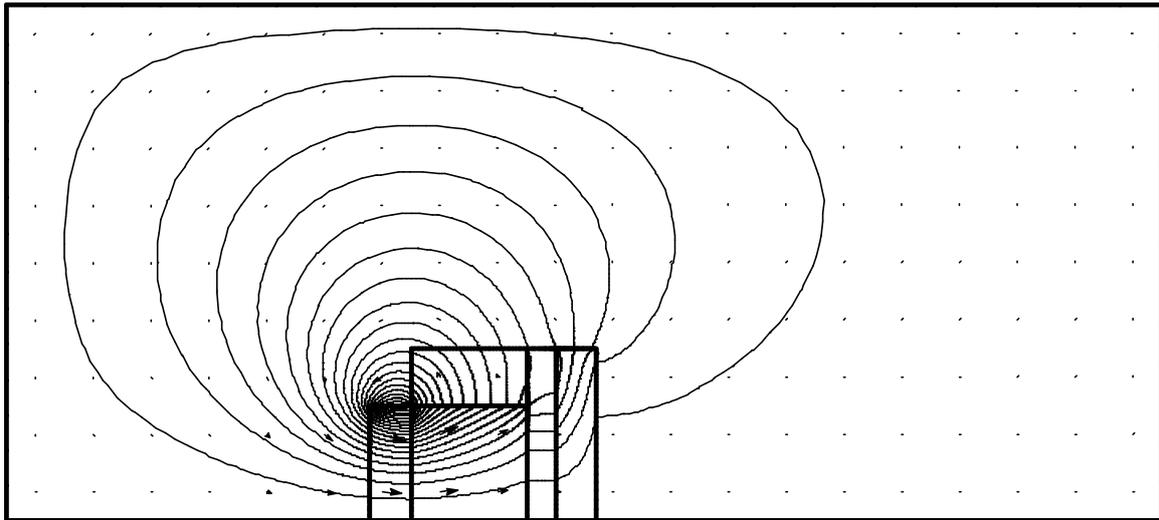


Рис. 4.22. Картина магнитного поля при максимальном зазоре  $\delta_{\max} = 5$  мм

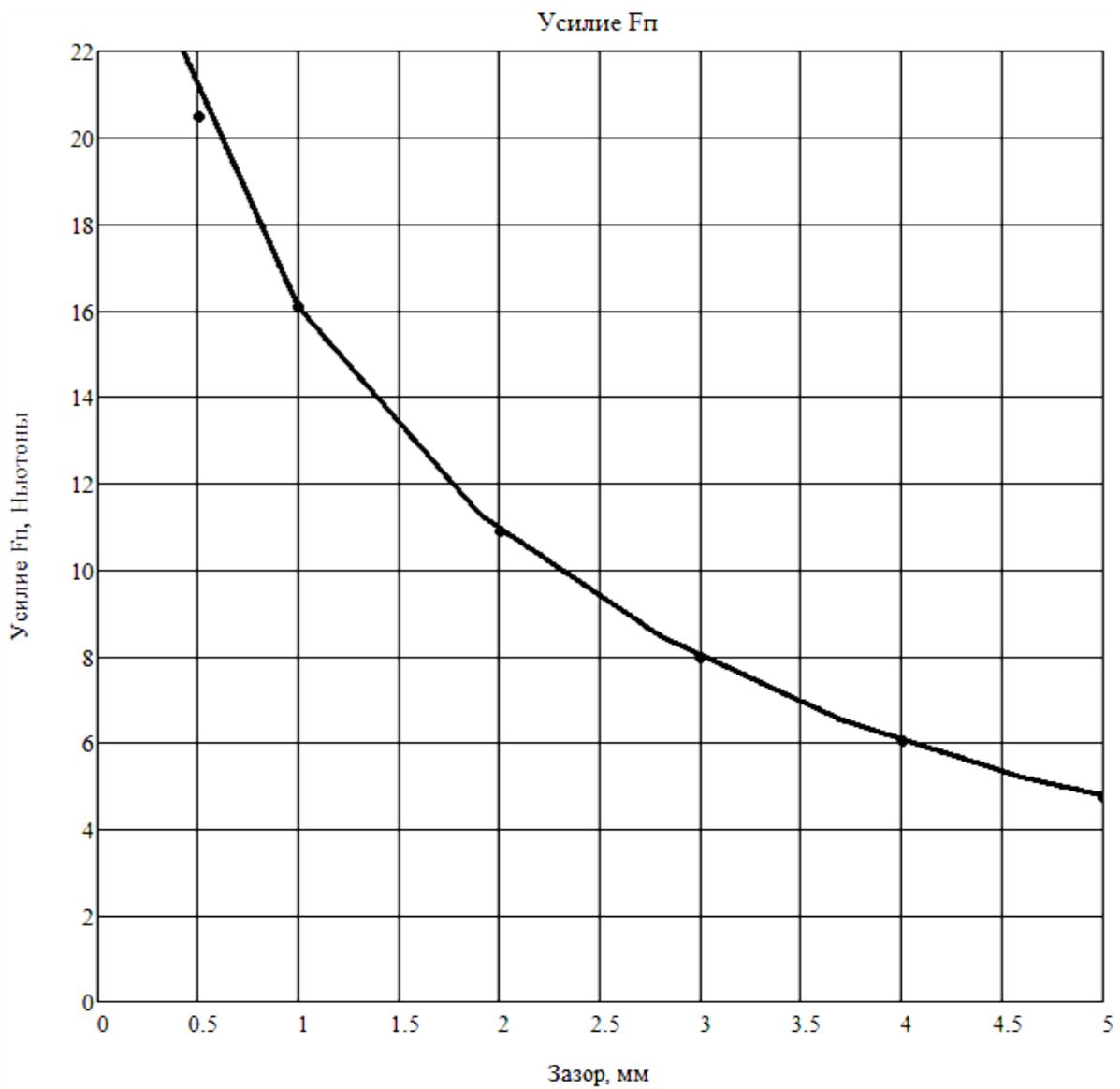


Рис. 4.23. Зависимость усилия от величины зазора  $F_{\Pi}(\delta)$

#### 4.8. Характеристики индукционно-динамического механизма

Рассмотрим индукционно-динамический механизм (ИДМ), который имеет катушку, намотанную медной шиной прямоугольного сечения, и алюминиевый диск, расположенный с малым воздушным зазором  $\delta$  в осевом направлении от катушки. Требуется определить усилие  $F_z$ , действующее на диск, в зависимости от величины начального зазора между катушкой и диском, а также от частоты переменного тока, питающего катушку.

Дано: Наружный радиус катушки  $R_{нк} = 50$  мм,

Внутренний радиус катушки  $R_{вк} = 20$  мм,

Осевая длина катушки  $L_k = 20$  мм,

Число витков катушки  $w_k = 10$ ,

Амплитуда синусоидального тока катушки  $I_m = 1000$  А,

Начальная фаза синусоидального тока катушки  $\varphi_0 = 0$ ,

Намагничивающая сила катушки  $F_m = w_k \cdot I_m = 10000$  А,

Минимальный зазор между катушкой и диском ИДМ  $\delta_{\min} = 0,5$  мм,

Максимальный зазор между катушкой и диском ИДМ  $\delta_{\max} = 5$  мм,

Наружный радиус алюминиевого диска  $R_{нд} = 50$  мм,

Радиус центрального отверстия алюминиевого диска  $R_{од} = 1$  мм,

Осевая длина алюминиевого диска  $L_d = 10$  мм,

Удельная электропроводность алюминия  $\gamma_{Al} = 38000000$  См/м.

Результаты: Для решения задачи использовался модуль ELCUT: магнитное поле переменных токов.

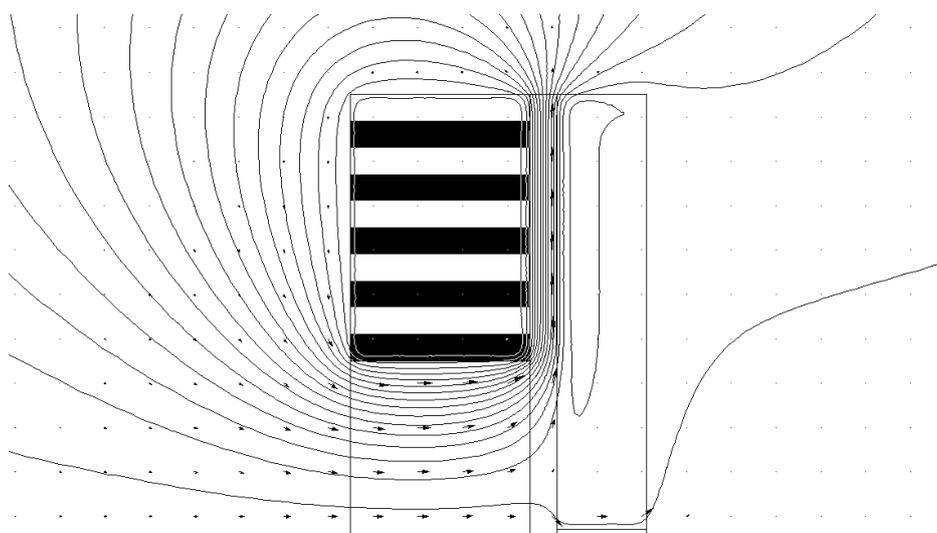


Рис. 4.24. Картина магнитного поля ИДМ с алюминиевым диском  
Зазор  $\delta = 3$  мм. Частота  $f = 3000$  Гц

Параметры катушки Импеданс  $Z = 37,434 \cdot 10^{-5}$  Ом,  
 Активное сопротивление  $R_{CU} = 8,1357 \cdot 10^{-5}$  Ом,  
 Реактивное сопротивление  $X_L = 36,539 \cdot 10^{-5}$  Ом,  
 Индуктивность  $L = 19,385 \cdot 10^{-5}$  Гн.

Параметры алюминиевого диска Импеданс  $Z = 28,453$  Ом,  
 Активное сопротивление  $R_{AL} = 27,319$  Ом,  
 Реактивное сопротивление  $X_L = 7,9554$  Ом,  
 Индуктивность  $L = 42,205 \cdot 10^{-5}$  Гн.

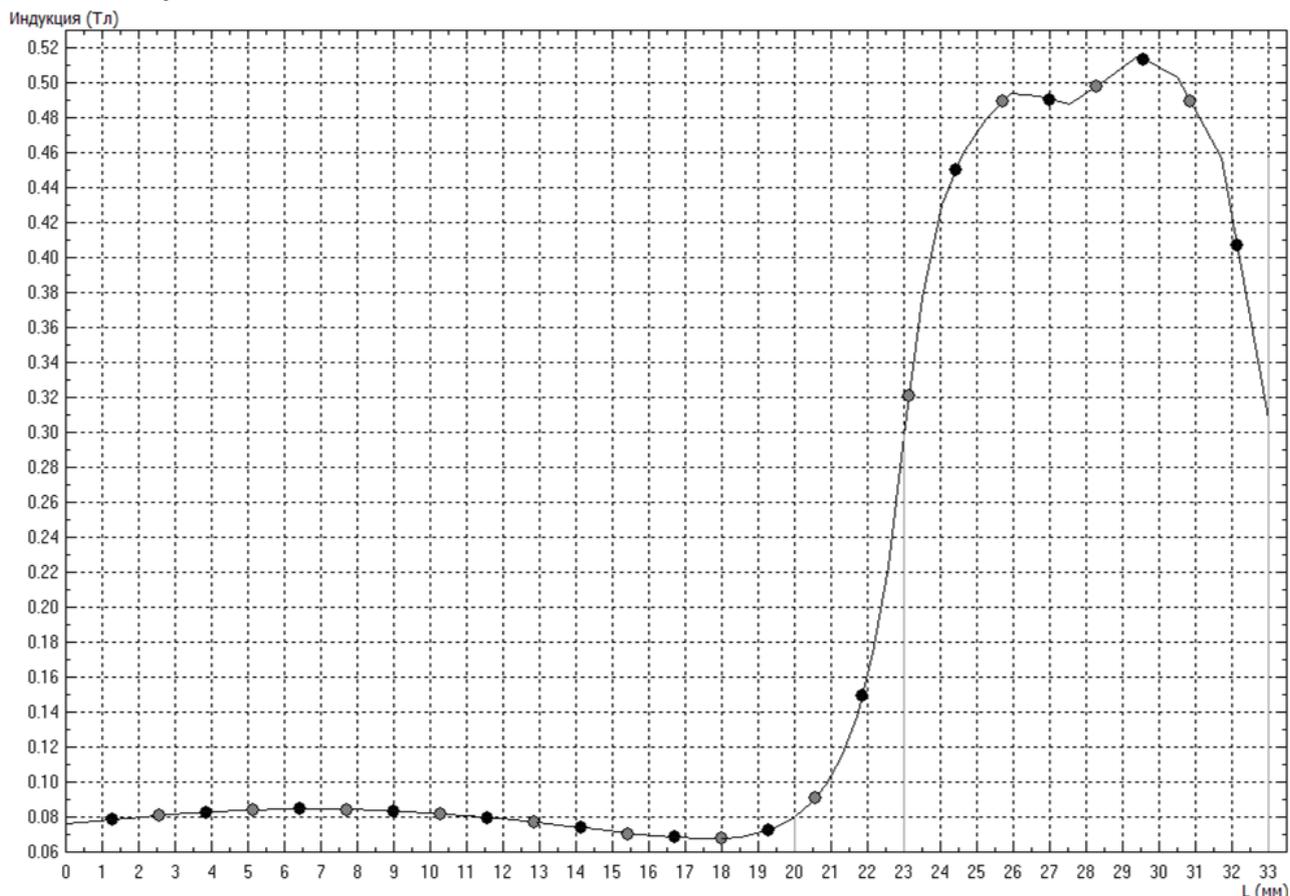


Рис. 4.25. Распределение магнитной индукции на оси ИДМ катушка –  $L = (0 - 20)$  мм, воздушный зазор  $L = (20 - 23)$  мм, диск –  $L = (23 - 33)$  мм

Таблица. Зависимость  $F_d(\delta)$  при  $f = \text{const}$

	Зазор $\delta$ (мм)	0,5	1	2	3	4	5
Индукционно динамический механизм	Усилие $F_d$ (Н) $f = 500$ Гц	54,3	49,9	42,3	36,1	31,2	26,9
	Усилие $F_d$ (Н) $f = 3000$ Гц	87,1	76,8	60,9	49,4	41,1	34,3

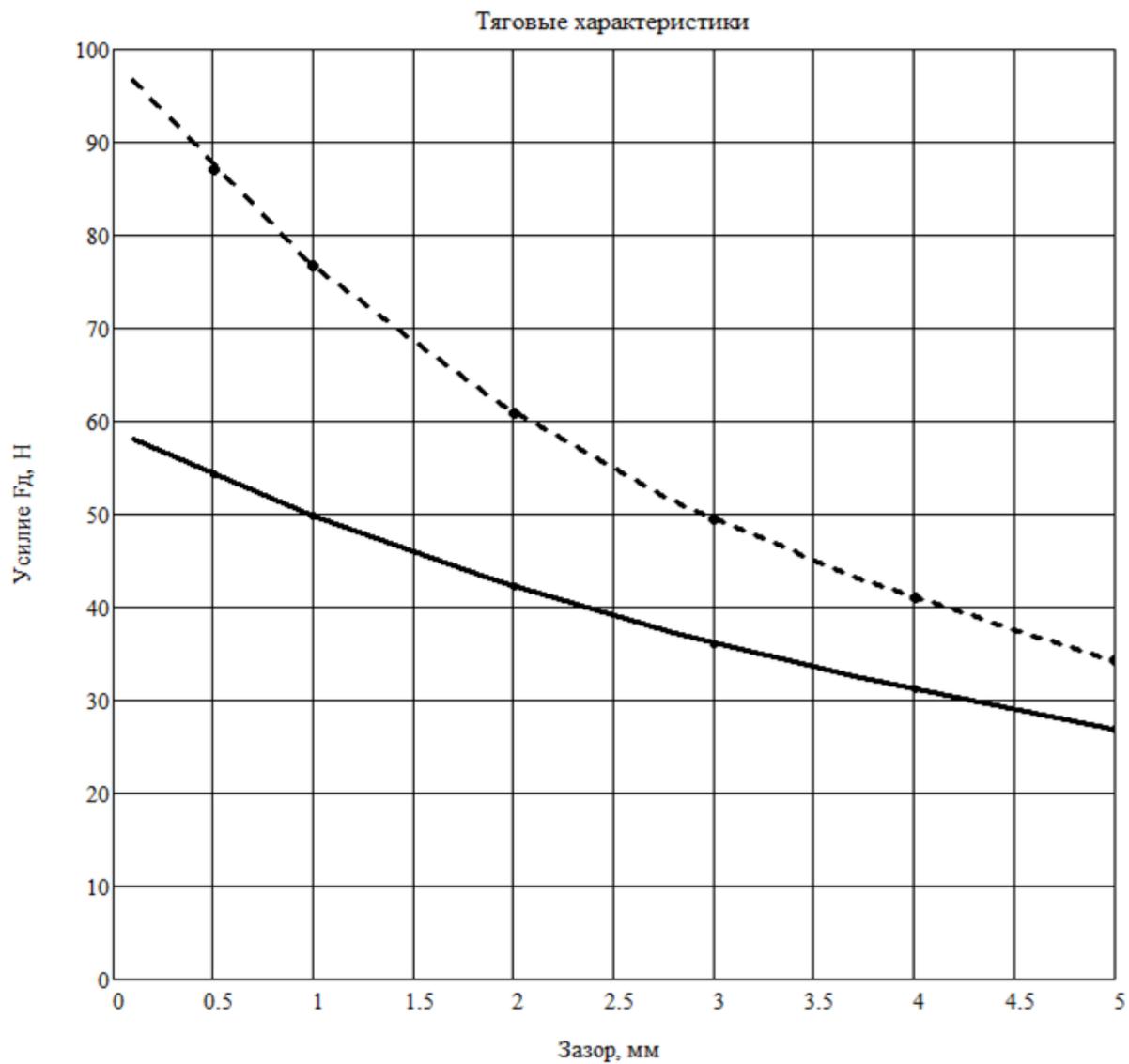


Рис. 4.26. Зависимости  $F_3(\delta)$  при  $f = \text{const}$  — сплошная кривая,  $f = 500$  Гц; пунктирная кривая,  $f = 3000$  Гц