

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

М.В. Сочава

**РЕШЕНИЕ ПОЛЕВЫХ ЗАДАЧ С
ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ ELCUT 6.0**
**Задачи магнитостатики и магнитного поля
переменных токов**

Учебное пособие

**Санкт-Петербург
2014**

УДК 621.313

Автор:

Сочава Марианна Валерьевна, к.т.н., доцент СПбГПУ

Решение полевых задач с помощью программы ELCUT 6.0. Задачи магнитостатики и магнитного поля переменных токов/ *Сочава М.В.* – Учебное пособие. – СПб., 2014. 38 с.

В представленном учебном пособии проводится сравнительный анализ современных программных продуктов предназначенных для решения полевых задач. Рассматриваются возможности использования пакета ELCUT 6.0 для моделирования физических полей в электромеханических устройствах. Приводятся структура базы данных пакета ELCUT 6.0, порядок решения задач и обсуждаются различные возможности представления полученных результатов. Поскольку расчет магнитного поля широко применяется при проектировании и исследовании электрических машин, дается теоретическое описание задач магнитостатики и магнитного поля переменных токов.

Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения, изучающих курс “Математические задачи электротехники” в рамках подготовки бакалавров по направлению 140400.62 “Электроэнергетика и электротехника”, профиль 04 “Электромеханика”, профиль 14 “Эксплуатация электрических машин”

СОДЕРЖАНИЕ

1. Современные системы моделирования физических полей.	4
2. Область применения и основные возможности программы Elcut 6.0.	7
3. Структура базы данных задачи в программе ELCUT.	9
4. Порядок решения задачи	11
4.1. Создание задачи.	11
4.2. Создание геометрической модели.	12
4.3. Привязка меток к геометрическим объектам.	18
4.4. Технология дискретизации области.	20
5. Анализ результатов решения.	20
6. Теоретическое описание задач магнитостатики.	23
7. Теоретическое описание задач магнитного поля переменных токов	32
8. Список литературы	38

1. Современные системы моделирования физических полей.

До последнего времени считалось, что полевые расчеты применяются в случаях, когда необходимо изучить локальные особенности проектируемой конструкции или уточнить существующие инженерные методики. Однако развитие современной вычислительной техники делают полевые расчеты повседневным инструментом инженера-проектировщика.

Непосредственное моделирование физических полей в электромеханическом устройстве позволяет избежать необходимости принимать большое количество допущений о характере распределения электромагнитного, теплового и других физических полей в пространстве электрической машины, необходимых для получения инженерной расчетной методики. Результатом решения полевой задачи является реальная картина распределения полей, что позволяет существенно повысить достоверность и точность расчетов. Кроме того, в высокоиспользуемых машинах (напр. турбогенераторах) важное значение имеет определение локальных концентраций полей и процессов в конструктивных элементах, поскольку они определяют термическую стойкость машины как в переходных, так и в установившихся режимах и должны учитываться при проектировании.

Среди существующего многообразия программных продуктов предназначенных для решения полевых задач можно выделить три универсальных пакета такого рода. Во-первых, это **ANSYS** – один из первых пакетов конечно-элементного анализа, во-вторых, **Femlab** – интегрируемый в **Matlab** новейший пакет для решения полевых задач, и, в-третьих, **Elcut** – практически единственный отечественный пакет, пригодный для моделирования **электромагнитных, тепловых и упругих полей** в электрических машинах. Все три пакета являются универсальными (предназначены для решения различных типов полевых задач), позволяют решать линейные и нелинейные задачи, и обладают примерно одинаковой точностью и возможностями.

Основные отличия пакетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

№	Возможности пакета	ANSYS	Femlab	Elcut 6.0
1	2	3	4	5
1	Вид анализа:			
	Электромагнитный	да	да	да
	Тепловой	да	да	да
	Гидрогазодинамический	да	да	нет
	Механический	да	да	да
	Совмещенный (мультифизичный)	да	да	<i>только последовательный</i>
2	Тип расчета:			
	Статический	да	да	да
	Динамический	да	да	<i>Для тепловых задач, задач нестационарного электрического и магнитного поля</i>
3	Геометрическая модель:			
	Двухмерная	да	да	да
	Осесимметричная	да	да	да
	Трехмерная	да	да	<i>пока только для задач электростатики</i>
4	Выбор типа конечного элемента	да	нет	нет
5	Возможность задавать энтальпию как параметр материала	да	нет	нет
6	Возможность моделирования внешних электрических цепей	да	да (экспорт в Simulink)	да

Среди рассматриваемых программ **Elcut** на первый взгляд обладает более ограниченными возможностями по сравнению с другими программами. Однако некоторые ограничения достаточно легко преодолеваются. Например, **Elcut** не позволяет моделировать трехмерные объекты для большинства типов задач, однако существует множество объектов являющихся с точки зрения геометрии телами вращения, а осесимметричные задачи с помощью **Elcut** решаются и дают те же результаты, что и в трехмерной постановке. Наиболее серьезным же недостатком **Elcut** является то, что в этой программе на сегодняшний день отсутствует возможность одновременного решения полевых задач (например, электромагнитной и тепловой). Это не позволяет автоматически учитывать изменение свойств материалов в процессе расчета. К примеру, нельзя учесть изменение магнитной проницаемости металла при изменении его температуры. Данный недостаток можно частично преодолеть, разбив временной отрезок, на котором производится тепловой расчет, на несколько отдельных участков. На каждом из таких участков необходимо предварительно решать электромагнитную задачу с новыми значениями свойств материалов.

Преимуществом же **Elcut** безусловно является наличие русскоязычной версии, документации на русском языке, большое количество примеров, поставляемых с программой, а также развитые возможности по обработке результатов расчета (расчет индуктивностей, емкостей, усилий и т.п.).

Пакет **ANSYS** обладает наибольшим числом достоинств. Это единственный пакет среди перечисленных, позволяющий моделировать переход материала из твердого состояния в жидкое и наоборот (фазовый переход). Однако дороговизна, сложность интерфейса программы, большое число параметров ее настройки и почти полное отсутствие учебников по программе на русском языке затрудняют ее использование.

Пакет **Femlab** соединяет в себе достоинства двух других пакетов. Он обладает простым и понятным интерфейсом, как **Elcut**, и имеет практически те же расчетные возможности, что и **ANSYS**. Кроме этого **Femlab** по-сути является инструментом (**toolbox**) пакета **Matlab** и работает под его управлением. Это означает, что все возможности программирования, доступные в **Matlab**, могут быть использованы и в **Femlab** (например, при обработке результатов расчета). Еще одним достоинством **Femlab** является

возможность экспорта конечно-элементной модели в **Simulink** (инструмент моделирования динамических систем, встроенный в **Matlab**). Это позволяет моделировать не только простейшие внешние электрические цепи, но и работу установки совместно с преобразователями электрической энергии, системами управления, исследовать частотные характеристики и устойчивость и т.п.

Таким образом, в зависимости от сложности решаемой задачи и требованиям по точности представления реального объекта в модели, пользователь может выбрать нужную программу для проведения расчетов.

2. Область применения и основные возможности программы Elcut 6.0.

ELCUT позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции (потенциала), а также задачи расчета напряженно-деформированного состояния твердого тела (плоские напряжения, плоские деформации, осесимметричные нагрузки). Рассматриваются три основных класса двумерных задач: плоские, плоско-параллельные и осесимметричные.

Плоские задачи обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах. Они решаются в двумерной прямоугольной системе координат.

Плоскопараллельные постановки используют декартову систему координат $x y z$, причем предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля неизменны в направлении оси z . Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости $x y$, называемой плоскостью модели. Принято, что ось x направлена слева направо, а ось y - снизу вверх. В этом случае рассматривается сечение моделируемых объектов бесконечно протяженных в плоскость чертежа.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат $z r \theta$. Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью

проводится в плоскости zr (точнее в полуплоскости $r \geq 0$). Ось вращения z направлена слева направо, ось r - снизу вверх. В этом случае в плоскости построения располагаются образующие тел вращения моделируемых объектов расчетной области. Следует иметь в виду: **все, что расположено ниже оси с координатами $r = 0$ является объектом с отрицательным радиусом и не имеет физического смысла.**

Пакет ELCUT 6.0 содержит в себе модули, позволяющие решать следующие типы задач

- Модуль *магнитное поле переменных токов* предназначен для расчёта магнитного поля, возбуждаемого синусоидальным током заданной частоты с учётом вихревых токов (вытеснения тока и эффекта близости). Для этого модуля обеспечено также совместное решение полевой задачи с присоединённой электрической цепью.
- Модуль *магнитостатика* предназначен для расчёта магнитного поля постоянных токов и/или постоянных магнитов с учётом насыщения ферромагнитных материалов.
- Модуль *нестационарное магнитное поле* предназначен для расчёта переходных процессов в электромагнитных устройствах. Этот вид анализа может включать учёт совместного действия переменных (в т.ч. импульсных) нагрузок и постоянных магнитов, а также совместное решение полевой задачи с присоединённой электрической цепью.
- Модуль *электростатика* предназначен для расчёта электростатического поля, вызванного приложенным потенциалом, объёмными, поверхностными и точечными зарядами.
- Модуль *электрическое поле постоянных токов* предназначен для расчета растекания постоянных токов в проводящих массивах.
- Модуль *электрическое поле переменных токов* предназначен для расчёта электрических полей, вызванных переменными напряжениями, с учётом токов утечки.
- Модуль *нестационарное электрическое поле* предназначен для расчёта электрических полей, вызванных импульсными напряжениями. Учитывает нелинейные физические свойства диэлектриков.

- Модуль *теплопередача* предназначен для расчёта переходного и установившегося температурного поля с учётом конвективного и радиационного теплообмена.
- Модуль *упругие деформации* может быть использован для расчёта механических напряжений в различных устройствах.

3. Структура базы данных задачи в программе ELCUT.

При решении задачи в пакете ELCUT, мы должны работать с разными типами документов: *задачи, геометрические модели, физические свойства материалов* и др. Каждый документ открывается в своем отдельном окне внутри главного окна ELCUT. Одновременно можно открыть любое число любых окон. Переходя из окна в окно, можно переключаться с одного документа на другой. Только одно окно в каждый момент времени является активным.

База данных ELCUT, относящаяся к каждой конкретной задаче, состоит из нескольких частей. Центральной частью этой базы данных является *описание задачи*, которое при записи на диск помещается в файл с расширением *.pbm – Elcut problem.

Этот файл содержит информацию о типе решаемой задачи (магнитостатика, растекание токов, магнитное поле переменных токов и т.п.), классе модели (плоская или осесимметричная), об уровне точности расчета, данные о выбранной системе координат и единицах измерения сетки привязки, Кроме этого, **файл описания задачи содержит имена остальных файлов, составляющих базу данных задачи.** В этом файле хранятся также некоторые начальные установки задачи (например, временные параметры для задачи нестационарной теплопередачи, частота, на которой производится расчет в задаче магнитного поля переменных токов) и информация о связях задач.

Файл *геометрии* содержит полное описание геометрии задачи, т.е. информацию о координатах каждой вершины и каждого ребра в модели, метки различных её частей и расчетную сетку конечных элементов. Файл имеет расширение *.mod – Elcut model. Разные задачи могут использовать общую

геометрическую модель (это, в частности, полезно при решении связанных задач). На размер файла *геометрии* (*.mod) значительное влияние оказывает наличие построенной сетки. При переносе файлов модели с одного компьютера на другой сетку желательно удалить, тогда размер файла уменьшается во много раз.

Файл *физических свойств* содержит информацию о свойствах меток, или, иными словами, свойства сред, источники поля и граничные условия, которые могут быть присвоены тем или иным ребрам, вершинам или блокам. Поскольку для различных задач свойства сред и граничные условия формулируются относительно различных физических величин – файл имеет различное расширение для каждого из типов задач. Документ свойств может быть использован как библиотека материалов для различных задач.

В процессе решения задачи ELCUT создает еще один файл - файл результатов. Этот файл всегда имеет расширение **.res**, имя, совпадающее с именем файла *описания задачи*, и помещается в ту же папку, в которой находится файл *описания задачи*.

На рис. 1 показан интерфейс программы. Цифрами обозначено: 1 – панель инструментов, 2 – окно файла геометрической модели, 3 – окно задания свойств меток блоков, ребер и вершин, 4 – конечно-элементная сетка, 5 – ребро, 6 – выделенный блок, 7 – шаг дискретизации конечно-элементной сетки.

Последовательность выполнения расчетов в общем виде выглядит следующим образом: 1) создание файлов задачи, свойств и геометрии с помощью мастера (рис. 2); 2) создание модели; 3) создание меток блоков, ребер и вершин (если требуется) геометрической модели; 4) построение конечно-элементной сетки, 5) решение задачи и анализ результатов решения.

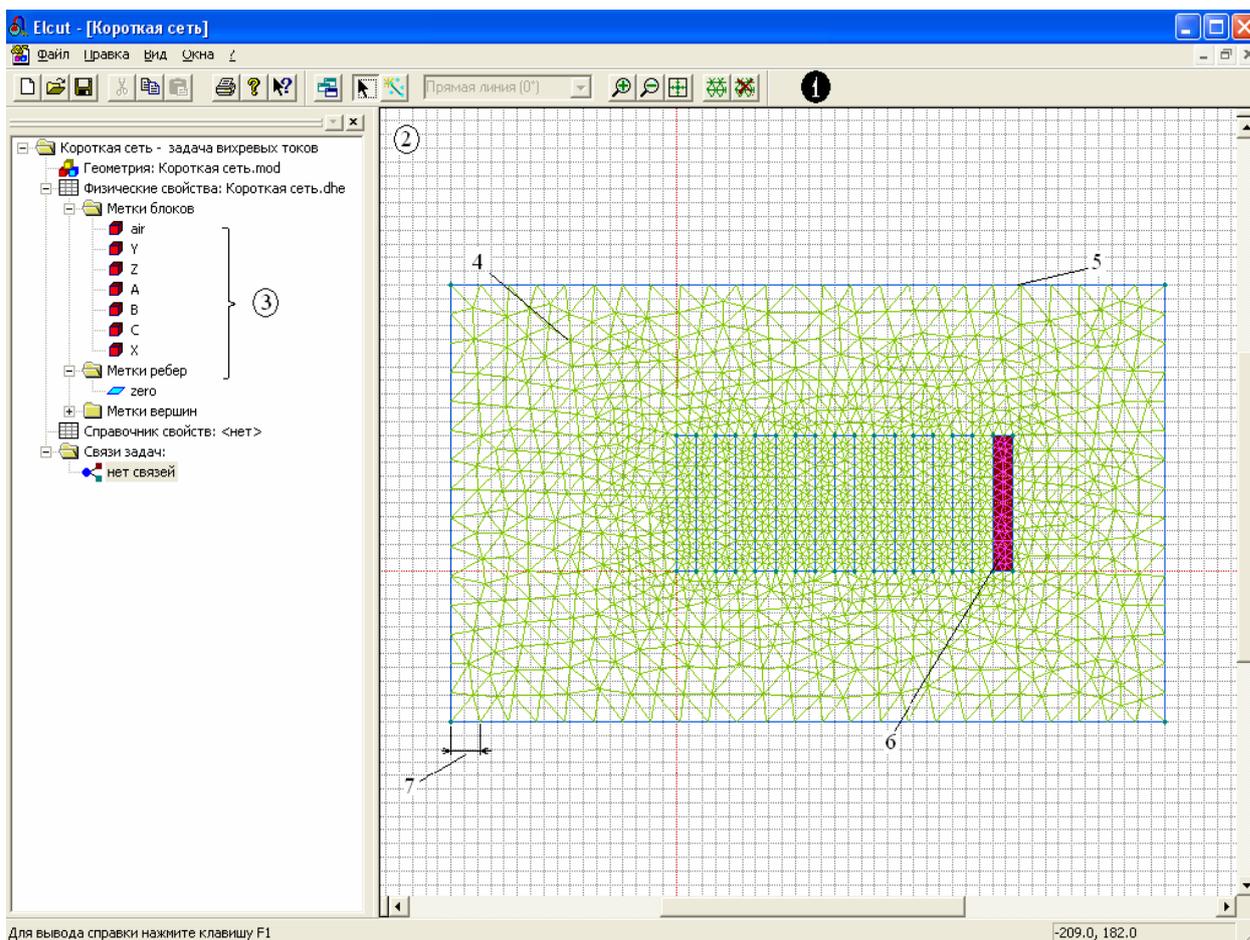


Рис. 1. Окно программы Elcut.

4. Порядок решения задачи

4.1. Создание задачи.

Чтобы создать новое пустое описание задачи, выберите позицию **Создать** из меню **Файл** и затем укажите **Задача ELCUT** в списке предлагаемых типов документов. Затем введите имя задачи и **укажите путь к папке в которой будут храниться файлы задачи**. Затем выберите параметры новой задачи: тип анализа, класс симметрии, точность решения, единицы измерения длины и др.

Чтобы открыть существующий документ, выберите позицию **Открыть** из меню **Файл** или перетащите файл в окно ELCUT из Проводника Windows.

Открытая задача отображается в окне описания задачи, которое расположено слева от главного окна ELCUT. В окне описания задачи вы можете задавать параметры задачи, такие как свойства материалов, источники поля и граничные условия. Дерево задачи показывает также имена файлов, на которые ссылается описание задачи. Ветви дерева "Физические свойства" и

"Библиотека свойств" содержат списки меток, присвоенных блокам, вершинам и ребрам модели при двумерном моделировании, либо списки меток тел, граней, ребер и вершин модели при трехмерном моделировании.

Чтобы изменить свойства задачи или имена файлов, выберите **Свойства задачи** в меню **Задача** или в контекстном меню (правая кнопка мыши).

Чтобы перейти к работе с документом, на который ссылается описание задачи (геометрическая модель или другая задача - источник данных), дважды щелкните на имени файла в дереве, или выберите **Открыть** в контекстном меню, или выберите соответствующий пункт в меню **Задача**. □ Чтобы решить задачу, выберите **Решить задачу** в меню **Задача** или в контекстном меню.

Чтобы увидеть результат решения, выберите **Анализ результатов** в меню **Задача** или в контекстном меню.

4.2. Создание геометрической модели

Геометрическая конфигурация задачи определяется как набор подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не пересекающиеся между собой иначе как по границе. Каждой подобласти приписан определенный набор физических свойств. В пакете используются термины *блок* для полигональной подобласти, *ребро* для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков и *вершина* для концов ребер и изолированных точек. Ребра, отделяющие расчетную область от остальной части плоскости, составляют *внешнюю границу* расчетной области. Все остальные ребра являются *внутренними границами*.

Вершина, *ребро* и *блок* - это три основных типа геометрических объектов, из которых строится модель в системе ELCUT.

Вершина - это точка на плоскости, координаты которой введены пользователем или вычислены автоматически как результат пересечения ребер. Для каждой вершины Вы можете задать шаг дискретизации и метку. Величина шага дискретизации задает примерное расстояние между соседними узлами сетки конечных элементов поблизости от данной вершины. Метка вершины используется, к примеру, для задания линейного источника поля или нагрузки.

Ребро - отрезок прямой или дуга окружности, соединяющая две вершины, и не пересекающая другие рёбра модели. Если вновь создаваемое ребро проходит через существующую вершину, то будут созданы два новых ребра, соединенные в данной вершине. Если новое ребро пересекает существующие рёбра, то все точки пересечения станут вершинами, а пересекающиеся рёбра будут разбиты на части. В качестве первого шага при дискретизации области рёбра разбиваются на элементарные отрезки в соответствии с шагами, заданными в вершинах. Ребру может быть присвоена метка, например, для описания граничного условия.

Блок - непрерывная, возможно неодносвязная, область, граница которой образована рёбрами и, возможно, изолированными вершинами. Блок может содержать отверстия, образованные замкнутыми или разомкнутыми цепочками рёбер или изолированными вершинами. Для описания физических свойств среды каждому блоку, входящему в расчетную область, **должна быть** присвоена *метка*. Помимо описания свойств среды метки блоков, также, используются для задания распределенных источников поля. Сетка конечных элементов создается в каждом блоке автоматически или с учетом шага дискретизации, заданного в отдельных вершинах. В непомеченных блоках расчет поля не производится независимо от того, построена ли в них сетка конечных элементов..

Метка - текстовая строка длиной от 1 до 16 символов, служащая для установления соответствия между геометрическими элементами модели и приписанными им физическими параметрами. Допускаются произвольные печатные символы, включая русские и латинские буквы, цифры, знаки препинания, пробел и другие символы.

Шаг дискретизации - имеющая размерность длины величина, сопоставленная вершине модели и задающая густоту сетки конечных элементов в прилегающей области. Задавая шаги дискретизации, можно управлять густотой сетки и, тем самым, точностью решения в тех или иных частях расчетной области.

Создание геометрической модели обычно происходит в три этапа:

- Построение геометрических объектов;
- Задание свойств, источников поля и граничных условий;
- Построение сетки конечных элементов.

Описывая геометрию модели, пользователь задает вершины и ребра, ограничивающие блоки (подобласти) с различными физическими свойствами. Можно создавать новые вершины и ребра, перемещать, дублировать и удалять любые геометрические объекты. Для выполнения операций над несколькими объектами одновременно, можно использовать механизм выделения.

Свойства сред, источники и граничные условия задаются путем присвоения меток различным геометрическим объектам.

Есть две возможности создания сетки конечных элементов для построенной модели:

- Первый подход, при котором автоматически создается гладкая сетка с плавным переходом от мелких элементов к более крупным, в зависимости от размеров геометрических объектов. Этот подход не требует от пользователя ввода какой-либо информации.

- Второй подход состоит в ручном задании размеров ячеек сетки. В этом случае Вам надо указать размеры ячеек в нескольких вершинах по Вашему выбору. Это значение автоматически распространится во все остальные вершины для получения достаточно гладкой сетки.

Построение геометрических объектов

Для удобства построения модели и контроля над возможными ошибками рекомендуется включать **сетку привязки** (при этом показывается координатная сетка в окне модели). Команда **сетка привязки** в меню **Вид**. Параметры сетки (шаги сетки по горизонтали и вертикали, притяжение вершин к узлам сетки, возможность масштабирования сетки вместе с окном модели) могут быть настроены под конкретную задачу.

Чтобы создать новую вершину:

1. Выберите **Добавить вершины** из меню **Правка**.
2. Введите координаты новой вершины и нажмите кнопку **Добавить**.
Повторяйте до тех пор, пока не введете координаты всех добавляемых вершин.
3. Нажмите кнопку **Заккрыть**.

Или:

1. Выберите команду **Режим вставки** из меню **Правка** или команду **Вставка вершин/ребер** из контекстного меню, либо нажмите клавишу **INS** или кнопку

Вставлять вершины и ребра на панели инструментов, чтобы перейти в *режим вставки*.

2. Убедитесь, что текущие параметры сетки привязки подходят для ввода координат создаваемых вершин.

3. Используя мышь или клавиши со **СТРЕЛКАМИ**, передвиньте указатель в точку, где нужно создать новую вершину, и нажмите левую кнопку мыши или клавишу ENTER.

Чтобы создать новое ребро:

1. Выберите команду **Режим вставки** в меню **Правка** или команду **Вставка вершин/ребер** в контекстном меню (правая кнопка мыши), либо нажмите кнопку на панели инструментов **Вставлять вершины и ребра** или клавишу INS, чтобы перейти в *режим вставки*.

2. Укажите раствор нового ребра в окне **Раствор дуги** инструментальной панели. Выберите одно из значений, находящихся в выпадающем списке или введите новое значение. Для создания прямолинейного ребра выберите нулевой угол.

3. В начальной точке создаваемого ребра: либо нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская ее, перетащите указатель мыши к конечной точке, либо нажмите клавишу SHIFT и, не отпуская ее, передвиньте указатель к конечной точке с помощью клавиш со **СТРЕЛКАМИ**. Если один или оба конца нового ребра не совпадают с уже существующими вершинами, недостающие вершины будут автоматически добавлены к модели перед созданием ребра. Если не выключать включенный по умолчанию режим привязки к решетке, новые вершины будут создаваться только в узлах координатной решетки.

Дистанция притяжения

Чтобы избежать неразличимых оплошностей при описании геометрии, новые вершины или ребра не могут быть созданы слишком близко от существующих вершин и ребер. Создание новых геометрических объектов контролируется величиной, которую обозначается ϵ и называется *дистанцией притяжения*.

При создании новых вершин и ребер действуют следующие правила:

- Создание новой вершины возможно на расстоянии не менее 2ϵ от существующей вершины.

- Новое ребро не может быть добавлено в геометрическую модель, если оно объединяет те же вершины, что и существующее ребро, и расстояние между этими ребрами не превосходит ε .
- Если расстояние между новой вершиной и существующим ребром не превосходит ε , вершина проектируется на ребро, автоматически разбивая его на две части. Аналогично, при добавлении нового ребра, проходящего на расстоянии не более ε от существующей вершины, к модели добавляются два ребра, соединяющихся в этой вершине.

Дистанция притяжения пропорциональна размеру видимой части модели, поэтому, чтобы при создании особенно мелких объектов избежать притягивания различных вершин и ребер друг к другу, нужно предварительно увеличить масштаб изображения.

Дублирование или перемещение объектов

Повторяющиеся геометрические объекты легко могут быть созданы путем копирования или перемещения любого набора объектов на новом месте. Чтобы сделать копию (продублировать объекты):

1. Выделите любое количество объектов (вершин, ребер и блоков) которые Вы хотите скопировать.
2. Выберите команду **Дублировать** выделенное в меню **Правка** или контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.
3. Выберите метод копирования, введите его параметры и нажмите ОК. Создаваемые объекты появятся на экране, и программа спросит у Вас подтверждение на их включение в модель. Таким образом, Вы сможете убедиться в правильности ввода параметров.
4. Нажмите кнопку **Да**, чтобы подтвердить копирование. Новые объекты будут встроены в модель, и выделенным окажется последняя их копия. Операция копирования сохраняет все явно заданные свойства исходных объектов, включая метки и шаги дискретизации. Не копируется только сетка конечных элементов.

Используйте операцию копирования с осторожностью, поскольку неверный набор параметров может привести к созданию новых объектов в ненужном месте. Эти ненужные объекты могут накладываться на Ваши старые

объекты, порождая множество ненужных вершин в местах пересечения рёбер. Их последующее удаление может оказаться трудоёмким делом.

Можно также переместить выделенные объекты на новое место, соблюдая определенные ограничения: топология области при этом не должна претерпевать изменений, и не должно образовываться никаких новых пересечений или соприкосновений. Чтобы переместить выделенные объекты, выберите команду **Переместить** выделенное в меню **Правка** или в контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.

Операции копирования и перемещения объектов могут быть выполнены путем следующих геометрических трансформаций:

Перемещение — параллельный перенос выделенных объектов на заданный вектор. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего переноса. Необходимые параметры преобразования - компоненты вектора перемещения.

Поворот — выделенные объекты поворачиваются вокруг указанной точки на заданный угол. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего поворота. Необходимые параметры - координаты центра и угол поворота в градусах..

Симметрия — выделенные объекты отображаются симметрично относительно линии, заданной любой принадлежащей ей точкой и углом между линией симметрии и горизонтальной осью. Положительное значение угла означает направление против часовой стрелки. Это преобразование применяется только для операции копирования.

Масштабирование — выделенные объекты растягиваются (сжимаются) в смысле преобразования гомотетии. Необходимые параметры - координаты центра гомотетии и масштабный фактор. Это преобразование применяется только для операции перемещения.

Помимо непосредственного задания геометрии модели средствами графического диалога, имеется возможность импорта геометрической модели или ее части из файла в формате DXF, который можно создать с помощью любой из распространенных систем автоматизированного проектирования.

Для этого выберите **Импорт DXF** из меню **Файл**, и после появления диалога выберите или введите имя нужного файла. При необходимости, границы окна модели будут раздвинуты так, чтобы после импорта все элементы модели были видны на экране.

Существует также специальная надстройка для импорта в геометрическую модель ELCUT эскизов из *работающей одновременно программы* SolidWorks. Чтобы воспользоваться ей, выберите команду **Импорт из SolidWorks** из меню **Правка**.

При решении осесимметричных задач важным моментом является расположение моделируемых объектов относительно оси симметрии задачи. Следует отметить, что в программе ELCUT ось симметрии всегда располагается горизонтально и имеет координаты $r = 0$.

Одна и та же геометрическая фигура при различном взаимном расположении относительно оси симметрии и классе модели отражает абсолютно разные трехмерные объекты (табл. 2).

4.3. Привязка меток к геометрическим объектам

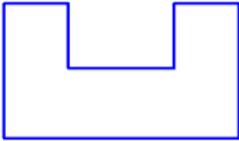
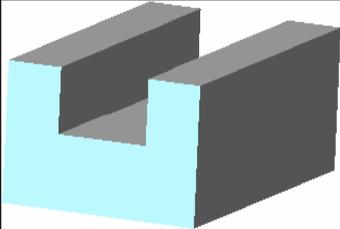
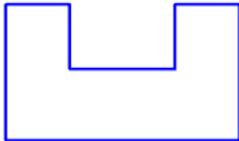
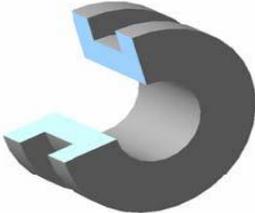
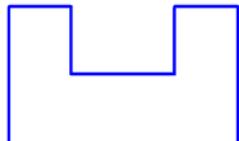
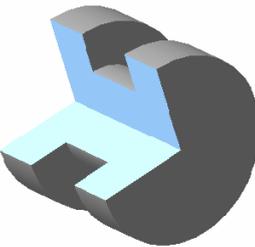
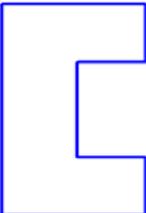
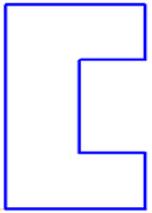
Соответствие между геометрическими элементами модели и приписанными им свойствами материалов, граничными условиями и источниками поля устанавливается с помощью меток.

Чтобы привязать метку к объекту:

1. Выделите объект.
2. Выберите команду **Свойства** из меню **Правка** или контекстного меню.
3. Введите метку в соответствующем поле диалога и нажмите **ОК**.

Имя метки появится в окне задания физических свойств со знаком вопроса. Кликнув правой кнопкой мыши на эту метку и выбрав в контекстном меню команду **Свойства**, Вы получите возможность задать свойства материалов, граничные условия или источники поля для этой метки.

Таблица 2

Класс модели	Представление в программе ELCUT	Соответствующий представлению трехмерный объект
Плоская		
Оссесимм.		
Оссесимм.		
Оссесимм.		
Оссесимм.		

4.4. Технология дискретизации области

После описания геометрии области или ее части можно приступить к построению конечно-элементной сетки.

Густота сетки непосредственно влияет на точность решения в тех или иных частях расчетной области. Сетка должна быть особенно густой в местах сильной неоднородности поля, а также в тех местах расчетной области, где Вы хотите получить наивысшую точность.

При решении задач с несложной геометрией области или для прикидочных расчетов сетка может быть полностью построена в автоматическом режиме. Для этого просто выберите команду **Построить** сетку в меню **Правка** или контекстном меню и Вы получите подходящую сетку конечных элементов безо всякой предварительной информации о её густоте.

При необходимости Вы можете вручную управлять густотой сетки с помощью задания шагов дискретизации в вершинах. Шаг дискретизации определяет примерное расстояние между соседними узлами сетки в окрестности данной вершины. Для получения равномерной сетки во всей области, задайте шаг дискретизации всего в одной вершине. Это значение автоматически распространится на все остальные вершины. Если нужна неравномерная сетка, задайте шаги в тех вершинах, где необходимо получить самую крупную и самую мелкую сетку. В этом случае шаги дискретизации автоматически распространяются на остальные вершины, интерполируются вдоль сторон и внутрь блоков таким образом, чтобы обеспечить наиболее плавную зависимость размеров ячеек сетки от координат.

После задания шагов дискретизации Вы можете приступить к построению сетки. Сетка строится последовательно блок за блоком. Можно запросить построение сетки в одном блоке, или в выделенных блоках, или во всех блоках сразу.

5. Анализ результатов решения

После завершения построения геометрической модели, задания физических свойств материалов для всех блоков, в которых Вы хотите

получить картину поля, задания необходимых источников поля (в блоках, на ребрах или в вершинах), а также построения сетки конечных элементов, Вы можете приступить к решению задачи и получению картины поля. Для этого в меню **Задача** выберите команду **Решить**. Для решения задачи потребуется некоторое время в зависимости от сложности геометрической модели, возможностей Вашего компьютера и количества узлов сетки конечных элементов.

ELCUT позволяет представить решение задачи несколькими способами:

- картины поля;
- локальные полевые значения;
- интегральные величины;
- мастера вычисления параметров;
- графики и таблицы в пространстве;
- графики и таблицы во времени;
- таблицы и графики напряжений и токов в элементах присоединенной электрической цепи;
- экспорт таблиц, картинок и всего конечно-элементного решения в другие программы;
- траектории заряженных частиц;
- анимация картины поля.

Чтобы приступить к просмотру и анализу результатов решения задачи, выберите команду **Картина поля** в меню **Задача** или в контекстном меню окна задачи.

Анализ решения начинается с того, что ELCUT открывает новое окно, в котором изображается картина вычисленного поля. Для настройки картины используется команда **Вид > Свойства картины поля**. В открывшемся окне диалога можно изменить настройки для отображения картины поля, например, изменить масштаб прорисовки силовых линий (или убрать силовые линии совсем), вывести для отображения векторное поле выбранной переменной, изменить переменную, для которой строится картина поля и т.д. Дополнительно в данном окне можно задать максимальное и минимальное значение для выбранной переменной.

Набор физических величин, которые могут быть отображены в виде картины поля, зависит от типа задачи.

С помощью меню **Вид >Локальные значения** можно определить значения физических величин, характеризующих поле, в требуемых точках. После выбора данного пункта меню появится дополнительное окно, в котором будут отображаться значения переменной в точке, указанной "мышью" на общей картине поля.

Для расчета интегральных значений сначала необходимо построить контур, по которому будет выполняться интегрирование

Есть два способа добавления линий к контуру: Выберите команду **Добавить (Линия...)** из меню **Контур** или контекстного меню и затем перемещайте мышь с нажатой левой кнопкой к концу будущей линии. Или выберите команду **Ввод линий** из меню **Контур** или контекстного меню и вводите координаты концевых точек и угловой размер дуги с клавиатуры. Тип рисуемой линии можно изменить с помощью панели инструментов **Панель анализа результатов**. Замыкание контура можно выполнить с помощью команды **Контур/Замкнуть**.

Контур изображается при помощи направленных отрезков и дуг либо, если он замкнут и положительно ориентирован (против часовой стрелки), - в виде залитого цветом многоугольника.

После создания контура следует обратиться к пункту меню **Вид >Интегральные значения**. При выполнении данной команды откроется дополнительное окно со списком рассчитанных интегральных характеристик. Щелкнув один раз по кнопке рядом с названием параметра можно вывести на экран его значение.

После построения контура активными также становятся кнопки **График** и **Таблица** в выпадающем списке меню **Вид**. Это два удобных способа представления распределения вычисленных физических величин поля вдоль выбранного контура. В программе имеются обширные возможности настройки параметров графиков и таблиц, возможность их экспортирования в другие программы для дальнейшей обработки, вывода на печать и т.д

Общепотребительные электротехнические параметры могут быть вычислены с помощью **Мастера Вычисления параметров** (команда **Мастер** в меню **Вид**). Эти вычисления можно сделать и обычным способом с

использованием имеющихся интегральных величин, однако мастер позволит вам получить результат быстрее и во многих случаях избежать трудоемких процедур, таких как ручное построение контура интегрирования и арифметические операции с комплексными числами.

В настоящее время ELCUT предоставляет три мастера:

- **Мастер индуктивности** вычисляет собственные и взаимные индуктивности проводников и катушек в магнитных задачах постоянных и переменных токов,
- **Мастер емкости** вычисляет собственные и взаимные емкости проводников в задачах электростатики,
- **Мастер импеданса** вычисляет импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

Если возможностей ELCUT для анализа решения полевой задачи недостаточно, или решение используется в качестве исходных данных для другой программы, вы можете вывести результаты расчета в текстовый или двоичный файл. Для этого выберите команду **Экспорт поля...** в меню **Файл**. В ответ откроется окно **мастера экспорта поля**, который предложит выбор между двумя способами вывода:

1. Вывод полевых величин в узлах прямоугольной решетки, наложенной на всю расчетную область или ее часть;
2. Вывод сетки конечных элементов вместе со значениями поля в каждом узле треугольного конечного элемента.

6. Теоретическое описание задач магнитостатики.

Расчет магнитного поля применяется при проектировании и исследовании различных устройств, таких как соленоиды, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, реакторы, и т.п. Обычно при расчетах магнитного поля представляют интерес такие величины как магнитная индукция, напряженность магнитного поля, магнитостатические силы и моменты, индуктивность, а также потокосцепления с различными обмотками.

Пакет ELCUT может применяться для решения линейных и нелинейных задач магнитостатики в плоской и осесимметричной постановке.

Используется формулировка задачи относительно векторного магнитного потенциала.

Задачи магнитостатики могут быть решены в линейной и нелинейной постановках. Источником поля могут служить сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, постоянные магниты, а также внешние магнитные поля.

При решении этих задач используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, \mathbf{B} – вектор магнитной индукции). В рассматриваемых задачах вектор индукции \mathbf{B} всегда лежит в плоскости модели ($x y$ или $z r$), а вектор плотности стороннего тока \mathbf{j} и векторный потенциал \mathbf{A} перпендикулярны к ней. Иными словами электрический ток, создающий магнитное поле, направлен перпендикулярно плоскости чертежа, или движущиеся заряды, создающие постоянное магнитное поле, перемещаются перпендикулярно плоскости чертежа. Отличны от нуля только компоненты j_z и A_z в плоско-параллельном случае или j_θ и A_θ в осесимметричных задачах. В дальнейшем они будут обозначаться просто как j и A . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right)$$

а для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right)$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r), составляющие коэрцитивной силы H_{cx} и H_{cy} (H_{cz} и H_{cr}), а также плотность тока j – постоянные величины в пределах каждого из блоков модели.

В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ($\mu_x = \mu_y$ или $\mu_z = \mu_r$) и задаются зависимостью $B = f(H)$, представленной кубическим сплайном.

Источники поля могут быть заданы в блоках, на рёбрах или в отдельных вершинах модели. В магнитостатике под источниками поля понимаются сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, а также

постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости xy (или zr), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью. Пространственно распределенный ток описывается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков, ассоциированной с блоком. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле:

$$j = n \cdot I/S,$$

где n – количество витков катушки, I – полный ток, и S – площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же полное число ампер-витков, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

Граничные условия. При построении модели на внутренних и внешних границах области допустимы следующие виды граничных условий.

Условие Дирихле, задающее на части границы наперед известный векторный магнитный потенциал A_0 в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции

на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например на оси симметрии задачи (рис. 2), или для указания полного

затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, ELCUT позволяет задать условие Дирихле как линейную функцию координат в виде:

$$A_0 = a + bx + cy \quad \text{для плоских задач;}$$

$$rA_0 = a + b zr + cr^2/2 \quad \text{для осесимметричных задач.}$$

Константы a , b и c постоянны в пределах стороны, но могут меняться от одной части границы к другой. Такой подход позволяет моделировать однородное внешнее поле путем задания ненулевого значения нормальной компоненты индукции на прямолинейных участках границы.

Подбором значений константы на разных сторонах все условия Дирихле должны быть согласованы так, чтобы функция A_0 была непрерывна в точках соприкосновения границ.

Замечание. Для того, чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

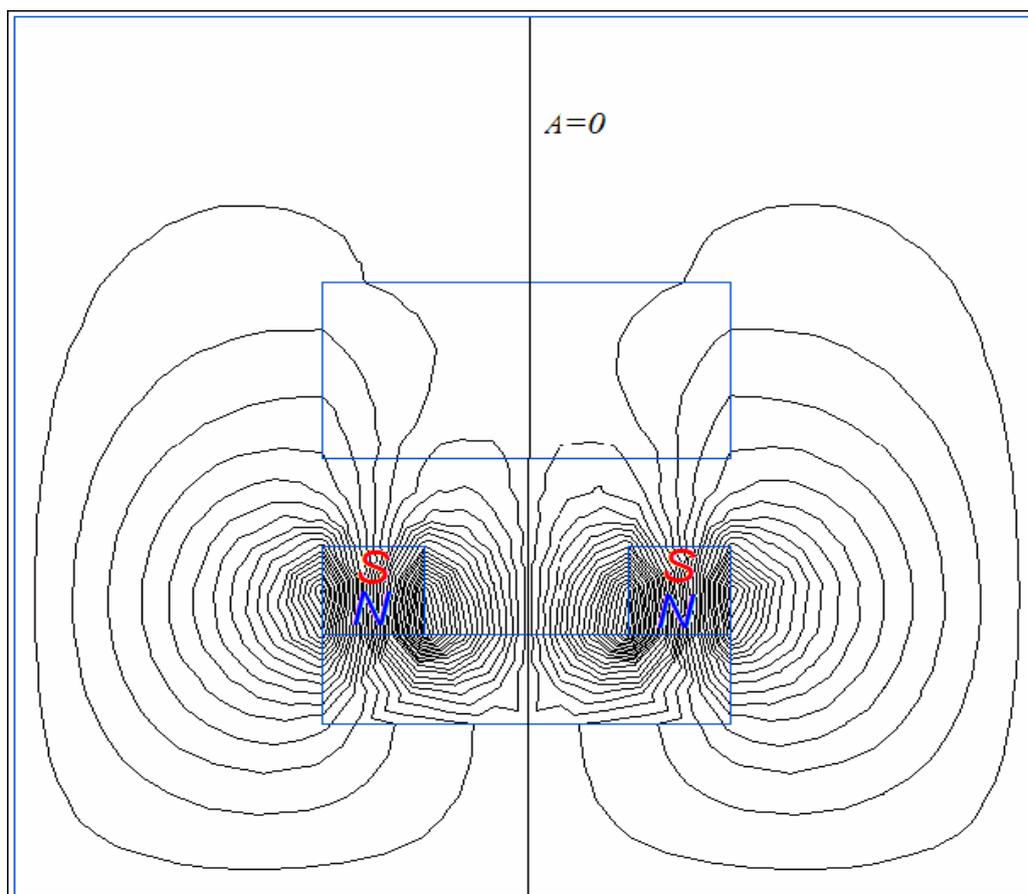


Рис. 2. Картина поля в плоских симметричных моделях

Условие Неймана имеет вид

$$H_t = \sigma \text{ на внешних границах,}$$

$$H_t^+ - H_t^- = \sigma \text{ на внутренних границах,}$$

где H_t – тангенциальная компонента напряженности поля, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, и σ – линейная плотность поверхностного тока. Если σ равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе (рис. 3) означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе и часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

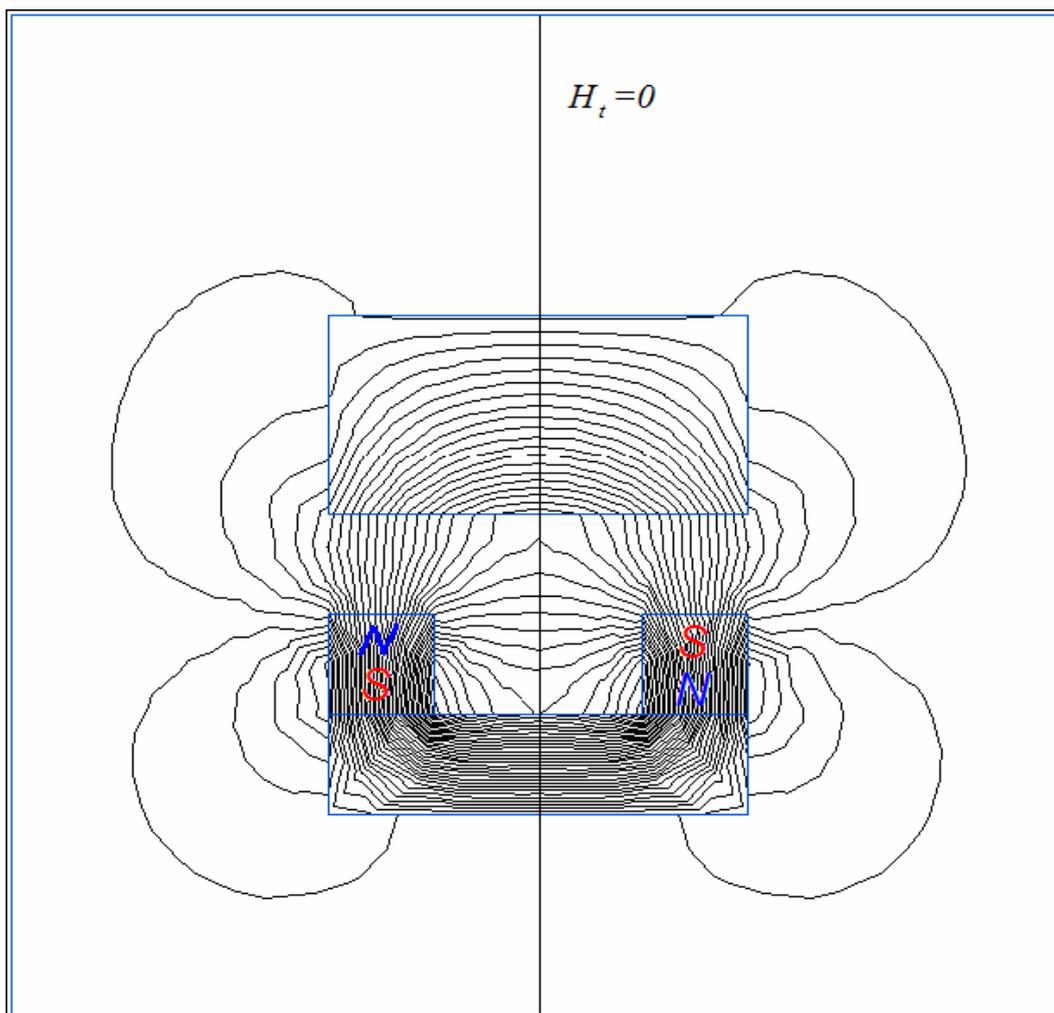


Рис. 3. Картина поля в плоских антисимметричных моделях

Замечание. При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости антисимметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Граничное условие нулевого потока используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока $rA = \text{const}$ в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

Периодические граничные условия

Специальный вид граничных условий используется для уменьшения области решения, если в исходной модели присутствует периодическая симметрия (например, полюса в электрической машине). Периодические условия задаются на противоположных сторонах модели и определяют, что значение поля по обе стороны границы либо полностью совпадает (четная периодичность), либо равно по величине и противоположно по знаку.

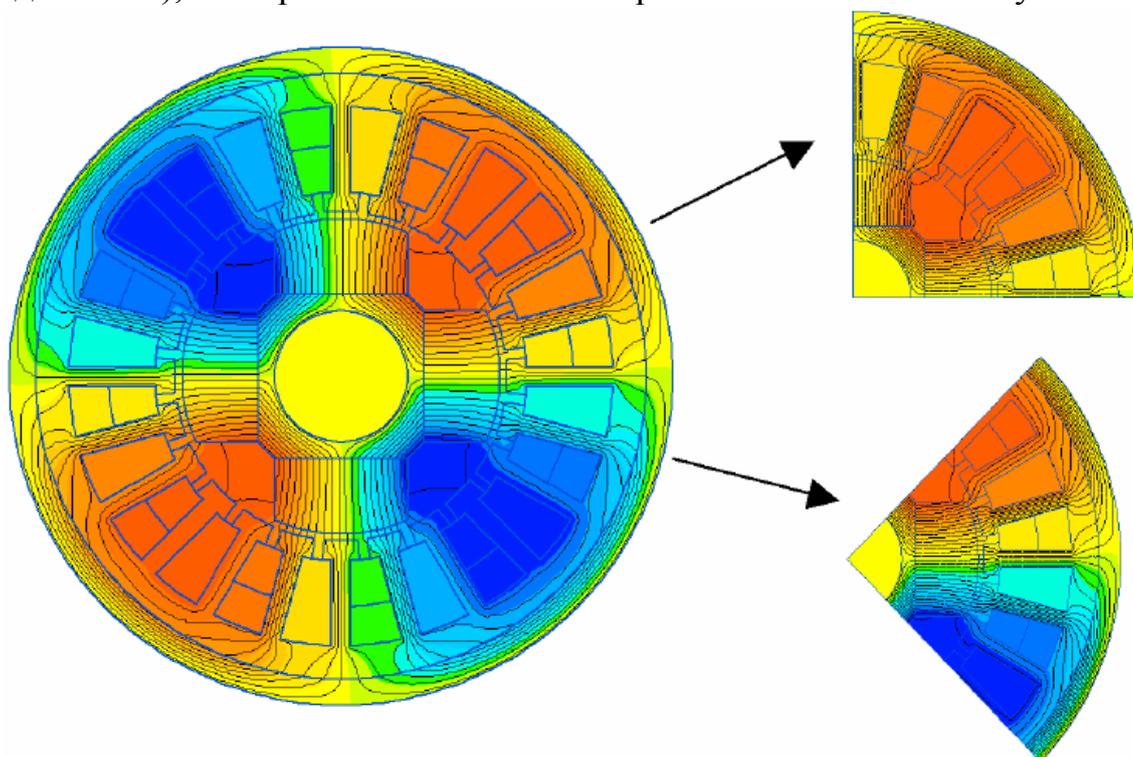


Рис. 4. Периодические граничные условия

Периодические условия являются более общими условиями, чем условия Дирихле и Неймана, так как они не предполагают, что поле симметрично (отсутствует нормальная компонента) или антисимметрично (отсутствует тангенциальная компонента) на рассматриваемой границе. Обе компоненты могут существовать, но они должны совпадать или быть противоположными. Чтобы задать периодическое граничное условие, просто отметьте соответствующий флажок (Четная или Нечетная периодичность) для метки, описывающей свойства ребер на периодической границе.

Свойства сред: воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью изотропные ферромагнетики, проводники с током, линейные и нелинейные постоянные магниты. Кривые намагничивания ферромагнитных материалов вводятся и редактируются при помощи окна работы с кривыми.

Постоянные магниты. Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в ELCUT как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой H_c направленной вдоль оси x , может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен H_c , а по нижней границе равен $-H_c$.

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы, так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. При задании кривой размагничивания такого магнита сначала необходимо указать начальное значение коэрцитивной силы магнита, а это поле недоступно, пока не задано значение магнитной проницаемости. Поэтому сначала следует указать значащее значение магнитной проницаемости, затем коэрцитивную силу

магнита, а затем, выставив флажок «нелинейный материал», начать редактирование кривой размагничивания.

Вычисляемые физические величины. При анализе результатов расчета магнитного поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

Локальные величины:

- Векторный магнитный потенциал \mathbf{A} (функция потока rA в осесимметричном случае);
- Вектор магнитной индукции $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad B_y = \frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{для плоско-параллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{для осесимметричного поля;}$$

- Вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B}$, где μ – тензор магнитной проницаемости.

Интегральные величины:

- Суммарная магнитная сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме (пондеромоторная сила)

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint (\mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности окружающей заданный объем, а \mathbf{n} - единичный вектор внешней нормали к поверхности;

- Суммарный момент магнитных сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint ((\mathbf{r} \times \mathbf{H})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{r} \times \mathbf{B})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - (\mathbf{r} \times \mathbf{n})(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где \mathbf{r} - радиус-вектор точки интегрирования.

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dV$$

- Потокосцепление на один виток обмотки

$$\Psi = \frac{\oint A ds}{S} \quad \text{– в плоскопараллельном случае;}$$

$$\Psi = \frac{2\pi \oint r A ds}{S} \quad \text{– в осесимметричном случае;}$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а S обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на один метр длины в осевом направлении. Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.

Вычисление индуктивностей. Чтобы вычислить собственную индуктивность катушки, необходимо задать ток только в ней и убедиться, что все прочие токи выключены. После решения задачи следует открыть окно анализа результатов и вычислить потокосцепление с контуром, совпадающим с поперечным сечением катушки. После этого искомая собственная индуктивность может быть получена по формуле:

$$L = \frac{n\Psi}{I},$$

где n – число витков катушки, Ψ – потокосцепление, I – ток в каждом из витков катушки.

Взаимная индуктивность двух катушек может быть найдена таким же образом. Отличие от предыдущего случая состоит лишь в том, что ток должен быть задан в одной из двух катушек, а потокосцепление вычисляться с другой из них:

$$L_{12} = \frac{n_2 \Psi_2}{I_1}$$

В плоско-параллельном случае каждая катушка должна быть представлена как минимум двумя проводниками с равными и противоположно направленными токами. В одних случаях оба проводника присутствуют в модели, в других только один из проводников включается в модель, а второй замещается граничным условием $A = 0$ на плоскости симметрии задачи. В плоско-параллельных задачах индуктивность вычисляется на единицу длины в направлении оси z

7. Теоретическое описание задач магнитного поля переменных токов.

Данный вид анализа используется для расчета магнитных полей, возбужденных токами, синусоидально изменяющимися во времени и, наоборот, для расчета токов, индуцированных переменным магнитным полем в проводящей среде (вихревых токов).

Изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрические токи изменяются как:

$$z = z_0 \cos(\omega t + \phi_z)$$

где z_0 – амплитудное (максимальное) значение z , ϕ_z – фазовый угол, и ω – угловая частота.

Замечание. Постоянные магниты не могут быть учтены в задачах данного типа. Здесь предполагается, что все величины, описывающие поле в любой его точке, изменяются во времени синусоидально. Постоянные магниты привнесли бы в систему постоянный во времени магнитный поток.

Полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{стор}} + \mathbf{j}_{\text{вихр}}$$

Задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции). Вектор магнитной индукции предполагается лежащим в плоскости модели (xz или rz), в то время как вектор плотности электрического тока \mathbf{j} и векторный магнитный потенциал \mathbf{A} ортогональны к нему. Только компоненты j_z и A_z в плоской постановке и j_θ и A_θ в осесимметричном случае отличны от нуля. Будем обозначать их просто j и A . Уравнение для плоской задачи запишется как

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}}$$

и для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}},$$

где электропроводность γ и компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r) постоянны в пределах каждого блока модели. Сторонняя составляющая тока $j_{\text{стор}}$ предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ($\sim 1/r$) в осесимметричном случае.

Замечание. ELCUT позволяет использовать нелинейные материалы с магнитной проницаемостью, зависящей от интенсивности магнитного поля (магнито-мягкие ферромагнетики). В этом приближении используется специально модифицированная кривая намагничивания ферромагнитного материала. Автоматический пересчет кривой намагничивания $B(H)$ выполняется с таким расчетом, чтобы сохранялась средняя энергия магнитного поля за период. Редактор кривой намагничивания для данного типа задач показывает одновременно исходную и пересчитанную кривые.

Источники поля: объемная, поверхностная или линейная плотность тока, полный ток или напряжение, приложенное к проводникам.

Пространственно распределенный ток можно задать несколькими способами. В массивном проводнике Вы можете определить либо полный ток, либо напряжение, приложенное к проводнику. В плоской задаче падение напряжения задается на единицу глубины модели, в осесимметричном случае имеется в виду напряжение на один виток проводника. Ненулевое напряжение, приложенное к проводнику, в осесимметричной задаче означает, что проводник имеет радиальный разрез, к противоположным сторонам которого приложено напряжение. На практике эту возможность удобно применять для описания известного напряжения, приложенного к кольцевой обмотке с массивными проводниками. В этом случае реальное напряжение на зажимах обмотки следует разделить на число её витков. Нулевое приложенное напряжение означает, что концы проводника соединены накоротко. Различные блоки модели, в которых задано одно и то же значение полного тока или приложенного напряжения, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае в каждом проводнике протекает один и тот же полный ток, а напряжение, если оно задано, трактуется как приложенное к зажимам всей группы последовательно соединенных проводников.

Источник поля может быть задан также и в непроводящей среде. Это полезно для описания тока в обмотке, намотанной тонким проводом, в которой

вихревыми токами можно пренебречь. В таких блоках можно задать как суммарный ток, так и плотность тока, смотря по тому, что окажется удобнее. Плотность тока в катушке может быть получена из уравнения $j = n \cdot I/S$, где n – число витков, I – полный ток, и S – площадь поперечного сечения катушки.

Замечание. Чтобы правильно описать катушку, намотанную тонким проводом, плотность стороннего тока $j_{\text{стор}}$ в непроводящих областях предполагается равномерной как в плоской, так и в осесимметричной задачах. Ее поведение различается в массивных проводниках, где плотность тока в осесимметричной задаче считается распределенной как $1/r$ в осесимметричном случае.

Граничные условия: заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

Результаты расчета: векторный магнитный потенциал, плотность тока, напряжение, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, омические потери, вектор Пойнтинга, энергия магнитного поля, импеданс, собственные и взаимные индуктивности.

При анализе результатов расчета магнитного поля переменных токов, ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами

Локальные величины:

- Комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала A (функция потока rA в осесимметричном случае);
- Комплексная амплитуда напряжения U , приложенного к проводнику;
- Комплексная амплитуда плотности полного тока $j_{\text{полная}} = j_{\text{сторонняя}} + j_{\text{вихревая}}$, плотности стороннего тока $j_{\text{сторонняя}}$ и плотности вихревого тока $j_{\text{вихревая}} = -i\omega gA$;

- Комплексный вектор магнитной индукции $\mathbf{B} = \text{rot } A$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \quad B_y = \frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{для плоско-параллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{для осесимметричного поля;}$$

- Вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B}$, где μ – тензор магнитной проницаемости.

- Среднее и максимальное значение удельной мощности тепловыделения $Q = \gamma^{-1} j^2$;
- Среднее и максимальное значение плотности энергии магнитного поля;
 $w = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2$
- Среднее значение вектора Пойнтинга (плотность потока энергии) $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$;
- Среднее значение вектора плотности силы Лоренца $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$;
- Магнитная проницаемость μ (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Электрическая проводимость γ .

Интегральные величины:

- Комплексная амплитуда тока через заданную поверхность

$$I = \int j ds$$

и ее сторонняя $I_{\text{сторонняя}}$ и вихревая $I_{\text{вихревая}}$ компоненты.

- Среднее и максимальное значение мощности тепловыделения в объеме

$$Q = \int \gamma^{-1} j^2 dV.$$

- Среднее и максимальное значение энергии магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dV$$

- Среднее и максимальное значение потока электромагнитной мощности (потока вектора Пойнтинга) через заданную поверхность

$$S = \int (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) ds$$

- Среднее значение пондеромоторной (полной магнитной) силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint (\mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем, а \mathbf{n} означает вектор единичной внешней нормали к поверхности.

- Среднее и максимальное значение вращающего момента пондеромоторной силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint ((\mathbf{r} \times \mathbf{H})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{r} \times \mathbf{B})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - (\mathbf{r} \times \mathbf{n})(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор точки интегрирования

- Среднее значение и амплитуда колебательной части силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \int (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) dV$$

- Среднее и максимальное значение вращающего момента силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \int \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) dV$$

Вектор вращающего момента параллелен оси z в плоской постановке и тождественно равен нулю в осесимметричном случае

Замечание. Магнитное поле порождает силы, действующие на проводники с током и ферромагнитные тела. Сила, действующая на проводники известна под названием силы Лоренца, в то время как сила, вычисленная путем интегрирования тензора Максвелла, включает в себя обе компоненты (полная магнитная сила).

Вычисление импеданса

Импедансом в теории переменных токов называется комплексный коэффициент пропорциональности между комплексными значениями тока и напряжения, $V=Z \cdot I$. Его действительная часть представляет собой активное сопротивление проводника, вычисленное с учетом эффекта вытеснения тока (поверхностный эффект). Мнимая часть импеданса есть индуктивность, умноженная на угловую частоту ω .

$$Z=R+i\omega L.$$

Поскольку значения напряжения и тока можно легко получить в окне анализа результатов расчета, импеданс вычисляется путем деления напряжения на ток по правилам комплексной арифметики. Пусть V и I - амплитудные значения напряжения и тока, и φ_V и φ_I фазы этих величин. Тогда активное сопротивление вычисляется как

$$R = \frac{V}{I} \cos(\varphi_V - \varphi_I)$$

и индуктивность

$$L = \frac{V}{I \cdot 2\pi f} \sin(\varphi_V - \varphi_I)$$

Чтобы вычислить взаимную индуктивность между двумя проводниками, можно задать ненулевой полный ток в одном из них, оставить концы второго проводника разомкнутыми (т.е. задать нулевой полный ток) и

измерить напряжение, развиваемое на концах второго проводника под действием тока, протекающего в первом.

Замечание. Поскольку в плоском случае напряжение прикладывается и измеряется на единицу осевой длины, вычисленный импеданс также будет вычисляться на один метр длины в осевом направлении.

Специальные возможности: Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на проведенных Вами линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнитоупругая задача); а омические потери могут быть использованы в качестве источников тепла при анализе теплового поля (совмещенная термоэлектрическая задача). Два мастера помогают вычислить собственную и взаимную индуктивность катушек и импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

Список литературы

1. Черных И.В. Решение полевых задач с помощью программы ELCUT 4.2. *Методические указания*/ И.В. Черных–. Екатеринбург: Изд-во УГТУ - УПИ, 2002.– 23 с.
2. ELCUT. Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.0. Руководство пользователя. – Санкт-Петербург: ООО TOP–2013г.– 295с.