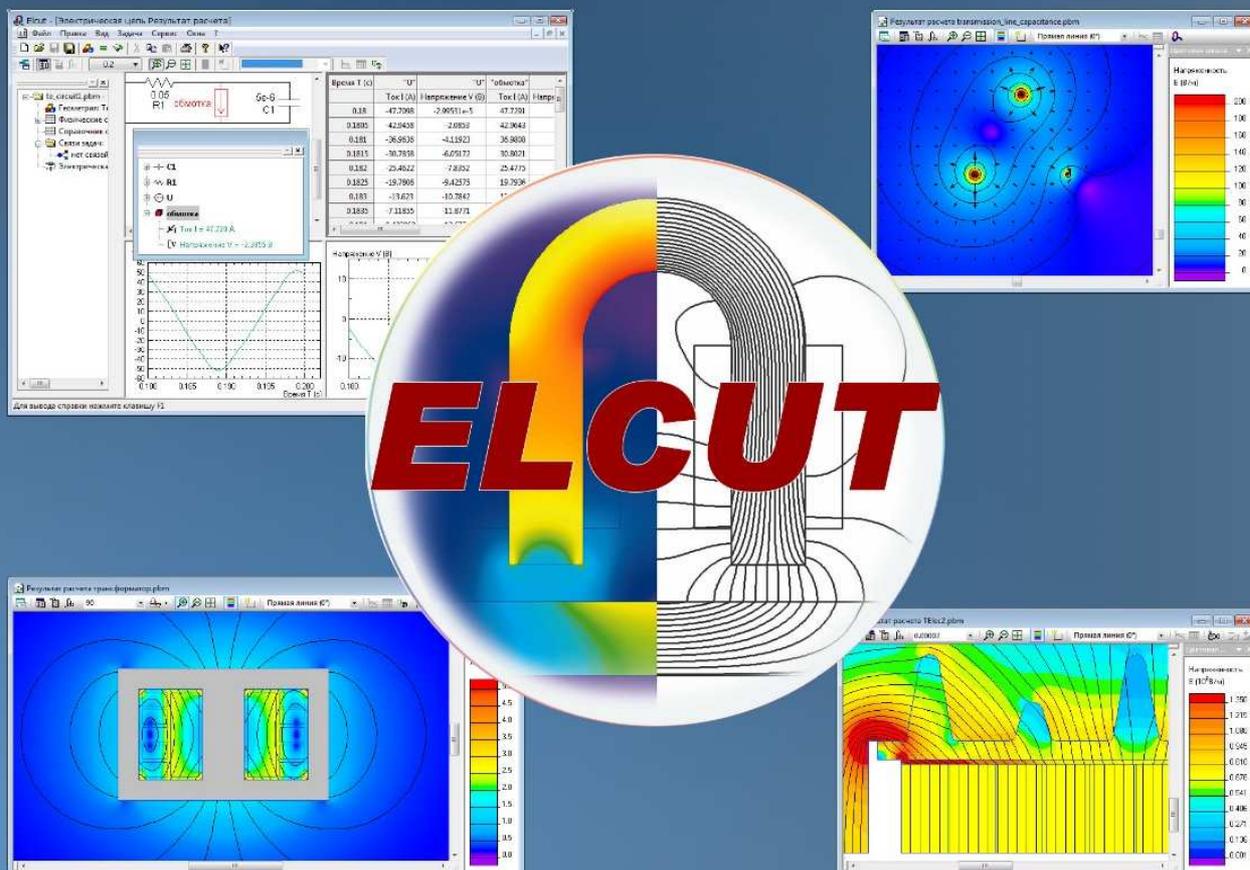


Использование компьютерного моделирования  
и численных расчетов для решения инженерных задач  
в различных областях проектирования  
и разработки на основе применения программы  
"ELCUT"

Сборник статей



Использование компьютерного моделирования  
и численных расчётов для решения инженерных задач  
в различных областях проектирования  
и разработки на основе применения программы  
«ELCUT»

Сборник статей

Электронная версия сборника доступна на сайте поддержки пользователей программы «ELCUT» по адресу <http://elcut.ru/publications/sbornik1/>. В ней представлены задачи, использованные в статьях, и цветные иллюстрации.

ООО «Тор»  
Санкт-Петербург  
2015 год

## Оглавление

Г.В. Грешняков, Г.Г. Ковалёв, Н.В. Коровкин, С.Д. Дубицкий Полевые методы в кабельных задачах .....	5
В. Н. Забоин, Г. А. Чесноков Способы учёта расслоения участков магнитной цепи при расчёте магнитных полей в электрических машинах...	75
С. А. Ионин Применение теоремы Шакирова в расчётах электромагнитных сил .....	85
А. Б. Кувалдин, М. Л. Струпинский, Н. Н. Хренков, М. А. Федин Моделирование электромагнитного поля в ферромагнитной стали при индукционном, электроконтактном и комбинированном нагреве .....	97
А. Б. Кувалдин, М. А. Федин Идентификация индукционных тигельных печей и миксеров как объектов управления и разработка параметрической системы регулирования температуры расплава.....	109
В. Л. Левин Моделирование электростатического поля в элементе памяти .....	121
С. С. Селюк Численная реализация в программном комплексе «ELCUT» математической модели для определения коэффициентов удельной эквивалентной теплопроводности неоднородных тел прямоугольного сечения .....	127
В. В. Суханов Электромагнитный привод для очистки фильтра сушильного барабана.....	139
В.В. Суханов Электромагнит возвратно-поступательного движения ....	167
В.В. Суханов, Ю.Д. Нетеса Моделирование электромагнитных процессов в электровибродвигателе средствами пакета «ELCUT» .....	181
С.Н. Удалов, В.З. Манусов, А.А. Ачитаев Возможности программного комплекса «ELCUT» в решении задач повышения регулировочной способности подъёмной силы в режиме ограничения мощности ветровой турбины средствами плазменной технологии.....	193
В.Т. Чемерис Моделирование электродинамических усилий в лабораторной установке для демонстрации магнитной левитации.....	201

Г.В. Грешняков, Г.Г. Ковалёв,  
Н.В. Коровкин, С.Д. Дубицкий  
Полевые методы в кабельных задачах

**Введение**

Расчёты в кабельной технике, как при проектировании кабелей и кабельной арматуры заводами-изготовителями, так и при расчёте кабельных линий проектными организациями обычно выполняются на основе классических инженерных методик.

Методики в большинстве случаев состоят в применении цепных схем замещения электромагнитных и тепловых полей. Сама возможность использования схем замещения основана на некотором упрощённом представлении о характере распределения электромагнитного и теплового поля. Для преодоления недостатков, связанных с упрощённой картиной поля, инженерные методики содержат большое количество уточняющих членов и коэффициентов, которые обобщают огромный экспериментальный и практический опыт.

В целом, более чем столетнее развитие кабельной промышленности и кабельных сетей доказывает адекватность наработанных инженерных методик. Тем не менее, на практике бывают ситуации, когда стандартный расчёт не является единственным или наиболее подходящим подходом. Такие ситуации возникают при появлении новых материалов, новых топологических или конструктивных решений или при попытке достичь максимальной эффективности конструкции.

Настоящий обзор посвящен задачам кабельной техники, которые целесообразно решать с использованием прямого моделирования электрического, магнитного или температурного поля. Суть метода состоит в формулировке и численном решении дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных элементов.

Авторы далеки от идеи противопоставления полевого расчёта классическим инженерным методикам. Более того, мы считаем, что большая часть расчётов в инженерной практике в обозримом будущем будет успешно выполняться с применением классических методов. Наша задача состоит в том, чтобы:

- привести примеры задач, в которых использование полевых расчётов оправдано как с точки зрения трудоёмкости, так и качества получаемых результатов;
- обозначить причины, по которым полевые расчёты могут дать более надежные результаты;
- сопоставить полевые и классические расчётные методики, показав желательность их совместного использования.

В статье разбираются следующие задачи. Во-первых, расчёт номинальной нагрузочной способности трёхфазной кабельной линии, состоящей из трёх однофазных кабелей. Сложность задачи состоит в корректном учёте индуктированных токов в экранах кабелей и алюминиевой броне при разных способах заземления экрана. Показано удобство полевого подхода при разнообразных отклонениях от стандартной укладки – укладка однофазных кабелей в линию и в треугольник, удалённая прокладка одной из фаз. Важным преимуществом полевого подхода является возможность адекватного анализа динамики нагрева кабельной системы в различных аварийных режимах. Появляется возможность изучить динамику температурного поля в кабеле и вокруг него в пределах односекундного интервала до аварийного отключения.

Следующая задача посвящена перспективной теме – сглаживание скачка электрического поля в кабельной муфте 110 кВ. Как известно, в России разработка и производство высоковольтных муфт только начинается, основная масса установленной арматуры этого класса – импортного производства. Сердцем высоковольтной муфты является стресс-конус, задача которого – сгладить скачок напряжённости электрического поля в месте обрыва экрана. Сглаживание осуществляется за счёт специально подобранной

формы и диэлектрических свойств конуса. Прямой численный расчёт электрического поля является единственным методом решения этой задачи.

Расчёт нестационарного электромагнитного и температурного поля оказывается наилучшим методом при проектировании кабеля специальной конструкции для импульсной нагрузки. Рассматривается специальный триаксиальный кабель с низкой индуктивностью, спроектированный, изготовленный и испытанный НИИ «Севкабель» по заказу НИИЭФА им. Ефремова для экспериментального международного термоядерного реактора ИТЭР.

Быстрый рост энергопотребления крупных городов вызывает необходимость ускоренной прокладки новых линий электропередачи в существующих коридорах, зачастую вблизи от жилых и производственных зданий. При этом на первый план выходит задача электромагнитной экологии – снижение уровня электрического и магнитного поля до уровня, допустимого по ГОСТ и СанПин. Прямое численное моделирование электрического и магнитного поля позволяет получить результат быстрее и надежнее, чем с помощью громоздких аналитических формул.

Обзор содержит результаты, ранее полученные и опубликованные авторами, а также некоторые новые расчёты, которые находятся в стадии подготовки к публикации в отраслевых журналах.

## **1. Нагрузочная способность кабельной линии в номинальном режиме**

При технико-экономическом анализе и проектировании кабельных линий среднего и высокого напряжения проводятся расчёты длительной и кратковременной допустимой токовой нагрузки. Каждый расчёт включает определение источников тепла во всех элементах кабеля и расчёт температурного состояния с учётом особенностей прокладки. Основным инструментом расчётов является ГОСТ Р МЭК 60287-2009, который обобщает опыт, накопленный в разных странах в течение нескольких десятилетий.

Теоретической базой стандарта 60287 служит подробно разработанная тепловая схема замещения.

Расчёт токовой нагрузки кабельной системы с учётом конструкции кабеля и условий прокладки выполняется по ГОСТ Р МЭК 60287-2009 [10]. Этот стандарт предполагает приближённый учёт увеличения потерь, обусловленных эффектом близости и поверхностным эффектом. Другой эффект, который также рассчитывается стандартом приближённо, – это увеличение потерь от вихревых и циркуляционных токов в экранах и в броне. Стандарт МЭК 60287 опирается на методику электромагнитных и тепловых схем замещения, предложенную применительно к кабельной технике Дж. Нейером и М. Макграфом (J.H. Neher, M.H. McGrath) [1] в середине 1950-х, и позднее обобщённую Дж. Андерсом (J.G. Anders) [2].

Альтернативным подходом является прямой расчёт электромагнитного и температурного полей.

Начиная с 70-х годов публикуются работы, демонстрирующие применение метода конечных элементов для расчёта температурного поля кабельной линии. В простейшем случае рассчитывается температурное поле при заданной плотности потерь без учёта токов в экранах [2-5]. В работе [6] учёт потерь в проводящих элементах конструкции оценивается приближённо, с помощью специализированной программы «Экран» [12], которая реализует метод, основанный на схеме замещения. В [7] приводится совместное решение уравнений электромагнитного поля и теплопроводности. Здесь рассматриваются различные схемы заземления экранов, однако отсутствие присоединённой электрической цепи заставляет использовать упрощённые условия заземления и не позволяет оценивать потери при одновременном использовании экрана и брони.

Дальнейшее развитие методики конечно-элементного анализа термического состояния кабеля сделано в [8], где особенностью является совместное решение нестационарных уравнений электромагнитного поля и теплопроводности при коротком мощном импульсе тока (ударе молнии).

Использование коммерческих программ расчёта электромагнитных и тепловых полей методом конечных элементов позволяет учесть максимальное число факторов, ограничивающих нагрузочную способность кабелей, без дополнительных упрощающих предположений, а именно:

- позволяет анализировать как установившееся, так и переходное тепловое поле в режиме симметричной нагрузки и в любых видах коротких замыканий и иных аномальных режимах;
- снимает ограничения на моделирование реалистичных условий прокладки кабельных групп – в земле, на воздухе, в лотках и каналах, с применением засыпки и т.п.;
- позволяет включать в модель несколько параллельных кабельных линий с учётом их электромагнитного и теплового действия друг на друга;
- даёт возможность одновременного получения данных о величине внешнего магнитного поля, которое нормируется с точки зрения электромагнитной экологии и позволяет детально учесть эффективность принятых мер по экранированию конструкции кабельной линии.

### 1.1. Методика расчёта

Расчёт состоит из следующих этапов.

Во-первых, решение уравнений электромагнитного поля для определения джоулевых потерь в экранах и броне. Уравнения квазистационарного переменного магнитного поля в частотной области с вихревыми токами записываются относительно комплексного векторного магнитного потенциала  $A$ , который в двумерном плоско-параллельном приближении имеет только одну ненулевую компоненту  $A = A_z$  [11]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j_{\text{стор}} + i\omega\gamma A \quad (1)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость,  $Гн/м$ ;  $\gamma$  – удельная электропроводность,  $См/м$ ;  $\omega$  – циклическая частота,  $рад/с$ ;  $j_{\text{стор}}$  – плотность стороннего тока,  $А/м^2$ .

При расчёте электромагнитного поля двумерная расчётная область представляет собой поперечные сечения всех трёх кабелей, погружённых в грунт на проектную глубину. Границы расчётной области отодвинуты

достаточно далеко, поэтому на них без потери точности можно задать условие отсутствия поля (нулевой потенциал). Электропроводность грунта также учтена, равно как возможные металлические конструкции (лотки, трубопроводы, арматура), находящиеся вблизи кабельной линии.

Проводящие элементы конструкции кабелей – токопроводящая жила, экран, броня – выполняются из отдельных проволок или лент с использованием повива или плетения. При построении конечно-элементной модели можно детально моделировать проволочную структуру, либо заменить её эквивалентным цилиндром. В целом ряде задач моделирование проволочной структуры необходимо: например, расчёт импульсных режимов, анализ потерь от высокочастотных составляющих тока и др. В задаче, решаемой в данном разделе, – расчёт установившейся температуры в номинальном симметричном режиме по первой гармонике тока – точное моделирование проволочной структуры не приводит к повышению точности результатов, но увеличивает в несколько раз сложность разработки модели и время расчёта. Кроме того, моделирование проволочной структуры, в свою очередь, требует обоснования допущений о степени смятия отдельных проволок, неопределённости зон контакта между ними и т.п.

Отдельным вопросом является выбор сечения сплошных цилиндров, эквивалентирующих проволочные конструкции. Наш анализ показывает, что наилучшие результаты получаются при выборе диаметров сплошных проводниковых зон равными номинальным диаметрам соответствующих проволочных компонентов. При этом сохраняются реальные геометрические размеры теплопередающих элементов. Однако, суммарное сечение меди (алюминия) получается большим, чем в проволочной конструкции. Для компенсации этого увеличения предлагается пропорционально уменьшить коэффициент электропроводности  $\gamma$  и теплопроводности  $\lambda$  соответствующего слоя.

Необходимость учёта схемы соединения экранов (одностороннего, двустороннего заземления или с транспозицией) требует совместного решения

уравнения магнитного поля (1) с уравнениями присоединённой электрической цепи. Уравнение ветви, содержащей массивный проводник в магнитном поле, имеет вид:

$$I = \frac{U}{R} - \gamma \int_{\Omega} i\omega \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (2),$$

где  $U$  – разность потенциалов на концах проводника,  $B$ ;  $R$  – активное сопротивление проводника на постоянном токе, Ом; интегрирование выполняется по площади поперечного сечения проводника  $\Omega$ .

Результатом совместного численного решения уравнений (1) - (2) является распределение плотности тока в проводящих элементах системы (жиле, экране, броне кабеля, прилегающих металлоконструкциях). Расчёт может проводиться как при номинальной симметричной токовой нагрузке линии, так и в аварийных, в том числе несимметричных режимах.

Основным результатом расчёта в нашем случае является распределение мощности тепловыделения, которое передаётся в качестве источника тепла в следующий этап решения. Отметим также, что в результате электромагнитного расчёта мы получаем распределение магнитного поля на поверхности земли и над нею, что может быть полезно для оценки условий электромагнитной экологии.

На втором этапе в той же расчётной области на той же самой сетке конечных элементов решается уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3),$$

где  $T$  – температура, К;  $t$  – время, с;  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м·К);  $q$  – плотность мощности источника тепла, Вт/м<sup>3</sup>;  $c$  – удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К),  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>. Параметры, входящие в уравнение (3), – теплопроводность  $\lambda$ , удельная теплоёмкость  $c$  и плотность материала  $\rho$  меняются от области к области и могут зависеть от температуры. Объёмная плотность мощности источника тепла  $q$  импортируется автоматически из решения электромагнитной задачи (1).

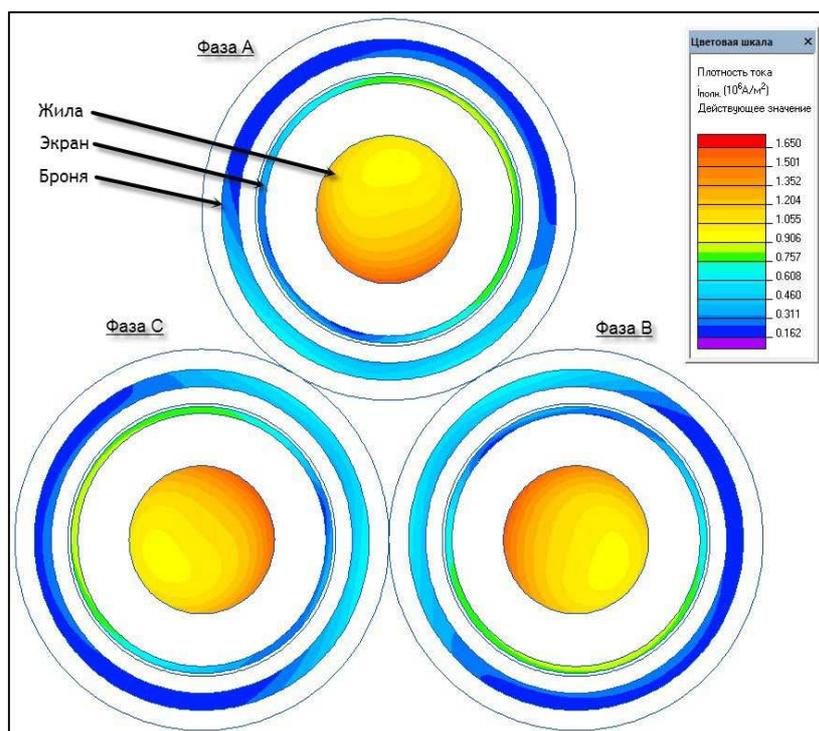
В общем случае уравнение (3) может включать также элементы с

сосредоточенными параметрами, например, тонкие слои с заданным тепловым сопротивлением или пути теплоотвода, не лежащие в плоскости задачи. В настоящей работе такие элементы не потребовались.

Решение уравнения (3) осуществляется с граничными условиями, которые могут моделировать конвекцию при заданной скорости обдува, солнечную радиацию и другие условия прокладки. Естественным образом учитывается различная теплопроводность грунта. Имеется также возможность учёта изменения теплопроводности грунта из-за его высыхания путем организации итерационного процесса.

Изменением выделения тепла вследствие изменения проводимости проводящих тел из-за их нагревания в данном разделе пренебрегаем.

## 1.2. Электромагнитный расчёт



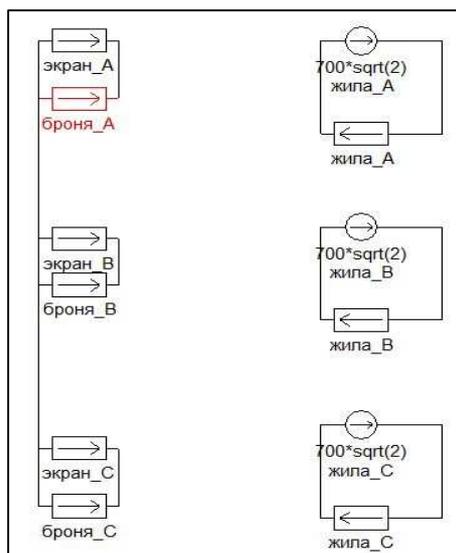
**Рис. 1.1** Эскиз поперечного сечения кабельной линии при прокладке треугольником встык

Рассмотрим одно-цепную трёхфазную кабельную линию, собранную из трёх однофазных кабелей напряжением 35 кВ при различных способах объединения однофазных кабелей в трёхфазную группу:

1. треугольником встык,
2. линейно с зазором, равным диаметру кабеля, и
3. с удалённым расположением одной из трёх фаз.

В данном разделе анализируется подземное расположение кабелей с засыпкой окружающим грунтом, однако методика пригодна и для других условий прокладки, в том числе с засыпкой специальным грунтом, в кабельных лотках, в воздухе и т.п.

Зададим длину кабельной линии  $L_K = 1$  км. Задача состоит в вычислении наведённых токов в экранах и броне, а также потерь от них. Примем в качестве



**Рис. 1.2.** Схема соединений при одностороннем заземлении

допущения симметричный характер нагрузки и симметричность системы токов жил с действующим значением тока  $I$  фазы  $700$  А. Предположение симметрии токов жил является упрощающим допущением, поскольку ввиду особенностей расположения кабелей магнитные условия взаимодействия разных фаз слегка различны. Однако это предположение является обычным для практики расчётов. Важно отметить, что относительно экранов и брони никаких допущений о симметрии токов не делается.

### **Одностороннее заземление экрана**

Рассмотрим линию, в которой заземление экрана выполнено с одной стороны, но каждый кабель поверх экрана имеет алюминиевую броню, которая соединяется с экраном на обоих концах кабеля. Схема электрических соединений для этого случая показана на рис. 1.2. Результатом моделирования электромагнитного поля является картина распределения плотности тока по сечению кабелей (рис. 1.3).

**Таблица 1.1.** Токи и потери при прокладке треугольником с односторонним заземлением

	Ток, А	Потери, кВт/км	Напряжение, В/км
Жила	700	14,47	
Экран	88,9	1,80	37,1
Броня	88,9	3,09	37,1

Обратим внимание, что несмотря на одностороннее заземление, в экранах появляется вихревой ток, а в системе экран-броня – также и индуцированный циркуляционный ток. Расчёт позволяет также оценить напряжение на  $1$  км кабеля, индуцированное в односторонне заземленном экране. Результаты сведены в таблицу 1.1.

## Заземление экранов с двух сторон

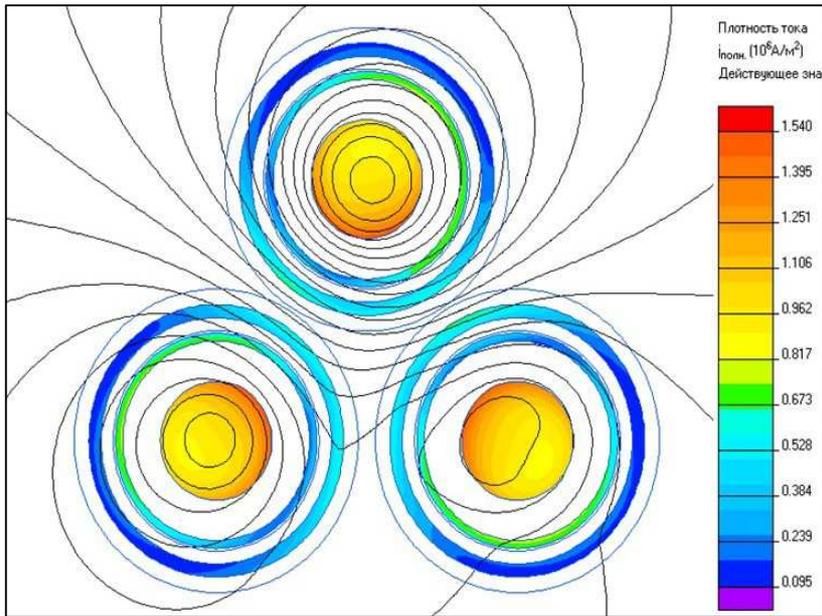


Рис. 1.3. Распределение магнитного поля и плотности тока

Далее рассмотрим двустороннее заземление экранов кабелей. Схема соединений, представленная на рис. 1.4, при этом несколько усложнится, поскольку включает в себя сопротивления заземлителей экранов на концах линии.

Учёт сопротивления заземлителей экранов

необходим, поскольку оно составляет единицы Ом, что существенно превосходит активное сопротивление постоянному току километрового

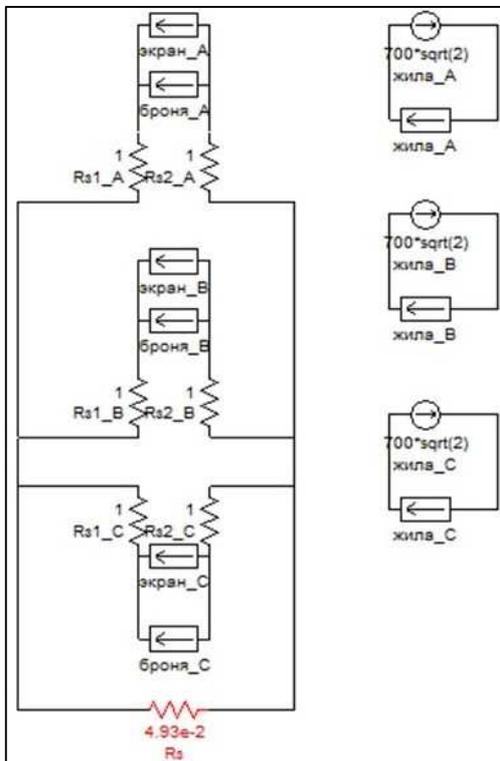


Рис. 1.4. Схема соединений проводников

участка экрана (десятые доли Ома). Нижнее значение на рис. 1.4 обозначает эквивалентное сопротивление грунта между концами участка кабеля, через которое замыкаются токи нулевой последовательности.

Проведённые численные эксперименты по варьированию сопротивления заземлителя и эквивалентного сопротивления земли в широких пределах дали следующие результаты:

- Сопротивлением заземлителя пренебрегать нельзя. Это обстоятельство обуславливает необходимость совместного решения уравнений электрической цепи и

электромагнитного поля.

- Выбирать конкретное значение сопротивления заземлителя в диапазоне единиц  $\text{Ом}$  можно достаточно свободно, поскольку оно не оказывает существенного влияния на мощность потерь в экране и броне.

### 1.3. Тепловой расчёт

Знание токовой нагрузки кабеля, брони и экрана позволяет рассчитать тепловой режим кабельной линии. Рассмотрим тепловое состояние кабельной линии при условии прокладки в земле (рис. 1.5).

Тепловые свойства материалов, использованные в расчётной модели, приведены в таблице 1.2.

**Таблица 1.2.** Тепловые свойства материалов

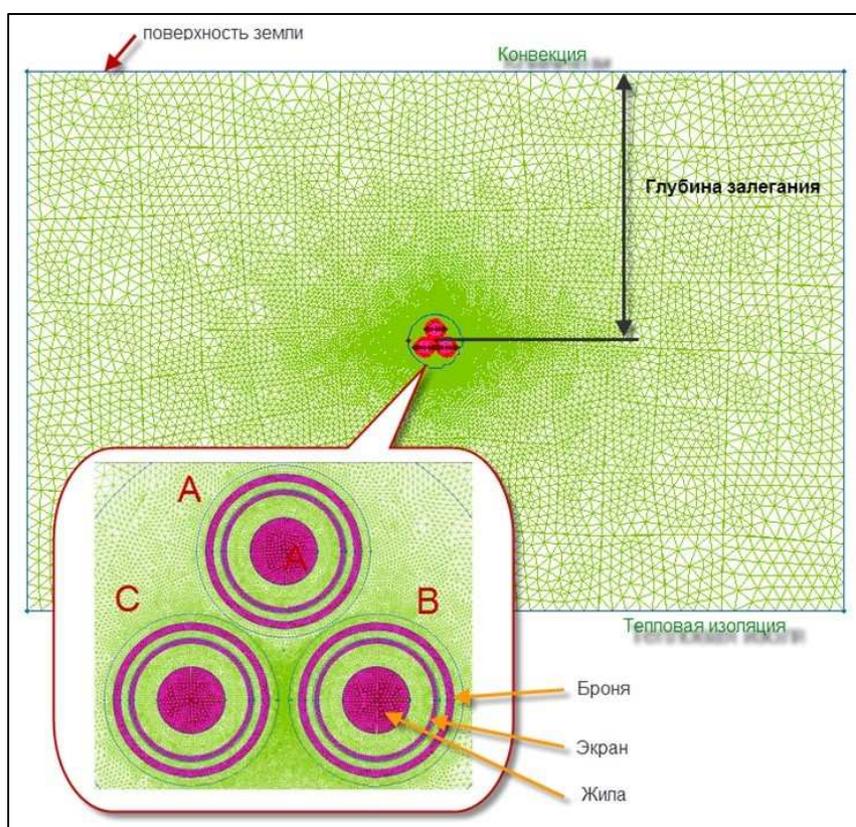
Материал	Теплопроводность, $\text{Вт/К}\cdot\text{м}$	Плотность, $\text{кг/м}^3$	Удельная теплоёмкость, $\text{Дж/кг}\cdot\text{К}$
Медь	383	8930	385
Алюминий	237	2700	920
Сшитый полиэтилен	0,25	952	2000
Внутренняя оболочка	0,25	952	2000
Наружная оболочка	0,25	952	2000
Полупроводящий слой	0,3	960	1500
Грунт	0,833	1500	1000
Засыпка	2,2	1800	2000

Известно, что теплопроводность сшитого полиэтилена и других материалов, вообще говоря, зависит от температуры. При учёте такой зависимости уравнение (3) становится нелинейным, и время его решения существенно возрастает. Наши исследования показали, что при оценке нагрузочной способности кабеля в стационарном номинальном режиме учёт нелинейности не приводит к сколько-нибудь заметному повышению точности. Однако он может оказаться существенным при решении других задач, например, в кратковременных или аварийных режимах.

Источником температурного поля для данной задачи является распределенная по сечению токопроводящих жил, экранов и брони удельная плотность джоулевых потерь, рассчитанная на пре-дыдущем этапе. Обе задачи решаются

на одной и той же сетке конечных элементов. Передача данных из электромагнитного расчёта в тепловой происходит автоматически.

Граничным условием для задачи установившегося теплового режима выберем условие конвекции в воздух с поверхности земли. Примем температуру окружающего воздуха равной  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а коэффициент конвекции  $\alpha = 5\text{ Вт/К}\cdot\text{м}^2$ . Остальные границы модели, отнесённые вправо и влево на расстояние примерно в 10 раз больше глубины залегания кабеля, описываются естественным граничным условием нулевого нормального теплового потока. Численные эксперименты показывают, что удаление условных боковых



**Рис. 1.5.** Расчётная область для моделирования температурного поля

температура жилы составит  $T_0 = 73,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

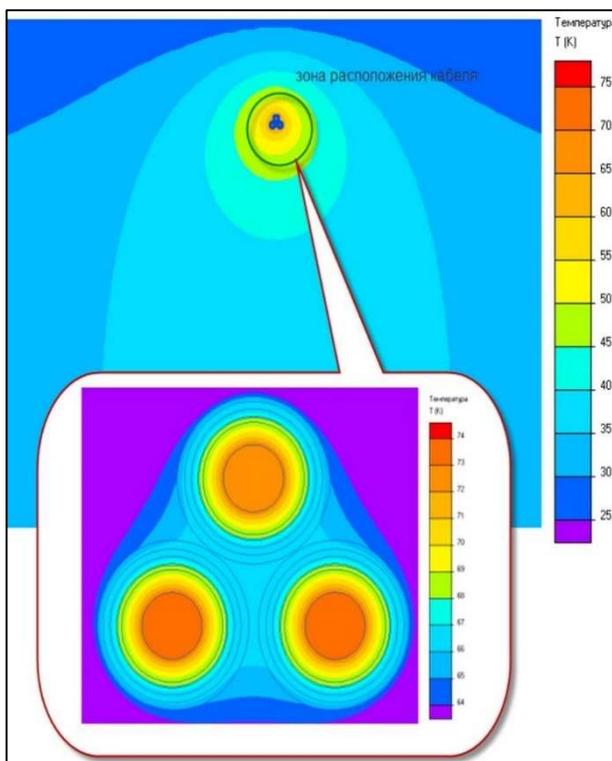
Итерационно повторяя электромагнитный и тепловой расчёт, можно подобрать токовую нагрузку таким образом, чтобы температура жилы и экрана вплотную приблизилась к допустимым значениям для данного типа кабеля. Вычислительную процедуру можно построить простым перебором значений тока в заданном диапазоне, либо использовать встроенную в

границ расчётной зоны на большее расстояние не влияет на конечную температуру кабелей.

Результатом стационарного теплового расчёта является картина температурного поля, показанная на рис. 1.6.

Расчёт показывает, что при температуре окружающего воздуха  $T_0 = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , максимальная темпера-

программу «ELCUT» утилиту оптимизации. В последнем случае оптимизация происходит в ограниченном диапазоне одномерного пространства значений тока с целевой функцией «максимальная близость температуры жилы к



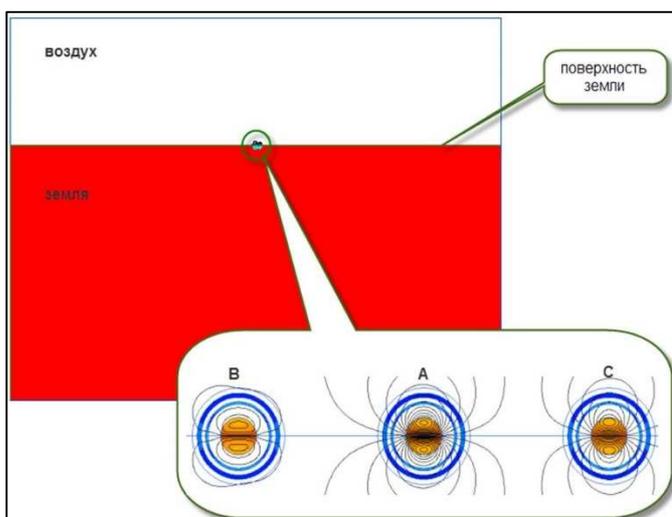
**Рис. 1.6.** Распределение температуры вблизи кабельной системы (температура окружающей среды  $T_0 = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

заданному значению» с использованием метода Р. Брента.

Рассмотрим другой распространённый вариант объединения однофазных кабелей в трёхфазную кабельную группу – линейно с зазором, равным диаметру кабеля. Габариты расчётной области и глубина залегания кабельной группы – такие же, как на рис. 1.5.

Электромагнитный расчёт проводился при двустороннем заземлении экранов (рис. 1.7). Несимметричное расположение

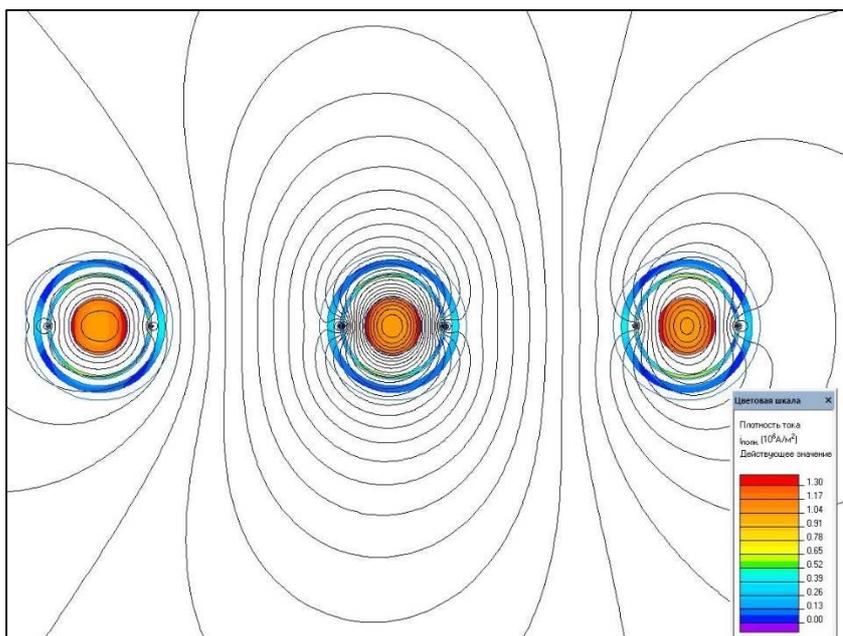
фазных кабелей приводит к небольшим различиям в величинах токов экранов и брони, приведённых в таблице 1.3.



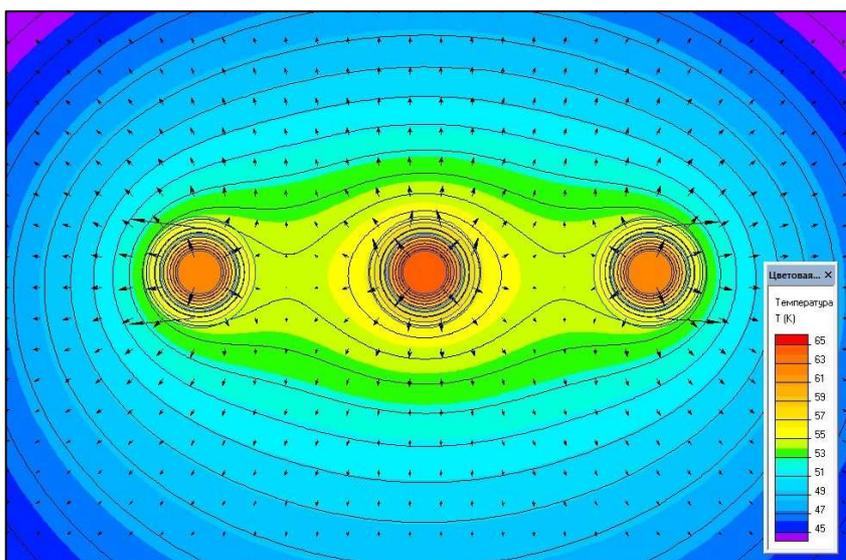
**Рис. 1.7.** Тепловой расчёт при линейном расположении фазных кабелей

**Таблица 1.3.** Токи и потери при прокладке в линию с двусторонним заземлением

		Фаза В	Фаза А (в центре)	Фаза С
Жила	Ток, А	700	700	700
	Потери, кВт/км	15,27	15,27	15,27
Экран	Ток, А	47,6	50,4	47,5
	Потери, кВт/м <sup>3</sup>	1,07	0,93	1,09
Броня	Ток, А	27,3	32,9	27,3
	Потери, кВт/м <sup>3</sup>	0,72	0,73	0,74



**Рис. 1.8.** Магнитное поле вблизи кабельной линии



**Рис. 1.9.** Температурное поле кабельной линии

Электромагнитное и температурное поле вблизи кабелей выглядит следующим образом, смотри рис. 1.8 ниже. На рис 1.9 изотермы проведены через 1°, стрелки показывают относительную величину и направление тепловых потоков. Сравнение с рис. 1.6 показывает, что при данной глубине прокладки и теплопроводности грунта расположение фаз в линию оказывается термически более выгодным. Это связано и с большей индуктивной связью

между экранами отдельных кабелей, так и с относительно худшими условиями охлаждения при прокладке треугольником.

Одним из факторов неопределенности в параметрах модели является значение коэффициента конвективного теплообмена с поверхности грунта.

Расчёт по эмпирическому критериальному уравнению для свободного теплообмена с нагретой горизонтальной поверхности вверх даёт значения коэффициента  $\alpha$  в диапазоне 1,7...6,3 в зависимости от выбора определяющего размера задачи. численный эксперимент показывает следующую зависимость средней температуры наиболее нагретой жилы от коэффициента конвекции (таблица 1.4). Слабая зависимость результирующей температуры от коэффициента конвекции позволяет нам без риска заметной ошибки выбрать значение в середине диапазона.

**Таблица 1.4.** Зависимость температуры жилы от коэффициента конвекции

Коэффициент конвекции $\alpha$ , $Вт/(К \cdot м^2)$	Средняя температура жилы $T$ , $^{\circ}C$	Коэффициент конвекции $\alpha$ , $Вт/(К \cdot м^2)$	Средняя температура жилы $T$ , $^{\circ}C$
1	69,51	7	63,72
2	66,54	8	63,52
3	65,38	9	63,34
4	64,72	10	63,18
5	64,29	11	63,04
6	63,97		

***Расположение фаз с отклонением от проектных условий прокладки***

В строительной практике возникают ситуации, требующие отклонения от проектных условий прокладки кабельной линии. Например, в силу обстоятельств может быть принято решение проложить одну из фаз отдельной трассой на значительном удалении от двух других. Тогда необходимо провести повторный расчёт предельной токовой нагрузки кабельной линии, принимая во внимание изменившиеся условия.

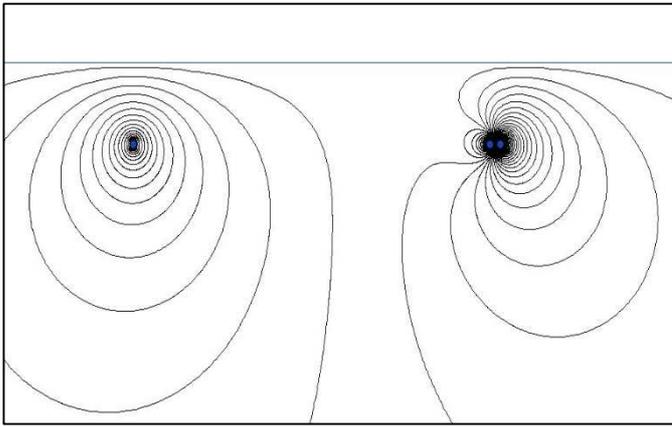


Рис. 1.10. Магнитное поле при отдалённой прокладке одной из фаз

рядом, и в фазе В, лежащей отдельно, показывает, что потери в экране в фазе В примерно на 25 % больше, а индуктивное сопротивление отдельно проложенной фазы В оказывается выше примерно на 15 %, чем у остальных фаз.

Изложенная выше методика расчёта остаётся неизменной. Электромагнитный расчёт проводится с учётом реального расположения фазы В, например, на расстоянии 5 м от двух других фаз. Сравнение потерь в экранах и броне в фазах А и С, проложенный

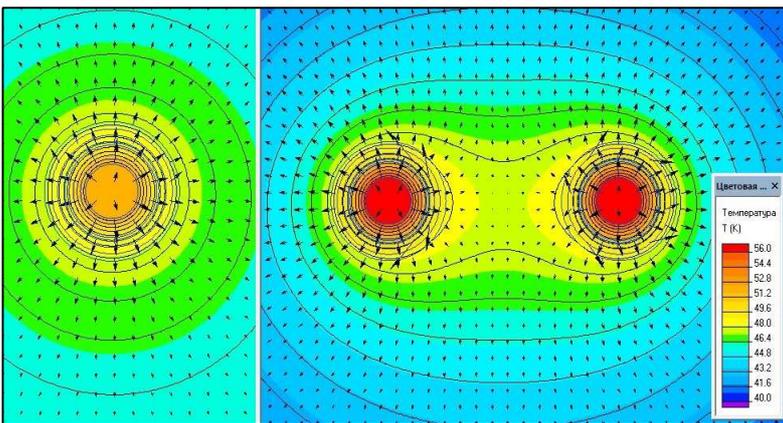


Рис. 1.11. Температурное поле при удалённом расположении одной из фаз

которые в свою очередь имеют температуру на 6° ниже, чем при стандартной прокладке в линию (рис. 1.9). Разница температур между фазами оказывается существенной, что создаёт асимметрию активных сопротивлений. Индуктивные сопротивления фаз, а также токи в экранах (или перенапряжения на свободных концах экранов при одностороннем заземлении) оказываются существенно различными. Асимметрия должна быть оценена и учтена при проектировании линии с отклонением от проектных условий прокладки.

Температурное поле приведено на рис. 1.11. Как и следовало ожидать, средняя температура токопроводящей жилы отдалённой фазы оказывается на 8° ниже, чем у двух остальных фаз,

Для сравнения результатов, получаемых с помощью описанной методики, с результатами вычислений по методике МЭК 60287, была решена серия задач по оценке пропускной способности кабельных линий различных

конфигураций при различных способах и условиях прокладки. Анализ полученных результатов продемонстрировал, что для простых моделей расхождение составляет 8-12 %. При этом значения предельных токов, вычисляемых по предлагаемой авторами методике, оказываются больше. Тенденция к увеличению расчётной пропускной способности при оценке по авторской методике сохраняется и в случае более сложных моделей. При этом расхождение с результатами вычислений по методике МЭК 60287 составляет до 32 %.

#### **1.4. Заключение к разделу 1**

В данной части работы применён метод конечных элементов для расчёта потерь и температурного режима кабельной линии. Метод позволяет учесть взаимное электромагнитное и тепловое влияние кабелей друг на друга, а также особенности прокладки и наличие металлоконструкций в непосредственной близости.

В дополнение к предыдущим работам на указанную тему применено совместное решение цепно-полевой задачи. Это позволяет точно учесть особенности схемы заземления и тем самым достоверно оценить электромагнитные потери в экранах и броне. Обсуждены приближения и упрощения модели, допустимые при анализе симметричного установившегося режима работы. Точность результатов прямого моделирования электромагнитного и температурного поля для оценки токовой нагрузки кабельной линии зависит главным образом от адекватности основного допущения модели: двумерного характера распределения электромагнитного и температурного поля. Чем более выражены местные неоднородности конструкции в направлении оси кабельной линии (пересечения с другими линиями, трубопроводами и т.п.), тем менее обоснованы результаты. Но и в этих случаях метод позволяет получить оценку температуры сверху, то есть гарантировать с некоторым занижением безопасный уровень токовой нагрузки.

Как правило, чем сложнее становится модель, тем более адекватные результаты даёт моделирование методом конечных элементов, по сравнению с методом тепловых схем замещения, заложенных в стандарт МЭК [10].

Трудоёмкость применения метода целиком определяется качеством и удобством применяемого программного обеспечения. Показано, что полный цикл расчётов может быть выполнен при помощи программного комплекса для моделирования с помощью метода конечных элементов, например, «ELCUT» [9]. Для массовых расчётов целесообразно разработать программы-надстройки к «ELCUT», автоматизирующие рутинные этапы работы специально для кабельных задач.

В данной работе исследованы установившиеся симметричные режимы работы кабельной линии. Метод конечных элементов позволяет проводить нестационарные расчёты при различных аварийных режимах, в том числе несимметричных.

#### **Литература к разделу 1**

1. Neher J. H., McGrath M. H. Calculation of the Temperature Rise and Load Capability of Cable Systems // AIEE Trans. – 1957. – Vol. 76, Part 3. – pp. 755-772.
2. Anders G. J. Rating of Electric Power Cables: Capacity Computations for Transmission, Distribution, and Industrial Applications. - McGraw Hill Professional, 1997. – 428 с.
3. Flatabo N. Transient Heat Conduction Problems in Power Cables Solved by the Finite Element Method. // IEEE Trans. on PAS. – 1973. – pp. 56-63.
4. Electric cables – Calculations for current ratings – Finite element method. // IEC Technical Report TR 62095. – 2003.
5. Ковригин Л. А. и др. Расчёт температурных полей и токовых нагрузок кабелей в ANSYS // КАБЕЛЬ-News. – 2009. – № 4. – с. 91–95.
6. Грешняков Г. В., Ковалёв Г. Г., Дубицкий С.Д. К вопросу о выборе предельно допустимых токов силовых кабелей. // Кабели и провода. – 2011. – с. 12-16.

7. Титков В. В. К оценке теплового режима трёхфазной линии из СПЭ-кабеля. // КАБЕЛЬ-News. – 2009. – №10. – с. 47–51.
8. Дубицкий С. Д., Коровкин Н. В., Бабков Е. А. Термическая стойкость грозозащитного троса с оптическим волокном к прямому удару молнии. // Новости электротехники. – 2011. – № 4(70).
9. Программа «ELCUT». Руководство пользователя. – ООО «Тор», Санкт-Петербург. – 2012. - 356 с. URL:[http://www.elcut.ru/free\\_doc\\_r.htm](http://www.elcut.ru/free_doc_r.htm).
10. Кабели электрические. Расчёт номинальной токовой нагрузки, ГОСТ Р МЭК 60287-2009, 2009.
11. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В. Теоретические основы электротехники. Учебник для ВУЗов. – Санкт-Петербург: Питер, 2009.
12. Дмитриев М.В., Евдокунин Г.А. Заземление экранов однофазных силовых кабелей высокого напряжения // Перенапряжения и надёжность эксплуатации электрооборудования. – Санкт-Петербург. – 2008.

## **2. Кабельная арматура. Снижение неравномерности электрического поля в усиливающей изоляции кабельных муфт**

Проектирование и производство конкурентноспособной кабельной арматуры требует решения вопроса о снижении неравномерности распределения электрического поля в муфтах силовых кабелей. Это решение должно соответствовать современному уровню развития технологической базы в части разработки и производства различных полупроводящих компаундов. Для выбора определённых физических характеристик материалов необходимо математическое моделирование электрического поля с применением специализированных пакетов прикладных программ. Оптимальным вариантом является использование комплекса программ для моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач «ELCUT».

Проблема выравнивания электрического поля в муфтах среднего напряжения (до 35 кВ) и высокого напряжения (от 110 кВ) решается по-

разному. В двух следующих частях мы рассматриваем и сравниваем эти подходы.

На среднем напряжении предлагается использование импедансного метода, когда форма выравнивающих слоёв остаётся цилиндрической, а выравнивающий эффект достигается варьированием диэлектрической проницаемости и электропроводности трубки-регулятора. В высоковольтных муфтах продолжается исследование влияния свойств материалов, но также изучается специальная форма двухкомпонентного стресс-конуса и её влияние на эффективность выравнивания электрического поля.

## **2.1. Муфты среднего напряжения. Выравнивание электрического поля с помощью трубки-регулятора**

Рассматривается один из способов выравнивания электрического поля в месте разделки кабеля, который используется в кабельной арматуре среднего напряжения (35 кВ и ниже). Для выравнивания электрического поля поверх основной изоляции и медного экрана натягивается выравнивающая трубка-регулятор из полупроводящего материала с нелинейными электрическими свойствами. Слева от плоскости разделки она охватывает изоляцию вместе с медным экраном; справа – только слой изоляции.

В основу математической модели положена задача анализа электрического поля в присутствии токов утечки в полупроводящих слоях. В условиях низкой электрической проводимости ток оказывается малым и не возбуждает магнитного поля. Точнее, магнитное поле токов проводимости (утечки) столь мало, что ЭДС электромагнитной индукции неотличима от нуля:

$$E = \partial A / \partial t \quad (1)$$

Таким образом, уравнения, описывающие поле в этом случае, имеют вид:

теорема Гаусса  $div \vec{D} = \rho \quad (2)$

закон непрерывности тока  $div \vec{J} = -d\rho/dt \quad (3)$

закон Ома  $\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (4)$

свойство диэлектрика  $\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (5)$

электрический потенциал  $\vec{E} = -gradU$  (6)

нелинейности  $\varepsilon = \varepsilon(E)$  и  $\sigma = \sigma(E)$  (7)

Преобразование (3) путём подстановки туда (4) и (2) приводит к соотношению:

$$div(\sigma \vec{E}) + \frac{\partial(div \vec{D})}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

Относительно потенциала  $U$  уравнение выглядит следующим образом:

$$div(-\sigma \cdot gradU) + \frac{\partial}{\partial t} div(-\varepsilon \cdot gradU) = 0 \quad (9)$$

Формулировка задачи основана на уравнении Пуассона, описывающем электростатическое поле:

$$(\nabla \cdot \varepsilon \mathbf{E} = \rho) \quad (10),$$

и уравнении растекания токов в проводящей среде:

$$(\nabla \cdot \mathbf{j} = -i\omega\rho) \quad (11),$$

при учёте закона Ома:

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E} \quad (12).$$

Тогда уравнение для электрического потенциала  $U$  приобретает окончательный вид:

$$\nabla \cdot \left( \left[ \varepsilon - \frac{i\gamma}{\omega} \right] \nabla U \right) = 0 \quad (13),$$

где электропроводность  $\gamma$  и компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_r$  ( $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_r$ ) постоянны внутри каждого блока модели.

### ***Постановка полевой задачи***

Изложенный подход применён для решения практической задачи по выбору характеристик материала, регулирующего (выравнивающего) слоя концевой муфты силового коаксиального кабеля с изоляцией из сшитого полиэтилена. Изоляция кабеля является двухслойной: внутренний слой расположен между внутренним и внешним проводниками, а внешний – между внешним проводником и металлическим экраном.

Для моделирования влияния параметров выравнивающей трубки в месте разделки кабеля выбрана следующая упрощённая геометрическая модель (рис.

2.1). В модели представлено продольное сечение кабеля в месте разделки наружной оболочки.

Вертикальная линия представляет собой след плоскости разделки А. Она прерывает наружную оболочку кабеля (1) и экран из медной ленты (4), нанесённый поверх изоляции токопроводящей жилы (6). Основная изоляция (5) и жила (6) в плоскости разделки не прерываются.

Для выравнивания электрического поля поверх основной изоляции и медного экрана натягивается выравнивающая трубка (3) из полупроводящего материала с нелинейными электрическими свойствами. Слева от плоскости разделки она охватывает изоляцию вместе с медным экраном; справа – только слой изоляции. Моделирование электрического поля показывает, что максимальное значение напряжённости  $E$  принимает в месте пересечения плоскости разделки с внешней поверхностью изоляции (точка В). Задачей расчёта является анализ зависимости максимальной напряжённости поля от параметров выравнивающей трубки.

Картина электрического поля при потенциале внешнего проводника  $U = 38$  кВ частоты  $50$  Гц представлена на рис. 2.2. Цветной заливкой (иллюстрации в цвете смотри на диске) показано распределение электрического потенциала.

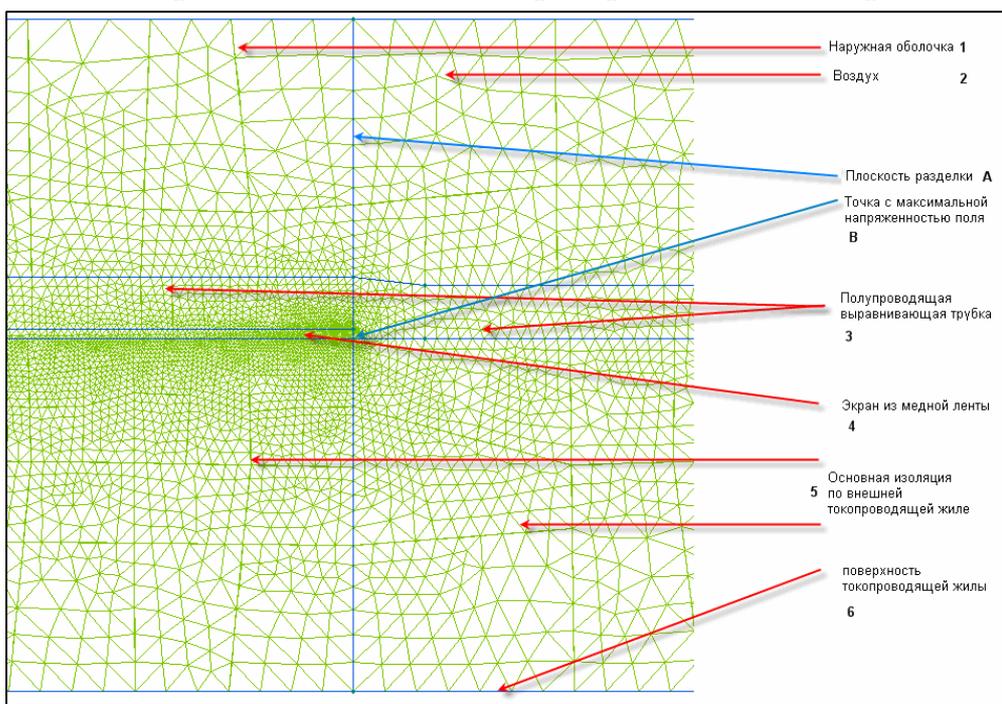


Рис. 2.1. Модель разделки внешней изоляции

## Результаты моделирования

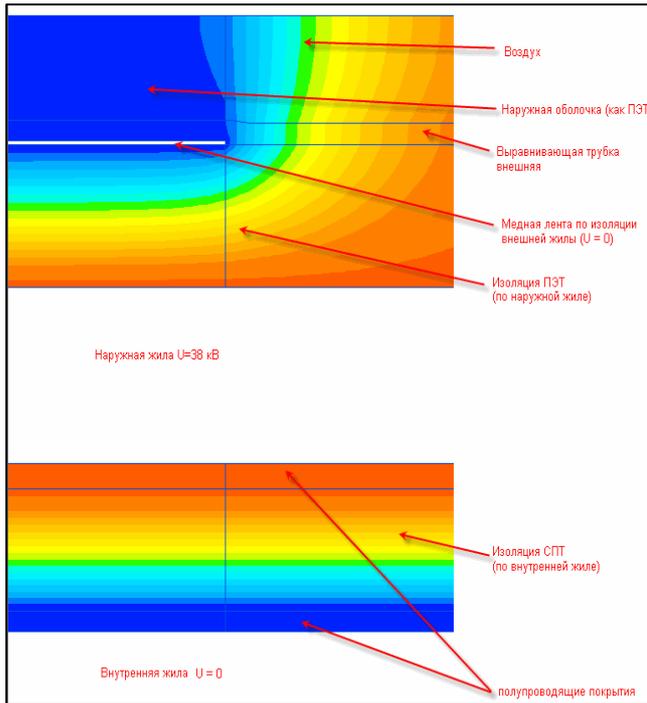


Рис. 2.2. Картина электрического поля разделанного кабеля

С целью поиска оптимальной конструкции муфты проведена серия расчётов при фиксированных размерах изоляционной конструкции с варьированием электропроводности материала выравнивающего слоя (трубки-регулятора).

Результаты моделирования представлены на графике на рис. 2.3.

Ниже, в таблице 2.1 приведены картины электрического поля при

разных значениях удельной электропроводности регулятора.

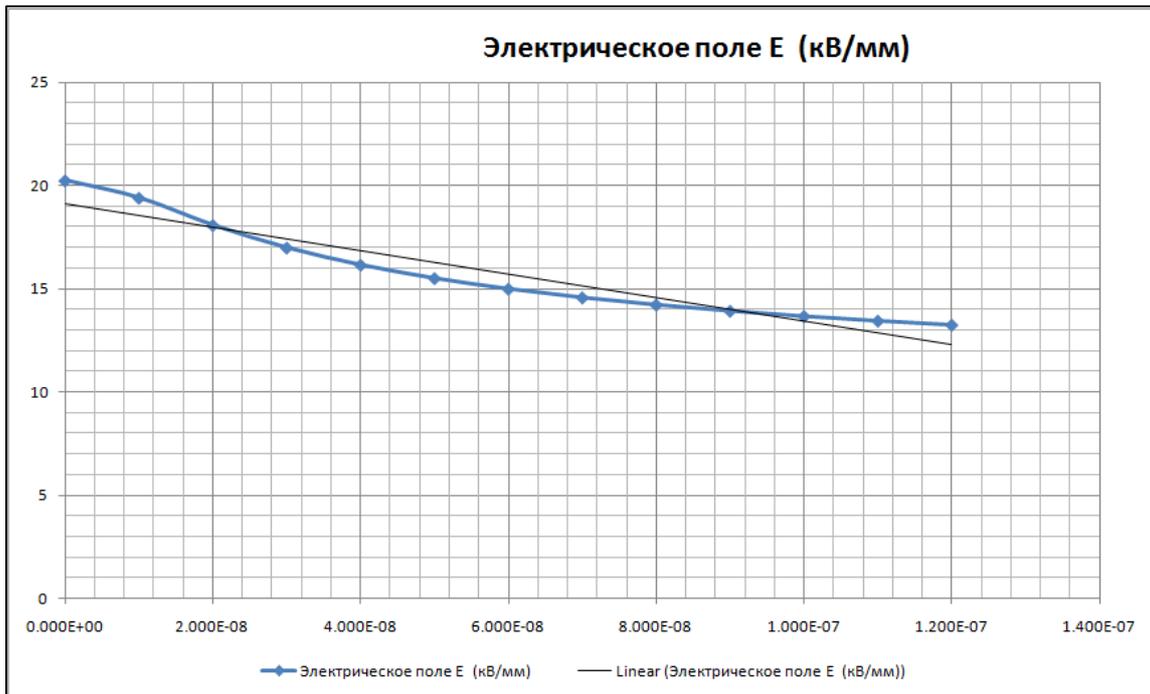
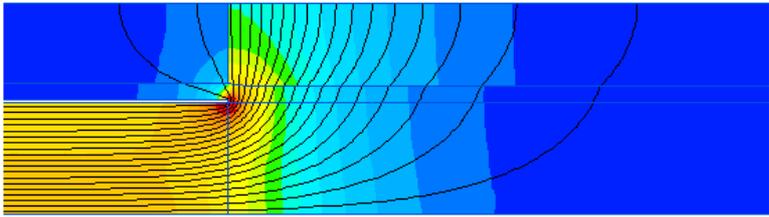
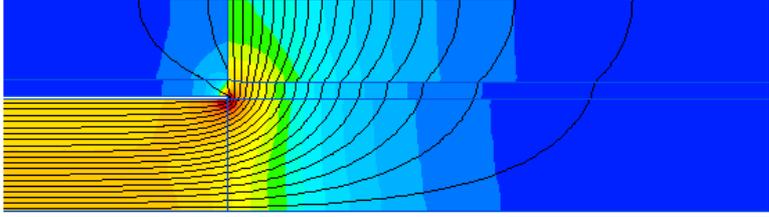
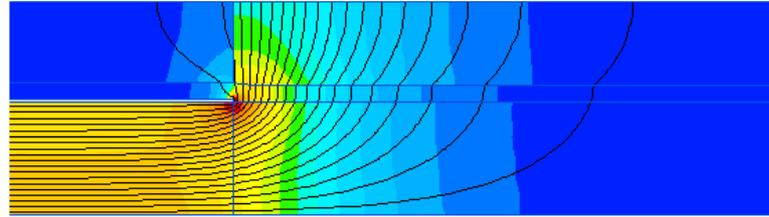
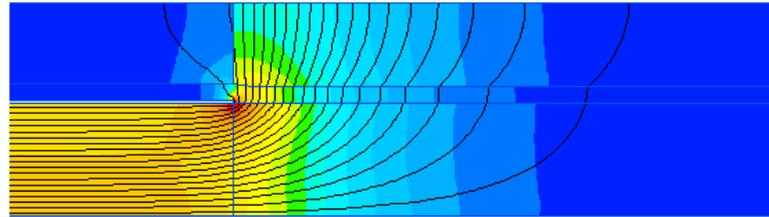
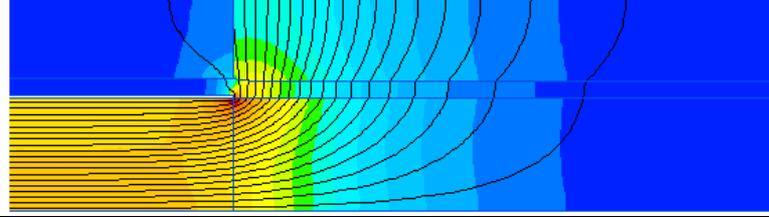
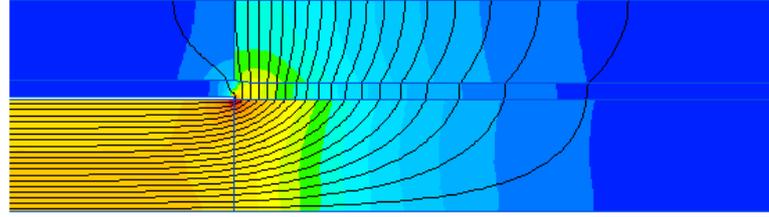
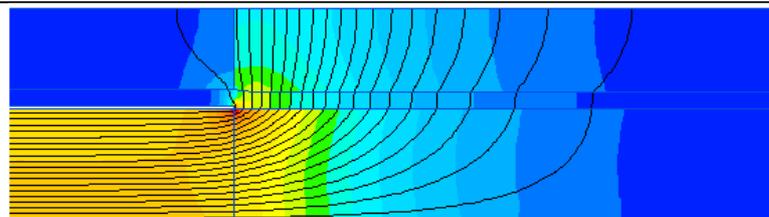
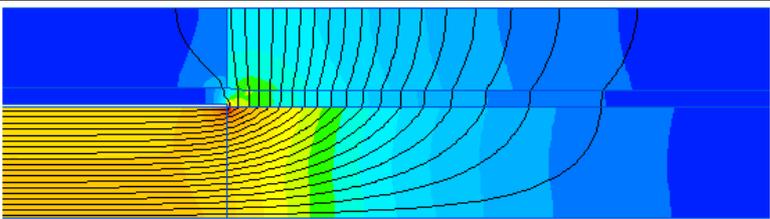
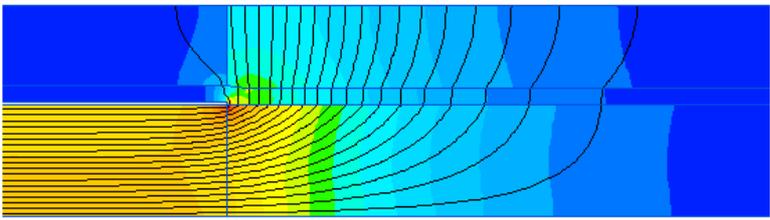
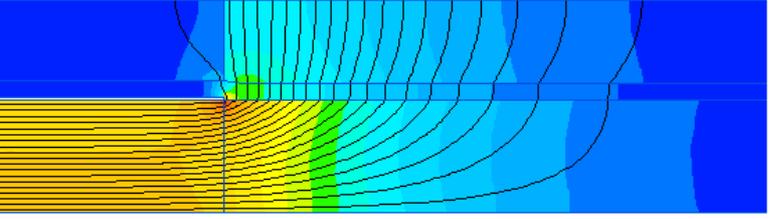
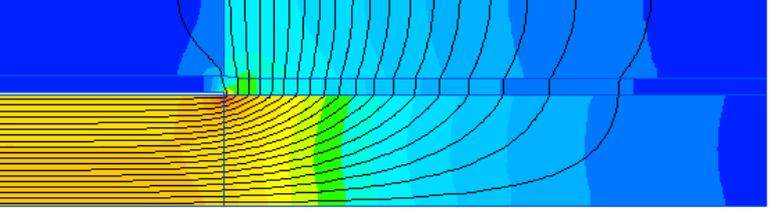
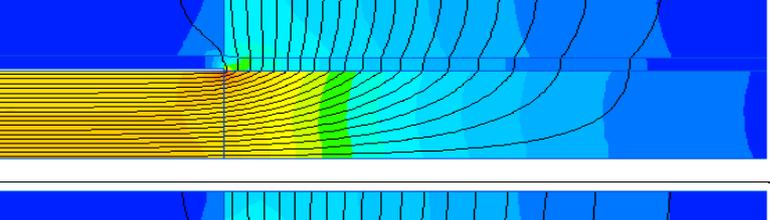
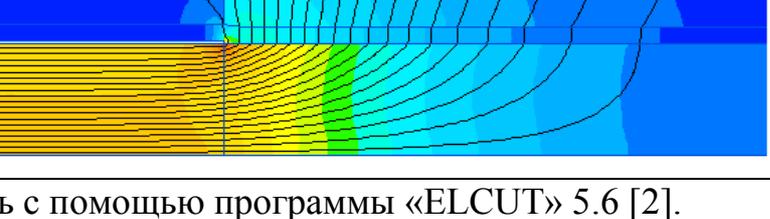


Рис. 2.3. Выравнивание электрического поля (кВ/мм) в концевой разделке в зависимости от удельной электропроводности трубки-регулятора (Cm/m)

**Таблица 2.1.** Картина поля в муфте при разных значениях проводимости регулирующего слоя

Проводимость, См/м	Электрическое поле E (кВ/мм)	Картина поля
0	20,24714743	
1,000E-08	19,40508165	
2,000E-08	18,07956036	
3,000E-08	16,98768991	
4,000E-08	16,15279372	
5,000E-08	15,50528949	
6,000E-08	14,98959164	

7,000E-08	14,56851324	
8,000E-08	14,21734703	
9,000E-08	13,91929396	
1,000E-07	13,66256808	
1,100E-07	13,43867759	
1,200E-07	13,24135445	

Все расчёты производились с помощью программы «ELCUT» 5.6 [2].

### ***Заключение к главе 2.1***

Изложены ключевые этапы анализа электрического поля в муфте с целью снижения его неравномерной напряжённости. Сформулирована задача и приведены основные уравнения, лежащие в основе математической модели. Представлена геометрическая модель концевой разделки силового кабеля. Приведены результаты расчёта поля при различных значениях удельной проводимости материала регулирующего слоя.

### *Литература к главе 2.1*

1. Грешняков Г. В., Нарышкин Е. В. Импульсный низкоиндуктивный высоковольтный кабель // Силовая электроника. – 2009. – №4. – с. 42-46.
2. Дубицкий С. Д. ELCUT 5.1 – платформа разработки приложений анализа полей // ExponentaPro. – 2004. – №1 – с. 14-20.

### **2.2. Муфты высокого напряжения. Выравнивание электрического поля при помощи стресс-конуса**

Задачи разработки и изготовления конкурентоспособной кабельной арматуры следует отнести по сложности решения к одним из наиболее интересных и высокотехнологичных задач современной кабельной техники. Их решение требует разработки и исследования муфт силовых кабелей, обеспечивающих существенное снижение неравномерности распределения электрического поля [1, 2] и реализации этих муфт в соответствии с современным уровнем развития технологической базы в части разработки и производства изоляционных материалов и полупроводящих компаундов. Для подбора необходимых физических характеристик материалов необходимо предварительное математическое моделирование электрического поля в изоляции муфт с применением специализированных пакетов прикладных программ [3].

#### ***Постановка и описание задачи***

Работа преследует следующие цели. Во-первых, предложить комбинированный способ снижения неравномерности электрического поля в месте обрыва экранов и проводящих оболочек кабеля, основанный на сочетании свойств материалов усиливающей изоляции кабельных муфт с её геометрической конфигурацией [4], и подтвердить эффективность предложенных решений на основе математического моделирования. Во-вторых, выработать рекомендации по свойствам проводящих материалов и требования к конструкциям элементов, обеспечивающим выравнивание поля в усиливающей изоляции кабельных муфт высокого напряжения при применении комбинированного способа выравнивания поля.

Известен ряд способов выравнивания электрического поля в кабельных муфтах. Из них выделим геометрический, импедансный и рефракционный. В основе выравнивания электрического поля по длине кабельной разделки лежит снижение продольной (тангенциальной) составляющей электрического поля. Это может быть выполнено несколькими способами. Причиной отклонения распределения поля от равномерного является разность ёмкостных токов через усиливающую изоляцию муфты на землю и через изоляцию кабеля на жилу. Поскольку изменять величину ёмкости на жилу не представляется возможным, то вариантами изменения характера распределения поля по длине разделки являются:

1. Изменение продольной комплексной проводимости кабельной разделки, как реактивной (конденсаторные элементы) составляющей, так и омической – продольной активной проводимости, в чём и состоит сущность импедансного метода. Известная [5] схема замещения кабельной разделки представляет собой цепочку из продольных и поперечных параллельных RC элементов по два поперечных элемента в каждой ячейке. Один из элементов моделирует комплексное сопротивление току смещения через изоляцию кабеля на жилу, а второй – комплексное сопротивление току смещения через усиливающую изоляцию кабельной муфты на землю. Выравнивание поля изменением активной составляющей продольной проводимости реализуется путём нанесения, тем или иным способом, на изоляцию кабеля специальных проводящих покрытий (слоёв) – полимерных экранов. Регулирование поля путём изменения реактивной (ёмкостной) составляющей продольной проводимости в данной работе не рассматривается, так как подобный подход применяется только в технологиях кабелей с бумажно-пропитанной и масляно-бумажной изоляцией с применением соответствующих материалов для усиливающей изоляции кабельных муфт (так называемая подмотка конденсаторного типа).
2. Геометрический и рефракционный способы связаны с изменением

конфигурации поля за счёт увеличения ёмкости  $C_0$  усиливающей изоляции на землю. Нейтрализующее действие этой ёмкости используется при применении проводящих экранов, в том числе – рефлектора стресс-конуса. Кривизна рефлектора должна обеспечивать компенсацию ёмкостного тока на жилу током смещения через усиливающую изоляцию на землю. В этом суть геометрического способа. Рефракционный способ предполагает увеличение ёмкости  $C_0$  за счёт применения в качестве материала основного изоляционного тела стресс-конуса силиконовой резины, со специальным наполнителем, обеспечивающим значение величины диэлектрической проницаемости на порядок превышающей соответствующий параметр XLPE–изоляции кабеля. Однако эффект от выравнивания продольной составляющей электрического поля рефракционным методом весьма зависим от гармонического состава кривой питающего напряжения. Таким образом, с ростом класса напряжения возможно снижение эффективности применения рефракционного способа выравнивания распределения поля по длине разделки, если не предусмотрено специальных мер по повышению качества питающего напряжения.

### *Термоусаживаемые муфты и муфты холодной усадки*

При термической усадке и холодной усадке для достижения определённых размеров и объёма муфт при монтаже используются материалы сетчатой кристаллической структуры, изделия из которых могут растягиваться и сжиматься, возвращаясь к первоначальной форме. В технологии холодной усадки — это EPDM-резина или силикон, а в технологии термоусадки — терморезистивные полимеры EVA [6].

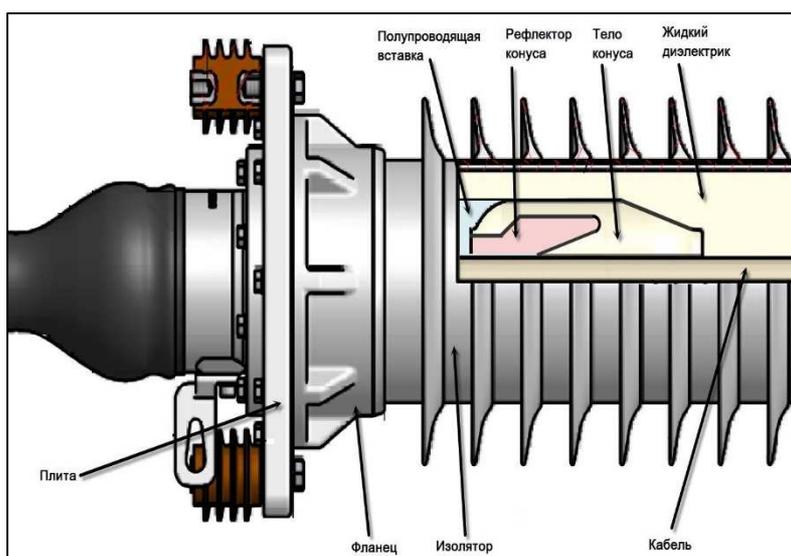
В отличие от термоусаживаемой муфты муфта холодной усадки на протяжении всего срока службы создаёт постоянное радиальное прижимное давление на кабель. При термической усадке в процессе остывания кристаллические области материала затвердевают и становятся жесткими. В дальнейшем это кристаллическое состояние материала сохраняется независимо от изменения размеров кабеля, который расширяется либо

сжимается при повышенных нагрузках и (или) варьировании температуры [6]. Поэтому в большинстве изделий, смонтированных по технологии термоусадки, используют термоплавкие клеи и мастики, обеспечивающие герметичное соединение муфты с кабелем.

Муфта холодной усадки повторяет движения кабеля по мере того, как кабель под воздействием перепадов нагрузки и (или) температуры расширяется и сжимается, сохраняя герметичное уплотнение.

### ***Комбинированный метод снижения неравномерности напряжённости электрического поля***

Сочетание геометрического и рефракционного методов [7] позволяет уменьшить тангенциальную составляющую напряжённости электрического поля в местах обрыва оболочек и экранов (нарушения заводской изоляции кабельных изделий), не прибегая к сложным технологическим процедурам формирования особых свойств материалов. Например, основной модуль – стресс-конус концевой муфты – может представлять собой конусообразное двухслойное тело (рис. 2.4). Его внешняя часть, занимающая основной объём, изготавливается из резины с изоляционными свойствами (основное изоляционное тело конуса), а внутренняя часть (рефлектор), формируется из резины с простыми проводящими наполнителями (мелкодисперсная сажа,

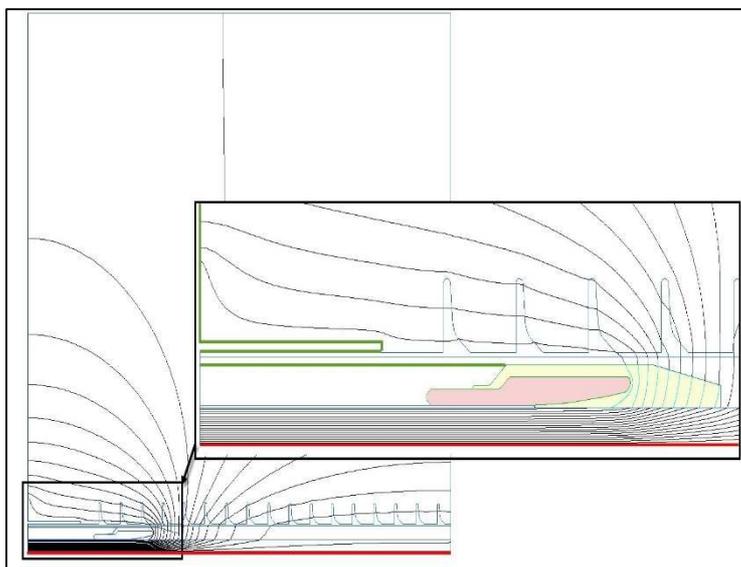


**Рис. 2.4.** Концевая муфта и стресс-конус

металлическая пыль) и выполняет функцию выравнивания электрического поля в усиливающей изоляции. Пространство между стресс-конусом и внешним изолятором муфты заполнено жидким диэлектриком, оптимальная

диэлектрическая проницаемость которого также является предметом анализа.

При численном моделировании [8] электрического поля в муфте была решена серия задач с целью оптимизации геометрии и проводящих свойств рефлектора.



**Рис. 2.5.** Расчётная область с граничными условиями

На рис. 2.5 показан общий вид расчётной области для моделирования электрического поля и граничные условия. На поверхности токоведущей жилы кабеля задано условие известного потенциала, равного амплитудному значению фазного напряжения. На рис. 2.5 эта часть границы выделена

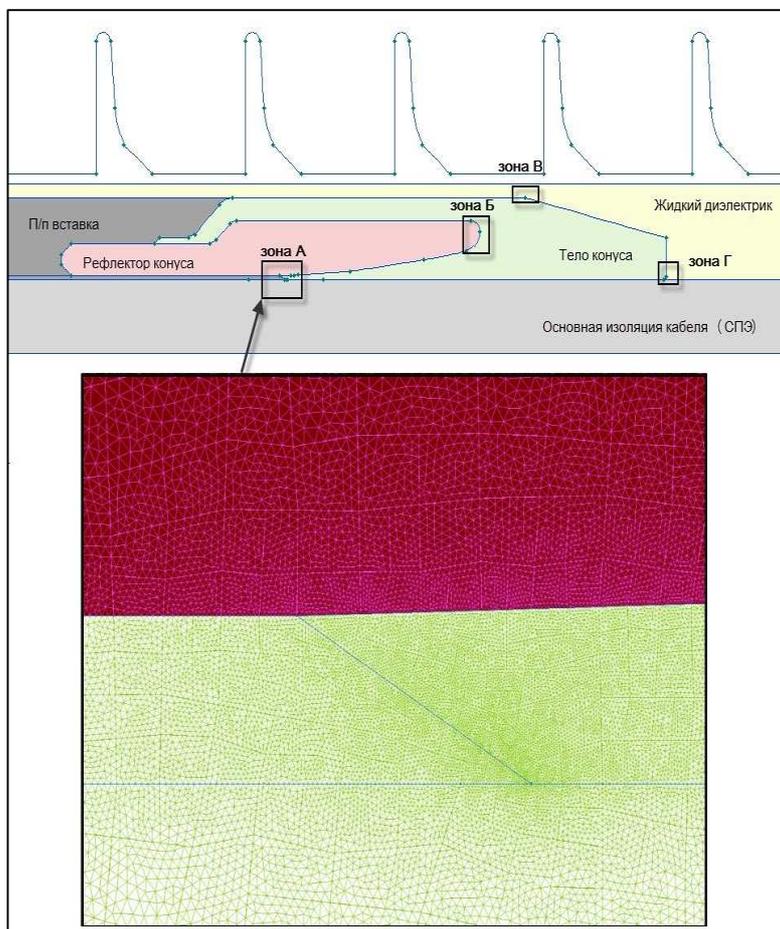
красным цветом (смотри цветные иллюстрации на диске). На границах модели, помеченных зеленым цветом, задано условие нулевого потенциала – это заземленные металлические части корпуса муфты и медная сетка, расположенная поверх полупроводящего покрытия. Остальные внешние границы расчётной области удовлетворяют естественному граничному условию – нулевой нормальной составляющей напряжённости электрического поля.

Модель расчётной области с сеткой из треугольных конечных элементов первого порядка показана на рис. 2.6. Сетка конечных элементов существенно сгущается в зоне обрыва полупроводящего полимерного экрана по изоляции кабеля, где напряжённость электрического поля достигает максимума. На этом рисунке рефлектор стресс-конуса показан красным цветом.

Опыт конструирования и эксплуатации высоковольтных кабельных муфт показывает, что проблемными с точки зрения концентрации электрического поля могут быть следующие зоны:

1. место обрыва полимерного экрана по изоляции кабеля (зона А рис. 2.6);

2. зона окончания рефлектора стресс-конуса (зона Б рис. 2.6);
3. заполненное жидким диэлектриком пространство между стресс-конусом и наружным изолятором (зона В рис. 2.6);
4. зона окончания конуса вблизи основной изоляции кабеля (зона Г рис. 2.6).



**Рис. 2.6.** Геометрическая расчётная модель стресс конуса

Практика показывает, что в большинстве случаев выход из строя муфты происходит из-за дефектов в критической зоне А. Поэтому в качестве критерия оптимальности выбран минимум модуля напряжённости электрического поля  $E_{из\_пл}$  на границе раздела «изоляция кабеля» – «полупроводящий полимерный экран по изоляции кабеля».

Расчёты производились по следующему алгоритму:

1. При фиксированном значении диэлектрической проницаемости основного изоляционного тела стресс-конуса изменялись значения омической проводимости рефлектора. Целью расчёта была фиксация оптимального значения проводимости, при котором модуль  $E_{из\_пл}$  минимален.
2. При выбранном в пункте 1 соотношении между компонентами активной проводимости варьировалась длина рефлектора (длина проекции рефлектора на ось). Целью расчёта была фиксация длины рефлектора, при которой модуль напряжённости поля  $E_{из\_пл}$  достигает минимума.
3. При фиксированных значениях соотношения компонентов проводимости и длины рефлектора по пунктам 1 и 2 изменялся угол наклона касательной к

начальному участку рефлектора (считая от кабеля) по отношению к оси кабеля. Целью расчёта была фиксация величины угла, при которой модуль напряжённость поля  $E_{из\_пл}$  достигает минимума.

4. При фиксированных значениях по пунктам 1, 2 и 3 варьировалась величина относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  основного изоляционного тела стресс-конуса. Целью расчёта была фиксация величины  $\epsilon$ , соответствующей минимуму напряжённости поля  $E_{из\_пл}$ .

Потенциал жилы задавался равным амплитудному значению фазного напряжения, потенциал экрана принимался равным нулю. Рефлектор стресс-конуса, по его назначению должен быть электрически соединён с заземлённым экраном кабеля, выполняя функцию восстановления «обрезанного» экрана кабеля (имитация первоначальной конструкции до разделки). По предложенному алгоритму решалась задача расчёта электрического поля переменного тока. Учитывая синусоидальность поля во времени, уравнения ниже записаны относительно комплексных величин (электрического потенциала  $U$ , вектора плотности тока  $\mathbf{j}$ , напряжённости электрического поля  $\mathbf{E}$ ).

Формулировка задачи для численного решения основана на уравнении Пуассона, описывающего электростатическое поле [1]:

$$\nabla(\epsilon \cdot \mathbf{E}) = \rho \quad (1)$$

и уравнении растекания токов в проводящей среде:

$$(\nabla \mathbf{j} = -i\omega \cdot \gamma) \quad (2)$$

при учёте закона Ома:

$$\mathbf{j} = \gamma \cdot \mathbf{E} \quad (3).$$

Тогда уравнение для потенциала  $U$  приобретает вид:

$$\nabla \cdot \left( \left[ \epsilon - \frac{i\gamma}{\omega} \right] \nabla U \right) = 0 \quad (4),$$

здесь  $\gamma = (\gamma_z, \gamma_r)$  – электропроводность;  $\epsilon = (\epsilon_z, \epsilon_r)$  – диэлектрическая проницаемость;  $\mathbf{j}$  – комплексный вектор плотности тока;  $\mathbf{E}$  – комплексный вектор напряжённости электрического поля;  $U$  – комплексный электрический

потенциал;  $\omega = 2\pi f$  – циклическая частота;  $\rho$  – объёмная плотность сторонних зарядов, в наших задачах равная нулю;  $i$  – мнимая единица.

Решив (4), используем связь:

$$E = -\text{grad}U \quad (5)$$

И можем рассчитать значения напряжённости электрического поля в любой точке модели.

Задача (4) решается в осесимметричной системе координат в геометрической области, показанной на рис. 2.5-2.6. Граничные условия Дирихле заданы как:  $U = U_m = 64\sqrt{2} \text{ кВ}$  на поверхности жилы (на рис. 2.5-2.6 – нижняя граница серого прямоугольника) и  $U = 0$  на поверхности экрана кабеля (граница зоны А на рис. 2.6). На остальных границах предполагаются естественные граничные условия, соответствующие нулевой нормальной составляющей электрического поля  $E_n = 0$ .

Проведены расчёты распределения электрического поля в концевой разделке кабеля с изоляцией из сшитого полиэтилена [8] при сечении токоведущей медной жилы  $400 \text{ мм}^2$ . Между жилой и экраном приложено испытательное напряжение с действующим значением  $64 \text{ кВ}$  промышленной частоты  $50 \text{ Гц}$ .

### **Результаты численного моделирования**

Таблица 2.2 Исследуемые расчётные варианты

№	Тело конуса		Рефлектор	
	Относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon$	Электропроводность $\sigma$ , $\text{См/м}$	Относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon$	Электропроводность $\sigma$ , $\text{См/м}$
1	1	0	1	0
2	2,5	0	2,5	0
3	22	0	2,5	0
4	22	0	2,5	0,0002

Интерес представляет характер распределения электрического поля в зоне обрыва полимерного экрана по изоляции кабеля. Графики напряжённости электрического поля строятся вдоль горизонтальной линии  $OX$  (на рис. 2.7 словами «полимерный экран»). Нулевой координате соответствует точка обреза полупроводящего покрытия (экрана), где напряжённость поля достигает максимума. Характерная картина поля в расчётной области (рис. 2.7) приведена на рис. 2.8.

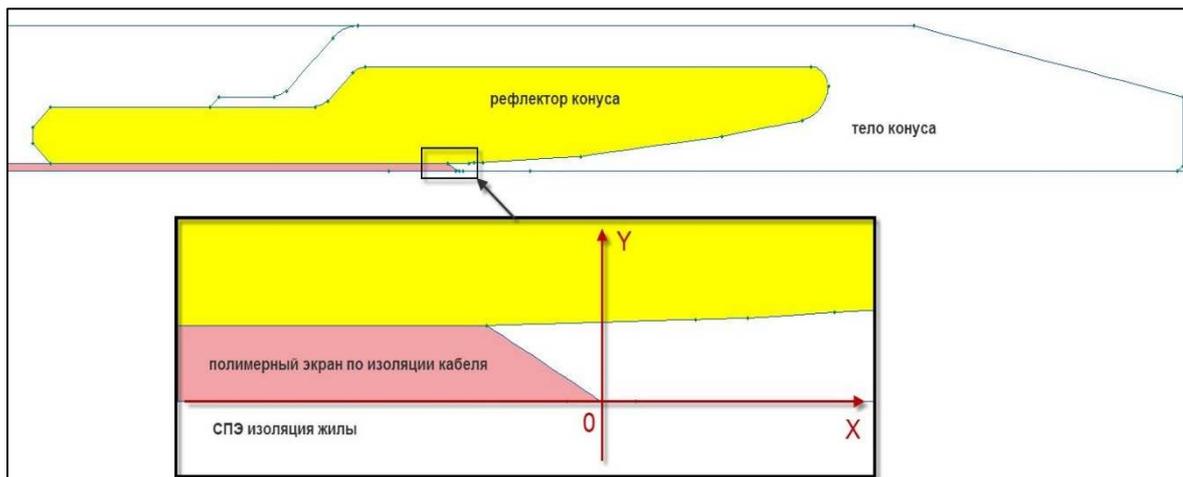


Рис. 2.7. Зона наибольшего электрического поля

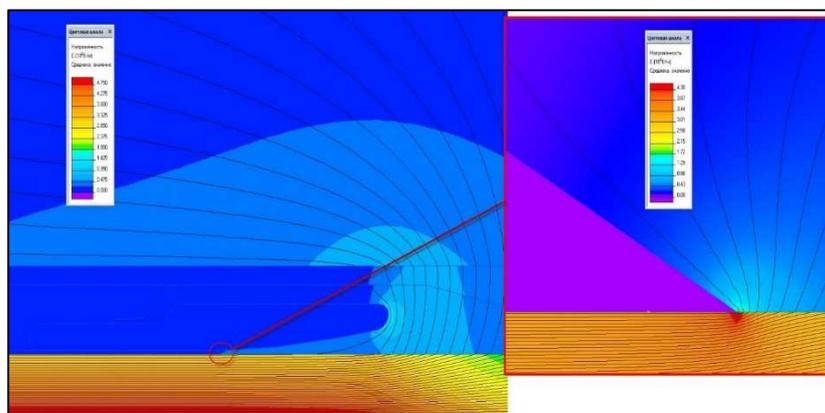


Рис. 2.8. Диаграмма распределения поля в усиливающей изоляции. Свойства конуса – в соответствии с вариантом 2 в таблице 2.2

На рис. 2.9 показано распределение поля вдоль отрезка  $OX$  для расчётных вариантов из таблицы 2.2. На рис. 2.10 приведена зависимость максимальной напряжённости электрического поля в зависимости от диэлектрической проницаемости основного изоляционного тела конуса в широком диапазоне:  $1 < \epsilon_{\text{тела}} < 24$ .

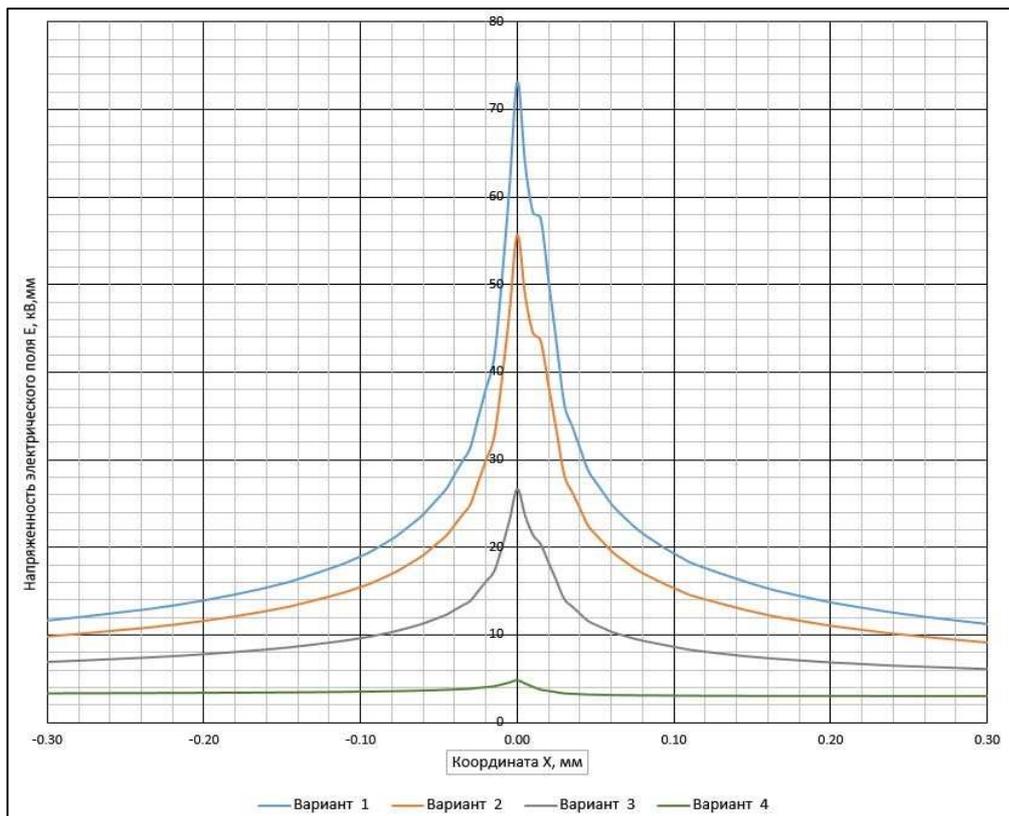


Рис. 2.9. Распределение поля в разных вариантах свойств конуса и рефлектора

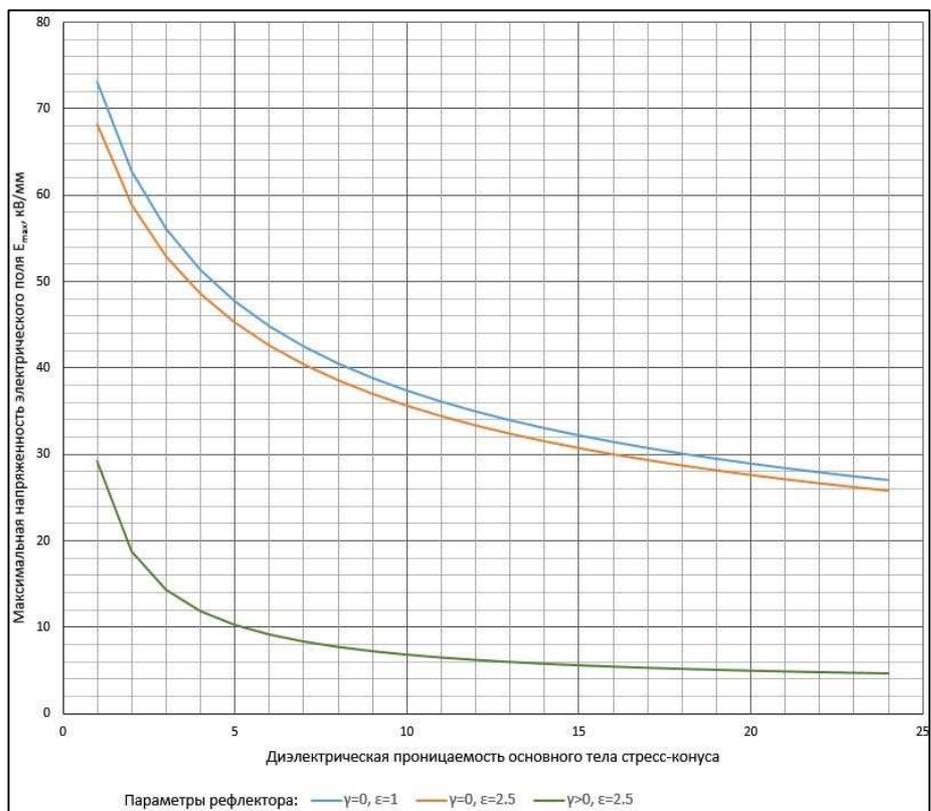
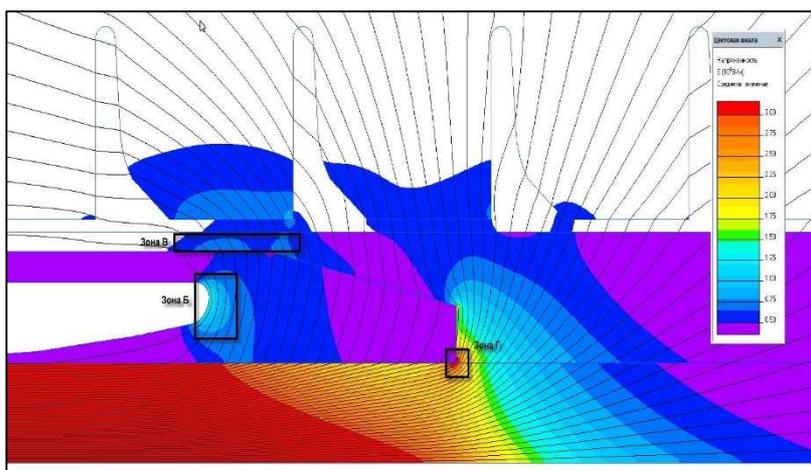


Рис. 2.10. Зависимость максимальной напряжённости поля от диэлектрической проницаемости основного тела

На этом графике синяя и оранжевая (верхняя и вторая сверху) кривые соответствуют рефлектору с нулевой проводимостью, а зеленая (нижняя) кривая – полупроводящему рефлектору с удельной электропроводностью  $\gamma = 0,0002 \text{ См/м}$ . Из графика следует, что снижения напряжённости поля до требуемого уровня практически невозможно добиться без использования полупроводящего рефлектора. Причём, даже и в этом случае диэлектрическая проницаемость основного тела конуса должна быть достаточно высокой. Смотри цветные иллюстрации на диске.



**Рис. 2.11.** Электрическое поле в проблемных зонах Б, В и Г. Для удобства чтения напряжённость поля, меньшая чем  $0,5 \text{ кВ/мм}$ , вне зоны стресс-конуса не показана

конуса), В и Г (в жидком диэлектрике).

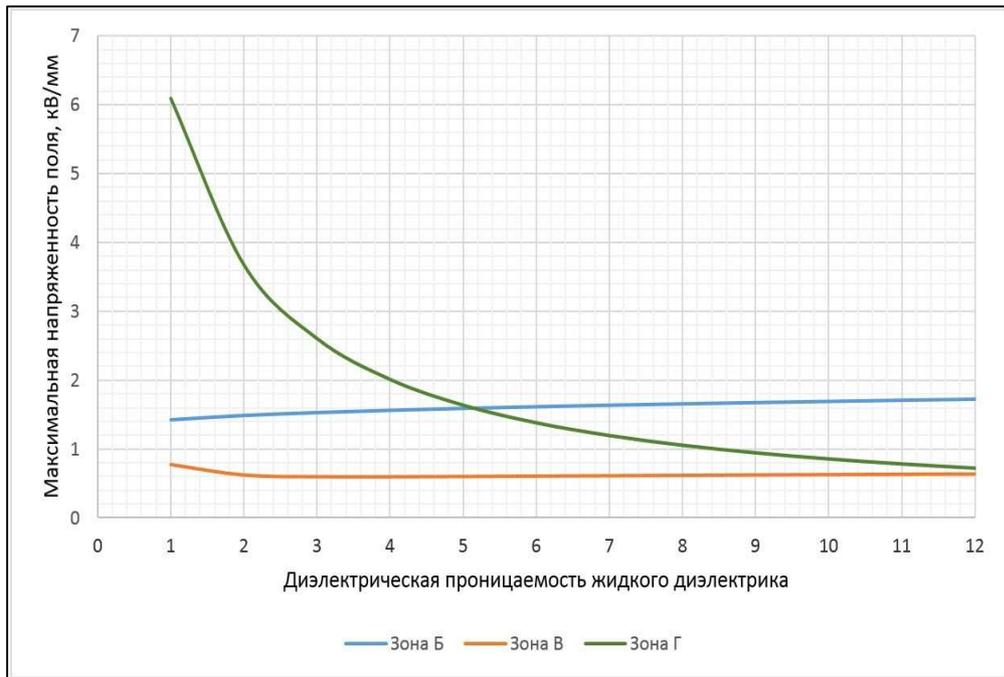
Максимальная напряжённость поля в зонах Б, В и Г исследовалась при значениях диэлектрической проницаемости основного тела конуса и его рефлектора, выбранных по соображениям минимизации поля в зоне А. Оставшаяся степень свободы – диэлектрическая проницаемость жидкого диэлектрика, заполняющего свободное пространство внутри корпуса наружного изолятора.

Картина электрического поля вблизи проблемных зон Б, В и Г показана на рис. 2.11, а зависимость максимального поля в зонах от диэлектрической проницаемости жидкого диэлектрика приведена на рис. 2.12.

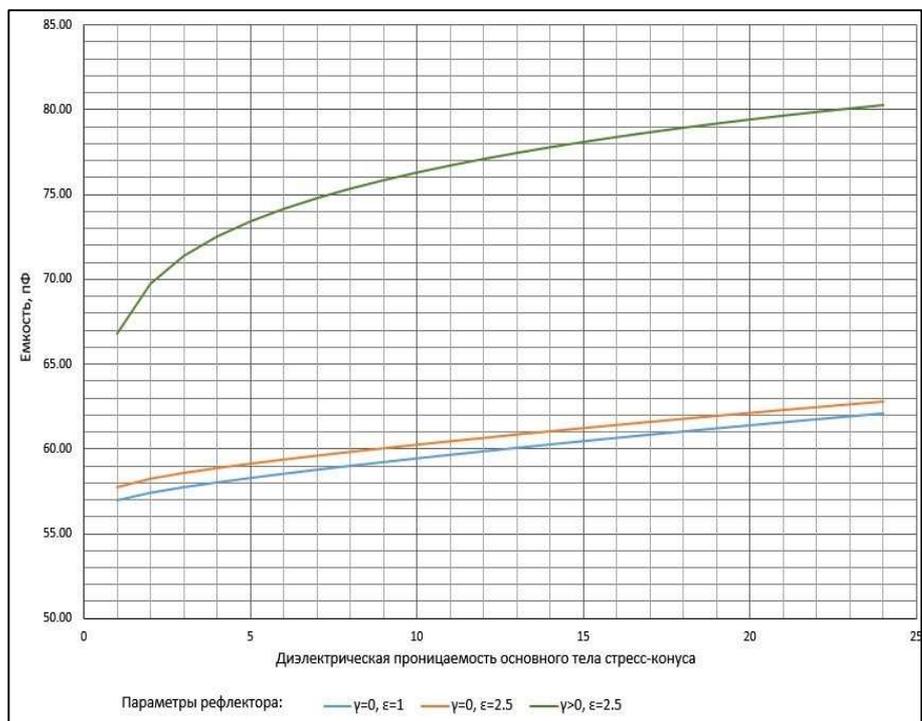
Как видно из последнего графика, напряжённость поля в проблемных зонах Г и Б выше соответствующих значений для зоны В. При этом максимальная

Для конструкции, обеспечивающей наибольшее снижение электрического поля в проблемной зоне А (рис. 2.6), проведено также исследование распределения поля в трёх других проблемных зонах: Б (у окончания рефлектора

напряжённость (в зоне Г) сопоставима либо больше, чем соответствующий параметр для зоны А только в тех случаях, когда относительная диэлектрическая проницаемость жидкого диэлектрика меньше 3.



**Рис. 2.12.** Максимальная напряжённость поля в зонах Б, В и Г



**Рис. 2.13.** Ёмкость муфты в зависимости от диэлектрической проницаемости основного тела конуса

Отметим также, что выбор конструкции стресс-конуса и свойств диэлектрических материалов оказывает влияние на электрическую ёмкость

муфты. Ёмкость между жилой и землей легко может быть оценена через полную энергию электрического поля в расчётной области  $W_{\text{э}}$  и известное фазное напряжение  $U_{\text{ф}}$ :

$$W_{\text{э}} = \int_V \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}}{2} dv, \quad C = \frac{2W_{\text{э}}}{U_{\text{ф}}^2} \quad (6)$$

Зависимость ёмкости от диэлектрической проницаемости основного изоляционного тела стресс-конуса приведена на рис. 2.13.

Из графиков на рис. 2.13 видно, что ёмкость конструкции муфты, и, соответственно, запасённая в ней энергия электрического поля, осциллирующая с двойной частотой, увеличивается почти на треть по мере приближения степени ослабления максимального электрического поля к оптимальному значению. Этот факт может быть учтён при моделировании режимов работы муфты в составе электрической цепи.

### ***Выводы к главе 2.2***

В этой части описан способ снижения неравномерности электрического поля в месте обрыва экранов и проводящих оболочек, основанный на сочетании свойств материалов стресс-конуса кабельной муфты и специального подбора геометрической конфигурации стресс-конуса. Установлено, что:

1. Оптимальное отношение продольной ( $\sigma_x$ ) к поперечной ( $\sigma_y$ ) составляющей активной проводимости рефлектора находится в пределах  $\sigma_x/\sigma_y = 10 \dots 12$ . Результаты расчёта в оптимальном случае дают значение  $E_{\text{min}} = 2,85 \text{ кВ/мм}$ .
2. Оптимальное значение длины проекции рефлектора на ось кабеля находится в пределах  $L = 85 \dots 120 \text{ мм}$ .
3. Оптимальное значение угла наклона касательной к начальному участку рефлектора стресс-конуса  $\varphi = 8 \dots 14$ .
4. Оптимальное значение относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  материала основного изоляционного тела принимает значения из промежутка  $\varepsilon = 22 \dots 24$ .

Для более точной оценки оптимальных значений  $\sigma_x/\sigma_y$ ,  $L$ ,  $\varphi$  и  $\varepsilon$  следует выполнить оптимизационные расчёты электромагнитного поля в соответствии с приведённым алгоритмом. В общем случае для изготовления рефлектора может быть использована смесь эластичного полимерного материала с мелкодисперсным токопроводящим наполнителем. В качестве эластичного полимерного материала применимы этиленпропиленовая или силиконовая резины, а в качестве мелкодисперсного токопроводящего наполнителя – сажа или металлический порошок.

В том случае, если качество питающей сети ставит под сомнение возможность эффективного применения рефракции, для выравнивания поля следует применить сочетание геометрического и импедансного (возможно, нелинейного импедансного) способов снижения неравномерности поля по длине разделки.

### ***Заключение к главе 2.2***

Предложен комбинированный способ снижения неравномерности распределения электрического поля в подвижных муфтах и муфтах холодной усадки силовых кабелей, основанный на сочетании геометрического и рефракционного методов выравнивания. Сформулированы требования к свойствам проводящих материалов и к конструкциям элементов, обеспечивающим выравнивание поля в усиливающей изоляции кабельных муфт высокого напряжения. Такой подход даёт возможность в условиях весьма ограниченного потока информации о зарубежных аналогах и прототипах развивать конструирование и производство отечественной кабельной арматуры, позволит оптимизировать конструкцию стресс-конуса и других элементов кабельных муфт, с последующим замещением импортных изделий и, в результате, должен привести к повышению эффективности энергетической отрасли.

### ***Литература к главе 2.2***

1. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В. Теоретические основы электротехники. В 2 томах. СПб: Питер, 2009.

2. Коровкин Н. В., Грешняков Г. В., Куликов А. В. Импульсный низкоиндуктивный высоковольтный сильноточный кабель // Тезисы докладов международного симпозиума по электромагнитной совместимости и экологии. – 2009. – с. 140-146.
3. Дубицкий С. Д. ELCUT 5.1 – платформа разработки приложений анализа полей // Exponenta Pro. – 2004. – №1. – с.14-20.
4. Грешняков Г. В., Журавлёв И. В., Матвеев А. В. Патент на полезную модель № 97013 Соединительная муфта для силового кабеля. Срок действия патента 29 декабря 2019г.
5. Шварцман Л. Г. Регулирование электрического поля в концевых муфтах кабелей высокого напряжения // Труды ВНИИ КП. – 1969. – вып.13.
6. Котов Р. В. Распределение электрического поля в кабельных муфтах холодной усадки // Электро. – 2006. – №5. – с.40-44.
7. Грешняков Г. В., Дубицкий С. Д. Комбинированный способ снижения неравномерности электрического поля в муфтах силовых кабелей // Силовая электроника. – 2010. – №2.
8. Грешняков Г. В., Дубицкий С. Д. Математическое моделирование электрического поля в муфтах силовых кабелей // Силовая электроника. – 2010. – № 3.

### **3. Низкоиндуктивный высоковольтный импульсный кабель триаксиальной конструкции**

В данном разделе статьи обсуждается решение задачи разработки импульсного низкоиндуктивного высоковольтного сильноточного кабеля (далее по тексту — НК), предназначенного для подключения энергопоглощающих резисторов к оперативным и защитным устройствам коммутации тока в системе вывода энергии из сверхпроводящих обмоток международного реактора ИТЭР (Франция). НК может использоваться в других импульсных системах для соединения нагрузок с источниками питания, например, с ёмкостными накопителями энергии, с максимальным импульсным напряжением до 24 кВ.

## **Описание и обоснование конструкции**

Кабель имеет коаксиальную конструкцию, что обусловлено необходимостью обеспечения минимального взаимного влияния внешнего и внутреннего электромагнитного поля кабеля. Внутренний проводник выполняется в виде медной токопроводящей жилы сечением  $400 \text{ мм}^2$  (рис. 3.1). Жила изготовлена многопроволочной, круглой формы, уплотнённой, из медных проволок марки ММ диаметром 3,06 мм. Номинальный диаметр жилы — 23,5 мм. Изолирование жилы проводится композицией из силанольно-сшитого полиэтилена LE 4421M (95 %) и катализатора LE 4431 (5 %) производства компании Borealis. Толщина слоя изоляции — 5 мм. По жиле и по изоляции накладывается экран из электропроводящей композиции полиэтилена LE 0540 компании Borealis.

Внешний проводник сечением  $400 \text{ мм}^2$  выполняется в виде двух повивов из медных проволок диаметром 2,25 мм с разным направлением скрутки. Каждый повив скрепляется медной лентой. Промежуточная и наружная оболочки изготавливаются из полимерной композиции, не содержащей галогенов, марки CONGuard S фирмы Condor (плотность  $1,55 \text{ г/см}^3$ ). Внешний номинальный диаметр кабеля — 55,4 мм. Индуктивность не превышает  $0,2 \text{ мкГн/м}$ . Для обеспечения необходимой токовой нагрузки следует использовать параллельное соединение 2–4 кабелей (количество подлежит уточнению).

## **Обоснование выбора материалов**

Выбор мягкой меди в качестве материала для токопроводящей жилы обусловлен низким значением её удельного электрического сопротивления в сочетании с достаточной механической прочностью и гибкостью.

В качестве материала изоляции выбран силанольно сшитый полиэтилен, обладающий высокой электрической прочностью, термореактивными свойствами в сочетании с химической стойкостью, стойкостью к радиоактивному излучению, морозостойкостью, низкими газопроницаемостью и влагопоглощением. Силановая технология отличается

более низкими капитальными и производственными затратами, гибкостью производственного процесса. На этапе наложения изоляции не требуется высокого давления. При производстве могут быть использованы полиэтилены любой плотности [4]. Новейшие силановые смеси содержат специальные добавки, которые существенно улучшают характеристики изоляционного материала.

В качестве материала для промежуточной и внешней оболочек применён современный высокотехнологичный не содержащий галогенов композиционный материал марки CONGuard S 6645 фирмы Condor.

### **Расчёт основных параметров**

#### ***Расчёт индуктивности***

Величину поперечного сечения проводников кабеля необходимо выбирать с учётом обеспечения максимальной токовой нагрузки. В соответствии с техническими требованиями существуют два режима работы кабеля:

- периодические импульсы тока с периодом повторения  $\geq 20$  мин,
- одиночные (редкие) импульсы тока.

Форма заднего фронта импульсов в обоих режимах — экспонента с постоянной времени от 5 до 15с. Максимальная амплитуда импульсов в периодическом режиме — 15 кА, в одиночном — 25 кА (в дальнейшем подлежит уточнению).

С целью обеспечения минимальной индуктивности кабель должен состоять из нескольких параллельно включенных кабелей. Каждый кабель имеет коаксиальную конструкцию с поперечным сечением внутреннего и внешнего проводников, равным 400 мм<sup>2</sup> (рис. 3.1).

По предварительным данным заказчика максимальная амплитуда импульса тока составляет 25 кА. В первом приближении тепловые процессы, происходящие в нестационарном режиме работы НК, описываются дифференциальным уравнением [5]:

$$\gamma \frac{dT}{dt} C_p = \rho \cdot J^2 \quad (1)$$

где  $C_p = 91,3 \text{ кал/(кг град)}$  – удельная теплоёмкость меди при постоянном давлении;  $\gamma = 8,89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  – удельная плотность меди;  $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6} \text{ ом}$   $m$  – удельное сопротивление меди;  $T$  – температура  $K$ ;  $t$  – время  $s$ ;  $J$  – плотность тока  $A/\text{мм}^2$ .

Площадь поперечного сечения токопроводящей жилы можно оценить с учётом, что  $J = I/S$ , где  $I$  – действующее значение тока:

$$S = \sqrt{\frac{I^2 \rho}{C_p \gamma \cdot \frac{dT}{dt}}} \quad (2)$$

Подстановка в последнее выражение численных значений с учётом, что  $I \sim 12,5 \text{ кА}$  и  $dT/dt \sim 230/45 = 5,1$  даёт оценку величины суммарного поперечного сечения:  $S = 840 \text{ мм}^2$ . Таким образом, при выборе сечения одного кабеля, равным  $400 \text{ мм}$  для обеспечения максимальной токовой нагрузки, следует использовать два-три кабеля, соединённых параллельно.

Индуктивность коаксиального кабеля [2] состоит из внутренней индуктивности проводников  $L_r$  и  $L_R$  и внешней (межпроводниковой) индуктивности  $L_{мп}$ :

$$L = L_{мп} + L_r + L_R \quad (3)$$

Для внешней индуктивности коаксиального кабеля справедливо соотношение [1]:

$$L_{мп} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R}{r} \approx 0,2 \cdot \ln \frac{R}{r} \text{ мкГн/м} \quad (4)$$

Внутренняя индуктивность проводников:

$$L_R + L_r = \frac{\mu}{2\sqrt{2} \cdot rk} + \frac{\mu}{2\sqrt{2} \cdot Rk} \quad (5),$$

где  $k = \sqrt{\mu\gamma\omega}$ . При любой частоте для кабеля с малой толщиной внешнего проводника справедливо соотношение:

$$L = 0,2 \cdot \ln \frac{R}{r} + 13,33 \frac{R+r}{2\pi R \sqrt{f}} \quad (6),$$

где  $r$  и  $R$  радиусы проводников  $\text{мм}$ ;  $f$  – частота  $\text{Гц}$ .

Из последнего выражения видно, что, например, для области высоких частот при вычислении индуктивности можно не учитывать внутреннюю

индуктивность проводников (её вклад – менее 1 %), то есть:

$$L = 0,2 \cdot \ln \frac{R}{r} \quad (7)$$

Для учёта низкочастотных составляющих спектра импульса тока при вычислении индуктивности [1] достаточно добавить ещё одно слагаемое:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R}{r} + \frac{\mu_0}{8\pi} \quad (8)$$

Учитывая, что  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$ , и переходя к практическим единицам, в пересчёте на единицу длины получим:

$$L = 0,2 \cdot \ln \frac{R}{r} + 0,05, \text{ мкГн/м} \quad (9)$$

Используя последнее выражение, можно оценить индуктивность кабеля со следующими геометрическими характеристиками:

- радиус уплотнённой многопроводочной жилы с поперечным сечением  $400 \text{ мм}^2$   $r=11,75 \text{ мм}$ ;
- толщина изоляции, включая два экрана из полупроводящего полиэтилена,  $\Delta=6,2 \text{ мм}$ .

С учётом дополнительного экрана из проводящей кабельной бумаги толщиной  $0,24 \text{ мм}$ , радиус внешнего проводника  $R = 20,45 \text{ мм}$ . Таким образом, индуктивность кабеля составляет:

$$L = 0,2 \ln (R/r) + 0,05 = 0,2 \ln(20,45/11,75) + 0,05 = 0,16 \text{ мкГн/м} \quad (10)$$

Использование выражения (6) для уточнения параметра с учётом поверхностного эффекта и эффекта близости приводит к несколько большему значению величины индуктивности  $L$  по сравнению с оценкой (10).

### ***Расчёт индуктивности методом конечных элементов.***

На первом этапе индуктивность двухпроводной коаксиальной линии рассчитывается с рядом упрощающих предположений:

- расчёт ведётся без учёта вихревых токов в экранах и эффекта вытеснения тока в основных проводниках (эффект близости);
- не учитывается, что внутренняя жила и повивы обратного провода состоят из отдельных проводников круглого сечения; принимается, что

внутренний проводник имеет форму сплошного цилиндра, а внешний – полоого цилиндра;

- относительная магнитная проницаемость всех элементов кабеля принимается равной единице.

Эти упрощения приводят к элементарной задаче. Пусть ток в прямом проводе равен  $1\text{ A}$ , в обратном проводе  $= -1\text{ A}$ , магнитное поле рассчитывается в предположении, что оно сосредоточено внутри кабеля (смотри рис. 3.1).

Для вычисления индуктивности теперь нужно найти магнитный поток между внутренним и внешним контуром. В программе «ELCUT» [6] для этого удобно применить мастер индуктивностей.

Результат: индуктивность на  $1\text{ м}$  погонной длины  $L = 0,1555\text{ мкГн/м}$ .

Альтернативный подход к вычислению индуктивности состоит в вычислении энергии магнитного поля по всему сечению кабеля. Затем индуктивность вычисляется как удвоенная энергия, делённая на квадрат тока.

Энергетический подход даёт значение индуктивности  $L = 0,1553\text{ мкГн/м}$ . Дальнейшее уточнение могло бы последовательно исключать допущения 1–3.

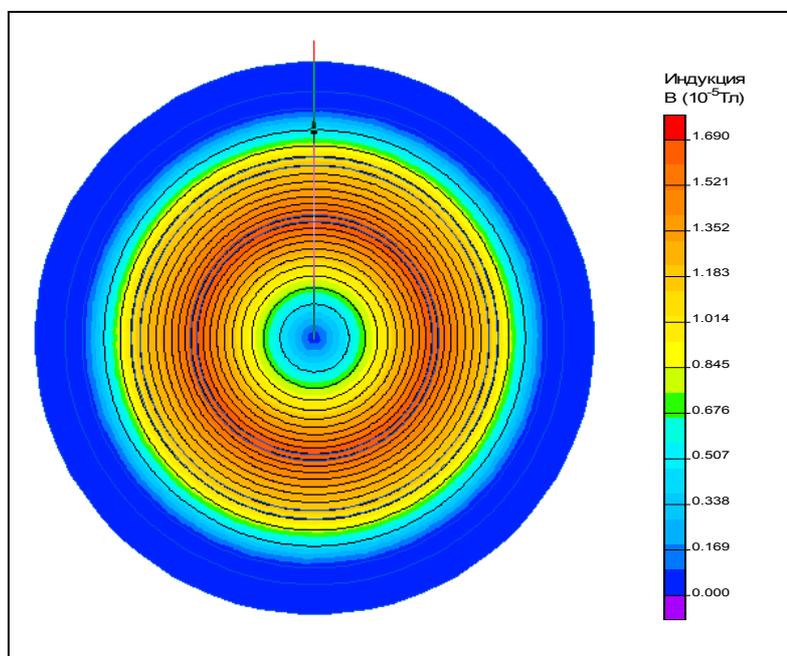
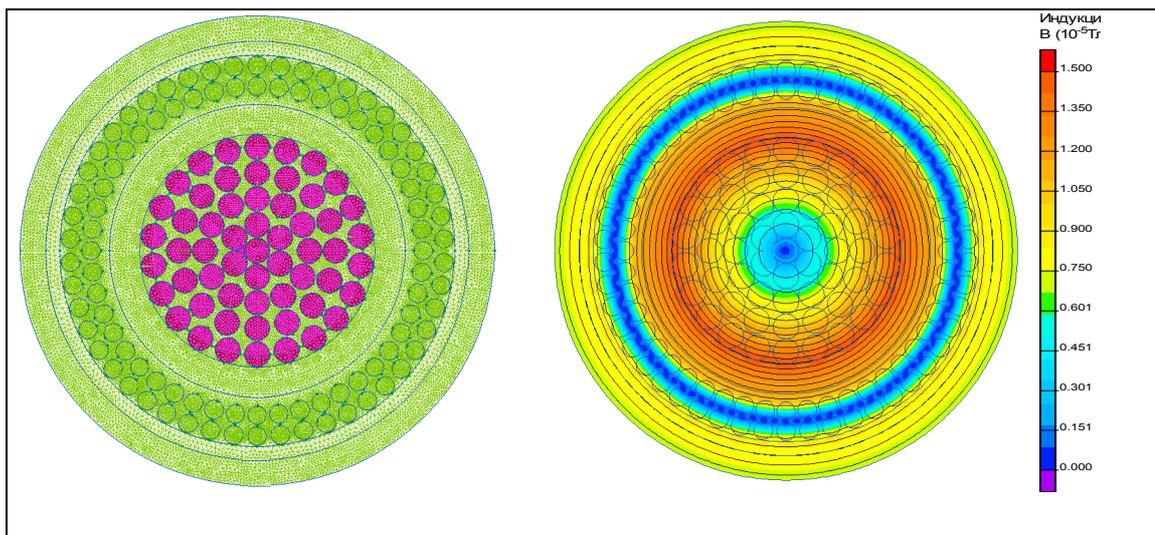


Рис. 3.1. Распределение магнитного поля по сечению кабеля

### **Расчёт индуктивности с учётом конструкции проводников**



**Рис. 3.2.** Геометрическая модель с учётом реальной конструкции проводников (слева), картина магнитного поля (справа) Красным цветом выделены проводники центральной жилы. Смотри цветные иллюстрации на диске

Для уточнения индуктивности построена модель, учитывающая структуру центральной жилы и обратного проводника. Соответствующие параметры этой модели представлены в таблице 3.1.

**Таблица 3.1.** Параметры многопроводочной модели

Проводник	Диаметр проволоки	Число витков по слоям
Центральная жила	3,06 мм	1 – 6 – 12 – 16 – 22
Обратный проводник	2,25 мм	первый повив 48 второй повив 50

На рис. 3.2 показана геометрическая модель расчётной области с сеткой конечных элементов и картина магнитного поля. Уточненное значение индуктивности двухпроводной линии имеет значение  $L = 0,164 \text{ мкГн/м}$ .

### **Расчёт индуктивности в зависимости от частоты тока**

При питании кабеля переменным током возникает эффект близости и поверхностный эффект, в результате которого распределение тока по сечению проводников нельзя более считать равномерным. Искажение картины распределения токов по сечению проводников вызывает изменение распределения магнитного поля и магнитного потока, сцепленного с каждым из проводников.

Степень проявления эффекта близости и поверхностного эффекта нарастает с увеличением частоты тока, так что можно ожидать зависимости индуктивности двухпроводной линии  $L$  от частоты  $f$ . Для изучения зависимости  $L(f)$  решена серия задач расчёта магнитного поля переменных токов на разных частотах. Результаты расчётов сведены в таблицу 3.2.

**Таблица 3.2.** Результаты расчёта индуктивности на разных частотах

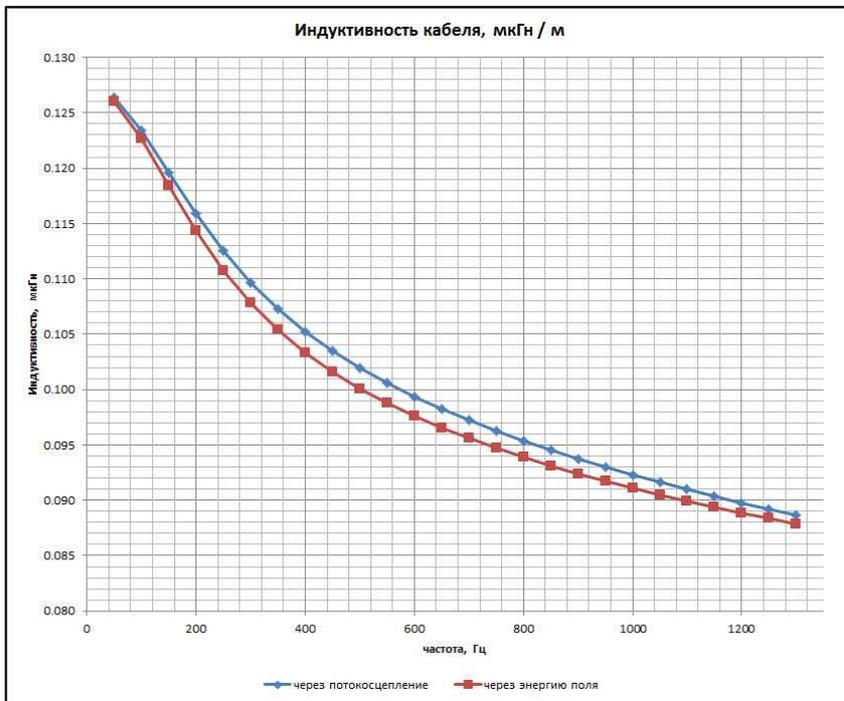
Частота $f$ (Гц)	Индуктивность $L$ (мкГн/м)	
	через потокосцепление	через энергию поля
50	0,126	0,126
100	0,123	0,123
150	0,120	0,118
200	0,116	0,114
250	0,113	0,111
300	0,110	0,108
350	0,107	0,105
400	0,105	0,103
450	0,103	0,102
500	0,102	0,100
550	0,101	0,099
600	0,099	0,098
650	0,098	0,097
700	0,097	0,096
750	0,096	0,095
800	0,095	0,094
850	0,095	0,093
900	0,094	0,092
950	0,093	0,092
1000	0,092	0,091
1050	0,092	0,090
1100	0,091	0,090
1150	0,090	0,089
1200	0,090	0,089
1250	0,089	0,088

1300	0,089	0,088
------	-------	-------

График, иллюстрирующий зависимость значения индуктивности кабеля от частоты, представлен на рис. 3.3. Приведённые в этом разделе оценки и расчёты показывают, что величина погонной индуктивности НК не превышает значения  $0,2 \text{ мкГн/м}$ .

### ***Расчёт максимальной температуры проводника в режиме одиночных импульсов***

Тепловой расчёт кабеля состоит в исследовании изменения температуры проводников от времени при различных видах импульсной нагрузки. В данном разделе мы проводим нестационарный тепловой расчёт дважды: сначала классическим методом тепловых схем замещения (сосредоточенных



теплоёмкостей), а затем прямым моделированием теплового поля методом конечных элементов. По рекомендациям СИГРЭ [3] для расчёта переходных режимов нагрева кабелей с достаточной степенью точности может быть применен метод

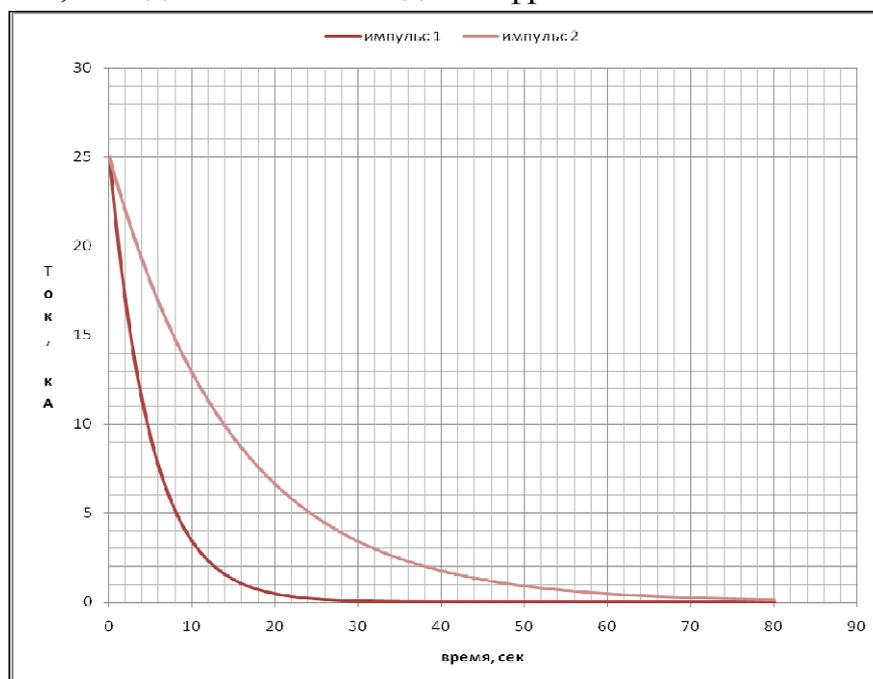
**Рис. 3.3.** Зависимость индуктивности от частоты сосредоточенных теплоёмкостей. Общими для обоих методов являются характер источника тепловыделения и тепловые свойства материалов кабеля.

**Таблица 3.3.** Тепловые свойства материалов

Метка	Материал	Теплопроводность Вт/(м·град)	Теплоёмкость Дж/(кг·град)	Плотность кг/м <sup>3</sup>
токопроводящая жила	многопроволочная медь	$380 * \text{Коэф\_заполн} = 0,75$	$385 * \text{Коэф\_заполн} = 0,75$	8960

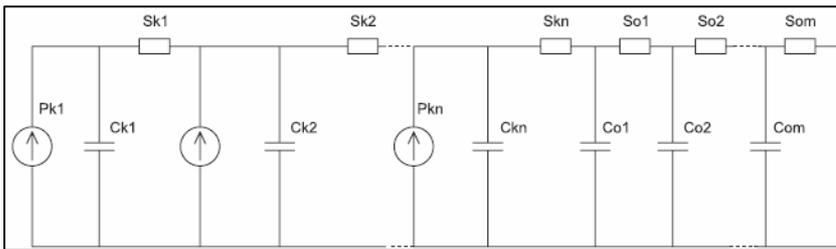
экран по жиле	электропрово- дящий полиэтилен	0,2	3000	1600
изоляция СПЭ	силанольно сшитый полиэтилен	при 50° - 0,289 при 100° - 0,248	при 20° - 2300 при 80° - 3760	948
экран по изоляции	электропрово- дящий полиэтилен	0,2	3000	1600
обратный провод 1	48 медных проволок $d = 2,25 \text{ мм}$	$380 * \text{Козф\_заполн}$ $= 0,7$	$385 * \text{Козф\_заполн.}$	8960
обратный провод 2	50 медных проволок $d = 2,25 \text{ мм}$	$380 * \text{Козф\_заполн}$ $= 0,65$	$385 * \text{Козф\_заполн.}$	8960
разделительный слой	компаунд	0,2	3000	1600

В соответствии с техническим заданием на проектирование импульсного низко индуктивного кабеля источником тепла являются омические потери в токопроводящих жилах и экране при протекании через кабель импульса тока заданной формы и частоты. На рис. 3.4 приведена форма заднего фронта импульсов разной длительности. Длительность переднего фронта импульса намного меньше, чем длительность заднего фронта.

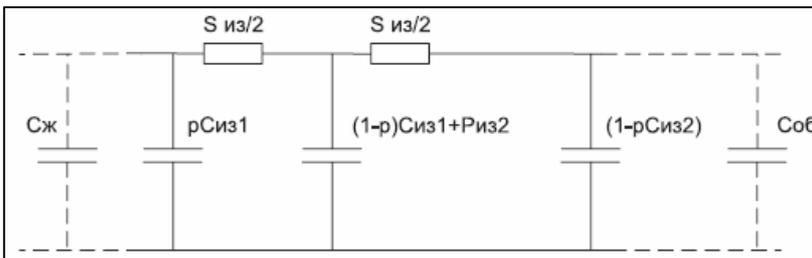


**Рис. 3.4.** Формы импульсов тока (задний фронт), создающих тепловую нагрузку кабеля

Рекомендуемый метод тепловых схем замещения заключается в следующем. Рассматривается случай внезапного увеличения тока в жиле. Кабель и окружающая среда разбиваются на зоны, которые представляются в виде электрической схемы замещения, показанной на рис. 3.5, где  $P_{к1}-P_{кn}$  — тепловыделение в рассматриваемых зонах кабеля,  $S_{к1}-S_{кn}$  — термическое сопротивление зон кабеля,  $C_{к1}-C_{кn}$  — теплоёмкость зон кабеля,  $S_{01}-S_{0m}$  — термическое сопротивление зон, окружающих кабель,  $C_{01}-C_{0m}$  — теплоёмкость зон окружающей среды.



**Рис. 3.5.** Тепловая схема замещения кабеля в коротком временном интервале



**Рис. 3.6.** Тепловая схема замещения для длинных тепловых процессов

Схема замещения, показанная на рис. 3.5, учитывает, что в кабеле выделено  $n$  зон, а в окружающей среде —  $m$  зон. Для вычисления значения температуры в кабеле при коротких временных отрезках ( $10 \text{ мин} < \tau < 1 \text{ ч}$ ) необходимо увеличить количество зон в изоляции кабеля.

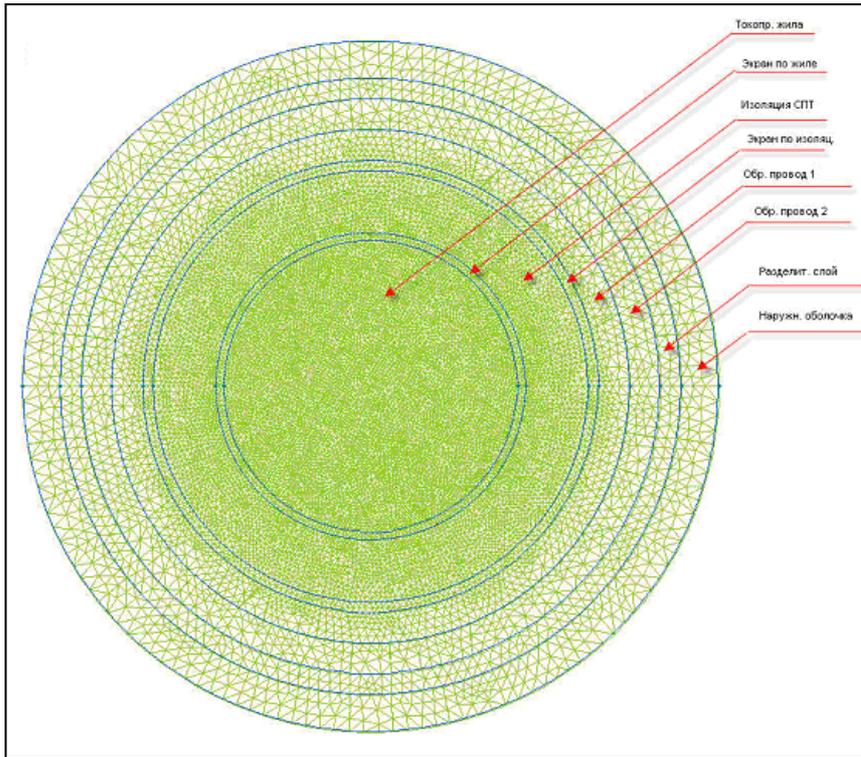
Как показали вычисления [3], в изоляции достаточно выделить две зоны с равным термическим сопротивлением. В этом случае граница между зонами (рис. 3.5) будет иметь радиус  $r_x = \sqrt{Rr_0}$ , а изоляцию можно представить в виде схемы, представленной на рис. 3.6, где  $p$  — коэффициент Ван-Вормера [3], который для каждой части разделённой изоляции определяется из условия, что общее количество теплоты, поглощаемое или отдаваемое изоляцией, остаётся неизменным:

$$\rho = \frac{1}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right)} - \frac{1}{\frac{R}{r_0} - 1} \quad (11)$$

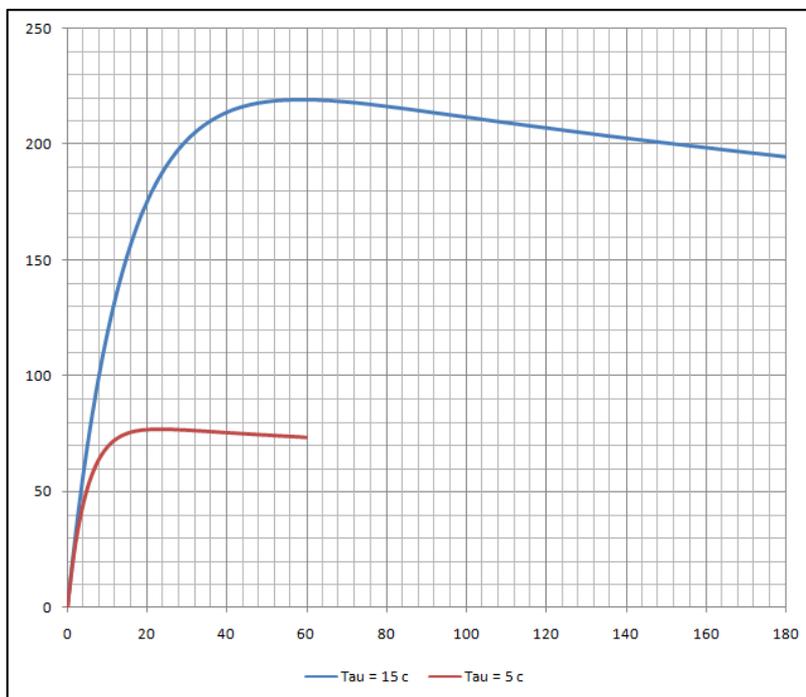
Теплоёмкость первого и второго слоя изоляции вычисляется по формулам:

$$C_{из1} = C_{из} \cdot \pi \cdot r_0 \cdot (R - r_0); C_{из2} = C_{из} \cdot \pi \cdot R \cdot (R - r_0) \quad (12)$$

где  $C_{из}$  — удельная объёмная теплоёмкость изоляции.



**Рис. 3.7.** Конечно-элементная модель для теплового расчёта



**Рис. 3.8.** Температура на поверхности жилы при нагружении кабелей разными импульсами тока

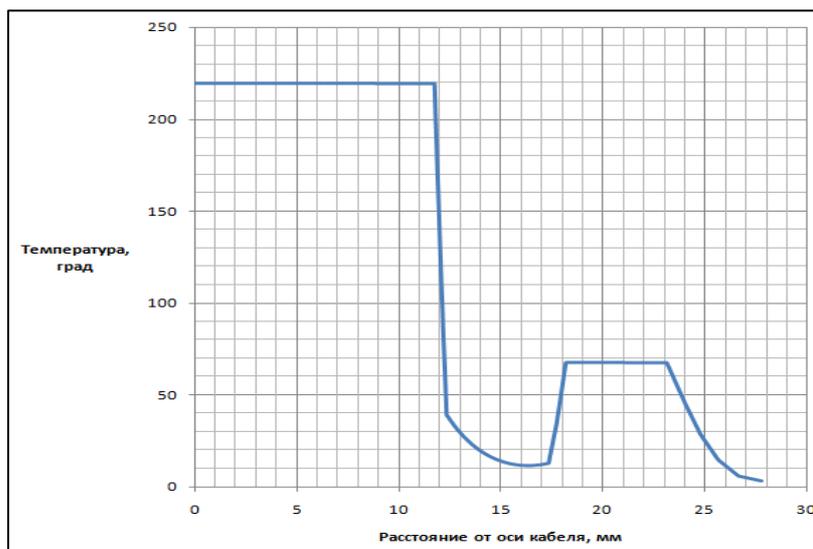
температурного поля показан на рис. 3.8 – это максимальная температура конструкции (на поверхности внутренней токоведущей жилы) в зависимости

Для расчёта теплового состояния кабеля по методу конечных элементов строится дискретизованная геометрическая модель поперечного сечения кабеля (рис. 3.7).

Исследование нагрева кабеля в импульсном режиме включает несколько этапов разной степени сложности. На первом этапе исследовалось нестационарное температурное поле, источником которого является одиночный импульс тока прямоугольной формы с заданной амплитудой и продолжительностью.

Результат моделирования

от времени. Показано превышение температуры над уровнем окружающей среды при одиночном импульсе тока.



**Рис. 3.9.** Распределение температуры в момент максимума по сечению кабеля

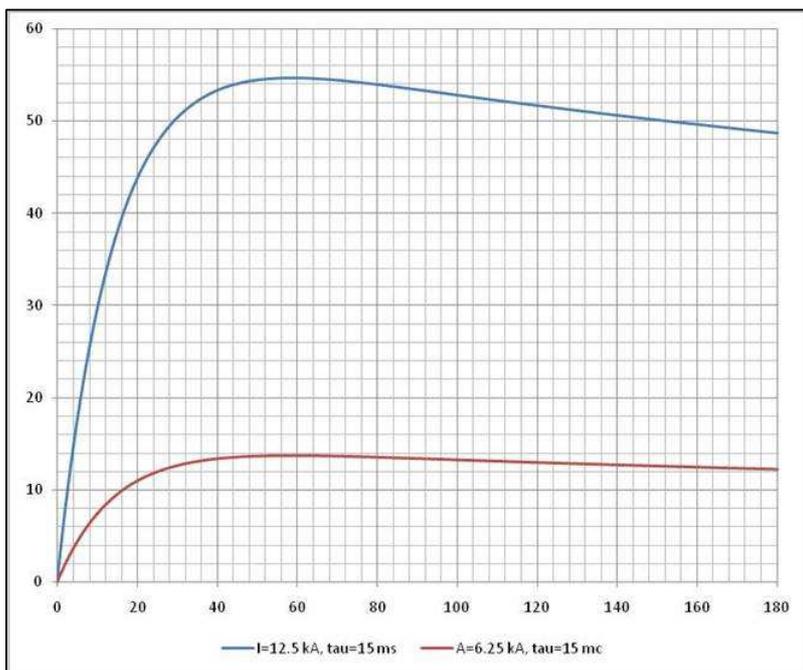
Для одного из случаев нагружения (импульс с постоянной времени  $\tau = 15c$ ) на рис. 3.9 приводится распределение температуры по сечению кабеля в момент времени ( $t = 60c$ ), когда температура на поверхности жилы достигает максимума.

Расчёт показывает, что наличие или отсутствие источника тепла в обратном проводнике практически не сказывается на максимальном значении температуры центральной жилы, то есть нагрев обратного проводника оказывается незначительным и не сказывается существенно на характере теплопереноса от центральной жилы к периферии кабеля.

При параллельном соединении токовая нагрузка на каждый включённый кабель снижается. На рис. 3.10 представлены температурные кривые для случаев снижения токовой нагрузки в два и в четыре раза. Рассматриваемые кривые построены в предположении отдельной прокладки каждого НК в воздухе.

Приведённые в этом разделе оценки и расчёты показывают, что температура токоведущей жилы кабеля в режиме одиночного импульса тока с амплитудой  $25 \text{ кА}$ , не превышает  $220 \text{ }^\circ\text{C}$ . Предельно допустимая температура сшитого полиэтилена, которым изолирована жила, составляет величину  $250 \text{ }^\circ\text{C}$  (в режиме короткого замыкания). Однако, как было отмечено выше, в реальных условиях должно быть использовано параллельное соединение двух или более кабелей. При параллельном соединении двух кабелей максимальная

температура жилы не превышает 55 °С, при максимальной длительно допустимой температуре 90 С для сшитого полиэтилена.



**Рис. 3.10.** Параллельное соединение двух и четырёх кабелей. Зависимость температуры от времени

скважности. Программа «ELCUT» позволяет задавать временную форму источника поля в виде наперед заданной функции, так что решение можно получить в рамках одной нестационарной задачи в программе «ELCUT».

- Следующий шаг – переход от идеализированной прямоугольной формы импульса к реальной форме. Для этого необходимо рассчитать нестационарное электромагнитное поле в кабеле.

### Заключение к разделу 3

Полученные результаты позволили сконструировать НК на основе анализа многих факторов. Учесть и правильно оценить влияние этих факторов оказалось возможным благодаря использованию при расчётах программы «ELCUT», которая является инструментом для решения плоских и осесимметричных задач теории поля.

### Литература к разделу 3

- Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчёт индуктивностей. - Л.: Энергоатомиздат, 1986.

Дальнейшее усложнение задачи состоит в следующем.

- Оставаясь в рамках задачи температурного поля, интересно исследовать температурный режим кабеля при нагружении его не одиночным импульсом, а серией импульсов заданной

2. Белоруссов Н. И., Гроднев И. И. Радиочастотные кабели. - М.: Энергия, 1973.
3. Ларина Э. Т. Силовые кабели и высоковольтные кабельные линии. - М., 1996.
4. Макиенко Г. П. Кабели и провода, применяемые в нефтегазовой индустрии. – Пермь, 2004.
5. Эберт Г. Краткий справочник по физике. М., 1963.
6. Дубицкий С. Д. ELCUT 5.1 – Платформа разработки приложений анализа полей // Exponenta Pro. – 2004. – №1. – с.160-162.
7. Проект ИТЭР. – URL: <http://www.iterrf.ru/project/>

## **4. Электромагнитная экология линий электропередач**

### **4.1. Расчёт электрического поля воздушной линии**

При проектировании воздушных линий электропередач требуется проводить расчёт напряжённости электрического и магнитного поля на уровне земли и на высоте человеческого роста для того, чтобы убедиться, что проектируемая линия удовлетворяет нормам электромагнитной экологии [1]. Часто такая задача возникает при сближении зон жилой застройки с уже существующими линиями электропередач, либо при прокладке новых цепей в существующих коридорах. Задача становится особенно актуальной при использовании современных компактных конструкций воздушных линий с использованием самонесущего изолированного провода (СИП).

Расчёт напряжённости поля от трёхпроводной линии электропередач, может быть выполнен с помощью классических инженерных методик. Для этого, например, применяется метод изображений, в соответствии с которым ввиду симметрии задачи земля заменяется симметричными относительно поверхности земли зарядами. В результате задача сводится к вычислению поля от шести зарядов, которая ввиду линейности свойств среды легко находится путем суперпозиции.

Однако, ситуация существенно осложняется при необходимости оценить поле вблизи опор, либо при использовании пассивных или активных тросовых экранов [4]. В этом случае применение аналитических формул усложняется настолько [5], что становится целесообразным использовать прямой расчёт электрического и магнитного поля численным методом. Ниже приводится

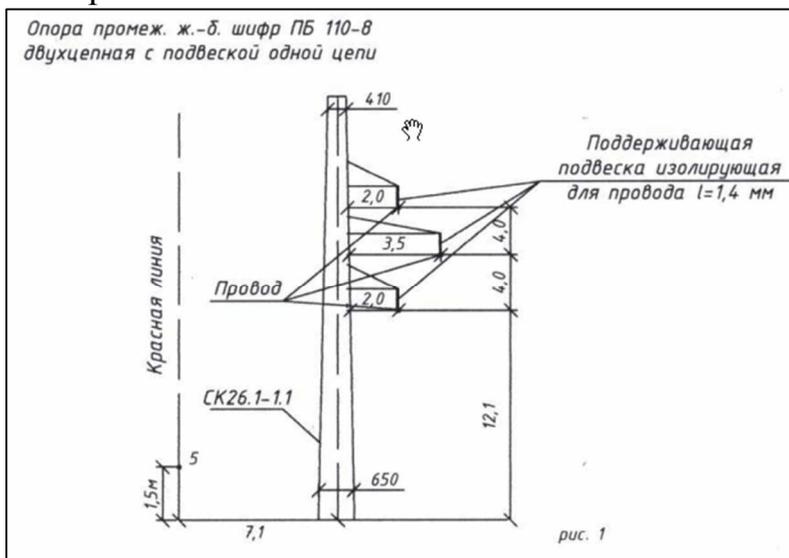


Рис. 4.1. Эскиз промежуточной железобетонной опоры

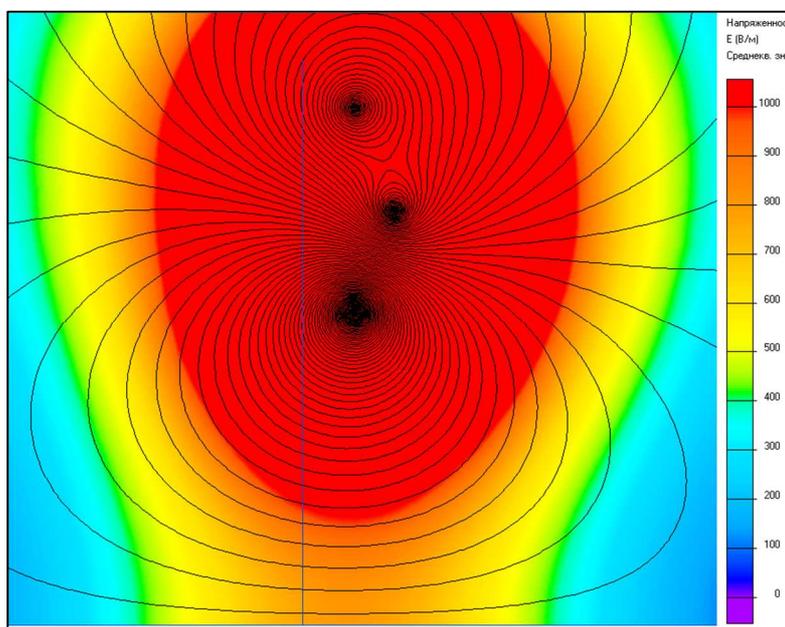


Рис. 4.2. Карта напряжённости электрического поля вблизи промежуточной опоры

пример такого расчёта, выполненный авторами по заказу проектно-производственной компании «ЭЛКОР» для проектируемой отпайки ВЛ 110 кВ от ТЭЦ «Красный Яр» в направлении подстанции «Восток».

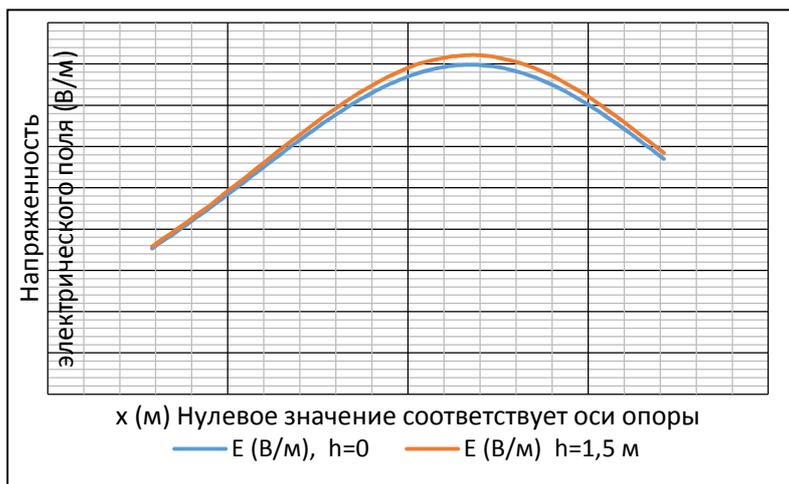
### Методика расчёта

Для решения задачи расчёта использована программа «ELCUT» [1], реализующая метод конечных элементов в двумерной расчётной области. Программа предоставляет пользователю несколько вариантов анализа, соответствующих различным частным постановкам

задачи расчёта квазистационарного магнитного поля. В частности, для расчёта электрического поля промышленной частоты наиболее удобной оказывается задача переменного электрического поля с потенциалом, гармонически

изменяющимся во времени. Источником поля являются потенциалы проводников ЛЭП, которые имеют одинаковую амплитуду, равную  $U_0 = 110 \cdot \sqrt{2} \text{ кВ}$  и сдвинуты по фазе на  $120^\circ$ . Провода моделируются точечными источниками потенциала, поскольку диаметр провода исчезающе мал по сравнению с высотой его подвеса.

Поскольку программа «ELCUT» не может решать задачу в открытой



**Рис. 4.3.** Распределение поля вблизи поверхности земли. Опора находится в точке с координатой  $x=0$ . Красная кривая соответствует уровню земли, синяя кривая – на высоте 1,5 м от земли

(неограниченной) области, необходимо искусственно ограничить расчётную область границей, отодвинутой от проводов ЛЭП на достаточное расстояние. В качестве внешней границы, на которой поле заведомо спадает до нуля, выбран прямоугольник высотой 50

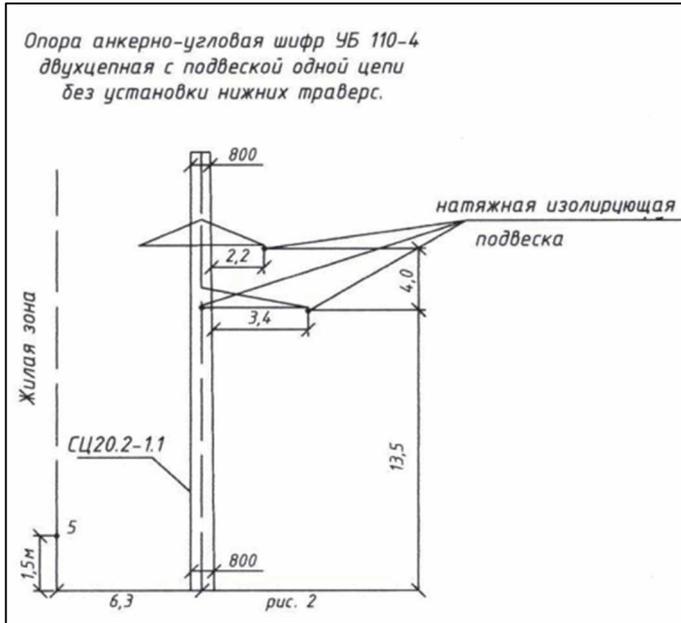
м и шириной 60 м.

### ***Промежуточная железобетонная опора***

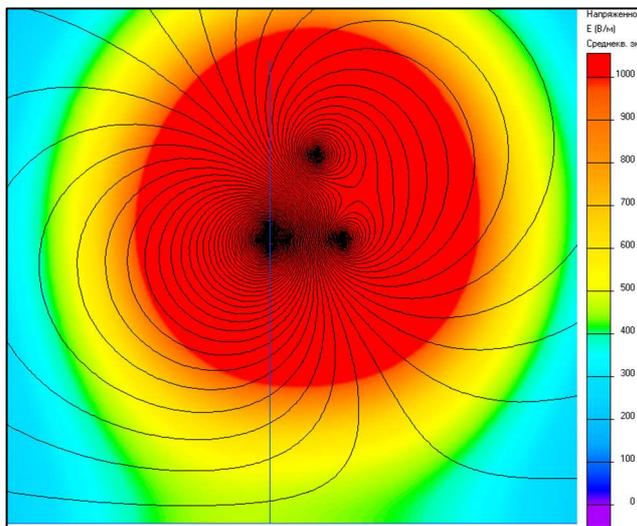
Карта распределения действующего значения напряжённости электрического поля вблизи промежуточной опоры (смотри рис. 4.1) показано на рис. 4.2. Цветные иллюстрации смотри на диске.

Графики распределения поля вдоль горизонтальной линии, параллельной земле и перпендикулярной оси проводов, показаны на рис. 4.3. Максимальное значение напряжённости поля  $E_{\text{MAX}} = 820 \text{ В/м}$ . В тестовых точках, удаленных от оси опоры на 7,1 м, напряжённость составляет 353 В/м на уровне земли и 358 В/м на высоте 1,5 м.

## Анкерно-угловая железобетонная опора



**Рис. 4.4.** Анкерная железобетонная опора



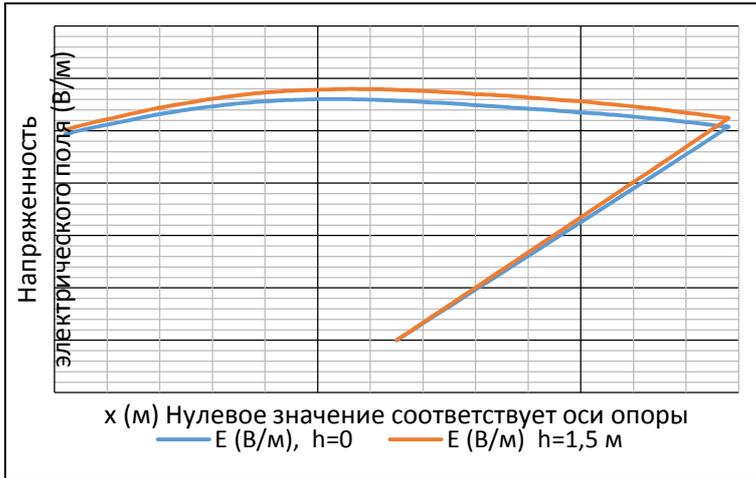
**Рис. 4.5.** Карта напряжённости электрического поля (действующее значение) вблизи опоры по рис.4. Линии равного потенциала проведены через 1000 В

Эскиз анкерной железобетонной опоры показан на рис. 4.4. На первом этапе проводится расчёт электрического поля проводов линии электропередач без учёта влияния опоры. Рассчитанная картина напряжённости электрического поля показана на рис. 4.5. На рис. 4.6 показано распределение действующего значения модуля вектора напряжённости электрического поля вдоль горизонтальной линии длиной 12,6 м. Середина линии совпадает с проекцией оси опоры. Видно, что максимуму напряжённости достигается на удалении 1 м от оси опоры. В этой плоскости

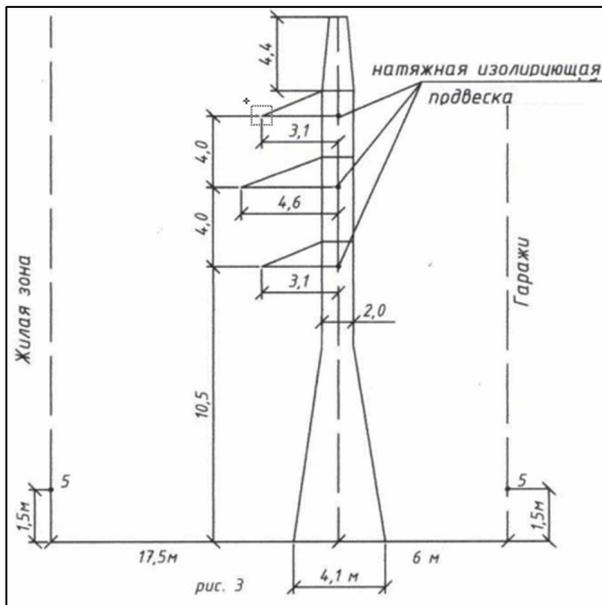
величина поля составляет 460 В/м на поверхности земли и 480 В/м на 1,5 м, что значительно ниже норм СанПиН 2.2.4.1191-03 [1]. В тестовых точках, удалённых на расстояние 6,3 м от оси опоры (со стороны, противоположной подвешенным проводам), действующее значение напряжённости электрического поля составляет 393 В/м на уровне земли и 402 В/м на высоте 1,5 м.

## Анкерно-угловая стальная опора

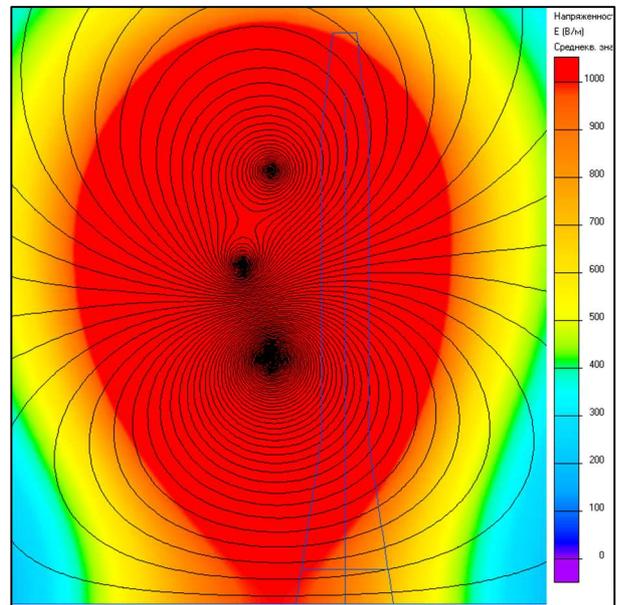
Эскиз анкерной стальной угловой опоры показан на рис. 4.7. Проводится расчёт электрического поля проводов линии электропередач без учёта влияния опоры.



**Рис. 4.6.** Напряжённость электрического поля на нулевой отметке (синяя кривая) и на высоте 1,5 м (красная кривая)



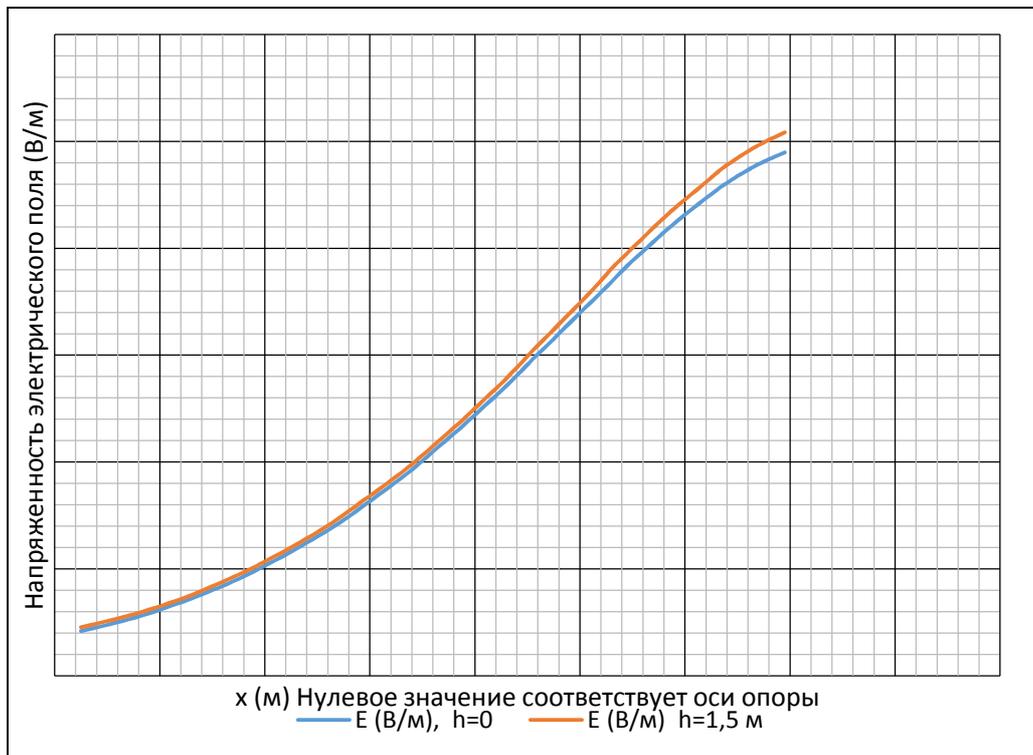
**Рис. 4.7.** Эскиз стальной анкерно-угловой опоры



**Рис. 4.8.** Карта напряжённости электрического поля вблизи стальной анкерной опоры по рис. 4.7, эквипотенциалы проведены с шагом 5000 В. Цветные иллюстрации смотри на диске

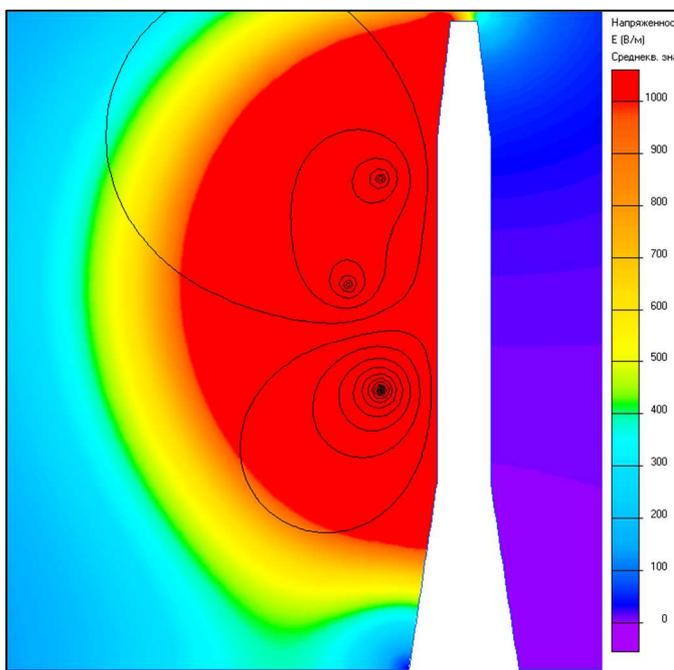
### **Учёт влияния опоры**

В предыдущей части мы рассчитывали электрическое поле фазных проводов ЛЭП, не учитывая влияние заземленной металлической опоры. Наличие опоры превращает задачу в трёхмерную, поэтому она не может быть решена при помощи программы «ELCUT».



**Рис. 4.9.** Распределение напряжённости поля вблизи опоры на уровне земли и на высоте 1,5 м

Тем не менее, мы можем приближённо учесть влияние опоры, смоделировав её таким образом, как будто она имеет бесконечную длину в направлении оси проводов (рис. 4.10).



**Рис. 4.10.** Картина электрического поля с учётом влияния опоры как проводящего тела бесконечной протяженности. Масштаб цветовой шкалы и шага изолиний потенциала такой же, как на рис. 4.8

Сравнивая условия задачи на рис. 4.8 и 4.10 можно сделать вывод, что они представляют собой два предельных случая, с точки зрения учёта влияния стальной опоры на картину поля. В первом случае влияние опоры отсутствует вовсе, во втором случае оно гипертрофировано в двух смыслах. Во-первых, опора считается сплошной, а не решетчатой конструкцией, как на самом деле, и, во-вторых, опора моделируется как объект

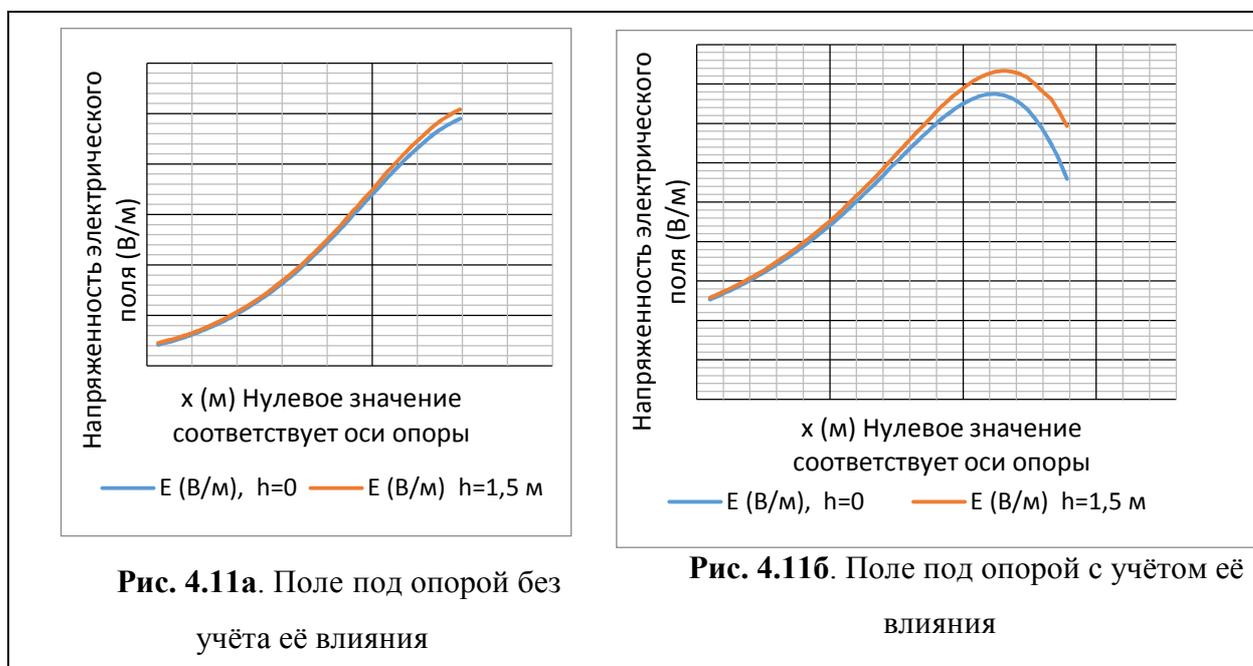
бесконечной длины в осевом направлении. Таким образом, можно заключить, что реальная картина поля будет заключена между этим двумя предельными случаями.

Рассмотрим графики распределения поля вдоль прямых, проходящих у основания опоры перпендикулярно оси ЛЭП. Одна из этих прямых расположена на уровне земли, вторая параллельно первой на высоте 1,5 м.

Сравнивая кривые напряжённости поля на рис. 4.11а и 4.11б видим, что в интересующей нас точке  $x = -17,5$  (левый край графика) напряжённость электрического поля  $E$  находится в диапазоне:

$$80 < E < 125 \text{ (В/м)} \quad \text{на нулевой высоте, и}$$

$$90 < E < 130 \text{ (В/м)} \quad \text{на высоте 1,5 м.}$$



На рис. 4.11 синяя (нижняя) кривая соответствует высоте 1,5 м над уровнем земли, красная (верхняя) кривая – полю на нулевой высотной отметке. Координата  $x = 0$  находится на оси опоры. Цветные иллюстрации находятся на диске.

### **Заключение к главе 4.1**

Таким образом, расчёты с применением моделирования электрического поля, создаваемого 3-фазной системой проводников с действующим значением потенциала 110 кВ, проведённое методом конечных элементов показало, что поле во всех тестовых точках в несколько раз ниже значения,

допустимого по СанПиН.

Аналогичным образом может быть проведён расчёт напряжённости магнитного поля трёхфазной воздушной линии электропередач. При этом должна быть учтена ненулевая проводимость грунта и магнитное поле индуктированных в грунте токов. Использование программы «ELCUT» для этой цели не представляет трудностей и во многом аналогичен расчёту напряжённости электрического поля.

Следует заметить, что без существенного усложнения предложенная методика позволяет рассчитывать напряжённость электрического и магнитного поля не только отдельной воздушной линии, но и коридора из множества параллельных воздушных и кабельных линий, в том числе и многоцепных. Не представляет дополнительной сложности учёт действия тросовых экранов, как пассивных (заземленных), так и активных (с приложенным ненулевым потенциалом).

#### **4.2. Защитное экранирование магнитного поля кабельной линии**

Задача оценки напряжённости поля с целью соблюдения норм электромагнитной экологии, описанная в предыдущей главе, становится особенно важной в связи с набирающим силу процессом перевода воздушных линий электропередач в подземное кабельное исполнение [6]. При этом кабельные линии нередко пересекают жилые зоны, в которых для соблюдения норм СанПин [1] могут оказаться необходимыми дополнительные меры по снижению напряжённости магнитного поля.

Одним из эффективных способов снижения напряжённости магнитного поля подземной кабельной линии является устройство магнитных экранов из тонкой высококоэрцитивной плёнки. Для сохранения заданной формы плёнка наклеивается на полистироловые блоки прямоугольной формы, которые закапываются в грунт над кабелями на заданной проектом глубине. При этом между блоками неизбежно образуются конструктивные зазоры, через которые выплёскивается магнитное поле. Иногда в зависимости от условий прокладки

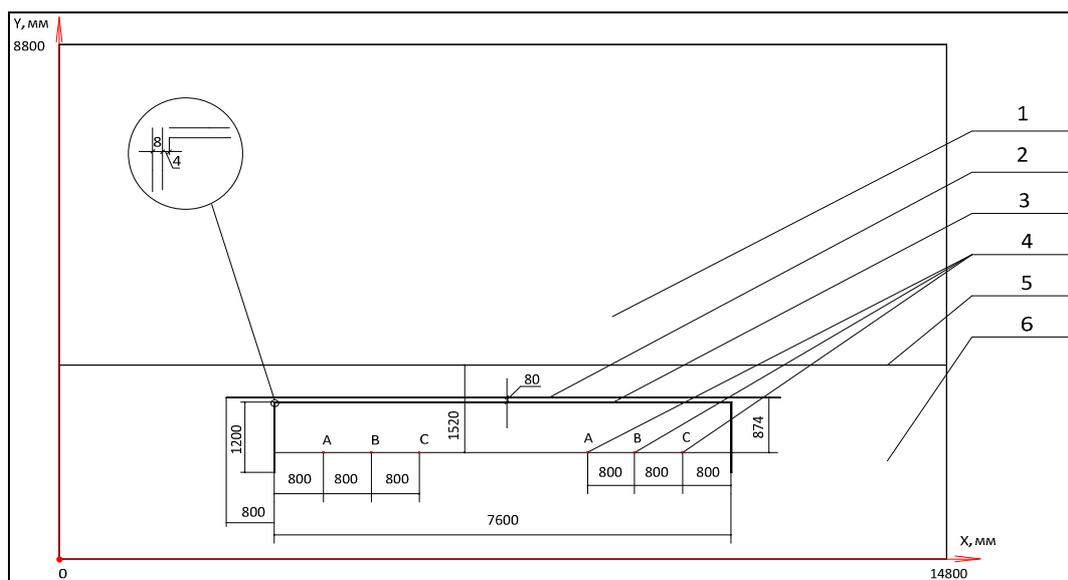
экранированию подлежит не отдельная кабельная линия, но кабельный коридор, в котором проложено несколько линий с разными токами.

Оценить эффективность магнитного экранирования с учётом нелинейных свойств магнитного экрана, особенностей конструкции кабельного коридора и экранной системы без прямого численного моделирования магнитного поля практически невозможно. Ниже приводится пример такого расчёта, выполненный специалистами ООО «Тор» по заказу НПО «Техносервис-электро».

### ***Постановка задачи***

Расчёту подлежит эффективность магнитного экранирования кабельного коридора, показанного на рис. 4.12. На рисунке цифрами обозначены следующие объекты:

1. воздух;
2. экран однослойный (сплав 79НМ, толщина слоя 0,35 мм);
3. экран двухслойный (сплав 50Н, толщина слоя 0,2 мм);
4. токоведущие жилы кабелей;
5. поверхность земли;
6. грунт.



**Рис. 4.12.** Эскиз кабельного коридора, оснащённого магнитным экраном

В расчётной области расположены две одинаковые кабельные линии, экранированные однослойным или двухслойным экраном из пермаллоевой

пленки. Требуется оценить максимальную индукцию магнитного поля на поверхности земли и на высоте человеческого роста в следующих проектных решениях: без экранов, с одним двухслойным экраном, при использовании двух экранов – одного двухслойного и одного однослойного.

Расчёты производились при двух разных значениях токов в линиях: 1000 А и 1200 А (имеется в виду действующее значение фазного тока).

В конструкции на рис. 4.12 использованы два вида пермаллоевой плёнки:

1. плёнка из сплава 50Н толщиной 0,2 мм, и
2. плёнка из сплава 79НМ толщиной 0,35 мм.

Для каждого из сплавов задана основная кривая намагничивания.

### ***Использованные допущения***

Задача решается в двумерной постановке в поперечном сечении кабельной линии (плоскость XY). Предполагается, что все геометрические и физические величины не меняются в направлении оси Z, расположенной вдоль оси кабелей.

Поскольку программа «ELCUT» не имеет возможности решать открытую задачу (с бесконечно удалённой внешней границей), в задачу вводятся искусственные внешние границы расчётной области на таком расстоянии, чтобы их влияние было мало по сравнению с рассчитанным полем. Достаточность удаления границ от центра расчётной области должна быть отдельно оценена.

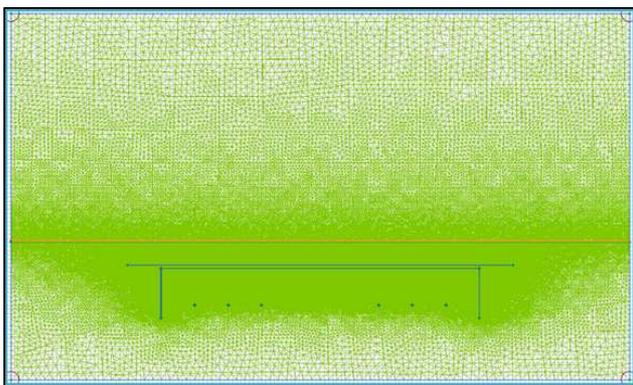
В зависимости от проектных условий прокладки, электропроводность окружающего грунта может меняться в широких пределах. В грунте индуцируются вихревые токи, которые создают собственное магнитное поле. Необходимо оценить влияние индуцированных грунтовых токов на результирующее магнитное поле и сделать обоснованный вывод о необходимости их учёта или отсутствии такового.

Отдельным вопросом, требующим изучения, является влияние экранов и брони кабеля на внешнее магнитное поле. В исследовательских целях рассматривается наиболее сложный в расчётном отношении случай, когда

основная изоляция кабеля окружена стальной броней с заданной магнитной проницаемостью и электропроводностью. Ставится задача оценки влияния характеристик экрана и брони на эффективность магнитного экранирования кабельной линии.

### ***Решение задачи***

Расчётная область задачи с учётом изложенных допущений приведена на рис. 4.13. На рис. 4.13 показана горизонтальная линия, на которой мы будем изучать распределение магнитной индукции.



**Рис. 4.13.** Дискретизованная расчётная область экранированной кабельной системы

Необходимо отметить, что геометрическая модель на рис. 4.12 содержит мелкие детали, такие как плёнки из пермаллоя толщиной 0,2 мм, в то время как общая протяжённость модели составляет 14 м. Такая значительная разница характерных линейных размеров

представляет значительную сложность для численного моделирования. Задачи такого типа принято относить к классу многомасштабных задач [7], для решения которых в последнее время интенсивно разрабатываются специальные методы. Благодаря качественному генератору сетки конечных элементов в программе «ELCUT» оказалось возможным решить задачу в рамках одной модели, не прибегая к декомпозиции. Количество узлов сетки для задачи без экранов составило 108181 узел, для задачи с двухслойными экранами 271332 узла, и для задачи с двухслойными и однослойным экранами – 367652 узла.

В расчётной области (рис. 4.12) решается дифференциальное уравнение:

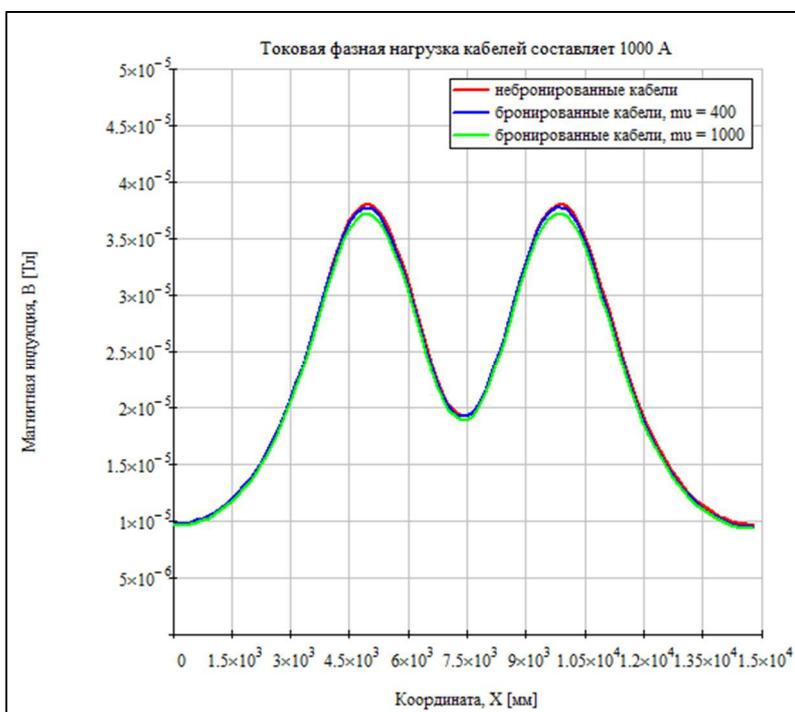
$$\nabla \left( \frac{1}{\mu} \nabla \mathbf{A} \right) - j\omega\gamma \mathbf{A} = -\mathbf{j}_{\text{стор}} \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$  – векторный магнитный потенциал,  $\mu$  – магнитная проницаемость,  $\mathbf{j}_{\text{стор}}$  – плотность заданного стороннего тока (источника поля),  $\gamma$  –

электропроводность,  $\omega$  – циклическая частота,  $j$  – мнимая единица. Уравнение решается в частотной области относительно комплексного векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  с нулевыми граничными условиями Дирихле по всей внешней границе расчётной области.

Каждый из однофазных кабелей в модели может быть представлен одним из способов: точечным источником тока или концентрической структурой, состоящей из токоведущей жилы, изоляции и стальной брони с заданной магнитной проницаемостью и электропроводностью.

В последнем случае в сечении токоведущей жилы и брони рассчитывается распределение вихревых токов, то есть учитывается поверхностный эффект и эффект близости. Необходимость или отсутствие необходимости учёта полноценной модели кабеля с вихревыми токами зависит от конкретной задачи и должна быть оценена. Для этого проведено сравнение распределения магнитной индукции на поверхности земли при простой модели кабеля (токовая нить) и более полной модели с различными значениями относительной



**Рис. 4.14.** Сравнение магнитного поля при трёх разных моделях кабелей

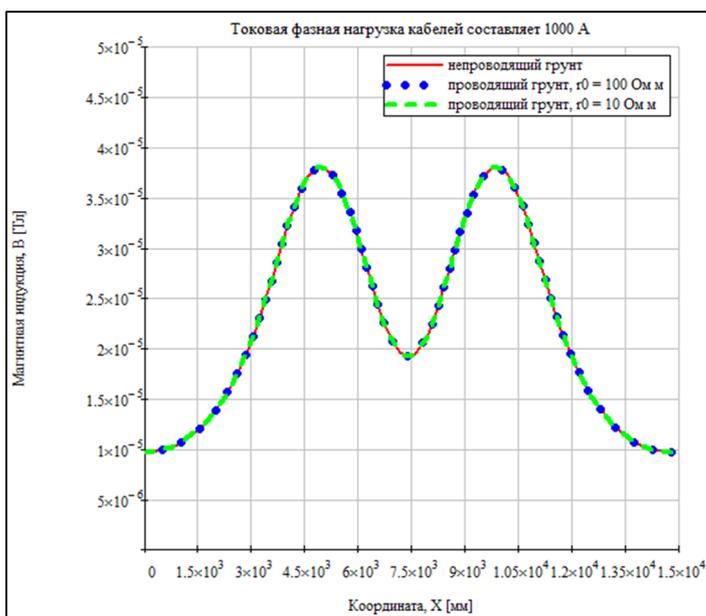
магнитной проницаемости брони, равной 400 и 1000.

На рис. 4.14 приведено сравнение этих трёх вариантов. Как видно из результатов расчёта, разница в уровне магнитного поля на поверхности земли между тривиальной моделью кабеля в виде токовой нити и более полными моделями оказывается

незначительной. Поэтому в дальнейших расчётах используется наиболее простая модель кабеля.

Можно предположить также, что индуктированные вихревые токи в проводящем грунте окажут влияние на уровень магнитного поля. Для оценки этого предположения проведены расчёты для следующих вариантов:

- непроводящий грунт,  $\gamma = 0$ ;
- полутвердый лессовидный суглинок  $\gamma = 0,01 \text{ См/м}$ ;
- сильно увлажнённый песок  $\gamma = 0,1 \text{ См/м}$ .



**Рис. 4.15.** Сравнение магнитного поля при разных значениях электропроводности грунта

Сравнение результатов расчёта с разными значениями электропроводности грунта приведено на рис. 4.15. Как видно из результатов расчёта, погрешность, вносимая допущением о нулевой проводимости грунта, находится в допустимых пределах. Поэтому в данной задаче в дальнейших расчётах проводимость грунта учитывать не обязательно.

Аналогичным образом были численно оценены влияние места расположения условных боковых границ расчётной области и зависимость результата моделирования от густоты сетки конечных элементов. Проведённая оценка позволила обоснованно выбрать оптимальные значения указанных параметров.

### ***Результаты моделирования***

На рис. 4.16 приведены картины распределения индукции магнитного поля (среднеквадратичное значение) при фазной нагрузке 1000 А с разными способами экранирования.

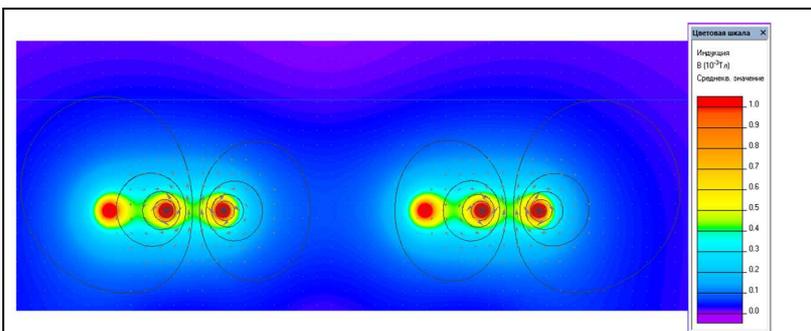


Рис. 4.16а. Экраны отсутствуют, фазный ток 1000 А

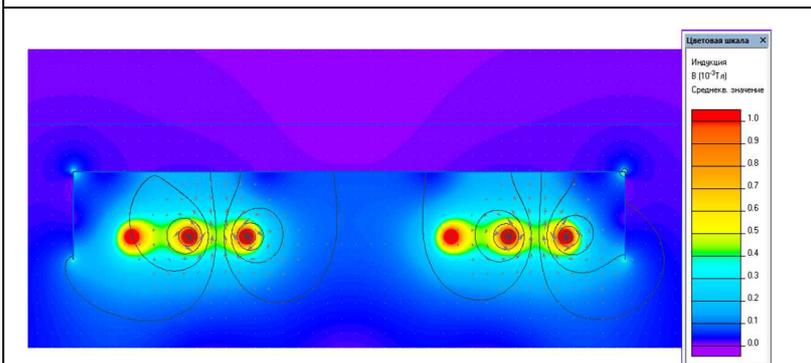


Рис. 4.16б. Один двуслойный экран, фазный ток 1000 А

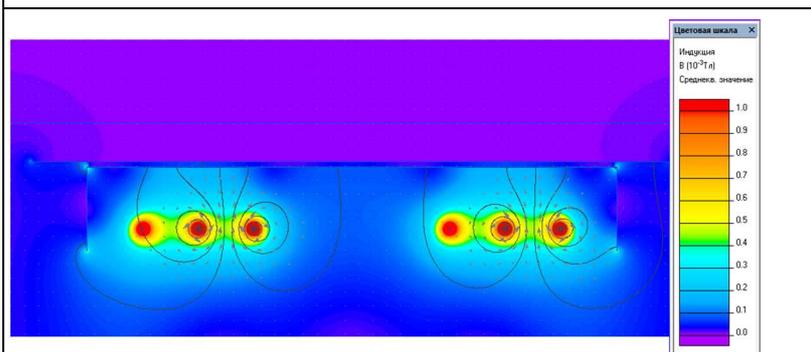


Рис. 4.16в. Двуслойный и однослойный экран, фазный ток 1000 А

Картины поля при увеличенном токе 1200 А приведены на рис. 4.17.

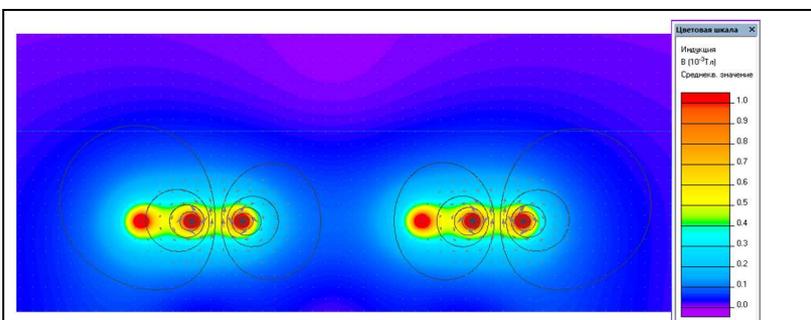


Рис. 4.17а. Экраны отсутствуют, фазный ток 1200 А

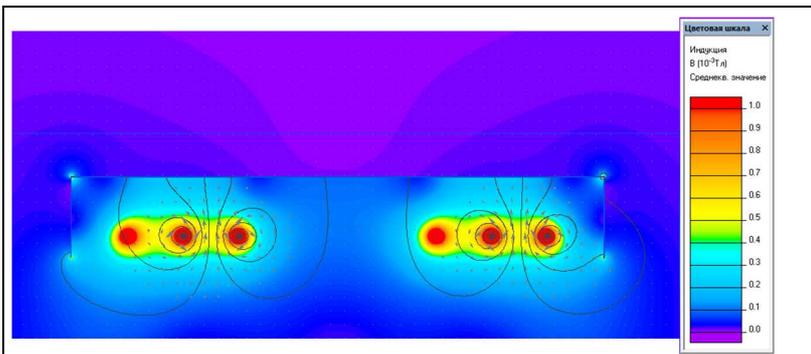


Рис. 4.176. Один двухслойный экран, фазный ток 1200 А

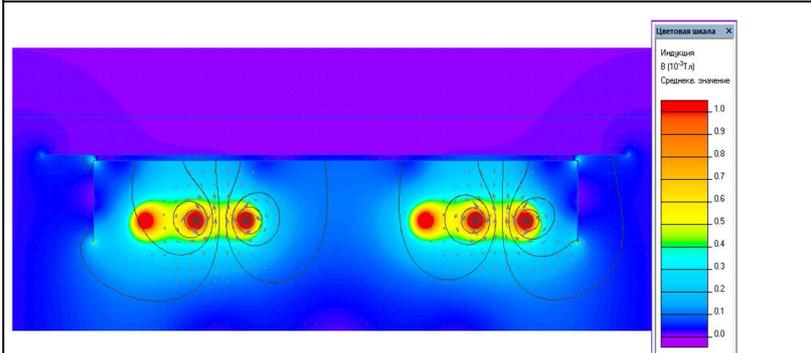


Рис.4.17в. Двухслойный и однослойный экран, фазный ток 1200 А

Распределение среднеквадратичной магнитной индукции на поверхности

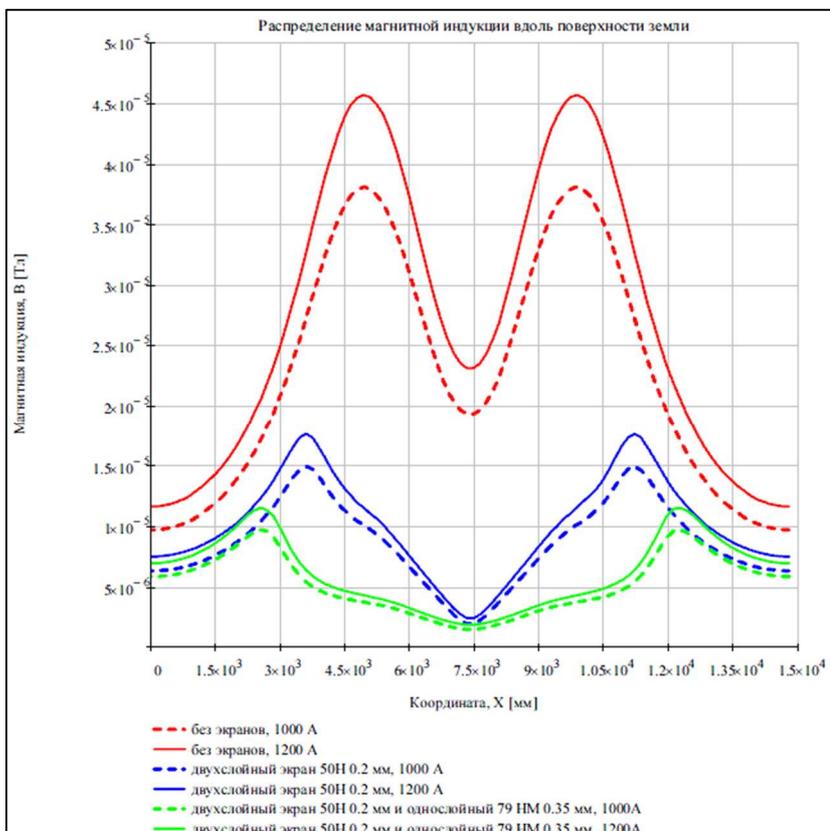


Рис. 4.18. Магнитная индукция на поверхности земли при разных нагрузках и вариантах экранирования

ЗЕМЛИ для всех расчётных вариантов (рис. 4.16а-в, 4.17а-в) приведено на графике на рис. 4.18. Цветные иллюстрации смотри на диске.

Как видно из графика на рис. 4.18, применение двухслойных экранов (сплав 50Н, толщина слоя 0,2 мм) позволяет снизить пиковые значения магнитной индукции на

поверхности земли на 61 % по отношению к системе без выполнения

экранирования кабельных линий, применение же системы с двухслойным экраном (сплав 50Н, толщина слоя 0,2 мм) и с однослойным экраном (сплав 79НМ, толщина слоя 0,35 мм) – на 75 %.

#### **Заключение к главе 4.2**

Проведённое моделирование обосновывает методическую базу для расчётов эффективности магнитного экранирования кабельных коридоров тонкими плёнками с высокой магнитной проницаемостью. Проанализирована адекватность математической модели, исследовано влияние поверхностного эффекта, эффекта близости в элементах конструкции кабеля, влияние электропроводности грунта. Решены геометрические задачи моделирования при разнице характерных размеров элементов модели в 5 порядков. Численное моделирование позволило установить, что применение одного двуслойного экрана снижает пиковое значение магнитного поля на 61 %, а дополнительный однослойный экран увеличивает степень снижения магнитного поля на 75 % по сравнению с неэкранированной кабельной линией.

#### **Литература к разделу 4**

1. Санитарно-эпидемиологические правила и нормативы СанПиН 2.2.4.1191-03.
2. Программа «ELCUT». Руководство пользователя. – ООО «Тор», Санкт-Петербург. – 2012. - 356 с. URL:[http://www.elcut.ru/free\\_doc\\_r.htm](http://www.elcut.ru/free_doc_r.htm).
3. Кац Р. А., Перельман Л. С. Расчёт электрического поля трёхфазной линии электропередачи // Электричество. – 1978. – №1. – с. 16.
4. Повышение эффективности работы энергосистем // Труды ИГЭУ. – М.: Энергоатомиздат, 2001. – Вып. 4.– 432 с.
5. Белицын И. В., Макаров А. В. Алгоритм расчёта электрического поля ВЛЭП на основе метода эквивалентных зарядов // Ползуновский вестник. – 2007. – № 4. – с. 134-140.
6. Журавлев В. Перевод воздушных линий в кабельные. Необходимость и возможности // Новости электротехники. – 2012. – №5(77).

7. Dolbow J., Khaleel M. A., Mitchell J. Multiscale Mathematics Initiative: A Roadmap. U.S. Department of Energy report. – 2004.

### **Об авторах**

- Г. В. Грешняков, к.т.н., заведующий лабораторией НИИ «Севкабель»;  
Г. Г. Ковалев, к.ф.-м.н., директор НИИ «Севкабель»;  
Н. В. Коровкин, д.т.н., заведующий кафедрой ТОЭ СПбГПУ;  
С. Д. Дубицкий, директор ООО «Тор».

В. Н. Забоин, Г. А. Чесноков

## Способы учёта расслоения участков магнитной цепи при расчёте магнитных полей в электрических машинах

### 1. Введение

Одной из основных задач электромагнитного расчёта электрической машины является определение её магнитной характеристики  $\Phi_\delta = f(F_B)$  – зависимости основного магнитного потока в воздушном зазоре под главным полюсом  $\Phi_\delta$  от намагничивающей силы (НС) обмотки возбуждения  $F_B$ . Для проведения  $\Phi_\delta$ , как правило, применяются шихтованные магнитопроводы, набранные из листов электротехнической стали с целью уменьшения магнитных потерь и улучшения эксплуатационных свойств машины. Поэтому при решении соответствующих двухмерных магнитостатических задач с помощью прикладного пакета «ELCUT» возникает необходимость в учёте расслоения (неоднородности) магнитопровода по третьей координате вдоль оси машины. Это может быть сделано либо путём корректировки кривой намагничивания стали, либо за счёт уменьшения расчётной длины машины. Рассмотрению особенностей и целесообразности применения каждого из указанных способов и посвящена настоящая статья.

### 2. Учёт расслоения магнитопровода путём корректировки кривой намагничивания

При неизменной осевой длине всех участков магнитной цепи машины и в предположении, что весь магнитный поток из воздушного зазора проходит только по стали, справедливо выражение  $B_\delta \cdot S_\delta = B_{ш} \cdot S_{ш} = B_m \cdot S_m$ , где  $B_{ш}$  и  $B_m$  – индукции магнитного поля в расслоенном и массивном участках магнитопровода, а  $S_{ш}$  и  $S_m$  – соответствующие им сечения.

Программа «ELCUT» для определения напряжённости магнитного поля  $H_{ш}$  на участке использует значение  $B_m(B_\delta)$ , эквивалентируя по сути

расслоенный участок массивным, допуская тем самым погрешность в расчёте:

$$B_{ш} = \frac{B_M \cdot S_M}{S_{ш}} = \frac{B_M}{K_{зс}}, \quad (1)$$

где  $K_{зс} = l_{ш} / l_{\delta}$  – коэффициент заполнения участка сталью.

Величине  $B_{ш}$  соответствует большее значение  $H_{ш}$ , которое и следует задавать в свойствах стали расслоенного блока, корректируя табличные значения реальной кривой намагничивания  $B_M = f(H_M)$  – любому значению  $B_M$  согласно (1) должно соответствовать  $H'_M$  ( $H_{Elcut}$ ) для  $B_M / K_{зс} = B_{Elcut}$ . Переопределенная таким образом  $B_{Elcut} = f(H_{Elcut})$  является «реальной» магнитной характеристикой стали шихтованного участка с учётом  $K_{зс}$ . По сути, вводится в рассмотрение конкретное относительное переменное значение  $\mu_{ш}$ , а, следовательно, и при решении задачи в линейной постановке достаточно принимаемое для массивных участков значение  $\mu_r$  умножить на  $K_{зс}$  для расслоенных участков. Аналогично следует поступать и при заполнении якоря машины пакетами стали при наличии радиальных вентиляционных каналов.

Для иллюстрации сказанного в таблицу 1 сведены результаты аналитических и численных расчётов магнитных потоков и индукций в ферромагнитном сердечнике из стали 2411 квадратной формы  $100 \times 100 \times 10$  мм, содержащем расслоенный участок длиной 80 мм, при намагничивающей силе обмотки возбуждения  $F_B = 280$  А.

**Таблица 1.** Результаты аналитических и численных расчётов магнитных потоков и индукций

$K_{зс}$	$\mu_M$	$\mu_{ш}$	$\Phi_{ш}$ расч	$\Phi_{ш}$ Elcut	$B_{ш}$ расч	$B_{ш}$ Elcut
1,0	1000	1000	0,01000	0,0102	1,00	1,02
0,9	1000	900	0,00980	0,0099	1,09	0,99
0,8	1000	800	0,00950	0,0096	1,19	0,96
0,5	1000	500	0,00816	0,0082	1,63	0,82
Нелинейность						
1,0	1340	1339	0,01340	0,01320	1,34	1,32
0,8	2460	443	0,01190	0,01180	1,48	1,18

0,5	4940	196	0,00765	0,00756	1,53	0,76
-----	------	-----	---------	---------	------	------

Из рассмотрения и анализа данных таблицы 1 следует, что предложенный способ учёта расслоения ферромагнитных участков при использовании программы «ELCUT» позволяет с высокой точностью рассчитать магнитный поток  $\Phi_{ш}$  ( $\Delta < 2 \%$ ), а для нахождения реального значения  $\mathbf{B}_{ш}$  достаточно величину  $\mathbf{B}_{ш \text{ Elcut}}$  разделить на  $K_{зс}$ . Очевидно, что рассмотренным перестроением кривой намагничивания или изменением  $\mu_r$  можно учесть различие в длине по третьей координате и нерасслоенных участков магнитной цепи машины.

В случае значительного насыщения магнитопровода и малых  $K_{зс}$  становится заметным магнитный поток, проходящий между листами через изоляцию –  $\Phi_{и}$ . Возникающие при этом задачи учёта расслоения по оси электрической машины могут быть решены аналогично решению задачи определения магнитного поля в её зубцовой зоне ([1], стр.46). В частности, если суммарный магнитный поток  $\Phi = \Phi_{ш} + \Phi_{и}$  разделить на сечение листов стали  $S_{ш}$ , то будут справедливы следующие выражения:

$$\frac{\Phi}{S_{ш}} = \frac{\Phi_{ш}}{S_{ш}} + \frac{\Phi_{и}}{S_{и}} \cdot \frac{S_{и}}{S_{ш}},$$

$$B_{ш} = B'_{ш} + B_{и} \cdot \frac{S_{и}}{S_{ш}} = B'_{ш} + \mu_0 \cdot H_{и} \cdot K_{и}, \quad (2)$$

$$K_{и} = \frac{S_{и}}{S_{ш}} = \frac{1 - K_{зс}}{K_{зс}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{B}_{ш}$  и  $\mathbf{B}'_{ш}$  – расчётное и реальное значения индукция в листе,  $S_{и}$  – сечения между листами,  $K_{и}$  – коэффициент изоляционного промежутка, а  $\mathbf{H}_{и}$  – напряжённость магнитного поля между листами, равная  $\mathbf{H}'_{ш}$ .

При аналитическом расчёте магнитной цепи машины или при учёте расслоения участка в перпендикулярном направлении к плоскости задачи в программе «ELCUT»  $\mathbf{B}'_{ш} = f(\mathbf{H}'_{ш})$ , входящая в (2), является, конечно, основной кривой намагничивания стали участка  $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$ , а при необходимости учёта расслоения по третьей координате  $z$ , как было показано выше, – переопределенной:  $\mathbf{B}_{\text{Elcut}} = f(\mathbf{H}_{\text{Elcut}})$ .

В результате аналогичных рассуждений в работе В.М. Гандшу (2) для определения  $\mathbf{B}_M = \mathbf{B}_{ш} \cdot K_{зс}$  было предложено выражение:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot \left( \frac{1}{K_{зс}} - 1 \right), \quad (4)$$

справедливость которого вызывает сомнение, поскольку из совместного решения (1), (2) и (3), или просто деля суммарный магнитный поток на  $S_\delta$ , можно получить уравнение:

$$B_M(H'_{ш}) = B'_{ш}(H'_{ш}) \cdot K_{зс} + \mu_0 \cdot H'_{ш} \cdot (1 - K_{зс}), \quad (5)$$

а, добавляя и отнимая в его правую часть  $B'_{ш}(H)$ , легко привести (5) к виду:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot (1 - K_{зс}). \quad (6)$$

Из сравнения (4) и (6) следует, что отношение соответствующих разностей  $(\mathbf{B}'_{ш}(\mathbf{H}) - \mathbf{B}_M(\mathbf{H}))$  в них равно  $K_{зс}$ . При  $K_{зс}$  близких к 1 погрешность определения  $\mathbf{B}_M(\mathbf{H})$ , конечно, невелика, однако, например, при  $K_{зс} = 0,5$  расчёт по (4) теряет физический смысл. Действительно, после подстановки в (4) и (6) указанного значения  $K_{зс}$  они примут вид:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot \left( \frac{1}{0,5} - 1 \right) = \\ = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) = \mu_0 \cdot H \quad (7)$$

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot (1 - 0,5) = \\ = 0,5 \cdot B'_{ш}(H) + 0,5 \cdot \mu_0 \cdot H \quad (8)$$

Как видно из (7), индукция в массиве  $\mathbf{B}_M(\mathbf{H})$  становится равной индукции поля в воздухе при неизвестной к тому же величине  $\mathbf{H}$  (?!), а поэтому в свойствах расслоенного блока в «ELCUT» необходимо использовать зависимость  $\mathbf{B}_{ш} = f(\mathbf{H}'_{ш})$ , рассчитанную по выражению (2) с учётом  $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$  или  $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$ . Реальное значение  $\mathbf{B}'_{ш}$  можно определить в результате обратного преобразования (2) с учётом (1) и (3):

$$B'_{ш}(H) = \frac{B_M}{K_{зс}} - \frac{\mu_0 \cdot H \cdot (1 - K_{зс})}{K_{зс}},$$

где  $\mathbf{B}_M$  – рассчитанное в программе «ELCUT» значение индукции в шихтованном участке.

### **3. Учёт расслоения магнитопровода сокращением расчётной длины машины**

Если все ферромагнитные участки магнитной цепи имеют одинаковый коэффициент заполнения сталью, то вместо перестроения кривой намагничивания, можно в свойствах задачи в программе «ELCUT» задать не реальную длину магнитопровода  $l_m = l_\delta$ , а приведённую  $l_{Fe} = l_m \cdot K_{зс}$ . При этом будет сразу же рассчитываться истинное значение индукция в стали. Однако, из-за уменьшения площади сечения неферромагнитных участков в  $1/K_{зс}$  раз, соответствующие значения индукции **В** и напряжённости **Н** в них будут больше реальных, а, следовательно, и суммарная НС будет завышена. В электрических машинах нешихтованным участком магнитной цепи является воздушный зазор, на долю которого приходится до 90 % НС обмотки возбуждения  $F_b$ . Поэтому для определения реальной индукции на нешихтованном участке необходимо рассчитанное в программе «ELCUT» значение  $B_{Elcut}$  умножить на коэффициент заполнения сталью  $K_{зс}$ , а для получения действительного значения НС непосредственно в программе «ELCUT» необходимо в свойствах блока нешихтованного участка задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_{зс}}. \quad (9)$$

При учёте  $K_{зс}$  с помощью сокращения расчётной длины машины значительно упрощается постановка задачи, особенно, если требуется получить результат для нескольких значений  $K_{зс}$  без учёта магнитного потока между листами стали. Допускаемая при этом ошибка, как показала практика моделирования электрических машин, не превосходит 1 %.

### **4. Расчёт коэффициента воздушного зазора с учётом неоднородности магнитопровода по третьей координате**

В электрических машинах с большой аксиальной длиной активной зоны часто применяется радиальная система вентиляции. В этом случае магнитопровод набирается из шихтованных пакетов стали, между которыми

формируется канал для охлаждающего воздуха. Рассмотренный метод учёта неоднородности сердечника по третьей координате заменой кривой намагничивания можно распространить и на решение задачи с радиальными каналами. Для этого в выражениях (1) и (3) следует заменить  $K_{зс}$  на коэффициент заполнения пакетами и сталью:

$$K_{зсп} = \frac{n_{п} \cdot b_{п} \cdot K_{зс}}{l_{\delta}} = \frac{n_{п} \cdot b_{п} \cdot K_{зс}}{n_{п} \cdot b_{п} + (n_{п} - 1) \cdot b_{к}} = K_{зп} \cdot K_{зс},$$

где  $b_{п}$  – ширина пакета,  $b_{к}$  – ширина вентиляционного канала,  $n_{п}$  – число пакетов,  $l_{\delta}$  – длина магнитопровода,  $K_{зп}$  – коэффициент заполнения пакетами.

Коэффициент заполнения пакетами  $K_{зп}$ , как правило, меньше  $K_{зс}$  и составляет  $0,8 \div 0,9$ . Следовательно, в таких задачах требуется вводить поправку на магнитный поток, ответвляющийся в вентиляционный канал.

Радиальные вентиляционные каналы и бандажные канавки на поверхности ротора требуют учёта коэффициентов воздушного зазора (отношение максимума индукции в зазоре к её среднему значению)  $K_{\delta к}$  и  $K_{\delta б}$ , которые можно вычислить по следующим формулам ([1], стр.44):

$$K_{\delta к} = \frac{b_{п} + b_{к}}{b_{п} + b_{к} - \gamma \cdot \delta},$$

$$\gamma = \frac{(b_{к} / \delta)^2}{5 + b_{к} / \delta},$$

$$K_{\delta б} = 1 + \frac{n_{б} \cdot b_{б} \cdot h_{б}}{l_{\delta} \cdot (\delta + h_{б}) - n_{б} \cdot b_{б} \cdot h_{б}},$$

где  $n_{б}$ ,  $b_{б}$ ,  $h_{б}$  соответственно число, ширина и глубина бандажных канавок. Результирующий коэффициент воздушного зазора:

$$K_{\delta} = K_{\delta к}^n \cdot K_{\delta б},$$

где  $n = 1$ , если радиальные каналы выполнены только на статоре, и  $n = 2$ , если каналы выполнены и на статоре, и на роторе.

Рассчитанное значение НС воздушного зазора в программе «ELCUT» соответствует зазору без бандажных канавок и радиальных каналов. Для получения реальной НС воздушного зазора необходимо это значение умножить на  $K_{\delta}$ , или задавать в программе «ELCUT» в свойствах блока

воздушного зазора откорректированную относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_\delta}. \quad (10)$$

Наличие зазора между листами стали в общем случае также требует введения коэффициента воздушного зазора для листов стали. С учётом того, что магнитопровод может содержать участки с листами разной толщины и разными коэффициентами заполнения, следует рассматривать отдельно  $K_{\deltaЛ1}$  и  $K_{\deltaЛ2}$  относящиеся к поверхностям по разные стороны от воздушного зазора.

Таким образом, при учёте расслоения по координате  $z$  рассмотренным в п.2 методом переопределения кривой намагничивания в блоке воздушного зазора следует задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_\delta \cdot K_{\deltaЛ1} \cdot K_{\deltaЛ2}},$$

а в случае применения метода сокращения расчётной длины ( $K_{\deltaЛ1} = K_{\deltaЛ2} = K_{\deltaЛ}$ ) в блоке воздушного зазора следует задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_{зс} \cdot K_\delta \cdot K_{\deltaЛ}^2}.$$

На практике  $K_{\deltaЛ}$  очень мал и стремится к единице. Так, например, для  $K_{зс} = 0,95$ , воздушного зазора  $\delta = 1$  мм и толщины листа  $b = 0,95$  мм коэффициент воздушного зазора, рассчитанный методом конформных отображений (смотри стр.284 [3]):

$$K_{\deltaЛ} = \frac{b}{b - \gamma \cdot \delta} = \frac{1}{1 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1} = 1,0004, \quad (11)$$

$$\text{где } b_n = b_c \cdot (1 - K_{зс}) = 1 \cdot (1 - 0,95) = 0,05 \text{ мм},$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{b_n}{\delta} \cdot \arctg\left(\frac{b_n}{2 \cdot \delta}\right) - \ln \left[ \left( \frac{b_n}{2 \cdot \delta} \right)^2 + 1 \right] \right\} = \\ &= \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{0,05}{1} \cdot \arctg\left(\frac{0,05}{2 \cdot 1}\right) - \ln \left[ \left( \frac{0,05}{2 \cdot 1} \right)^2 + 1 \right] \right\} = 4 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

В большинстве расчётов столь малым увеличением индукции  $\mathbf{B}_\delta$  можно,

конечно, пренебречь. Однако в тех случаях, когда величина воздушного зазора сопоставима с расстоянием между листами стали, коэффициент воздушного зазора может быть заметным. При этом следует иметь в виду, что определение  $K_{\delta Л}$  по (11) не совсем корректно, так как в реальности торцевая поверхность листов после штамповки имеет сложную форму, не соответствующую геометрии области, для которой выведено данное выражение.

#### 4. Выводы

1. Учёт неоднородности магнитной цепи по третьей координате  $z$  при расчёте магнитных полей в электрических машинах с помощью пакета «ELCUT» возможен путём задания в свойствах расслоенного блока кривой  $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$ , получаемой переопределением данных реальной зависимости  $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$  для конкретных значений  $K_{зс}$ .
2. При сильном насыщении и малых  $K_{зс}$  необходимо  $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$  корректировать в соответствии с (2) для учёта магнитного потока, проходящего между листами расслоенного участка.
3. В случае одинаково расслоенных ферромагнитных участков магнитной цепи возможно простое сокращение реальной длины машины и задание в немагнитных блоках относительной магнитной проницаемости, обратной  $K_{зс}$  или  $K_{\delta}$  (смотри п.3 и п.4).
4. Расчётные данные в программе «ELCUT», получаемые в результате применения предлагаемых способов учёта неоднородности по третьей координате, нуждаются в последующей обработке в соответствии с таблицей 2.

**Таблица 2.** Постобработка результатов в программе «ELCUT» для двух методов

Определяемая величина	Корректировка кривой намагничивания	Сокращение расчётной длины
Индукция в зазоре $\mu_r = 1$	$B_{Elcut}$	$B_{Elcut} \cdot K_{зс}$
Индукция в зазоре $\mu_r \neq 1$	$B_{Elcut}$	$B_{Elcut} \cdot K_{зс}$
Индукция в стали	$\frac{B_{Elcut}}{K_{зс}} - \frac{\mu_0 \cdot H_{Elcut} \cdot (1 - K_{зс})}{K_{зс}}$	$B_{Elcut}$

Напряжённость в зазоре $\mu_r = 1$	$\frac{H_{\text{Elcut}}}{K_{\delta\text{Лс}} \cdot K_{\delta\text{Лр}}}$	$\frac{H_{\text{Elcut}}}{K_{\text{зс}} \cdot K_{\delta\text{Лс}} \cdot K_{\delta\text{Лр}}}$
Напряжённость в зазоре $\mu_r \neq 1$	$H_{\text{Elcut}}$	$H_{\text{Elcut}}$
Напряжённость в стали	$H_{\text{Elcut}}$	$H_{\text{Elcut}}$
НС магнитопровода	$F_{\text{Elcut}}$	$F_{\text{Elcut}}$
НС воздушного зазора $\mu_r = 1$	$F_{\text{Elcut}} \cdot K_{\delta\text{Лс}} \cdot K_{\delta\text{Лр}}$	$F_{\text{Elcut}} \cdot K_{\text{зс}} \cdot K_{\delta\text{Лс}} \cdot K_{\delta\text{Лр}}$
НС воздушного зазора $\mu_r \neq 1$	$F_{\text{Elcut}}$	$F_{\text{Elcut}}$

5. Выбор способа учёта неоднородности магнитной системы зависит от типа решаемой задачи и необходимой при этом точности. При решении типовых учебных и научных задач целесообразнее, на наш взгляд, пользоваться методом корректировки кривых намагничивания, заранее сформировав для этого соответствующую библиотеку кривых  $\mathbf{V}_{\text{Elcut}} = f(\mathbf{H}_{\text{Elcut}})$  для разных  $K_{\text{зс}}$ .

### Список литературы

1. Электрические машины: Учебник для вузов / А.И. Вольдек .— 3-е изд., перераб.— Ленинград : Энергия, 1978 .— 832 с: ил.— Библиогр.: с. 814-817.
2. В.М. Гандшу, Представление шихтованных сердечников в задачах расчёта магнитных полей. URL: <http://elcut.ru/articles/gandshou/laminate.pdf> (03.2003)
3. Электрические машины: учебник для вузов. В двух томах. Том 1/А.В. Иванов-Смоленский – 3-е изд., стереот. –М.:Издательский дом МЭИ, 2006.- 652[6]с.: ил.

### Об авторах

В. Н. Забоин, Г. А. Чесноков, Санкт-Петербургский государственный Политехнический университет

С. А. Ионин

Применение теоремы Шакирова  
в расчётах электромагнитных сил

**Аннотация**

В статье рассмотрены примеры расчёта электромагнитных сил, действующих на экранированные токопроводы при постоянном, переменном токе и в переходных режимах с помощью теоремы Шакирова об искривлении пространств при конформных отображениях. Применение данного метода весьма точно подтверждается расчётами с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в программе «ELCUT». Область применения теоремы – плоские задачи. Также рассмотрена задача распределения тока в шинах при поверхностном эффекте с применением метода конформных отображений.

Ключевые слова: конформные отображения, электромагнитная сила, теорема Шакирова.

**Введение**

Теоремы М.А. Шакирова были опубликованы в 1994г. в ведущих российских научных журналах [1, 5, 6, 7]. Теоремы посвящены расчётам сил  $f_{z_0}$ , действующих на линейный ток  $i_0$  или заряд  $\tau_0$  [1]. Эти теоремы внедрены в «Практикум по ТОЭ, ч.3» (СПб, 1995) и используются студентами 3-его курса электромеханического отделения СПбГПУ при выполнении ими расчётных заданий. Цель настоящей работы – обзор этих теорем и примеров их применения.

**Формулировки теорем**

В теоремах используется понятие конформно-связанных областей (рис.1).

**Электростатика линейных зарядов**

Если  $z_0$  - координата линейного заряда  $\tau_0$  в  $D_z$ -области, ограниченной проводящим экраном, и  $\omega_0(z_0)$  – конформное отображение  $z_0$  в  $D_{\omega}$ -области и  $f_{\omega_0}$  – сила, действующая на  $\tau_0$  в  $D_{\omega}$ -области, то справедливо:

$$f_{z_0} = f_{\omega_0} \omega_{z_0}^* + (\tau_0^2 / 4\pi\epsilon_0) K_{z_0} \quad (1)$$

$$K_{z_0} = (\omega''_{z_0} / \omega'_{z_0})^* \text{ или } K_{z_0} = (-z''_0 / z'^2_0)^*, \quad (2)$$

где  $K_{z_0}$  - главный вектор локального искривления при конформном отображении в точке  $z_0$  [1,5].

### Магнитостатика линейных токов

Если  $z_0$  - координата линейного тока  $i_0$  в  $D_z$ -области, ограниченной идеальным магнитным ( $\mu \rightarrow \infty$ ) или электромагнитным ( $\mu \rightarrow 0$ ) экраном и  $\omega_0(z_0)$  - конформное отображение  $z_0$  в  $D_{\omega}$ - области и  $f_{\omega_0}$  - сила, действующая на  $i_0$  в  $D_{\omega}$ - области, то справедливо:

$$f_{z_0} = f_{\omega_0} \omega_{z_0}^* - (\mu_0 i_0^2 / 4\pi) K_{z_0} \quad (3)$$

### Магнитное поле синусоидальных линейных токов

Для условий из предыдущей теоремы расчёт средней за период  $T$  силы осуществляется по формуле:

$F_{z_0} = F_{\omega_0} \omega_{z_0}^* - (\mu_0 I_0^2 / 4\pi) K_{z_0}, \quad I_0 =  I_0 , \quad \dot{I}_0 = I_0 \cdot e^{j\psi_0} \quad  I_0  \quad (4)$
--

где  $I_0$  - модуль комплексного тока  $\dot{I}_0$ .

## Тонкие провода с током

### в прямоугольном идеальном магнитном экране

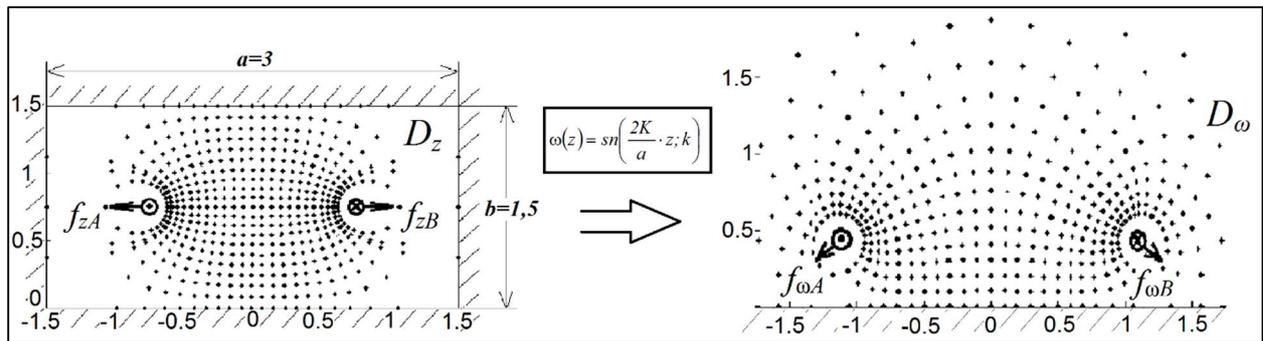
#### Конформное отображение

Рассмотрим применение теоремы Шакирова в формулировке (3) для простого случая пары тонких проводов, находящихся в прямоугольном идеальном магнитном экране ( $\mu_{сталь} \rightarrow \infty$ ) (рис.1). Конформное отображение прямоугольника на  $D_{\omega}$ -полуплоскость осуществляется с помощью эллиптической функции (эллиптический синус Якоби)  $\omega(z)$ , выраженной через соответствующие  $\vartheta$ -функции ( $\vartheta_1(v), \vartheta_2(v), \vartheta_3(v), \vartheta_4(v)$ , где  $v=z/a$ ), [2, стр.131]:

$$\omega(z) = sn\left(\frac{2K}{a} \cdot z; k\right) = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_4(v)} = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{2q^{\frac{1}{4}} \cdot (\sin \pi v - q^2 \cdot \sin 3\pi v + q^6 \cdot \sin 5\pi v - \dots)}{1 - 2 \cdot (q \cdot \cos 2\pi v - q^4 \cdot \cos 4\pi v + q^9 \cdot \cos 6\pi v - \dots)} \quad (5)$$

$$q = e^{-\pi \cdot 2b/a} = e^{-\pi \cdot 2 \cdot 1,5/3} = 0,0432, \quad k = \vartheta_2^2(0, q) / \vartheta_3^2(0, q) = 0,9136^2 / 1,0864^2 = 0,7071$$

$$K = \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{1-s^2} \cdot \sqrt{1-k^2s^2}} \quad \text{или} \quad K = \frac{\pi}{2} \cdot [9_3(0, q)]^2$$



**Рис. 1.** Расчёт сил и построение картины магнитного поля двухпроводной линии с помощью конформного отображения  $\omega(z)$  и обратного отображения  $z(\omega)$

Применение метода конформных отображений упрощает построение картины магнитного поля в  $D_z$ -области: если картина построена в  $D_\omega$ -области, то можно легко получить соответствующие точки картины поля и  $D_z$ -области с помощью обратного отображения. Формула для обратного отображения выражается через неполный эллиптический интеграл I-ого рода:

$$z(\omega) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{1-k^2z^2} \cdot \sqrt{1-z^2}} dz \quad (6)$$

Если прямой линейный ток имеет координату  $z_A = (-0,75 + j0,75)$ , а обратный ток  $-z_B = (0,75 + j0,75)$ , тогда согласно (5):  $\omega_A = -1,0987 + j0,4551$ ,  $\omega_B = 1,0987 + j0,4551$ .

### Пример №1: Расчёт сил в $D_z$ - и $D_\omega$ -областях

Согласно методу зеркальных отображений, силы в  $D_\omega$ -области равны (рис. 1, справа):  $f_{\omega A} = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot (-1,687 - j1,876) \text{ (H/м)}$ ,  $f_{\omega B} = \frac{\mu_0 i_B^2}{4\pi} \cdot (1,687 - j1,876) \text{ (H/м)}$ .

Первая и вторая производные функции  $\omega = sn(z)$  вычисляются аналитически:

$$\begin{aligned} \omega'_{z_A} &= 0,3978 + j0,9603, & \omega'_{z_B} &= 0,3978 - j0,9603 \\ \omega''_{z_A} &= 1,5346 + j1,3309, & \omega''_{z_B} &= -1,5346 + j1,3309 \end{aligned}$$

Главный вектор локального искривления линий при конформном отображении в точках  $z_A$  и  $z_B$  согласно (2):  $K_{z_A} = 1,7480 + j0,8740$ ,  $K_{z_B} = -1,7480 + j0,8740$ .

Итак, сила, действующая на линейный ток  $i_A = 1 \text{ A}$ :

$$f_{z_A} = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot (-2,473 + j0,874) - \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot \left( \frac{1,5346 + j1,3309}{0,3978 + j0,9603} \right)^* = -\frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot 4,220 = -4,220 \text{ (H/м)}$$

Аналогично, сила, действующая на линейный ток  $i_B = -1 \text{ A}$ :

$$f_{zB} = \frac{\mu_0 i_B^2}{4\pi} \cdot (2,473 + j0,874) - \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot \left( \frac{-1,5346 + j1,3309}{0,3978 - j0,9603} \right)^* = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot 4,220 = 4,220 \text{ (N/m)}$$

Направления сил показаны на рис. 1 слева.

Алгоритм решения задачи в программе «ELCUT» следующий:

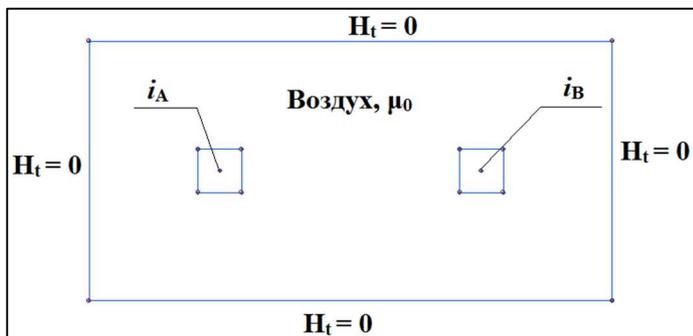


Рис. 2. Постановка задачи в «ELCUT»

1. Создаётся геометрическая модель: прямоугольник и две точки, соответствующие линейным токам (также вокруг точек рисуются два квадрата, которые необходимо будет выделить при расчёте сил на этапе решения задачи).

2. Задаются граничные условия и свойства блоков: на границах идеального магнитного экрана касательная составляющая магнитного поля отсутствует ( $H_t = 0$ ), относительная магнитная проницаемость воздуха равна единице, токи моделируются как вершины (задаются их свойства: токи 1 и -1 А).

3. Строится сетка конечных элементов и решается задача. Полученные результаты достаточно точно подтверждают расчёты с помощью теоремы Шакирова:

$$f_{zA} = -4,2187 \cdot 10^{-7} \text{ (H/m)}, \quad f_{zB} = 4,2163 \cdot 10^{-7} \text{ (N/m)}. \text{ Погрешности: } 0,03 \% \text{ и } 0,09 \%.$$

## Массивные шины с постоянным током в идеальном магнитном экране

### Вывод формулы

В случае массивных шин с постоянным током  $I$  (рис. 2), поперечное сечение каждой шины (площадь каждой шины равна  $S$ ) разбивается на *элементарные проводники* (ЭП)  $\Delta S_i$ , где  $i$  – номер проводника. Ток проводника –  $I_i = \delta \cdot \Delta S_i$ , где  $\delta = I/S$ ;  $i = 1..n$ , где  $n$  – полное число ЭП. ЭП заменяются на тонкие провода с током  $I_i$ , проходящим через центр ЭП  $z_i$ . Элементарные силы  $f_{\omega k}$ , действующие на  $k$ -ый ЭП в  $D_{\omega}$ -области определяются следующим образом:

$$f_{\omega k} = f_{\varepsilon k} + j f_{\eta k} = -\frac{\mu_0 I_k}{2\pi} \left[ \pm j \frac{I_k}{2\eta_k} + \sum_{\substack{q=1, \\ q \neq k}}^n \lambda_{kq} \cdot I_q \right], \quad \lambda_{kq} = \left( \frac{1}{\omega_k - \omega_q} \pm \frac{1}{\omega_k - \omega_q^*} \right)^*, \quad (7)$$

где знак «+» соответствует идеальному магнитному экрану, а знак «-» – идеальному электромагнитному экрану. Затем соответствующие силы в  $D_z$ -области

рассчитываются по формулам (3) и затем сумма этих элементарных сил  $f_{zk}$  для каждой шины даёт результирующие силы, действующие на шины.

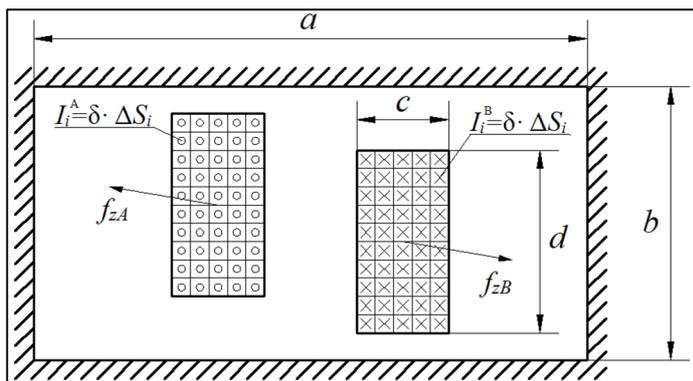


Рис. 3. Массивные шины, расположенные несимметрично в прямоугольном экране

### Пример №2

Для параметров на рис. 2  $I = 1 \text{ kA}$  (постоянный ток);  $a = 0,3 \text{ м}$ ;  $b = 0,15 \text{ м}$ ;  $c = 0,05 \text{ м}$ ;  $d = 0,1 \text{ м}$  были получены следующие значения:  $f_{zAX} = 4,1858 \text{ Н/м}$ ,  $f_{zAY} = -0,7140 \text{ Н/м}$ ;  $f_{zBX} = -4,1858 \text{ Н/м}$ ,  $f_{zBY} = 0,7140 \text{ Н/м}$ .

Для решения задачи с помощью «ELCUT» нужно в магнитный экран из примера №1 поместить две шины и задать в каждой из них ток ( $1000 \text{ А}$  и  $-1000 \text{ А}$ ) и задать такие же граничные условия. Решение привело к следующему результату (на примере левой шины):  $f_{zAX} = 4,1448 \text{ Н/м}$ ,  $f_{zAY} = -0,7065 \text{ Н/м}$ . Относительные погрешности незначительны: 1 % для X-компоненты и 1,1 % для Y-компоненты силы.

## RLC-цепь с экранированными шинами

### Подход к расчёту

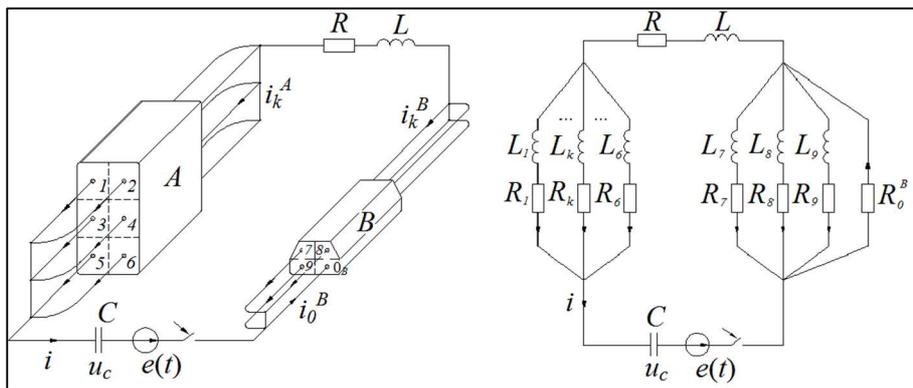


Рис. 4. Дискретизация шин (общий случай)

Рис. 5. Эквивалентная схема для анализа поверхностного эффекта

Расчёт токов в ЭП шин при переменном токе и в переходных режимах более сложен, поскольку необходимо учитывать взаимно-индуктивные связи между ЭП (которые обеспечивают поверх-

ностный эффект). Эффективный метод расчёта основан на разбиении поперечных сечений шин на условные элементарные витки (УЭВ) с одним общим опорным проводником (ОП) для всех витков (рис. 3-4) рассмотрен в [9]. Этот ОП является ЭП одной из шин (крайний справа ЭП шины В на рис. 4).

Будем считать, что число ЭП для шины А и шины В -  $n_A$  и  $n_B$  соответственно (следовательно, полное число ЭП будет  $n = n_A + n_B$ ) и введём следующие обозначения:

$\mathbf{i}_A$  – строка  $n_A \times 1$  токов ЭП шины А;

$\mathbf{i}_B$  – строка  $n_B \times 1$  токов ЭП шины В;

$\mathbf{M}_A$  – квадратная  $n_A \times n_A$  матрица собственных ( $M_{kk}^A = L_k^A$ ) и взаимных ( $M_{kq}^A$ ) индуктивностей УЭВ шины А;

$\mathbf{M}_B$  – квадратная  $(n_B - 1) \times (n_B - 1)$  матрица собственных ( $M_{kk}^B = L_k^B$ ) и взаимных ( $M_{kq}^B$ ) индуктивностей УЭВ шины В;

$\mathbf{M}_{AB}$  – прямоугольная  $n_A \times (n_B - 1)$  матрица взаимных индуктивностей между УЭВ шин А и В, при этом  $\mathbf{M}_{BA} = \mathbf{M}_{AB}^T$

$\mathbf{R}_A$  – диагональная  $n_A \times n_A$  матрица сопротивлений УЭВ шины А;

$\mathbf{R}_B$  – диагональная  $(n_B - 1) \times (n_B - 1)$  матрица сопротивлений УЭВ шины В;

$\mathbf{R}_0^B$  – строка  $(n_A + n_B - 1) \times 1$ , все элементы которой равны  $R_0^B$  сопротивлению ОП шины В;

$\mathbf{R}$  – строка  $n_A \times 1$ , все элементы которой равны  $R$  – сопротивлению нагрузки (если она подключена);

$\mathbf{R}'_A$  – матрица  $\mathbf{R}_A$ , в которой к каждому элементу добавлены  $R$  и  $R_0^B$ ;

$\mathbf{R}'_B$  – матрица  $\mathbf{R}_B$ , в которой к каждому элементу добавлено  $R_0^B$ ;

$\mathbf{1}$  – строка  $n_A \times 1$ , состоящая из единиц;

$\mathbf{0}$  – строка  $n_A \times 1$  (или  $n_B \times 1$ ), состоящая из нулей.

В таком случае матричное уравнение (порядок системы -  $n$ ) может быть записано следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_A & \mathbf{M}_{AB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{BA} & \mathbf{M}_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & C \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \\ u_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{R}'_A & & -\mathbf{1} \\ & -\mathbf{R}'_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^T & \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \\ u_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e(t) \quad (8)$$

Эти уравнения соответствуют методу контурных токов теории электрических цепей. Предположим, например, что  $n_a=3$ ,  $n_b=3$ , тогда уравнения для 1-ого УЭВ шины А (если ОП принадлежит шине В) запишутся следующим образом:

$$M_{A_{1,1}} \cdot \frac{di_{A_1}}{dt} + M_{A_{1,2}} \cdot \frac{di_{A_2}}{dt} + M_{A_{1,3}} \cdot \frac{di_{A_3}}{dt} + M_{B_{1,1}} \cdot \frac{di_{B_1}}{dt} + M_{B_{1,2}} \cdot \frac{di_{B_2}}{dt} = \quad (9)$$

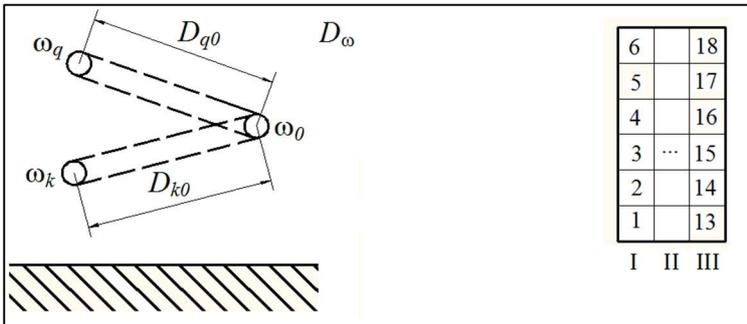
$$= -(R_{A_{1,1}} + R + R_0^B) \cdot i_{A_1} - (R + R_0^B) \cdot i_{A_2} - (R + R_0^B) \cdot i_{A_3} - R_0^B \cdot i_{B_1} - R_0^B \cdot i_{B_2} - u_c + e(t)$$

Для 1-ого ЭП шины В (содержащей ОП) будут справедливы уравнения для витка, замкнутого накоротко.

Ток разряда конденсатора или полный ток вычисляется как  $i_C = i = \sum_{k=1}^{n_A} i_K^A$ .

Ток ОП вычисляется как  $i_0^B = \sum_{k=1}^{n_A} i_K^A + \sum_{k=1}^{n_B-1} i_K^B$ .

### Расчёт собственных и взаимных индуктивностей УЭВ



**Рис.6.** Условные элементарные витки (УЭВ) в  $D_\omega$ -области

**Рис.7.** Элементарные проводники (ЭП) и слои шины А

Для этого также применяется метод конформных отображений: если поперечное сечение витков достаточно мало по сравнению с расстояниями до поверхностей экрана (так что они остаются таковыми и в  $D_\omega$ -области), то индуктивности витков в  $D_z$ - и  $D_\omega$ -областях будут одинаковыми [4].

Для витков с общим обратным проводником (рис.5) будут применимы следующие формулы:

$$L_q = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{D_{q0}^2}{G_{qq} G_{00}} \pm \ln \frac{D_{q0'}^2}{D_{qq'} D_{00'}} \right), \quad M_{kq} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{D_{k0} D_{q0}}{D_{kq} G_{00}} \pm \ln \frac{D_{k0'} D_{q0'}}{D_{kq'} D_{00'}} \right), \quad (10)$$

где  $D_{q0} = |\omega_q - \omega_0|$ ,  $D_{q0'} = |\omega_q^* - \omega_0|$ ,  $D_{qk} = |\omega_q^* - \omega_k|$ ,  $G_{qq} = |\omega'_{z_q}| g_{qq}$ ,  $G_{00} = |\omega'_{z_0}| g_{00}$  – средние геометрические расстояния поперечных сечений в  $D_\omega$ -области.

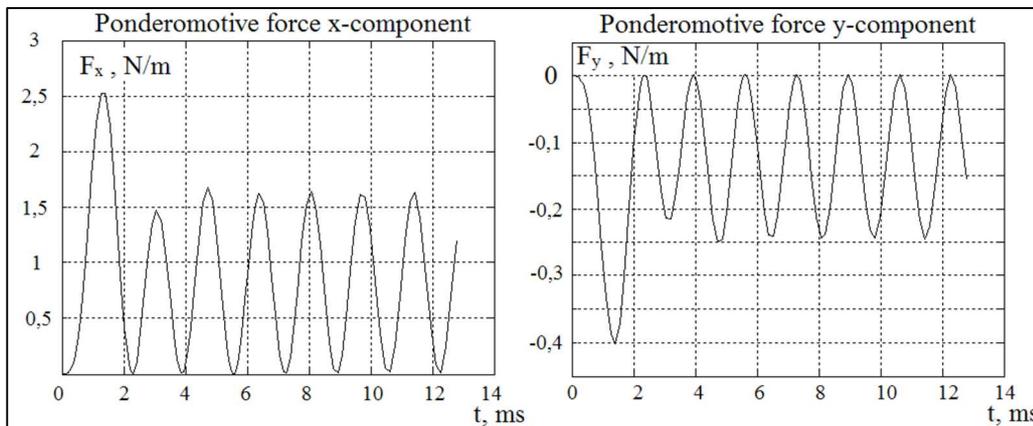
### Пример №3: режим синусоидального тока в магнитном и электромагнитном экранах

Дискретизация ЭП обеспечивает достаточную точность в том случае, когда размеры ЭП значительно меньше эквивалентной глубины проникновения электромагнитной волны в материал шины:

$$\lambda = 2\sqrt{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{f\mu\gamma}}, \quad (11)$$

где  $f$  – частота волны,  $\gamma$  – удельная проводимость материала,  $\mu$  – магнитная проницаемость материала. Предположим, что удельная проводимость шин  $\gamma =$

$5,7 \cdot 10^5 \text{ См/м}$  (поверхностный эффект проявляется не резко) и геометрия шин задана на рис. 2 (с 18 ЭП, рис. 6). К шинам подключён источник ЭДС  $E(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$ . Кривые x- и y-компонент для шины В будут выглядеть как на рис. 8-9.



Амплитуды сил в установившемся режиме будут таковыми:  $f_x = 1,63 \text{ Н/м}$ ,  $f_y = -0,25 \text{ Н/м}$ . Чтобы проверить полученные результаты

**Рис. 8-9.** X- и Y-компоненты сил для идеального магнитного экрана

результаты, необходимо решить в «ELCUT» задачу магнитного поля переменных токов,

при этом дополнительно к свойствам из примера №2 задаётся частота источников поля ( $300 \text{ Гц}$ ) и удельные проводимости шин ( $\gamma = 5,7 \cdot 10^5 \text{ См/м}$ ). Кроме того, шины разделены на 18 ЭП для того, чтобы проверить также распределение тока в шинах и разность фаз между токами двух соседних шин.

Расчёт сил в программе «ELCUT» (правая шина):  $f_x = 1,63 \text{ Н/м}$ ,  $f_y = -0,24 \text{ Н/м}$ .

Сравнение с данными в программе «ELCUT» относительно амплитуд токов ЭП и образованных ими слоёв для шины В в соответствии с обозначениями на рис. 7 и для двух типов идеальных экранов приведено в таблице 1.

**Таблица 1.** Сравнение результатов, полученных с помощью метода конформных отображений (МКО) и МКЭ для ЭП

Идеальный магнитный экран				
Положение ЭП	$I_m, \text{ A}$		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
1	38,4	38,1	25,2	25,5
7	33	33,1		
13	32,2	32,2	47,4	48
6	46,1	45,9		
12	38	38	12,7	12,8

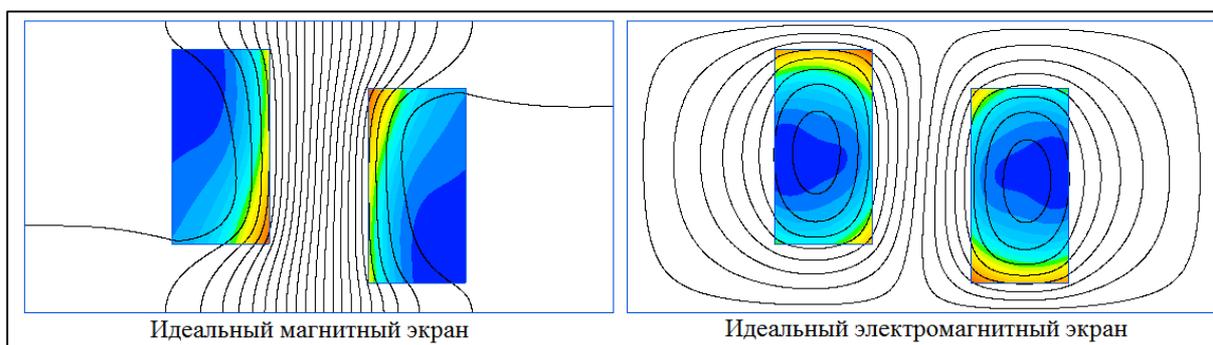
18	35	35		
<b>Идеальный электромагнитный экран</b>				
	$I_m, A$		Разность фаз, °	
EG-position	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
1	65,7	65,7	5,6	5,7
7	63,8	63,8		
13	64,1	64	1,8	1,8
6	62,9	62,7		
12	60,6	60,7	2,4	2,4
18	60,6	60,6		

**Таблица 2.** Сравнение результатов, полученных с помощью метода конформных отображений (МКО) и МКЭ для слоёв ЭП

<b>Идеальный магнитный экран</b>				
Слои	$I_m, A$		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
I	243,2	241,5	26,7	25,7
II	207,1	208		
III	199,5	200,2		
Полный ток	624,2	624,4		
<b>Идеальный электромагнитный экран</b>				
Слои	$I_m, A$		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
I	365,65	365,8	9,5	9,5
II	356,16	364,6		
III	355,48	355,2		
Полный ток	1074,8	1075,6		

В случае идеального электромагнитного экрана задача формулируется так же, как и для магнитного, но на границе экрана задано граничное условие  $A = 0$ , которое означает, что магнитное поле вытесняется из экрана под действием вихревых токов, возникающих в идеальном проводящем (сверхпроводящем) экране. Заметим, что в этом случае полные токи шин будут больше, чем в случае магнитного экрана, поскольку сопротивление пары шин переменному току в этом

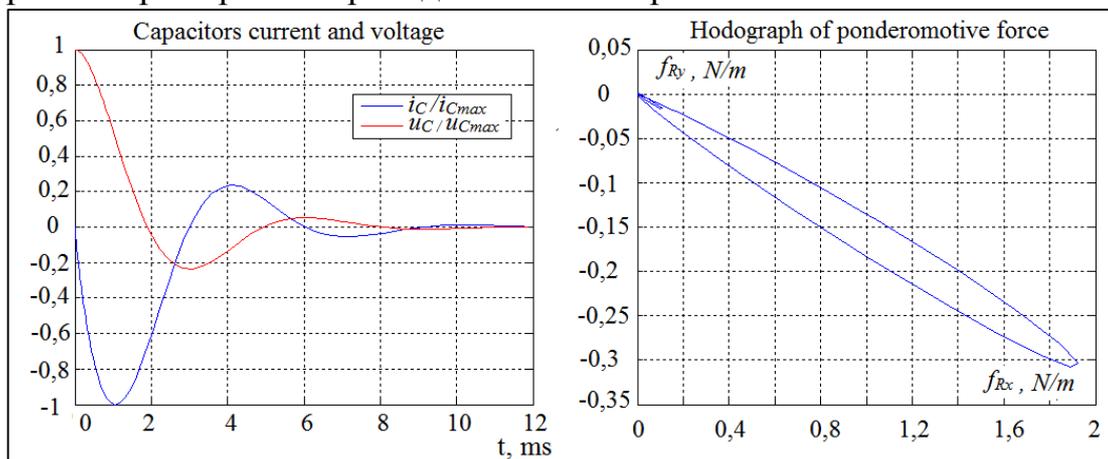
случае окажется меньше (это сопротивление определяется в первую очередь индуктивностью пары шин, которая в случае электромагнитного экрана окажется значительно меньше).



**Рис. 10.** Картины магнитных полей, полученные в программе «ELCUT». Цветные иллюстрации смотри на диске

### Пример №2: переходный режим

Рассмотрим разряд конденсатора на массивные экранированные шины. В этом случае могут быть получены графики для разрядных тока и напряжения и годограф ponderomotive силы (на примере правой шины А). Начальные условия для сложной  $RLC$ -цепи в матричной форме будут такими:  $i_A(+0) = 0$ ,  $i_B(+0) = 0$ ,  $u_C(+0) = U_0$ . Кривые  $u_c(t)$  и  $i_c(t)$  для параметров конденсатора  $u_c(+0) = 1$  В,  $C = 1$  Ф и геометрии из примера №2 приведены ниже на рис. 11-14.



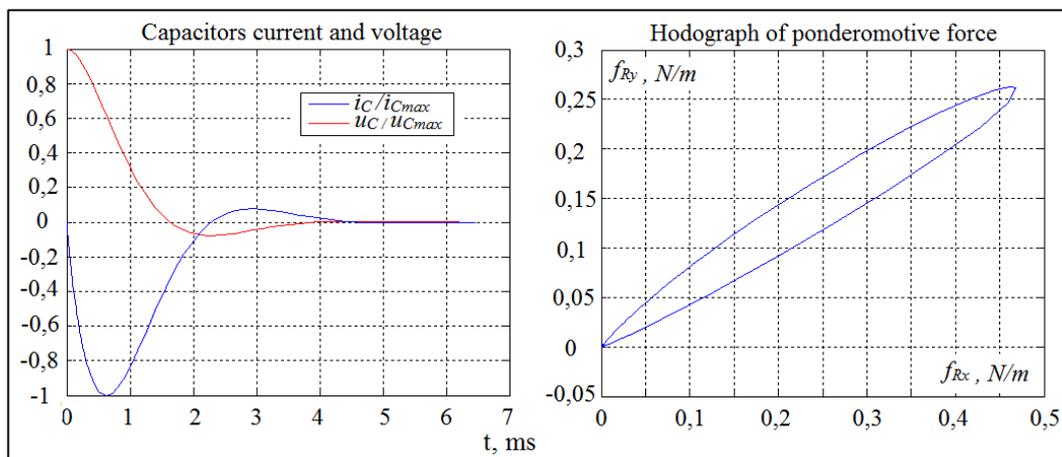
**Рис. 11.** Относительные величины тока и напряжения конденсатора для идеального магнитного экрана

**Рис. 12.** Годограф ponderomotive силы для идеального магнитного экрана

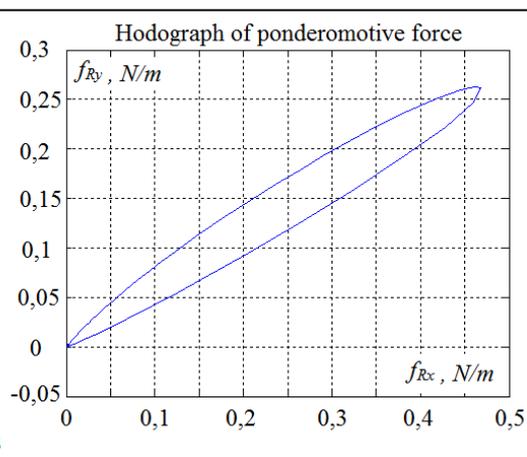
Важные характеристики переходного режима:

$$i_{max} = 677,2 \text{ A} \quad f_{max} = 1,95 \text{ H/m} \quad (f_x = 1,92 \text{ H/m}, \quad f_y = 0,30 \text{ H/m})$$

$$i_{max} = 855,9 \text{ A} \quad f_{max} = 0,54 \text{ H/m} \quad (f_x = 0,47 \text{ H/m}, \quad f_y = 0,26 \text{ H/m})$$



**Рис.13.** Относительные величины тока и напряжения конденсатора для идеального электромагнитного экрана



**Рис.14.** Годограф пондеромоторной силы для идеального электромагнитного экрана

## Заключение

Метод, продемонстрированный в статье, очень полезен для понимания электромагнитных силовых взаимодействий и анализа поверхностного эффекта. Кроме того, теорема Шакирова тесно связана с искривлением пространства-времени в общей теории относительности [8].

## Литература

- [1] М.А.Шакиров. Теорема о преобразовании пондеромоторных взаимодействий при конформных отображениях полей, Журнал технической физики, 1994, т. 64, № 7.
- [2] Э.Янке, Ф.Эмде, Ф.Лёш. Специальные функции. Наука, 1964. Москва.
- [3] Практикум по ТОЭ, ч. 3, под редакцией М.А.Шакирова, 1995.
- [4] М.А.Шакиров. Теоретические основы электротехники. Новые идеи и принципы. Схемоанализ и диакоптика. Изд. СПбГТУ, 2001.
- [5] М.А.Шакиров. Механические проявления электрических и магнитных полей конформно связанных областей, Электричество, 1994, №11.
- [6] М.А.Шакиров. Влияние искривления пространства при конформном отображении на электромагнитные силы, Энергетика, Известия РАН, 1996, № 5.
- [7] М.А.Шакиров, Р.П.Кияткин. Динамика скин-эффекта при разряде ёмкостного накопителя через прямолинейные шины, Журнал технической физики, 1997, т. 67, № 7.

[8] М.А.Шакиров. Теоретические основы электротехники. Тензоры в ТОЭ. Электродинамика. Теория относительности. Изд. СПбГПУ, 2011.

### **Об авторе**

**Сергей Алексеевич Ионин**, Санкт-Петербургский Государственный Политехнический университет, Институт энергетики и транспортных систем, электромеханическое отделение, e-mail: [ionin@elcut.ru](mailto:ionin@elcut.ru).

А. Б. Кувалдин, М. Л. Струпинский,

Н. Н. Хренков, М. А. Федин

Моделирование электромагнитного поля  
в ферромагнитной стали при индукционном,  
электроконтактном и комбинированном нагреве

**Аннотация**

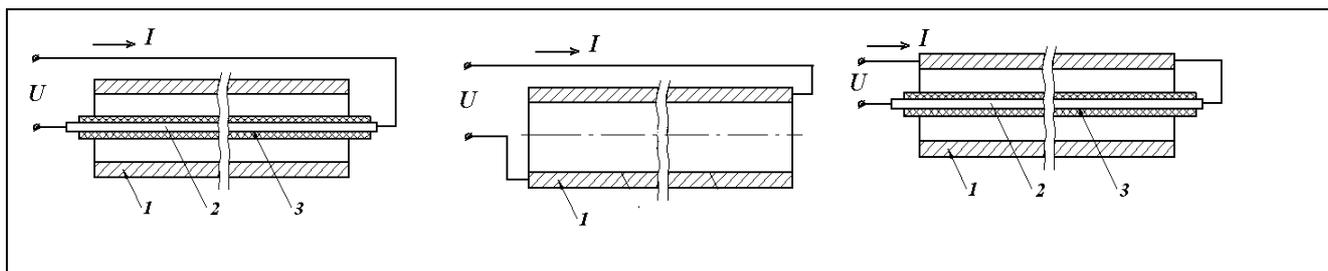
Рассмотрены вопросы моделирования электромагнитного поля в ферромагнитной стали при низкотемпературном нагреве труб в устройствах индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева с учётом гистерезиса. Разработаны методики численного расчёта и проведено сравнение параметров электромагнитного поля в ферромагнитной стали для устройств данных типов. Произведена оценка вклада гистерезиса в суммарную мощность тепловыделения в нагреваемой ферромагнитной стали.

**Введение**

Низкотемпературный индукционный, электроконтактный (резистивный) и комбинированный индукционно-резистивный виды нагрева изделий из ферромагнитной стали достаточно широко применяются для проведения различных технологических процессов, например, термообработка изделий, подогрев перед сваркой, нагрев пресс-форм, обогрев сосудов и др. При разработке таких нагревательных устройств возникает задача расчёта параметров электромагнитного поля в ферромагнитной проводящей среде, при решении которой необходимо учитывать нелинейную зависимость относительной магнитной проницаемости материала  $\mu$  от напряжённости магнитного поля  $\mathbf{H}$  [1].

Существуют технологические процессы, в которых нагрев стальных изделий используется, главным образом, для компенсации тепловых потерь: обогрев трубопроводов, резервуаров, бункеров и т.д., для чего требуются малые удельные поверхностные мощности (до  $5 \text{ кВт/м}^2$ ) и, соответственно, слабые магнитные поля ( $\mathbf{H} < 4000 \text{ А/м}$ ). При этом на параметры электромагнитного поля начинает заметно

сказываться влияние потерь энергии на гистерезис, что необходимо учитывать в расчётах характеристик устройств.

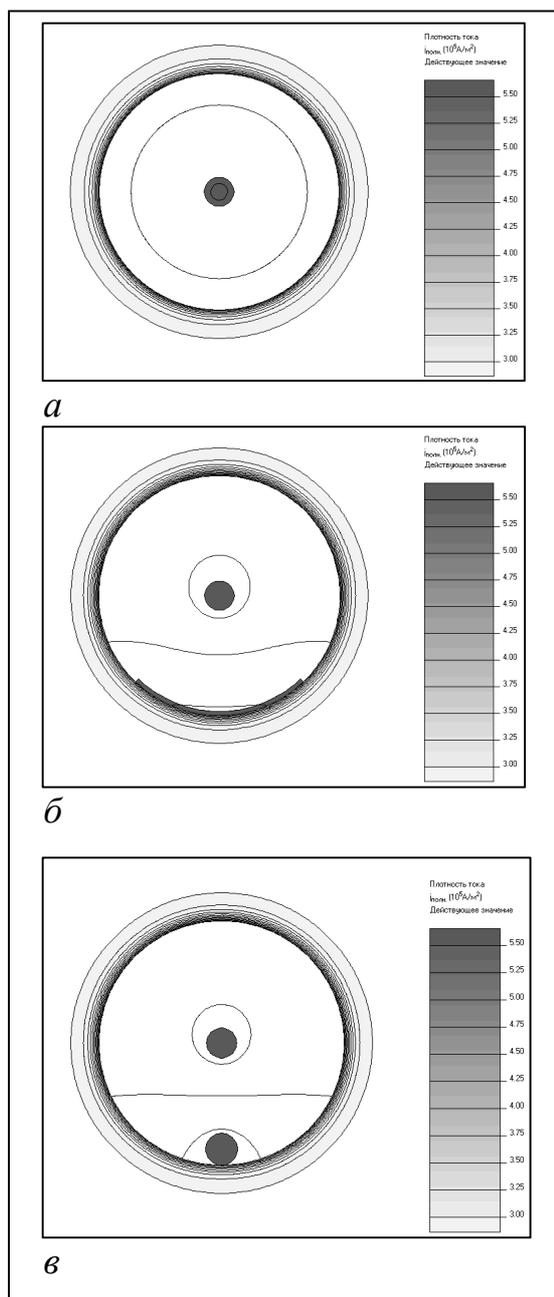


**Рис. 1.** Эскизы – устройств индукционного (*а*), резистивного (*б*) и индукционно-резистивного (*в*) нагрева: 1 – ферромагнитная труба, 2 – стержневой индуктор, 3 – электроизоляция

В этих случаях при расчёте устройств индукционного, резистивного и комбинированного индукционно-резистивного нагрева стальных изделий на промышленной частоте, в частности труб (схемы устройств показаны на рис. 1), возникает задача учёта мощности потерь на перемагничивание стали (гистерезис).

В настоящее время наиболее широкое применение для обогрева промышленных трубопроводов находят индукционно-резистивные системы нагрева (ИРСН). Длина этой системы обогрева, которая, как правило, не превышает 15 км, определяется соотношением питающего напряжения  $U$  (обычно не более 5 кВ) и линейного падения напряжения на нагревателе, равного  $0,3 \div 0,5$  В/м. Величина питающего напряжения ограничена, главным образом, возникновением частичных разрядов внутри изолирующих элементов при высоких напряжениях питания. Следует отметить, что возможна организация питания двух ИРСН (два плеча одной ИРСН) от одной трансформаторной подстанции, что позволяет увеличить длину обогреваемого участка трубопровода и сократить число подстанций в два раза. Это особенно актуально в условиях, когда вдоль трубопровода отсутствует подвод электроэнергии. Удельные мощности ИРСН могут достигать 120 Вт/м. Питание системы осуществляется от источника повышенного напряжения промышленной частоты.

Одним из путей увеличения длины системы является уменьшение линейного падения напряжения, достигаемое за счёт внутреннего шунтирования внешнего проводника (трубы). Добиться снижения линейного падения напряжения при той же мощности тепловыделения возможно с использованием внутренних шунтов



**Рис.2.** Распределение плотности тока в ИРСН с БВП, полученное в программе «ELCUT» для системы с шунтом в виде равномерного слоя по длине окружности трубы (а), пластины (б) и кабеля (в)

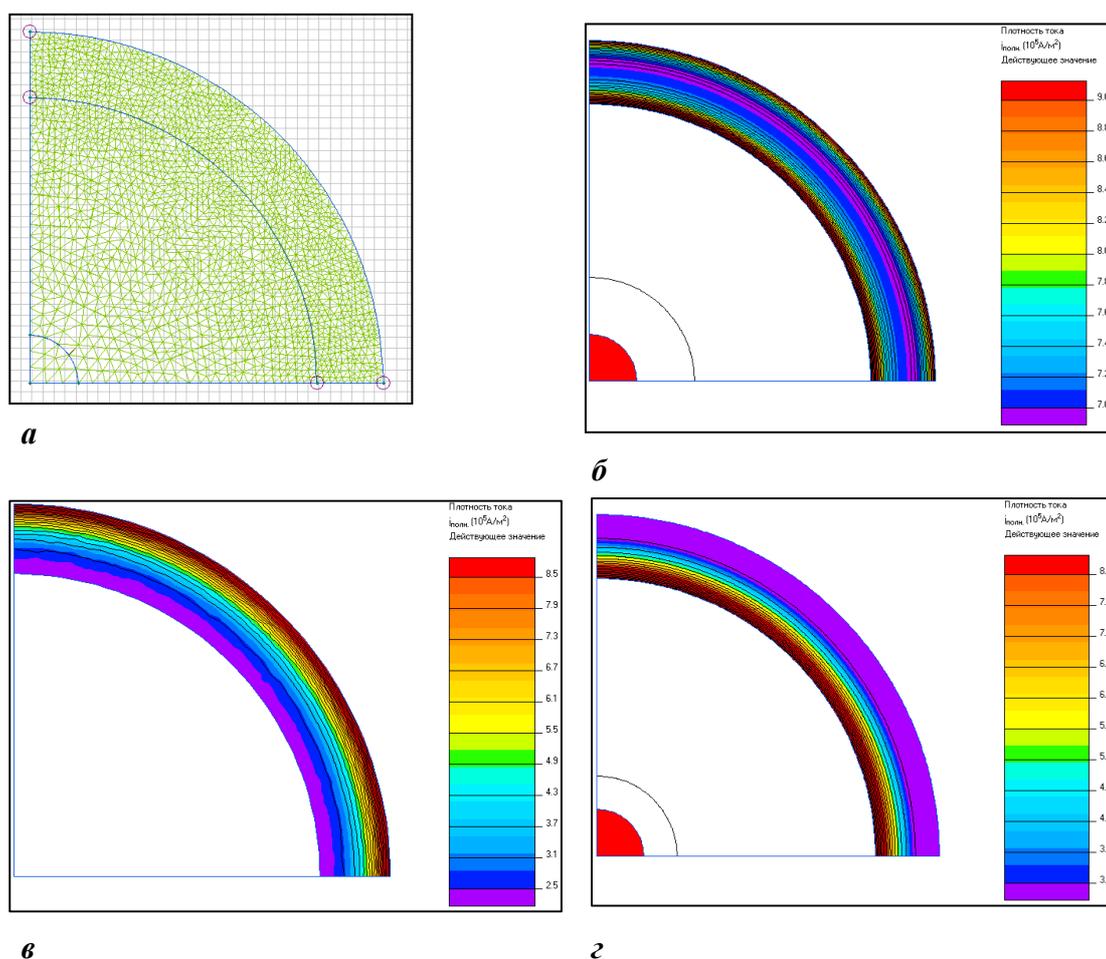
различной конфигурации. Возможны следующие способы организации шунтирования: в виде биметаллического внешнего проводника, пластины или кабеля, проложенных внутри ферромагнитной трубы. Как показано ниже все три способа являются эквивалентными, поскольку из закона полного тока следует, что напряжённость магнитного поля на внутренней поверхности ферромагнитной трубы будет одинаковой для всех случаев.

Проверка эквивалентности способов организации внутреннего шунтирования была осуществлена с помощью программы «ELCUT». На рис. 2 представлены распределения плотности тока в ИРСН для систем с шунтом в виде: равномерного слоя по длине окружности трубы (а), пластины (б) и кабеля (в). Как видно из рис. 2, картины поля в ферромагнитной трубе в этих случаях получаются одинаковыми. Практически равными для всех трёх вариантов оказываются и значения интегральных электрических и энергетических характеристик (мощность тепловыделения в элементах системы,

напряжение питания, напряжение на поверхности трубы и др.). Следует отметить, что эквивалентность способов организации внутреннего шунтирования была подтверждена и экспериментально.

## Алгоритм расчёта электромагнитного поля в ферромагнитной стали

Существующие универсальные программные пакеты, например, «ELCUT», позволяют проводить моделирование электромагнитного поля в ферромагнитной стали методом конечных элементов. На рис.3 представлена расчётная область с наложенной сеткой дискретизации и распределения плотности тока в стенке ферромагнитной трубы для устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева, полученные в программе «ELCUT».



**Рис.3.** Расчётная область с сеткой дискретизации (а) и распределение плотности тока в стенке ферромагнитной трубы для устройств индукционного (б), резистивного (в) и индукционно-резистивного (з) нагрева

Моделирование производилось при следующих исходных данных: сечение медного центрального проводника –  $15 \text{ мм}^2$ , внешний проводник – труба 32x3 (сталь 10), ток  $I = 100 \text{ А}$ . В качестве граничного условия на внешней поверхности трубы задавалось значение напряжённости магнитного поля:  $\mathbf{H} = 994,7 \text{ А/м}$  (для индукционной и резистивной системы нагрева),  $\mathbf{H} = 0$  (для индукционно-резистивной системы нагрева), на осях симметрии для всех случаев – нулевая тангенциальная составляющая напряжённости магнитного поля  $\mathbf{H}_t = 0$ .

В таблицу 1 сведены рассчитанные в программе «ELCUT» и полученные экспериментально значения активных мощностей на 1м длины в стержневом индукторе  $P_1$  и ферромагнитной трубе  $P_2$  для устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева.

**Таблица 1.** Сравнение результатов расчёта в программе «ELCUT» и эксперимента

	Индукционный нагрев	Резистивный нагрев	Индукционно-резистивный нагрев
Расчёт в программе «ELCUT»			
$P_1, Вт/м$	13,3	-	13,3
$P_2, Вт/м$	33,7	15,8	17,5
Эксперимент			
$P_1, Вт/м$	13,3	-	13,3
$P_2, Вт/м$	53,6	25,6	28,6

Из приведённой таблицы видно, что значения мощности тепловыделения в ферромагнитной трубе, полученные расчётным и экспериментальным путем, отличаются для всех трёх случаев почти на 40 %. Это объясняется тем, что пакет Программа «ELCUT» не учитывает потери, возникающие при перемагничивании стали. Поэтому необходимо разработать методику расчёта устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева с учётом перемагничивания. В работе применён метод расчёта параметров электромагнитного поля в стенке ферромагнитной стальной трубы, основанный на использовании электрических схем замещения [2, 3].

При расчёте принимается ряд допущений, в том числе:

1. Стенка трубы считается плоской, так как глубина проникновения электромагнитной волны в материал трубы много меньше радиуса нагреваемой трубы.
2. Магнитная индукция  $\mathbf{B}$  и напряжённость магнитного поля  $\mathbf{H}$  изменяются во времени по синусоидальному закону.
3. Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  по толщине стенки трубы постоянна во времени и равна значению, соответствующему действующему значению напряжённости магнитного поля в данной точке.

Рассмотрим модель, основанную на электрической схеме замещения, применительно к ферромагнитной трубе внутренним диаметром  $d$  и толщиной  $\delta$ , по которой протекает ток  $I$  частотой  $f$ . В качестве примера принято разбиение стенки трубы по толщине на 4 слоя (в общем случае – на  $n$  слоёв). При этом

принято, что ток в каждом слое протекает в его середине (рис. 4). Заданы удельное электрическое сопротивление материала трубы  $\rho$ , основная кривая намагничивания  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  и зависимость объёмных потерь на гистерезис  $w_T$  от  $\mathbf{H}$  и  $f$ .

На рис. 5 представлены эквивалентные электрические схемы замещения для расчёта параметров электромагнитного поля в ферромагнитной трубе для устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева.

В схеме используются следующие обозначения:  $U$  – напряжение питания;  $I_i$  – токи слоёв;  $R_i$  – активные сопротивления слоёв, учитывающие потери из-за индуцированных токов;  $L_i$  – собственные индуктивности слоёв;  $R_{ci}$  – активные сопротивления слоёв, учитывающие потери на гистерезис;  $i$  – номер слоя.

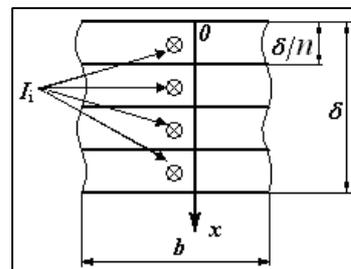
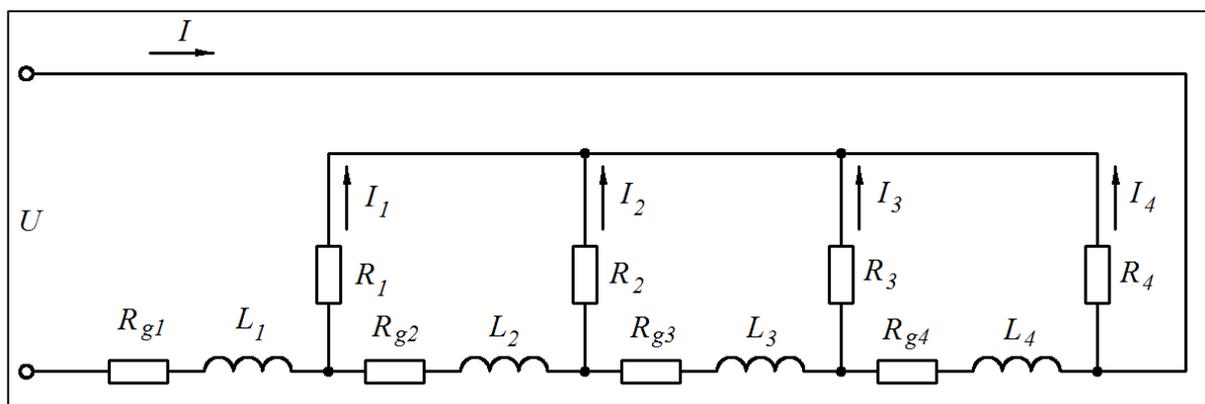
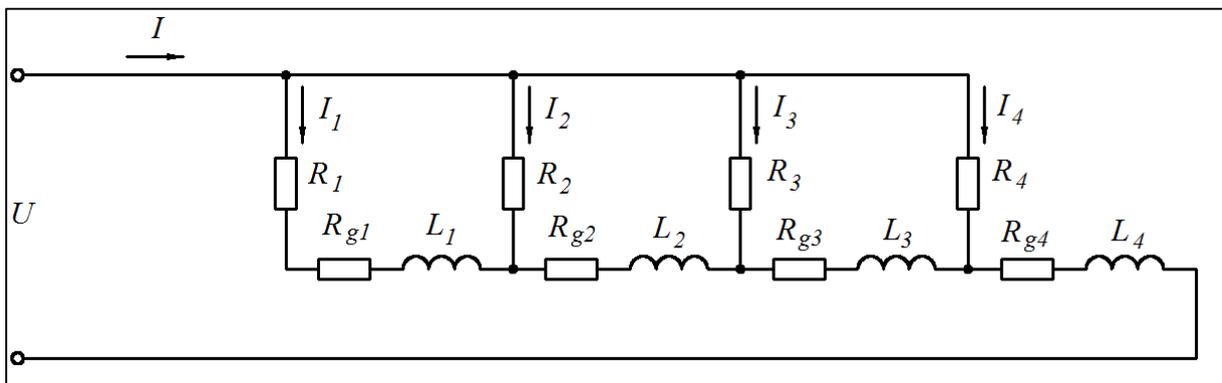


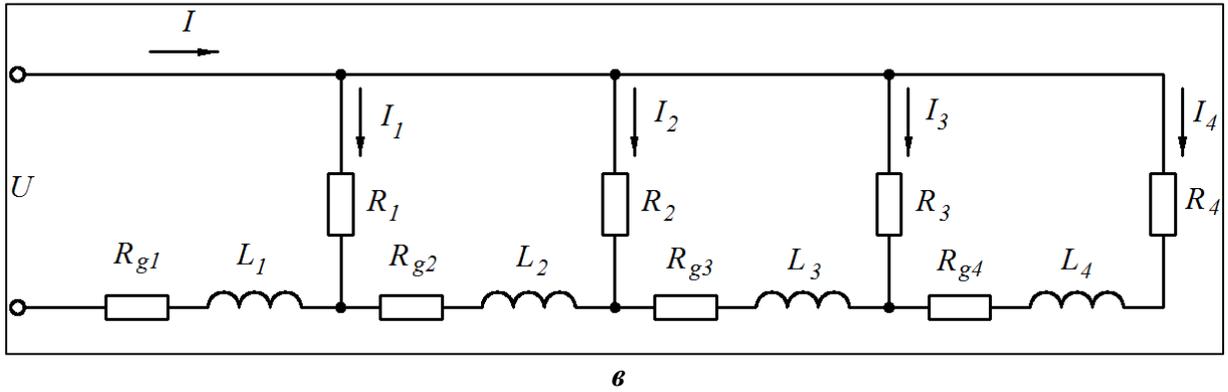
Рис. 4. Участок стенки трубы с разбиением на слои с токами  $I_i$



а



б



**Рис. 5.** Эквивалентные электрические схемы замещения для устройств индукционного (а), резистивного (б) и индукционно-резистивного (в) нагрева

Активное сопротивление и индуктивность слоя  $i$  рассчитываются по формулам:

$$R_i = \rho \cdot \frac{1}{\pi \cdot h \cdot (d_i + h)}, \quad (1)$$

$$L_i = \mu_i \cdot \mu_0 \cdot h \cdot \frac{1}{\pi \cdot d_i}, \quad (2)$$

где  $d_i$  и  $\mu_i$  – внутренний диаметр и относительная магнитная проницаемость слоя с номером  $i$ ;  $h = \delta/n$  – толщина слоя;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Активное сопротивление слоя  $i$ , учитывающее потери на гистерезис и зависящее от  $\mathbf{H}$ :

$$R_{gi} = \frac{P_{gi}}{I_i^2} \quad (3)$$

Расчёт поля в стенке трубы ведется итерационным методом: учитываются нелинейные зависимости  $\mu(\mathbf{H})$  и  $P_{gi}(H)$ . На каждой итерации составляется система линейных алгебраических уравнений по первому и второму законам Кирхгофа в соответствии со схемой на рис.5.

Для каждого из  $n-1$  независимых контуров электрической схемы замещения можно записать уравнение по второму закону Кирхгофа в виде:

для устройства индукционного нагрева –

$$\dot{I}_i \cdot R_i - \dot{I}_{i+1} \cdot R_{i+1} + \left( \dot{I} - \sum_{i+1}^n \dot{I}_i \right) \cdot (R_{zi+1} + j \cdot \omega \cdot L_{i+1}) = 0 \quad (4)$$

для устройства резистивного нагрева –

$$\dot{I}_i \cdot R_i - \dot{I}_{i+1} \cdot R_{i+1} + \sum_1^i \dot{I}_i \cdot (R_{zi} + j \cdot \omega \cdot L_i) = 0 \quad (5)$$

для устройства индукционно-резистивного нагрева –

$$\dot{I}_i \cdot R_i - \dot{I}_{i+1} \cdot R_{i+1} - \left( \sum_{i+1}^n \dot{I}_i \right) \cdot (R_{zi+1} + j \cdot \omega \cdot L_{i+1}) = 0 \quad (6)$$

Последнее уравнение системы записываем по первому закону Кирхгофа для схем на рис. 5:

для устройства индукционного нагрева –

$$\sum_{i=1}^n \dot{I}_i = 0 \quad (7)$$

для устройств резистивного и индукционно-резистивного нагрева –

$$\sum_{i=1}^n \dot{I}_i = \dot{I}. \quad (8)$$

Решением полученной системы уравнений является вектор-столбец действующих значений токов в слоях стенки трубы. После этого по закону полного тока рассчитываются действующие значения напряжённости магнитного поля в слоях:

- для устройств индукционного и индукционно-резистивного нагрева –

$$H_i = \frac{\dot{I} + \sum_{i=1}^n \dot{I}_i}{\pi \cdot d_i} \quad (9)$$

- для устройства резистивного нагрева –

$$H_i = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{I}_i}{\pi \cdot d_i}. \quad (10)$$

### Результаты расчёта электромагнитного поля в ферромагнитной стали

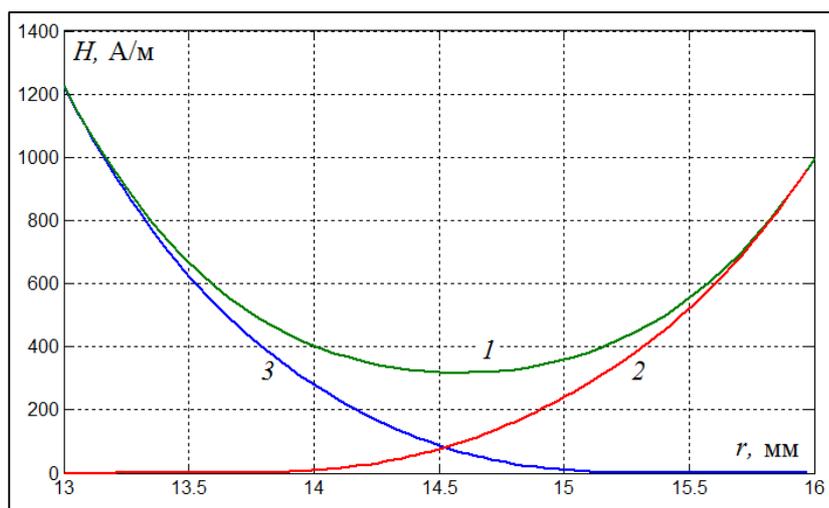


Рис. 6. Характеры распределения напряжённости магнитного поля в стенке трубы для устройств индукционного (1), резистивного (2) и индукционно-резистивного (3) нагрева

С использованием разработанных методик рассчитаны параметры электромагнитного поля в ферромагнитной стали с учётом гистерезиса. Установлено также, что изменения параметров электромагнитного поля в стенке трубы для устройств индукционного, резистив-

ного и индукционно-резистивного нагрева различно, что отражается на распределении напряжённости магнитного поля, токов и выделяющейся мощности по слоям. На рис. 6 представлены распределения напряжённости магнитного поля в стенке трубы для устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева при исходных данных, описанных выше.

**Таблица 2.** Сравнение результатов расчёта (разработанная программа) и эксперимента

	Индукционный нагрев	Резистивный нагрев	Индукционно-резистивный нагрев
Расчёт по разработанной программе			
$P_1, Вт/м$	13,3	-	13,3
$P_2, Вт/м$	53,2	26,0	28,4
Экспериментальные результаты			
$P_1, Вт/м$	13,3	-	13,3
$P_2, Вт/м$	53,6	25,6	28,6

Отметим, что для рассматриваемых случаев распределение значений относительной магнитной проницаемости  $\mu$  в точках стенки трубы будет различным соответственно зависимости  $\mu$  от напряжённости магнитного поля  $H$ . При этом результаты расчёта выделяющейся мощности на 1 м длины в стержневом индукторе  $P_1$  в ферромагнитной трубе  $P_2$  хорошо совпадают с результатами экспериментов (таблица 2).

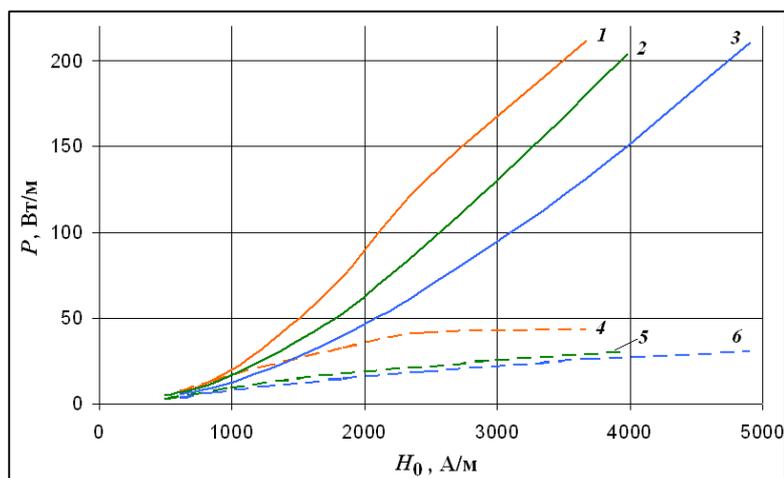


Рис. 7. Активная мощность в трубе за счёт индуцированных токов и гистерезиса для устройств индукционного (кривые 1, 4), резистивного (кривые 2, 5) и индукционно-резистивного (кривые 3, 6) нагрева в зависимости от напряжённости магнитного поля

Проведённые с использованием созданных методик расчёты позволили определить влияние вклада потерь на гистерезис в суммарную активную мощность  $P$  в ферромагнитной трубе (на 1 м длины). Для систем индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева трубы из

конструкционной стали этот вклад составляет при значениях напряжённости магнитного поля на поверхности  $H_0$  до 2500 А/м более 24 % и при  $H_0$  до 3800 А/м — более 15 % (рис. 7). Для устройств индукционного и индукционно-резистивного

нагрева значение  $H_0$  соответствует внутренней поверхности ферромагнитной трубы, для устройства резистивного нагрева – внешней поверхности трубы.

### **Выводы**

1. Расчёт устройств индукционного, резистивного и индукционно-резистивного нагрева по электрической схеме замещения позволяет учитывать потери на гистерезис. При этом отличие методики электрического расчёта устройств состоит только в самой схеме замещения.
2. В рассматриваемых устройствах при нагреве с малыми значениями напряжённости магнитного поля (до 4000 А/м) необходимо учитывать влияние магнитного гистерезиса на результаты расчёта; в частности, доля вклада гистерезиса в суммарную активную мощность в ферромагнитной нагрузке при  $H_0$  до 2500 А/м составляет  $\geq 24 \%$ , при  $H_0$  до 3800 А/м –  $\geq 15 \%$ .
3. Разработанная методика расчёта может использоваться при проектировании устройств для нагрева ферромагнитной стали рассматриваемых типов.

### **Литература**

1. Кувалдин А. Б. Индукционный нагрев ферромагнитной стали. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
2. Кувалдин А. Б., Струпинский М. Л., Хренков Н. Н., Шатов В. А. Математические модели для исследования электромагнитного поля в ферромагнитных проводящих средах // Электричество. – 2005. – № 11. – с.56-61.
3. Кувалдин А. Б., Струпинский М. Л., Хренков Н. Н., Федин М. А. Расчёт электрических и энергетических характеристик стержневого индуктора для нагрева ферромагнитной нагрузки // Электричество. – 2009. – № 10. – с.54-61.

### **Сведения об авторах**

**Кувалдин Александр Борисович**, заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор кафедры Автоматизированных электротехнологических установок и систем (АЭТУС) Национального Исследовательского Университета «МЭИ».

**Струпинский Михаил Леонидович**, кандидат технических наук, генеральный директор компании ООО «Специальные системы и технологии», г. Мытищи Московской обл.

**Хренков Николай Николаевич**, кандидат технических наук, советник генерального директора компании ООО «Специальные системы и технологии», г. Мытищи Московской обл.

**Федин Максим Андреевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры Автоматизированных электротехнологических установок и систем (АЭТУС) Национального Исследовательского Университета «МЭИ».

А. Б. Кувалдин, М. А. Федин

## Идентификация индукционных тигельных печей и миксеров как объектов управления и разработка параметрической системы регулирования температуры расплава

Индукционный нагрев широко используется для плавки различных металлов и сплавов. По назначению установки индукционной плавки разделяются на тигельные и каналные плавильные печи и миксеры, хотя это деление, зачастую, носит весьма условный характер. Индукционные миксеры в классическом понимании должны обеспечить только поддержание температуры заливаемого в них жидкого металла (обычно чугун, алюминий и сплавы, медь и сплавы) и его гомогенизацию (равномерность температурного поля и химического состава). Индукционные миксеры, в свою очередь, можно разделить на так называемые печи-миксеры, копильники и раздаточные печи. Первые, помимо собственно миксерных функций, могут обеспечивать небольшой перегрев металла и расплавление легирующих добавок. Вторые являются собственно миксерами в классическом понимании, а последние представляют собой печь-миксер или копильник, встроенный в технологическую литейную линию.

Основной особенностью индукционных миксеров является работа с переменным уровнем расплава, изменяющимся в широких пределах (10 – 100 % от номинального), что оказывает существенное влияние на электрические, энергетические и тепловые параметры установки, особенно в случае тигельных миксеров [1, 2].

Источником питания для всех индукционных каналных миксеров является электропечной трансформатор, для тигельных миксеров – электропечной трансформатор или статический тиристорный преобразователь частоты. Последние используются в качестве источников питания для тигельных миксеров, хотя переход для них на средние частоты обычно не требуется по причине и без того высоких значений относительного размера загрузки, обычно в случае, когда две печи (одна используется в качестве плавильного агрегата, а вторая – в качестве

миксера) питаются от одного преобразователя частоты. Такие схемы в последнее время находят широкое применение.

Индукционные тигельные печи можно разделить на печи с непроводящим тиглем (работающие на кусковой завалке и с «болотом») и с проводящим тиглем. Источниками питания для тигельных печей являются электропечные трансформаторы, статические тиристорные и транзисторные (высокочастотные транзисторные генераторы на IGBT или MOSFET транзисторах) преобразователи частоты.

Основной особенностью тигельных печей, работающих на кусковой завалке, является существенная нестабильность электрического режима в ходе проведения технологического процесса плавки. Это связано с изменением электрофизических свойств материала загрузки в ходе нагрева и плавки (удельное электрическое сопротивление и относительная магнитная проницаемость), а также геометрии загрузки вследствие сплавления отдельных, изначально плохо электрически контактирующих, кусков шихты и образования ванны расплава. Электрический режим печей, работающих с «болотом», печей с проводящим тиглем, а также канальных печей гораздо более стабильный. Источниками питания всех канальных печей являются электропечные трансформаторы.

Таким образом, наиболее сложными с точки зрения управления электрическим и тепловым режимом являются индукционные тигельные плавильные печи, работающие на кусковой завалке (далее ИТП), и миксеры (ИТМ). Задача разработки современной системы управления для этих установок осложняется также сложностями непосредственного измерения температуры металла и его массы, находящейся в печи или миксере, в условиях высоких температур и сильных электромагнитных полей. В связи с этим ещё в начале 80-х гг. прошлого века были предложены системы параметрического управления температурой расплава в ИТП [3].

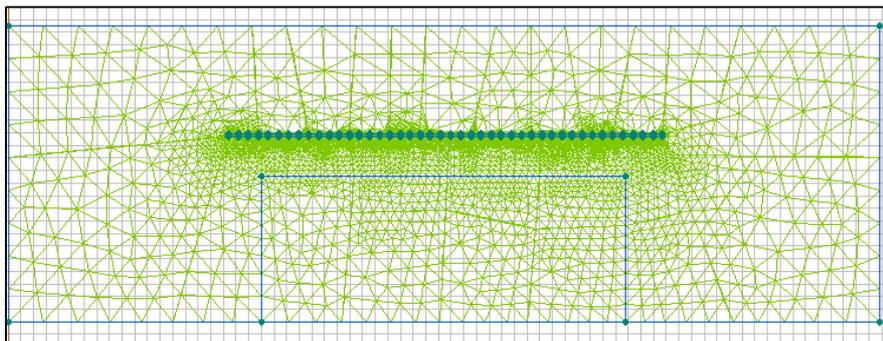
В настоящее время вопросами параметрического управления (управления по косвенным электрическим параметрам) ИТП и ИТМ активно занимаются на кафедре АЭТУС НИУ «МЭИ». Предложено несколько схем регуляторов

температуры ИТМ, проведено исследование регуляторов в среде «MATLAB/Simulink», даны рекомендации по их настройке, аппаратной реализации, выполнены оценки точности косвенного определения температуры [4, 5].

Для создания параметрической системы управления ИТП или ИТМ требуется идентификация печи или миксера для создания их уточнённой модели, не принимая ряд серьезных допущений, как, например, при разработке и исследовании регуляторов режима (мощности), коэффициента мощности и симметрирования для ИТП в [6].

Для идентификации ИТП и ИТМ как объектов управления необходимы методы расчёта их тепловых и электрических характеристик.

Для расчёта тепловых и электрических характеристик ИТМ и ИТП (в горячем режиме, после расплавления) авторами разработан специализированный пакет программ «Overheat». Пакет позволяет проводить расчёты с учётом переменного уровня расплава в тигле. Тепловой расчёт производится методом взаимных поверхностей облучения, электрический – методом индуктивно связанных контуров [2].



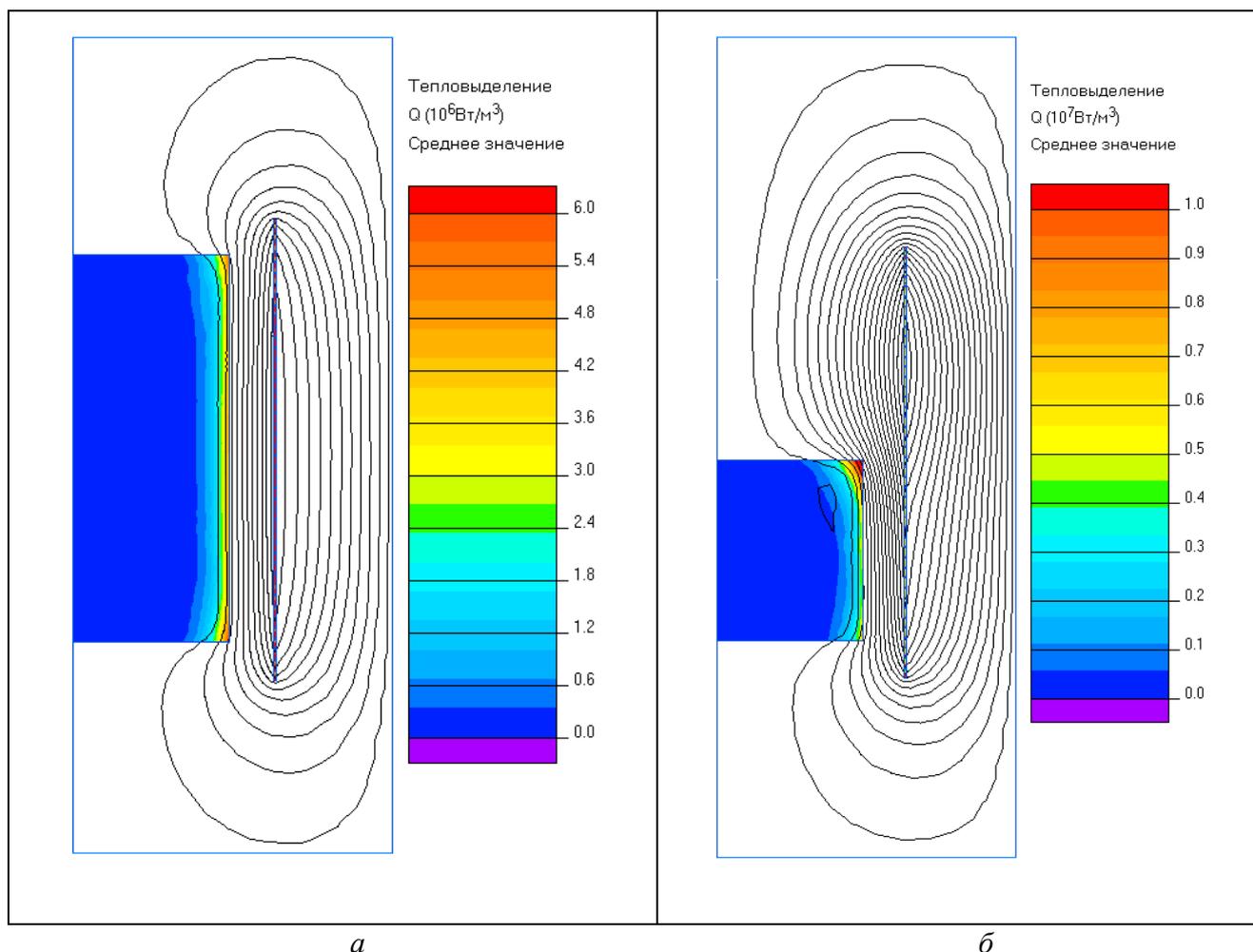
**Рис. 1.** Расчётная область с сеткой конечных элементов в пакете «ELCUT»

Расчёт ИТМ и ИТП в горячем режиме можно проводить и с использованием универсального конечно элементного пакета программ «ELCUT». На

рис. 1 приведена расчётная область с сеткой конечных элементов в пакете «ELCUT», а на рис. 2 распределение удельной объёмной мощности тепловыделения в индукторе и нагрузке для ИТМ для чугуна ёмкостью 10 т (*a* – заполнение миксера на 100 %, *b* – на 50 %).

При расчёте используются следующие граничные условия: заданное значение магнитного потенциала  $A = 0$  (условие Дирихле для внешних границ). Нулевое

граничное условие Дирихле на оси вращения для осесимметричной задачи задаётся в пакете по умолчанию.



**Рис. 2.** Распределение удельной объёмной мощности тепловыделения в индукторе и загрузке для ИТМ для чугуна ёмкостью 10 т: а – заполнение миксера на 100 %, б – заполнение миксера на 50 %

Большую сложность при идентификации ИТП как объектов управления представляет расчёт электрических и энергетических параметров установки в режиме, предшествующем сплавлению отдельных кусков шихты в монолит, когда загрузка печи представляет собой совокупность отделённых друг от друга (в электрическом отношении) кусков металла. В [7, 8] приводится методика расчёта режима работы ИТП с кусковой загрузкой, однако данная методика имеет существенный недостаток, связанный с тем, что кусковая загрузка представляется набором эквивалентных кусков шихты с осреднённым эквивалентным размером. Разработка методики, позволяющей рассчитывать электрический режим работы ИТП, работающей с кусковой шихтой, является делом дальнейших исследований в области идентификации ИТП как объектов управления.

Для построения структурной модели ИТМ и ИТП воспользуемся уравнением энергетического баланса установки:

$$(P(\tau) - P_1(\tau) - P_h(\tau)) \cdot d\tau = c \cdot m(\tau) \cdot dt, \quad (1)$$

где  $P(\tau)$  – активная мощность, потребляемая установкой;  $P_1(\tau)$  – активная мощность в индукторе (потери в индукторе);  $P_h(\tau)$  – суммарные тепловые потери;  $c$  – удельная теплоёмкость расплава;  $m(\tau)$  – масса расплава в тигле;  $\tau$  – время;  $t$  – температура.

Приведённый энергетический баланс пренебрегает потерями в токоподводящих элементах, конденсаторной батарее, а также в магнитопроводе, что незначительно сказывается на точности структурной модели миксера или печи, однако, позволяет существенно её упростить. В каждом конкретном случае энергетический баланс установки может быть уточнён путём учёта этих составляющих, определённых расчётным путем или экспериментально.

Исходными данными для расчёта температуры являются: начальная температура, теплоёмкость и масса загрузки. Применяв алгоритм, можно вычислить температуру загрузки в любой момент времени по формуле:

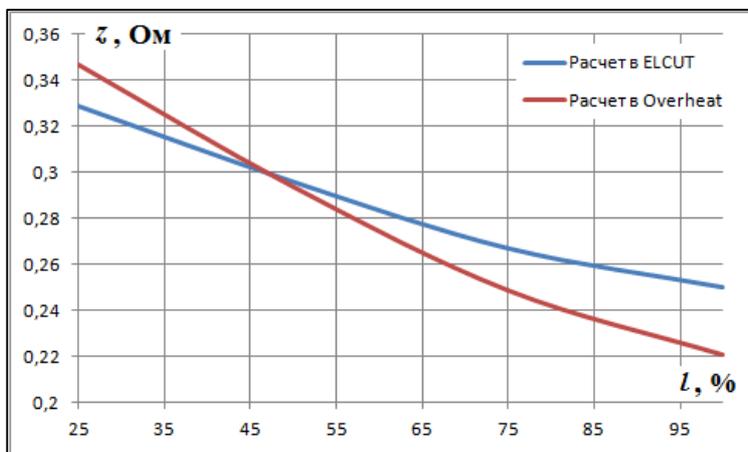
$$t(\tau) = \frac{1}{c} \cdot \int_{\tau} \frac{P(\tau) - P_1(\tau) - P_h(\tau)}{m(\tau)} \cdot d\tau \quad (2)$$

где  $t_0$  – начальная температура загрузки (измеряется непосредственно).

Данная модель не учитывает влияние формы расплава в тигле на электрические и энергетические характеристики установки с ИТМ, поскольку последние работают с гораздо меньшими, по сравнению с плавильными печами, удельными поверхностными мощностями. При значениях удельных поверхностных мощностей, характерных для ИТМ, влияние мениска на электрический КПД и коэффициент мощности ИТМ оказывается незначительным. В ИТП влияние отжата учитывать необходимо [9].

Для определения массы расплава в тигле используются тензодатчики или косвенный метод – определение уровня металла по значению полного сопротивления системы «индуктор – загрузка», то есть по отношению действующих значений напряжения и тока. При этом соответствующая

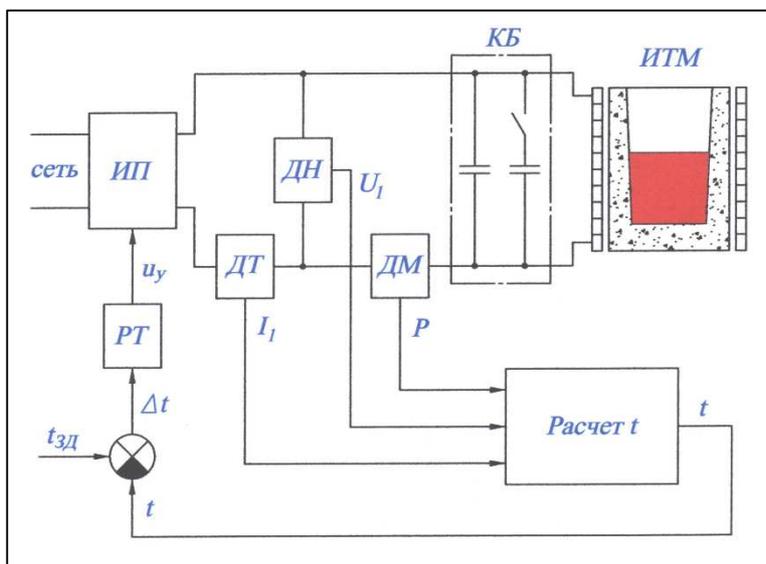
функциональная зависимость имеет вид полинома. На рис. 3 приведена зависимость для определения уровня расплава в тигле по значению полного сопротивления системы «индуктор – нагрузка» ИТМ для чугуна с номинальной ёмкостью 10т, полученные в «ELCUT» и «Overheat».



**Рис. 3.** Зависимость для определения уровня расплава по полному сопротивлению системы «индуктор – нагрузка»

В соответствии с (2) мощность тепловых потерь рассчитывается микропроцессорным контроллером, входящим в систему управления ИТМ или ИТП, в зависимости от температуры и уровня расплава, мощность электрических потерь – в зависимости от тока индуктора.

При расчёте удельной теплоёмкости и тепловых потерь значение температуры принимается равным величине, рассчитанной на предыдущем шаге, что допустимо вследствие значительной инерционности процесса изменения температуры расплава.



**Рис. 4.** Функциональная схема системы управления ИТМ с косвенной оценкой температуры

На рис. 4 представлена функциональная схема системы управления ИТМ по косвенным параметрам.

Система управления работает следующим образом. Питание ИТМ осуществляется от источника питания ИП (трансформатор с переключением ступеней напряжения или статический преобразователь частоты) с входом задания напряжения  $u_y$ . Для компенсации реактивной мощности в системе используется конденсаторная батарея КБ, часть

преобразователь частоты) с входом задания напряжения  $u_y$ . Для компенсации реактивной мощности в системе используется конденсаторная батарея КБ, часть

которой оперативно коммутируется для компенсации изменений коэффициента мощности, вызванных работой миксера с переменным уровнем расплава. По сигналам с датчиков активной мощности ДМ, напряжения ДН и тока индуктора ДТ, пропорциональным активной мощности  $P$ , потребляемой установкой, напряжению  $U_I$  и току  $I_I$  индуктора соответственно, осуществляется расчёт температуры расплава  $t$ . Рассчитанное значение температуры сравнивается с заданным  $t_{зд}$  и по значению рассогласования системы регулятор температуры РТ вырабатывает управляющий сигнал, поступающий на вход задания напряжения ИП [10].

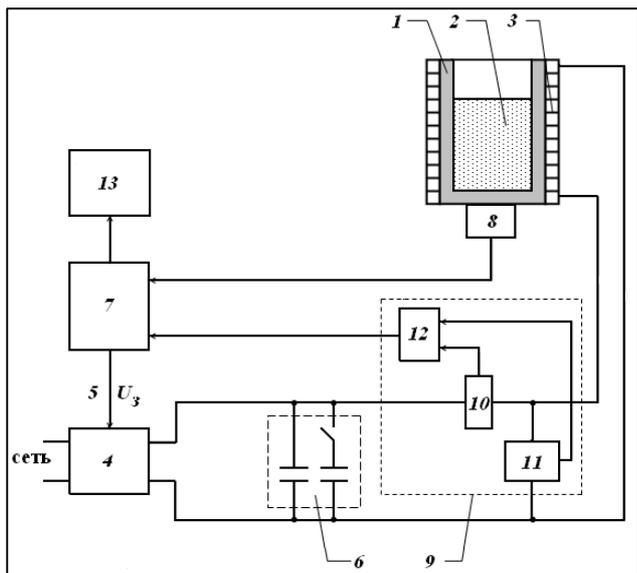
Идентификация ИТМ (или ИТП) конкретного типа как объекта управления производится путем вычислительного эксперимента с использованием специального программного пакета «Overheat», разработанного на кафедре АЭТУС НИУ «МЭИ», и универсального пакета программ «ELCUT». Зависимости электрического КПД и мощности тепловых потерь от уровня (массы) расплава в тигле, представленные в виде полиномов регрессии, используются микропроцессорным устройством управления для расчёта температуры расплава на основании энергетического баланса (1).

Предложенная система управления позволяет сочетать оценку температуры по косвенным параметрам с её периодическим измерением погружными термопарами с целью корректировки. Недостатками такой системы являются накопление ошибки со временем при численном интегрировании согласно (2), а также невозможность полного отказа от использования погружного датчика температуры, пусть он погружается в расплав значительно реже, чем при традиционном способе регулирования – однократно для определения начальной температуры или время от времени для коррекции оценки температуры при длительной выдержке металла.

Указанные недостатки устранены в системе, в которой используются датчики напряжения, тока индуктора и уровня расплава (рис. 5). В этом случае температура расплава рассчитывается микропроцессорным контроллером без применения численного интегрирования, на основании зависимости температуры от полного

электрического сопротивления печи (миксера) и уровня расплава. Такая зависимость для конкретной установки получается путем вычислительного эксперимента с использованием пакета «Overheat». Полное сопротивление печи (миксера) определяется как соотношение измеренных значений напряжения и тока индуктора, уровень (масса) расплава измеряется тензодатчиком [11].

Дальнейшим развитием системы управления, представленной на рис. 5, является учёт уменьшения толщины стенки тигля в процессе его эксплуатации.



**Рис. 5.** Функциональная схема системы управления ИТМ с косвенным определением температуры: 1 – тигель, 2 – расплав, 3 – индуктор, 4 – источник питания, 5 – вход задания напряжения, 6 – конденсаторная батарея, 7 – микропроцессорный контроллер, 8 – тензодатчик

Непрерывное автоматическое регулирование температуры расплава с использованием предложенных авторами регуляторов улучшает энергетические показатели установки, в частности, снижает удельный расход электроэнергии на проведение технологического процесса.

Необходимо сказать, что в последнее время появились работы, затрагивающие вопросы применения нечеткой логики (фаззи-логики) при построении систем автоматического управления электротехнологическими установками.

Поскольку ИТП и ИТМ как объекты управления являются достаточно сложными, возможно, удастся управлять ими более точно, если вместо попыток отыскания детерминированного математического описания объекта и включения модели в контур управления воспользоваться методами нечёткой логики.

В настоящее время на кафедре АЭТУС НИУ «МЭИ» создаётся лабораторная установка индукционного нагрева и плавки на основе ИТП с проводящим графитовым тиглем ёмкостью 1 кг по серебру (рис. 6). В качестве источника питания используется транзисторный преобразователь частоты с установленной

мощностью  $2,5 \text{ кВт}$  и выходной частотой около  $22 \text{ кГц}$ . КПД преобразователя составляет не менее  $0,9$ .



**Рис. 6.** Экспериментальная установка с ИТП для плавки драгоценных металлов

Экспериментальные исследования установки проводились с использованием следующих измерительных приборов: цифровой запоминающий осциллограф Tektronix серии TDS1000B/2000B, пирометр излучения Optris LaserSight, тепловизор Agema 550 Thermal Imaging System (предоставлен кафедре АЭТУС ОАО «Электросетьсервис» ЕНЭС).

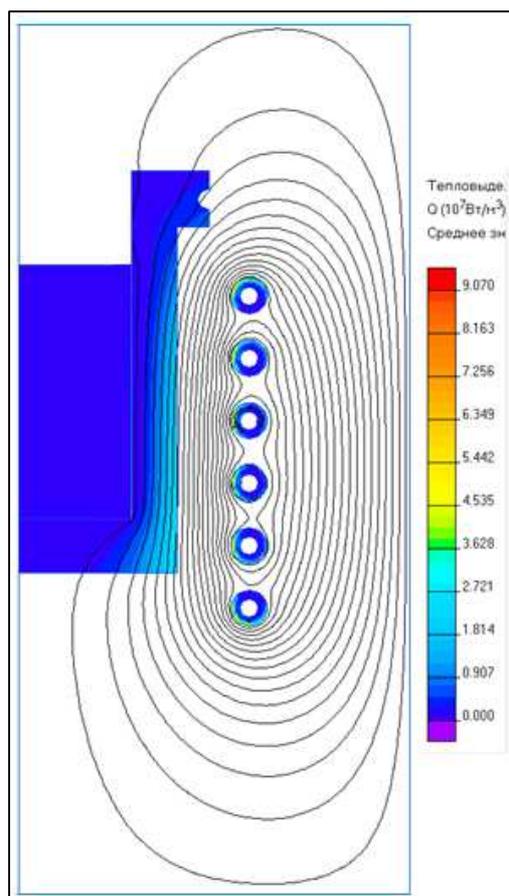
Экспериментально установлено, что при нагреве графитового тигля составляющие энергетического баланса таковы: активная мощность в индукторе –  $310 \text{ Вт}$ , тепловые потери через теплоизоляцию –  $80 \text{ Вт}$ , полезная мощность –  $1900 \text{ Вт}$ ; при нагреве заготовки из ферромагнитной стали около  $340, 600$  (потери через теплоизоляцию –  $110 \text{ Вт}$ , потери излучением при открытой крышке –  $490 \text{ Вт}$ ) и  $660 \text{ Вт}$  соответственно; при нагреве заготовки из немагнитной (нержавеющей) стали –  $310, 105$  и  $1200 \text{ Вт}$  соответственно; при нагреве заготовки из алюминия –  $390, 20$  и  $330 \text{ Вт}$  соответственно. Для всех экспериментов, кроме нагрева алюминиевой заготовки, температура нагрева –  $900 \text{ }^\circ\text{C}$ , при нагреве алюминия –  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Определение составляющих энергетического баланса при различном материале загрузки осуществлялось калориметрическим способом. Вначале осуществлялся нагрев загрузки до температуры нагрева, а по температуре охлаждающей воды определялась сумма осреднённых тепловых потерь и потерь в индукторе. Затем питание установки отключалось, и по температуре охлаждающей воды определялись осреднённые тепловые потери. Наконец, на третьем шаге производился повторный нагрев заготовки до температуры нагрева с последующим

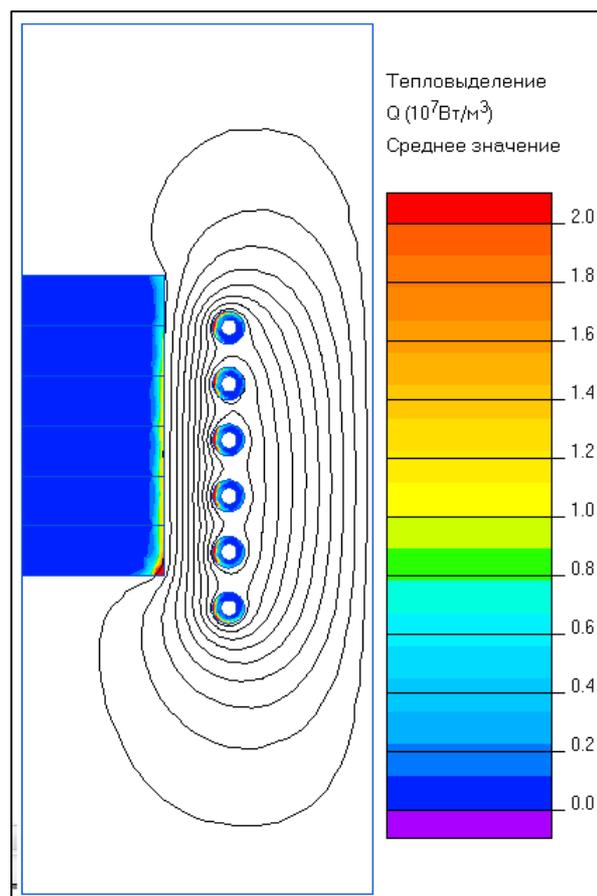
её охлаждением в воде. Из последнего опыта определялась полезная мощность, идущая на нагрев загрузки.

Полученные результаты подтверждаются расчётами в пакете «ELCUT» (решались задачи расчёта магнитного поля переменных токов и тепловая, а также связанная задача).

На рис. 7 представлено распределение удельной объёмной мощности тепловыделения для случая нагрева меди в графитовом тигле, полученное в пакете «ELCUT».



**Рис. 7.** Распределение удельной объёмной мощности тепловыделения при нагреве графитового тигля

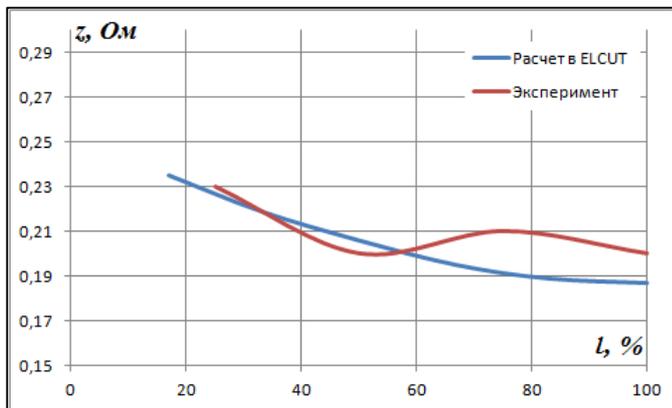


**Рис. 8.** Распределение удельной объёмной мощности тепловыделения при нагреве заготовки из нержавеющей стали

Интегральные результаты расчёта таковы: мощность тепловыделения в индукторе  $P_1=416 \text{ Вт}$ , мощность тепловыделения в графитовом тигле  $P_{21}=1590 \text{ Вт}$ , мощность тепловыделения в загрузке  $P_{22}=160 \text{ Вт}$ , суммарная мощность тепловыделения  $P=2170 \text{ Вт}$ , что хорошо сходится с результатами эксперимента.

На рис. 8 показано распределение удельной объёмной мощности тепловыделения для нагрева в установке заготовки из немагнитной (нержавеющей)

стали. По результатам расчёта мощность тепловыделения в индукторе  $P_1=295 \text{ Вт}$ , мощность тепловыделения в загрузке  $P_2=1100 \text{ Вт}$ , что также хорошо сходится с результатами эксперимента.



**Рис. 9.** Зависимости полного сопротивления системы «индуктор – загрузка» от высоты загрузки (по отношению к номинальной), полученные экспериментально и в пакете «ELCUT»

На рис. 9 представлены зависимости полного сопротивления системы «индуктор – загрузка» от высоты загрузки (по отношению к номинальной), полученные экспериментально и в пакете «ELCUT».

Таким образом, пакет «ELCUT» может быть использован при идентификации индукционных тигельных печей различной ёмкости

для плавки различных металлов и сплавов (в том числе и ИТП с проводящим тиглем). Полученное с помощью «ELCUT» или специализированных пакетов (Overheat) математическое описание используется при разработке параметрических систем управления установок с ИТП.

На базе описанной установки планируется создание лабораторного стенда, позволяющего исследовать различные режимы работы установки индукционного нагрева и плавки при использовании различных принципов регулирования: двухпозиционного, непрерывного (ПИД-закон), по косвенным параметрам, с использованием нечёткой логики.

## Литература

1. Простяков А. А. Индукционные печи и миксеры для плавки чугуна. М., «Энергия», 1977.
2. Кувалдин А. Б., Погребиский М. Я., Федин М.А. Расчёт тепловых и электрических характеристик индукционных тигельных миксеров. – Электromеталлургия, 2007, № 12. С. 18 – 26.
3. Гитгарц Д. А. Автоматизация плавильных электропечей с применением микро-ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

4. Кувалдин А. Б., Погребисский М. Я., Федин М. А. Разработка системы управления температурой расплава в индукционных тигельных миксерах и её исследование с использованием компьютерной модели. – Электротехнология, 2008, № 2. С. 25 – 31.
5. Федин М. А. Разработка системы управления температурой расплава в индукционных тигельных миксерах по косвенным параметрам. Вестник МЭИ, 2009. №5. С. 54 – 59.
6. Минеев А. Р., Коробов А. И., Погребисский М. Я. Моделирование электротехнологических процессов и установок. – М.: «Компания Спутник+», 2004.
7. Плавильные комплексы на основе индукционных тигельных печей и их математическое моделирование / В. И. Лузгин, С. Ф. Сарапулов, Ф. Н. Сарапулов и др. Екатеринбург, 2005.
8. Электротехнология на рубеже XX-XXI веков // Сб. докл. науч.-техн. семинара, посвященного 100-летию профессора А. Д. Свенчанского. – М.: Издательство МЭИ, 2005.
9. Кувалдин А. Б., Федин М. А. Расчёт формы поверхности расплава и её влияние на энергетические и электрические характеристики индукционной тигельной печи. – Электричество, 2009, № 4. С. 61 – 67.
10. Кувалдин А. Б., Погребисский М. Я., Федин М. А. Устройство для управления индукционным тигельным миксером. Патент на полезную модель №75129 Б.И. №20, 2008.
11. Кувалдин А. Б., Погребисский М. Я., Федин М. А. Устройство для управления индукционным тигельным миксером. Патент на полезную модель № 95213 РФ, Б.И. № 16, 2010.

## Моделирование электростатического поля в элементе памяти

В работе [1] показано, что процесс очистки в кипящей деионизованной воде микросхем на кремниевых пластинах, содержащих элементы памяти на основе самоформирующихся наноструктур (ЭПСН), сильно влияет на их электрические характеристики. В частности, ухудшаются условия для процесса электроформовки и повышается вероятность пробоя ЭПСН. Для объяснения эффекта влияния указанной очистки было высказано предположение, что молекулы воды проникают в рабочий торец диэлектрического слоя ЭПСН, изменяя его электрические свойства, а это в свою очередь ведёт к перераспределению электрического поля в изолирующем зазоре. Однако, непосредственные физические измерения в структуре ЭПСН затруднены малыми размерами, как самой структуры, так и нанометровой глубиной увлажнённого слоя торца диэлектрика, поэтому для проверки предположения было решено выполнить компьютерное моделирование поля с помощью пакета «ELCUT» [2].

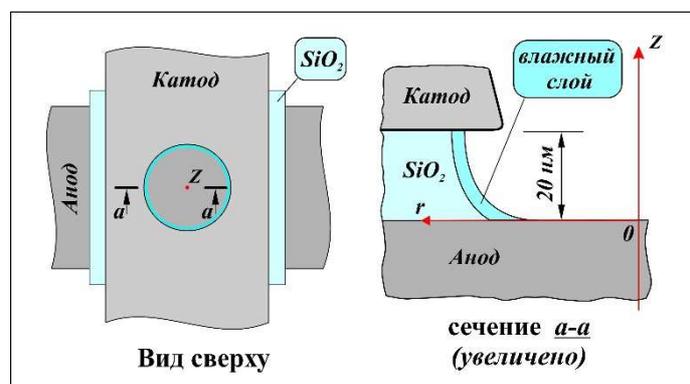


Рис. 1.

В упрощённом виде ЭПСН (рис. 1) представляет собой плоскопараллельную конденсаторную систему электродов, разделённых слоем тонкого (несколько десятков нанометров)

твёрдого диэлектрика, в нашем случае это двуокись кремния ( $\text{SiO}_2$ ). Из верхнего электрода и диэлектрика жидкостным методом травления сформирована ступенчатая структура катод – торец слоя  $\text{SiO}_2$ , нижний электрод является анодом. В ЭПСН такая структура обычно обеспечивает хорошие условия для возникновения автоэлектронной эмиссии при довольно низких напряжениях  $5 \div 15$  В. В зависимости от способа нанесения  $\text{SiO}_2$  и технологических режимов формирования поверхностные слои

торца диэлектрика получают различной степени пористости, что определяет объём и глубину проникновения влаги.

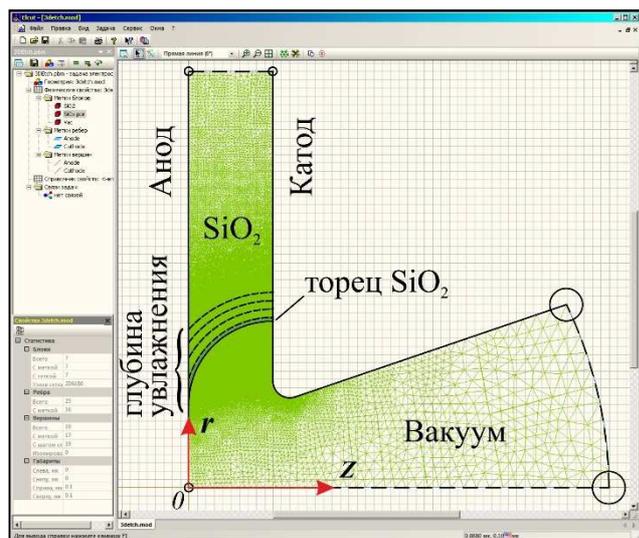


Рис.2.

Геометрия нашей модели в «ELCUT» рис. 2. соответствует рис. 1 (сечение a-a повернуто). Размеры и физические параметры структуры выбраны типичными, которые обычно получают в нашем техпроцессе. В отличие от работы [1] здесь задача имеет аксиальную симметрию и поэтому её можно решить в трёхмерном виде (в «ELCUT» ось вращения  $z$  горизонтальная). Для упрощения модели сделаны некоторые допущения. Поскольку применялось жидкостное травление, было принято, что режим травления окисла изотропный, поэтому поверхность торца диэлектрического слоя в сечении можно представить в виде части окружности. Дополнительным обоснованием такого представления послужили наблюдения торца диэлектрика в электронном микроскопе. Шаг дискретизации грубой части сетки равен  $4 \text{ нм}$  (большие круги) и  $1 \text{ нм}$  (меньшие круги). Наименьший шаг сетки  $0,02 \text{ нм}$  выбран для наиболее интересной области увлажнённого торца. Далее считалось, что при увлажнении торца граница раздела сухого и влажного диэлектрика сдвигается внутрь структуры эквидистантно торцевой поверхности, а весь слой равномерно увлажнён по объёму. Чтобы выполнить численный расчёт кроме геометрии модели необходимо задать физические свойства элементов модели – диэлектрические постоянные сред. В нашем случае для  $\text{SiO}_2$  принято  $\epsilon = 3,8$ , выбор же для увлажнённого слоя сложнее. Было предложено рассматривать увлажнённый слой как композитную среду с некоторой эффективной диэлектрической постоянной  $\epsilon^*$ , где окись кремния играет роль матрицы, содержащей включения в виде пор, заполненных водой с  $\epsilon = 81$  (при  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Возможен также предельный случай, когда шероховатая поверхность окисла покрыта тонкой плёнкой воды,

тогда вода – это матрица, а выступы – включения. Точный расчёт  $\epsilon^*$  такой среды довольно сложная, часто невыполнимая задача, даже если известна геометрия пор. Однако есть возможность оценить границы, в которых лежат значения  $\epsilon^*$ , тем более что в нашем случае как раз нужна оценка эффекта. Такую возможность дают формулы Хашина-Штрикмана [3], полученные на основе вариационных принципов.

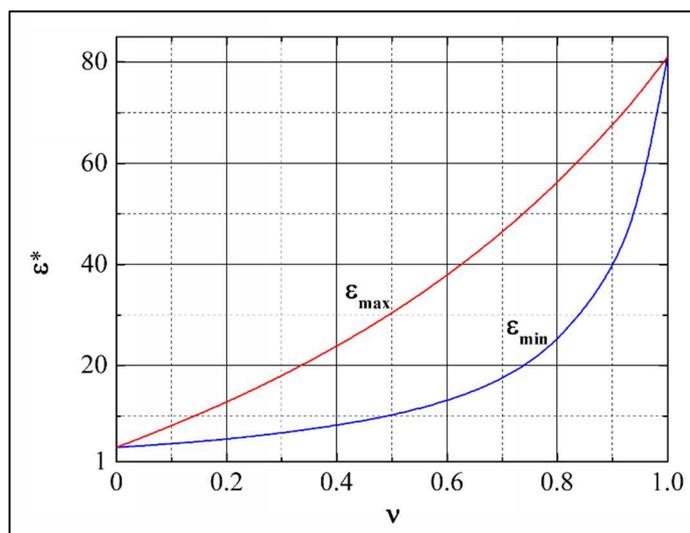


Рис. 3.

В нашем случае эта оценка даёт границы, показанные на рис. 3, для возможной пористости  $\text{SiO}_2$  вплоть до покрытия поверхности сплошной тонкой плёнкой воды. На рис. 3  $\epsilon^*$  – эффективная проницаемость смеси,  $\epsilon_{\min}$  – граница минимальных значений  $\epsilon^*$ ,  $\epsilon_{\max}$  – граница максимальных значений,  $\nu$  –

объёмная концентрация воды.

С помощью программы «ELCUT Профессиональный» были промоделированы поля, возникающие в зазоре ЭПСН при напряжении между анодом и катодом 10 В, для ряда глубин  $h$  увлажнения торца: 0, 0.5, 1, 3, 5 и 7 нм. Полученные картины электростатических полей представлены на рис. 4, 5. Для наглядности распределение напряжённости электрического поля показано в градациях цветов, где интенсивность поля соответствует плотности цветовой шкалы. (См. цветные иллюстрации на диске.) На картинах полей видно, что наибольшая напряжённость наблюдается вблизи острия катода, как и должно быть из общих соображений для проводящих поверхностей с большой кривизной. Но вблизи точки 2 (рис. 5) также наблюдается повышенная напряжённость поля и причиной этого, по-видимому, является присутствие слоя с более высокой диэлектрической проницаемостью над нижним слоем исходного диэлектрика. Рис. 6 показывает значительный рост поля около точки 2 в зависимости от параметров увлажнённого слоя, где  $E_{\text{tip}}$  – максимум поля на

острие при данных  $h$  и  $\varepsilon^*$ ,  $E_2$  – поле вблизи точки 2.

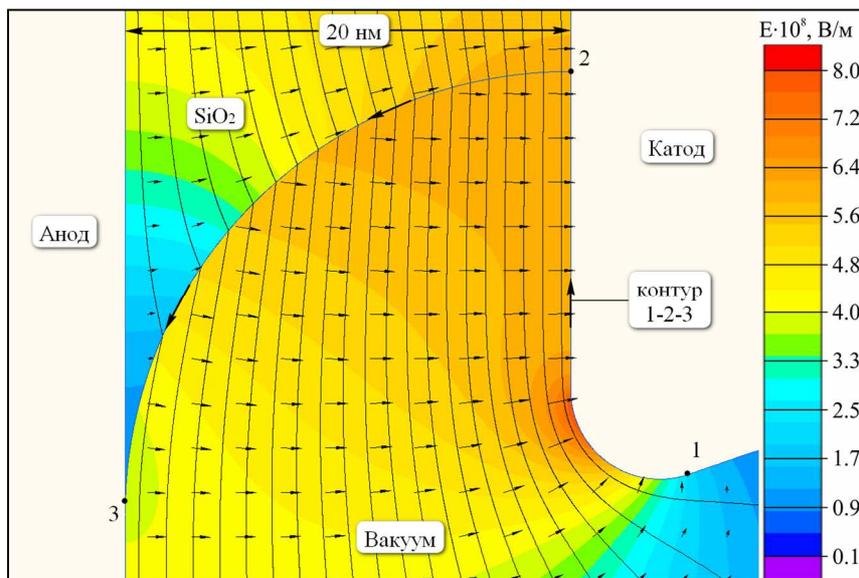


Рис. 4

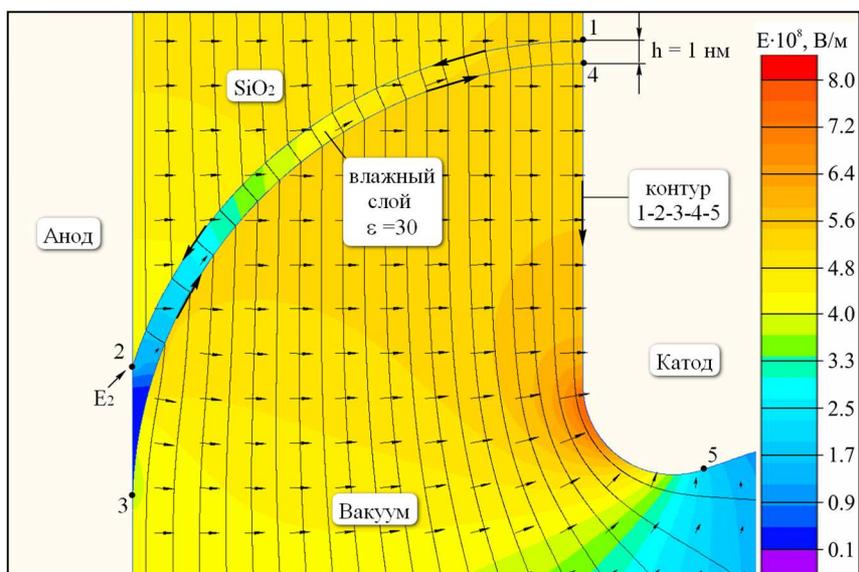


Рис. 5

Кроме того, происходит существенное перераспределение поля вдоль границы торца диэлектрического слоя. Для иллюстрации этого рассчитана девиация модуля трансверсальной составляющей поля на контуре, определяемом точками 2-3 (рис. 4), по формуле:

$$\Delta_h(L) = (E_h(L) - E_0(L))/E_0(L),$$

где  $E_0(L)$  – модуль напряжённости поля вдоль контура 2-3 при  $h = 0$  и  $\varepsilon = 3,8$ , то есть увлажнённый слой

отсутствует, а  $E_h(L)$  – поле при  $h \neq 0$  и  $\varepsilon^* = 30$ . Переменная  $L$ –длина, отсчитываемая вдоль контура от точки 1 к точке 3. Зависимость  $\Delta_h(L)$  для различных  $h$  представлена на рис. 7.

Отметим, что для выбранной формы сечения торца диэлектрика сильные экстремумы наблюдаются для толщин увлажнённого слоя лежащих вблизи  $h = 1$  нм, в отличие от двумерного случая [1], когда максимум девиации наблюдается вблизи  $h = 3$  нм. Значком ~ обозначена ситуация, когда весь диэлектрик имеет проницаемость  $\varepsilon^* = 30$ .

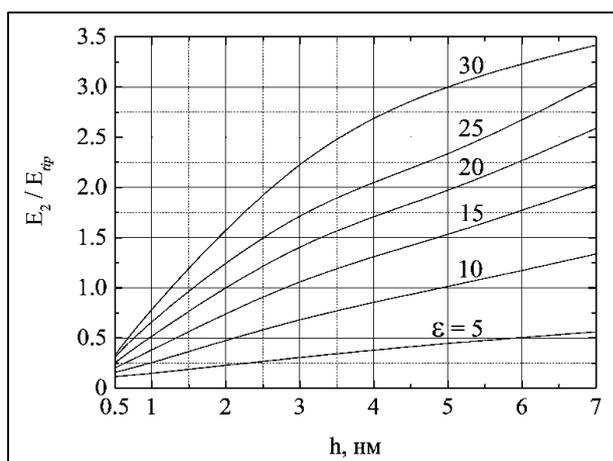


Рис. 6

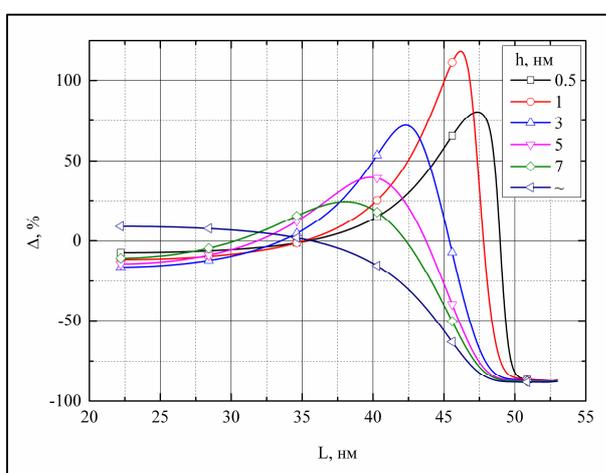


Рис. 7

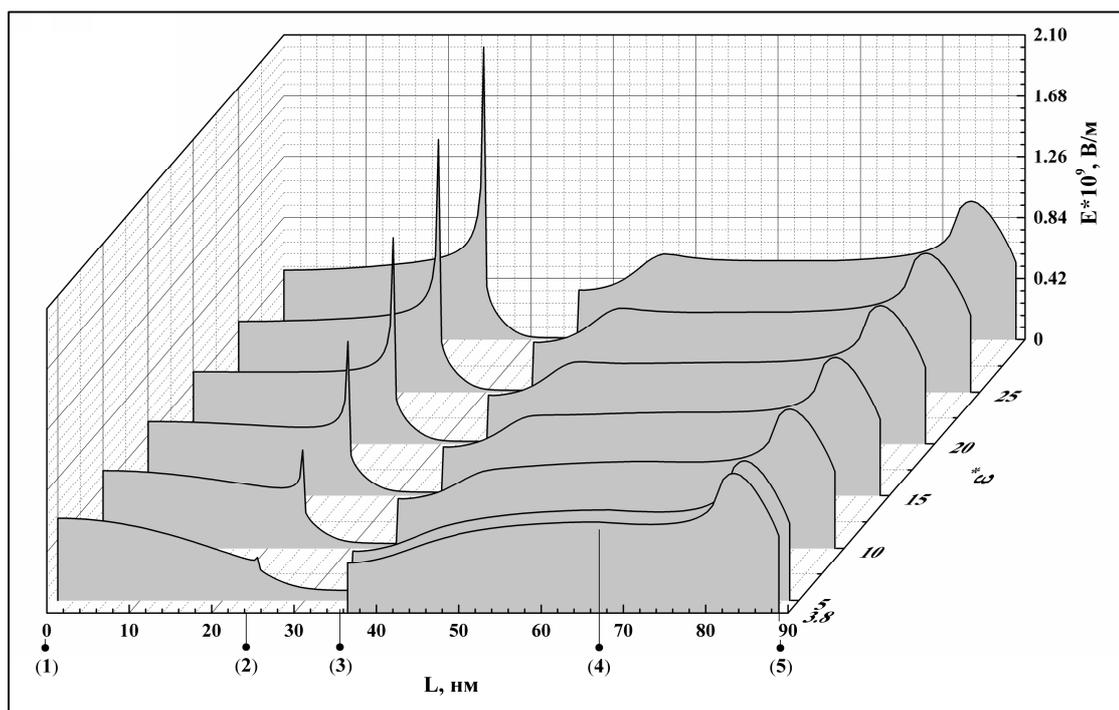


Рис. 8

Более наглядная картина перераспределения поля вдоль контура обхода 1-2-3-4-5 (рис. 5) и роста поля вблизи точки 2 в зависимости от  $\epsilon^*$  увлажнённого слоя толщиной 1 нм представлена на рис. 8. Базовые точки контура заключены в скобки, а все острые пики напряжённости поля соответствуют точке 2.

Следует отметить, что все рассмотренные оценки полей существенно зависят от величины эффективной диэлектрической проницаемости увлажнённого слоя, и поэтому при расчётах должны учитываться границы, в которых она может находиться. Учёт этого факта особенно важен для оценки полей в

критических точках, таких как точка 2 (рис. 8). Из кривых рис. 9 видно, что отношение возможных значений полей может отличаться более чем в два раза для соответствующих границ эффективной проницаемости слоя.

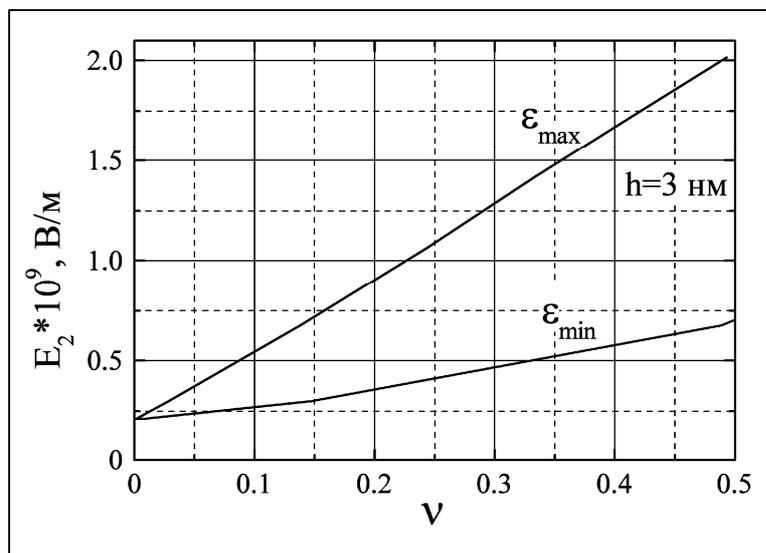


Рис. 9

В результате проведённого моделирования показано, что образование на торце диэлектрика увлажнённого слоя с повышенной диэлектрической проницаемостью приводит к перераспределению поля в изолирующем зазоре структуры ЭПСН. При этом

существенно изменяются условия электроформовки поверхности торца диэлектрика и кроме того образуются области с повышенной напряжённостью поля вблизи анода, что увеличивает вероятность пробойных явлений.

### Литература

V.L. Levin, V.M. Mordvintsev, S.E. Kudryavtsev, International Conference “Micro- and Nanoelectronics – 2012”, Abstracts, 2012, P2-21.

<http://elcut.ru>

Z. Hashin, S. Shtrikman, J. Appl. Phys., Vol. 33, p.3125, 1962.

### Об авторе

**Левин Валерий Львович**, Ярославский Филиал Института Физики и Технологии РАН, г. Ярославль, Россия

С. С. Селюк

Численная реализация в программном комплексе  
«ELCUT» математической модели для определения  
коэффициентов удельной эквивалентной  
теплопроводности неоднородных тел  
прямоугольного сечения

Описана компьютерная модель в программном комплексе «ELCUT» для вычисления коэффициента удельной эквивалентной теплопроводности (КУЭТ) неоднородных тел в направлении осей декартовой системы координат, построенная на основе соответствующей математической модели (ММ). Проведено сравнение распределений температуры в многожильных электрических проводах, вычисленное в строгой постановке и с использованием КУЭТ.

**1. Задача вычисления КУЭТ  
для прямоугольной неоднородной области**

Математическое моделирование технических устройств существенно осложняется наличием неоднородных материалов в их конструкциях. ММ можно упростить, если неоднородные конструкции заменить эквивалентными, в смысле некоторого критерия, однородными конструкциями. В данной работе предложена модель для расчёта КУЭТ в твердых неоднородных телах. Условием эквивалентности является равенство потоков тепла в неоднородной области и эквивалентной однородной области [1, 2].

Подобные исследования ранее проводились для определения интегральных характеристик процесса передачи тепла [3]. В данной работе предлагаются результаты расчётов распределения температурного поля (ТП) с использованием КУЭТ.

## 1.1. КУЭТ неоднородной области с включениями произвольной формы

Рассмотрим прямоугольную многосвязную область  $\Omega$  размера  $a \times b$ . Внешнюю границу  $\Omega$  обозначим  $\dot{\Omega}$ , внутренние границы –  $\dot{\Omega}_k$  ( $k=1,2,\dots,n$ ). Подобласти  $\Omega_k$  назовём включениями в  $\Omega$ . Коэффициенты удельной теплопроводности  $\Omega$  и  $\Omega_k$  обозначим  $\lambda$  и  $\lambda_k$  соответственно.

Неоднородную область  $\Omega^0 = \Omega \cup_{k=1}^n \Omega_k$  расположим в декартовой системе координат таким образом, чтобы левый нижний угол прямоугольника находился в точке  $(0,0)$ . Вертикальные границы  $\Omega^0$ , при этом принадлежат прямым  $x=0$ ,  $x=a$ , горизонтальные  $y=0$ ,  $y=b$ .

КУЭТ-ом в направлении оси  $0x$  назовём коэффициент  $\lambda_x^* = const$ , характеризующий способность проводить тепло у однородной и односвязной области  $\Omega^*$  с границей  $\dot{\Omega}^*$ , совпадающей по размерам с  $\dot{\Omega}$ . Значение  $\lambda_x^*$  должно быть таким, чтобы тепловой поток  $\Phi_x^0$ , входящий в область  $\Omega^0$  через границу на прямой  $x=0$ , был равен соответствующему потоку  $\Phi_x^*$  в области  $\Omega^*$ . При этом на  $\dot{\Omega}$  и  $\dot{\Omega}^*$  заданы одинаковые граничные условия:

$$\frac{\partial}{\partial y} T(x,0) = \frac{\partial}{\partial y} T(x,b) = \frac{\partial}{\partial y} T^*(x,0) = \frac{\partial}{\partial y} T^*(x,b) = 0. \quad (1)$$

Условие (1) означает отсутствие теплового обмена через верхнюю и нижнюю границы областей,  $T_0 \neq T_1$  – известные постоянные значения температуры на правой и левой границах  $\dot{\Omega}$  и  $\dot{\Omega}^*$  соответственно.

Значение коэффициента теплопроводности  $\lambda_x^*$  эквивалентной однородной пластины  $\Omega^*$  может быть рассчитано согласно формуле [1]

$$\lambda_x^* = -\Phi_x^0 / \int_0^b \frac{\partial}{\partial x} T^*(0,y) dy. \quad (2)$$

В [1] для  $T^*(x,y)$  получено аналитическое выражение:

$$T^*(x,y) = \Delta T \cdot x/a + T_0, \quad \Delta T = T_1 - T_0, \quad (3)$$

и второй вариант формулы для вычисления КУЭТ:

$$\lambda_x^* = -\Phi_x^0 \cdot a / (b \cdot \Delta T) \quad (4)$$

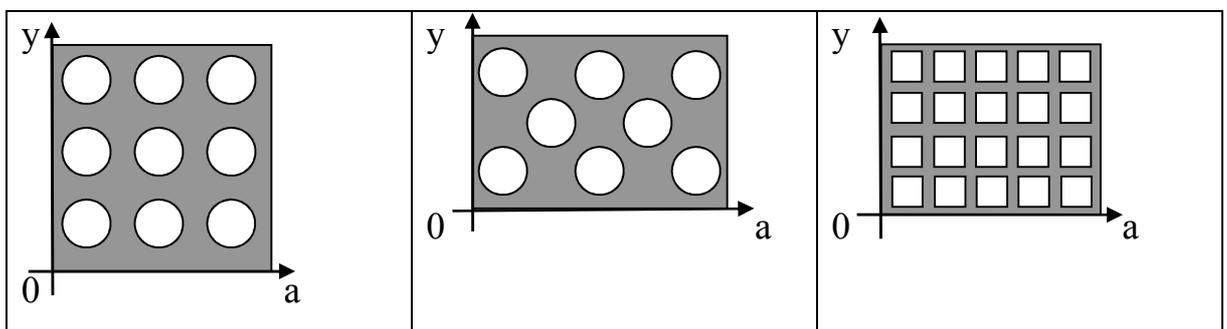
Повторяя вывод формул (2) и (4), с точностью до замены переменной  $x$  на переменную  $y$  и константы  $a$  на константу  $b$  получаем формулы для вычисления  $\lambda_y^*$  – КУЭТ в направлении оси  $Oy$ :

$$\lambda_y^* = \Phi_y^0 / \int_0^b \frac{\partial}{\partial y} T^*(x, y) dx, \quad \lambda_y^* = -\Phi_y^0 \cdot b / (a \cdot \Delta T). \quad (5)$$

## 1.2. КУЭТ многожильных проводов

Для практических расчётов большой интерес представляет определение эквивалентных теплопроводностей неоднородных конструкций, состоящих из проводников и диэлектриков. Такие сочетания материалов имеют место практически в любом электротехническом устройстве.

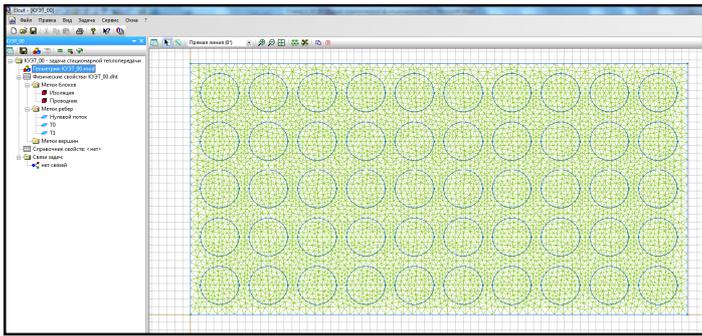
Методика, описанная в 1.1, была апробирована на примере расчёта КУЭТ протяженных прямолинейных многожильных проводов. В их поперечном сечении (рис.2, изоляция затемнена) допустима двумерная постановка задачи расчёта температурного поля [1]. Аналитическое решение краевых задач в подобных областях затруднено. Поэтому для расчётов использовался пакет компьютерного моделирования физических полей «ELCUT 5.10». Выбор обусловлен тем, что его возможности позволяют вычислять интегралы в (2) и (5).



**Рис. 1.** Слева направо приведены: квадратно-гнездовая укладка (а), шахматная укладка (б), шины квадратного сечения (в)

Для расчётов КУЭТ каждого из вариантов укладки в программе «ELCUT» была создана задача для неоднородной области. Пример

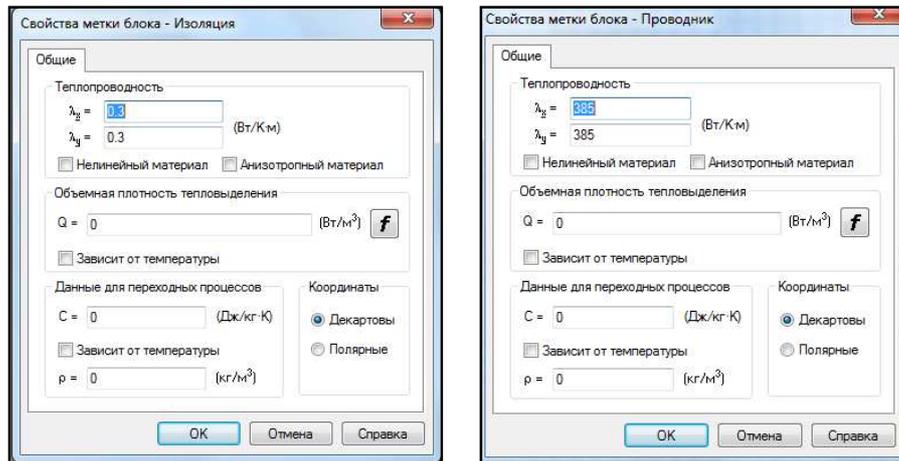
геометрической модели для варианта А сечения провода (рис. 1) приведён на рис. 2.



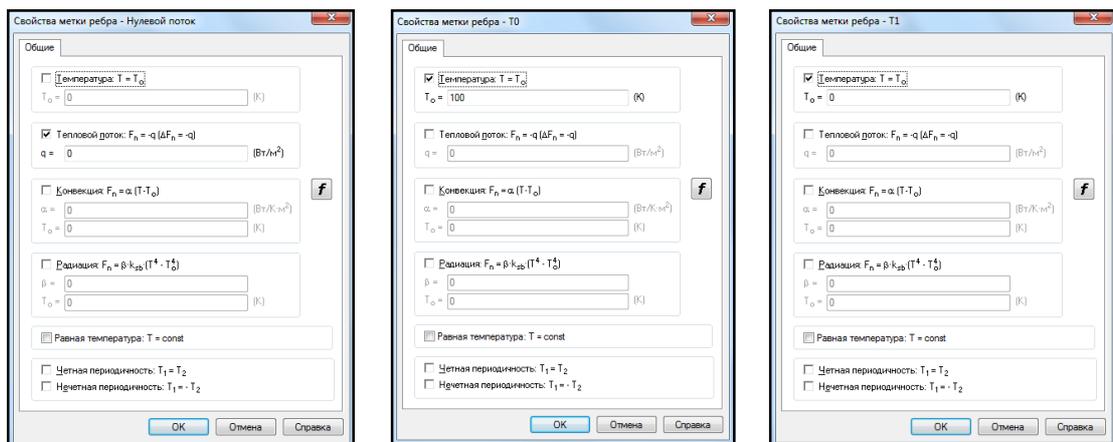
**Рис. 2.** Геометрическая модель «ELCUT» для квадратно-гнездовой укладки проводников (6156 узлов конечно-элементного разбиения)

Размеры области  $\Omega^0$ :  
 $a = 12,75$  мм ,  $b = 6,5$  мм .  
 Диаметр провода (включения) 1 мм . Расстояние между проводами, а также между проводом и границей равно 0,25 мм . Коэффициент удельной теплопроводности

изоляции равен 0,3 Вт/(К · М) , проводника (медь) – 389,6 Вт/(К · м) .



**Рис. 3.** Свойства меток ребер геометрической модели



**Рис. 4.** Свойства меток ребер геометрической модели

В компьютерной модели физические свойства элементов расчётной области реализованы с помощью меток (рис. 3, рис. 4):

«Изоляция» – блок, соответствующий электро-изоляционному материалу;

«Проводник» – блок, соответствующий проводящему включению;

«Нулевой поток» – ребро нулевым граничным условием для плотности потока тепла (однородное условие Неймана для температуры);

«T0» – ребро с условием Дирихле (для проведённых расчётов  $T = 100$  К);

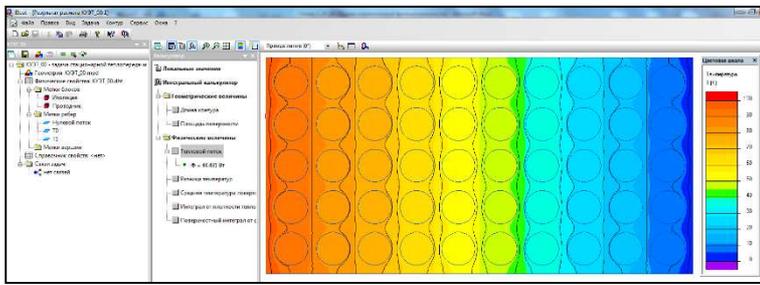
«T1» – ребро с условием Дирихле (для проведённых расчётов  $T = 0$  К).

Размерность температуры при задании граничных условий не влияет на значение КУЭТ. При необходимости её можно считать заданной и в градусах Цельсия, и в градусах Кельвина. Требуется только, чтобы на ребрах с метками T0 и T1 она была различной, обеспечивая, тем самым, поток тепла вдоль оси абсцисс. Картина стационарного температурного поля в неоднородной области, приведена на рис. 5. Тепловой поток 44,491 Вт рассчитан через левую границу (контур)  $\Omega^0$ .

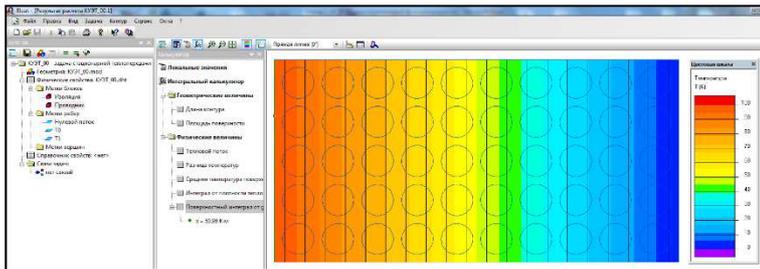
Для вычисления  $\int_0^b \frac{\partial}{\partial n} T^*(0, y) dy$  необходимо в задаче «ELCUT» для неоднородной области всем блокам присвоить одну и ту же метку, с безразлично каким коэффициентом удельной теплопроводности. В результате «ELCUT» решает краевую задачу для уравнения Лапласа, что обеспечивает вычисление необходимого значения интеграла.

Картина стационарного температурного поля в однородной области, приведена на рис. 6. Поверхностный интеграл от  $grad(T)$ , равный  $50,98 \text{ K} \cdot \text{м}$ , вычислен по левой границе  $\Omega^*$  (контур выделен на рисунке). Заметим, что аналитическое значение данного интеграла, округлённое до второго знака после запятой, тождественно совпадает с аналитическим значением:

$\int_0^b \frac{\partial}{\partial x} (\Delta T \cdot x/a + T_0) dy = b \cdot \Delta T / a = 50,98$ . В таблице 1 приведены результаты расчётов КУЭТ для всех вариантов укладки. Перед дробной чертой записаны значения коэффициентов, для которых интегралы в (2) и (5)



**Рис. 5.** Картина температурного поля в неоднородной области (практически все изотермы искривлены)



**Рис. 6.** Картина температурного поля в однородной области

вычислены с помощью калькулятора «ELCUT». За дробной чертой – значения коэффициентов, для расчёта которых использовались аналитические значения интегралов. Как видно из таблицы, различия между КУЭТ для этих случаев начинаются в четвертом знаке после запятой. Это свидетельствует о высокой

точности расчётов температурного поля и вычисления его интегральных характеристик в «ELCUT».

**Таблица 1.** КУЭТ в Вт/(К·м) (численное/аналитическое значение)

$\lambda_{\text{провода}} = 389,6$ $Вт/(К \cdot м)$ $\lambda_{\text{изоляции}} = 0,3$ $Вт/(К \cdot м)$	Варианты укладки (рис. 1)		
	а	б	в
$\lambda_x^*$	0,873 / 0,8732	0,753 / 0,7526	0,925 / 0,9254
$\lambda_y^*$	0,851 / 0,8513	0,779 / 0,7793	0,898 / 0,8982

При расчётах распределения ТП в  $\Omega^*$  теплопроводящие свойства среды задавались тензором  $\tilde{\lambda}^* = \text{diag}(\lambda_x^*, \lambda_y^*)$ .

## 2. Вычислительные эксперименты

Геометрическая модель расчётной области, выбранной в качестве примера для апробации математической модели в ПК «ELCUT», приведена на рис. 7. Целью расчётов была проверка допустимости использования

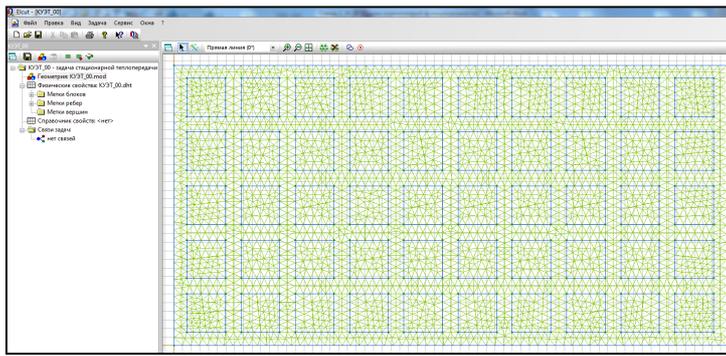


Рис. 7. Сечение исследуемого провода

КУЭТ для определения не только потоков тепла (критерий эквивалентности), но и сравнение распределения ТП в  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$ .

## 2.1. Стационарное распределение температуры с условиями второго и третьего рода на границах

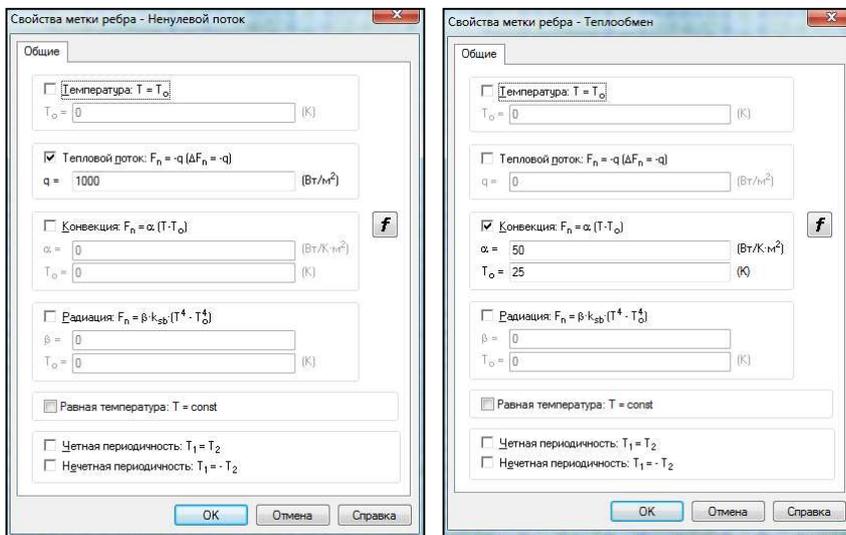


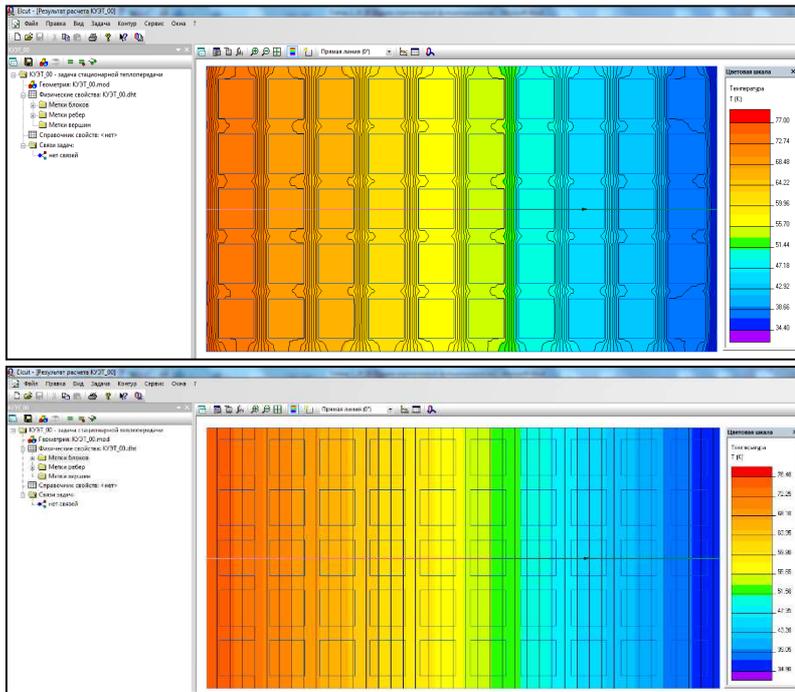
Рис. 8. Свойства меток левого и правого рёбер геометрической модели: слева (а) задан поток тепла; справа (б) задан теплообмен

На правой и левой границах областей  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  были заданы, не применявшиеся при нахождении КУЭТ, неоднородные граничные условия второго и третьего рода (рис. 8). Верхняя и нижняя

границы теплоизолированы, через левую границу поступает поток тепла (рис. 8, а), на правой границе – теплообмен по закону Ньютона (рис. 8, б).

Картины ТП в областях  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  приведены на рис.9. Зоны равных температур представляют собой вертикальные полосы. На оси симметрии  $y = b/2$  в обеих областях заданы контуры, вдоль которых производилось сравнение температур. Зависимость температуры вдоль контура в  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  приведена на рис. 10.

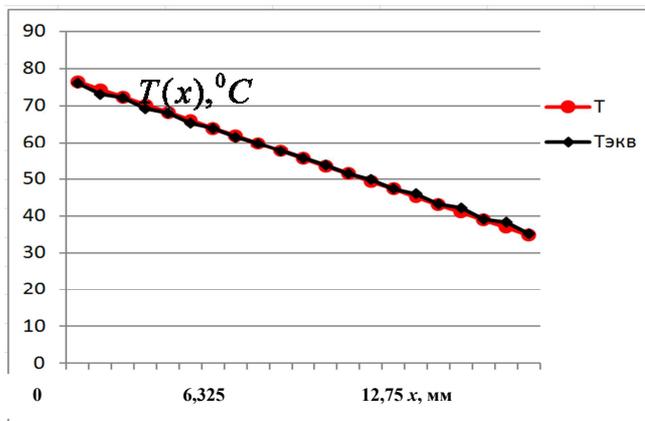
Расстояние между кривыми оценивалось по метрике пространства непрерывных функций. Как видно из рисунка, ближе к краям контура в области  $\Omega^*$  наблюдаются колебания температуры. Максимум модуля



**Рис. 9.** Картина температурного поля: сверху (а) неоднородная область; внизу (б) эквивалентная однородная область

разности между значениями  $T$  и  $T^*$  достигнут именно на этих участках. Его значение не превысило  $2^{\circ}\text{C}$ , (относительная погрешность менее 2 %). Для качественного сравнения распределения температурных полей в  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  такое отклонение температур можно считать удовлетворительным.

### Стационарное распределение температуры в случае с выделением тепла в проводниках и условиями третьего рода на границах

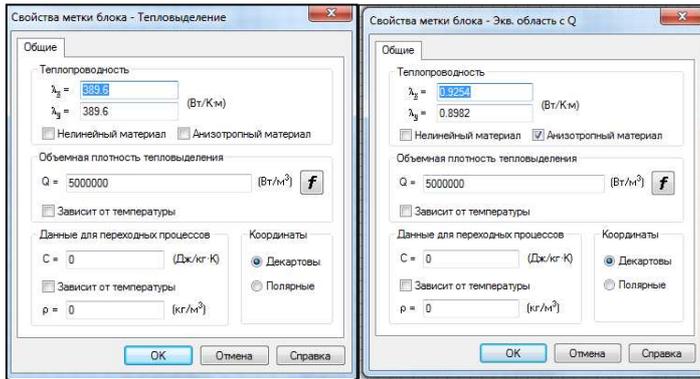


**Рис.10.** Изменение температуры вдоль контура в неоднородной и эквивалентной областях

На границах  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  задавались условия третьего рода (рис. 8, б). В проводниках действуют источники тепла. В эквивалентной области источники тепла действуют на местах проводников исходной области. Свойства меток блоков приведены рис. 11.

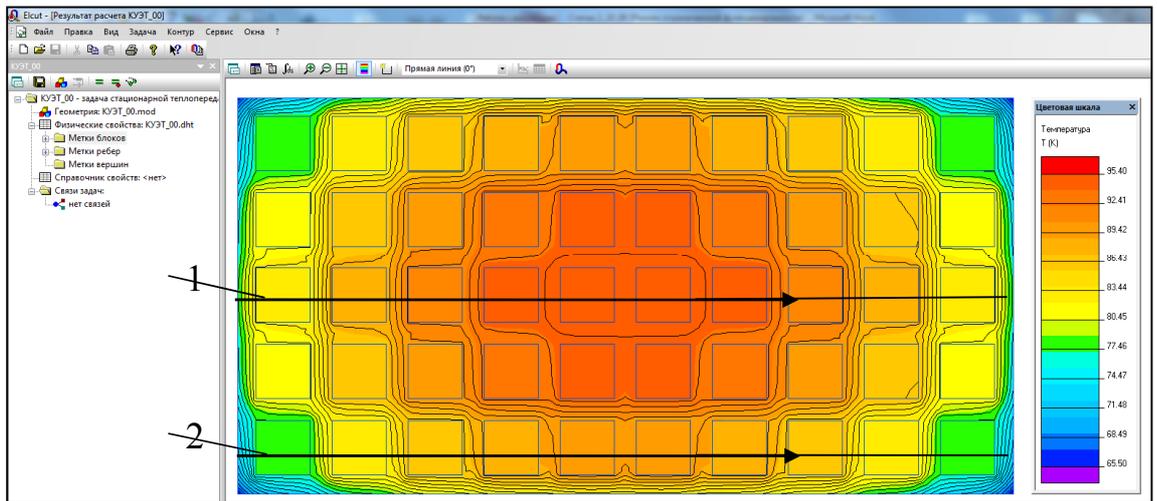
Картины ТП в  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  изображены на рис. 12 и рис. 13. Зоны равных температур имеют сложные изогнутые границы. Максимум температуры достигается в центре расчётной области. Медные шины прогрелись равномерно. Средняя температура каждой из них, рассчитанная с помощью интегрального калькулятора, совпадает с локальной с точностью до

третьего знака после запятой. В электрической изоляции между соседними шинами наблюдаются перепады температур до 5°C.

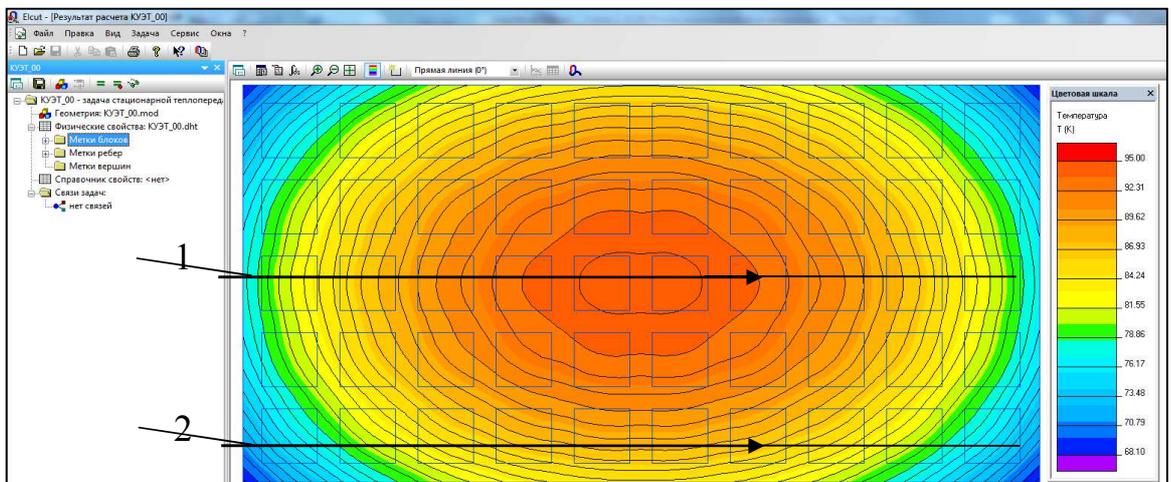


**Рис. 11.** Свойства меток блоков с источниками тепла: слева (а) неоднородная область; справа (б) эквивалентная область

В эквивалентной области зоны одинаковой температуры имеют границы, напоминающие эллипс или его отрезки. Качественная же аналогия просматривается. Области с высокой температурой также располагаются в центре. К границам  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  она снижается.



**Рис.12.** Распределение температуры в неоднородной области



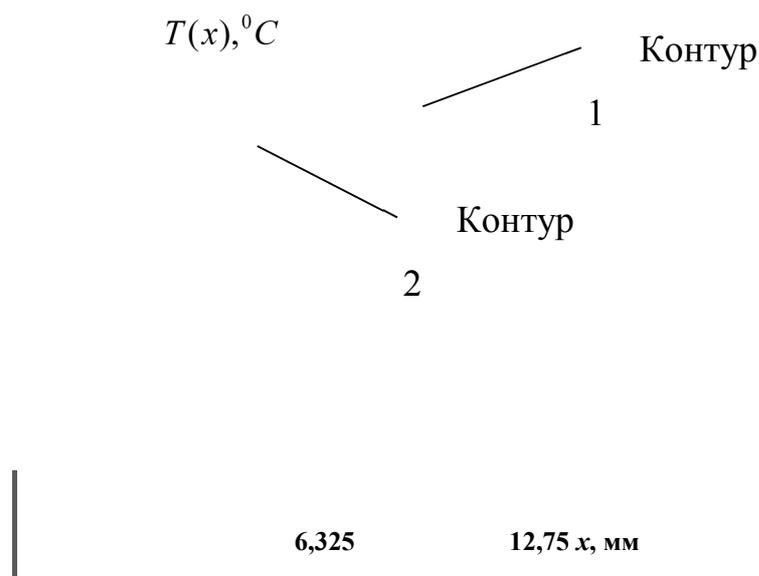
**Рис. 13.** Распределение температуры в эквивалентной области с источниками тепла

Исследование распределения ТП показали, что во всех точках  $\Omega^0$  и  $\Omega^*$  с одинаковыми координатами температура в неоднородной области больше, чем в эквивалентной однородной. В таблице 2 приведены расчётные значения  $T$  и  $T^*$  вдоль контуров 1 и 2 в  $\Omega^0$  (рис. 12) и  $\Omega^*$  (рис. 13), а так же  $\Delta T = |T - T^*|$  – абсолютная, а  $\delta T = \Delta T / |T^*|$  – относительная погрешности  $T$ .

**Таблица 2.** Значения температуры вдоль контуров в неоднородной и эквивалентной однородной областях с источниками тепла

№	x, мм	Контур 1				Контур 2			
		$T, ^\circ C$	$T^*, ^\circ C$	$\Delta T, ^\circ C$	$\delta T, \%$	$T, ^\circ C$	$T^*, ^\circ C$	$\Delta T, ^\circ C$	$\delta T, \%$
0	0	77,44	77,15	0,28	0,37	71,59	70,75	0,84	1,19
1	0,64	82,67	80,84	1,83	2,27	77,46	74,19	3,27	4,40
2	1,28	83,91	83,75	0,16	0,20	78,58	76,93	1,65	2,14
3	1,91	87,84	86,59	1,25	1,44	82,57	79,58	3,00	3,77
4	2,55	89,01	88,69	0,32	0,37	83,55	81,57	1,98	2,43
5	3,19	91,65	90,77	0,87	0,96	86,27	83,50	2,77	3,31
6	3,83	92,58	92,13	0,46	0,50	86,99	84,79	2,21	2,60
7	4,46	94,14	93,49	0,65	0,70	88,67	86,07	2,60	3,02
8	5,10	94,68	94,15	0,54	0,57	88,92	86,68	2,24	2,58
9	5,74	95,38	94,84	0,54	0,57	89,85	87,32	2,53	2,90
10	6,38	95,36	94,80	0,56	0,59	89,54	87,30	2,24	2,57
11	7,01	95,37	94,82	0,55	0,58	89,85	87,32	2,54	2,91
12	7,65	94,64	94,12	0,51	0,55	88,90	86,66	2,24	2,58
13	8,29	94,13	93,46	0,67	0,72	88,66	86,03	2,63	3,06
14	8,93	92,49	92,08	0,41	0,45	86,89	84,75	2,14	2,53
15	9,56	91,63	90,71	0,92	1,02	86,25	83,44	2,81	3,37
16	10,2	88,87	88,62	0,25	0,28	83,43	81,50	1,93	2,37
17	10,8	87,82	86,50	1,32	1,52	82,55	79,49	3,06	3,85
18	11,4	83,72	83,65	0,07	0,09	78,40	76,84	1,56	2,03
19	12,1	82,65	80,72	1,93	2,40	77,42	74,08	3,34	4,51
20	12,8	77,20	77,01	0,19	0,24	71,33	70,63	0,70	0,99
<b>Max</b>		<b>97,38</b>	<b>94,84</b>	<b>1,93</b>	<b>2,4</b>	<b>89,85</b>	<b>87,32</b>	<b>3,34</b>	<b>4,5</b>

В нижней строке таблицы выделены максимальные по столбцам значения соответствующих величин. Погрешности в точках первого контура не превышают  $2^\circ C$  – абсолютная,  $2,5 \%$  – относительная, что совпадает с результатами 2.1. Наибольшее различие между  $T$  и  $T^*$  наблюдается в точках второго контура, расположенных в углах расчётной области. Но и в них значения погрешностей не превосходят  $3,5^\circ C$  и  $4,5 \%$ , соответственно. Графики  $T$  и  $T^*$ , построенные по данным таблицы 1, приведены на рис. 14.



**Рис.14.** Зависимости температуры вдоль контуров в неоднородной и эквивалентной областях с источниками тепла

### Выводы

1. Интегральный калькулятор «ELCUT» с высокой точностью (до второго знака после запятой) вычисляет поверхностные интегралы от температуры; это обеспечивает возможность его применения при расчётах интегральных характеристик ТП в электротехнических устройствах;
2. КУЭТ многожильных проводов, исследованных в работе, не превышает  $1 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м})$ ; однородные области, эквивалентные сечениям таких проводов можно считать теплоизолирующими;
3. расчётные значения  $T^*$  являются нижней границей для  $T$ ; их можно использовать при качественном анализе теплопередачи в неоднородных электротехнических конструкциях.

### Литература

1. Никифоров А. Н., Селюк С. С. Определение коэффициентов эквивалентной теплопроводности неоднородной пластины // Математическое моделирование и информационные технологии: сб. науч. ст. Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). Новочеркасск: Ред. журн. «Изв. вузов. Электромеханика», 2007. С.48-56. (Приложение к журналу)

2. Никифоров А.Н., Селюк С.С. К вопросу определения коэффициентов эквивалентной теплопроводности неоднородных тел // Математическое моделирование и информационные технологии: сб. науч. ст. Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ). Новочеркасск: Ред. журн. «Изв. вузов. Электромеханика», 2010. С.34-43. (Приложение к журналу)

3. Борисенко А.И., Данько В.Г., Яковлев А.И. Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах. М.: Энергия, 1974. 560 с.

### **Об авторе**

**Селюк Сергей Степанович**, Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт)

В. В. Суханов

## Электромагнитный привод

для очистки фильтра сушильного барабана

### 1. Общие соображения по обоснованию и выбору варианта конструктивного исполнения электромагнитного привода

Исходными данными для расчёта электромеханических характеристик исполнительного механизма являются три группы параметров. Это:

1. усилие, прилагаемое к фильтру сушильного барабана;
2. диапазон рабочих частот, в котором развивается заданное усилие;
3. максимальные радиальные и осевые габариты подвижной и неподвижной частей исполнительного механизма.

Нетрудно предположить, что все перечисленные характеристики взаимосвязаны между собой, поскольку, так или иначе, влияют друг на друга. Рассмотрим эти связи на основе простых понятий из области электрических и магнитных явлений, протекающих в разнородных средах.

В качестве одного из возможных вариантов конструктивного исполнения рассматривается осесимметричная конструкция (смотри рис. 1), состоящая из постоянного магнита (подвижная часть) и катушки индуктивности в виде соленоида с ферромагнитным сердечником или без него (неподвижная часть), которая питается переменным током от специального амплитудно-частотного преобразователя. Фильтр сушильного барабана располагается в зазоре  $\delta$  и жёстко связан с постоянным магнитом ПМ.

Усилие, возникающее в результате взаимодействия постоянного магнитного поля магнита и переменного магнитного поля соленоида, будет зависеть от габаритов магнита ( $R_{\max,м}$  – максимальный радиус постоянного магнита,  $b_{\max,м}$  – максимальная осевая толщина постоянного магнита) и его коэрцитивной силы  $H_c$ , измеряемой в амперах на метр, а также от габаритов соленоида ( $R_{\max,к}$  – максимальный наружный радиус катушки соленоида,  $l_{\max,к}$  – максимальная осевая длина катушки соленоида) и

амплитуды намагничивающей силы катушки  $F_{m,k} = I_{m,k} \cdot w_k$  ( $I_{m,k}$  – амплитудное значение тока катушки,  $w_k$  – число витков в катушке). Вышеперечисленные габаритные размеры заданы следующими величинами:  $R_{max,m} = 20$  мм,  $b_{max,m} = 40$  мм;  $R_{max,k} = 30$  мм,  $l_{max,k} = 100$  мм.

Очевидно, что для создания знакопеременного усилия, изменяющегося во времени по гармоническому закону, необходимо, чтобы магнитное поле постоянного магнита было соизмеримо по абсолютной величине с переменным магнитным полем соленоида, когда ток в катушке достигает своего максимального или минимального значения. Характеристикой магнитного поля постоянного магнита и катушки с током может служить функция потока в зазоре  $\Phi_{\delta}(r)$  между магнитом и соленоидом, а также среднее значение магнитной индукции  $B_{\delta,ср}$ . При этом, желательно иметь:

$$\Phi_{\delta}^{(m)}(r) \approx \Phi_{m\delta}^{(k)}(r) \text{ или } B_{\delta,ср}^{(m)} = \frac{\Phi_{\delta}^{(m)}(R_{\delta})}{S_{\delta}} = \frac{\Phi_{\delta}^{(m)}(R_{\delta})}{\pi R_{\delta}^2} \approx B_{\delta,ср}^{(k)} = \frac{\Phi_{m\delta}^{(k)}(R_{\delta})}{S_{\delta}} = \frac{\Phi_{m\delta}^{(k)}(R_{\delta})}{\pi R_{\delta}^2} \quad (1)$$

где  $\Phi_{\delta}^{(m)}(r)$  – магнитный поток в функции радиальной координаты  $r$  на уровне середины зазора, создаваемый постоянным магнитом при отсутствии соленоида;  $\Phi_{m\delta}^{(k)}(r)$  – магнитный поток в функции радиальной координаты  $r$  на уровне середины зазора, создаваемый соленоидом при отсутствии постоянного магнита,  $R_{\delta}$  и  $S_{\delta}$  – радиус и поперечное сечение зазора.

Предварительные исследования стационарного магнитного поля, когда катушка соленоида запитывается постоянным током (решается магнитостатическая задача, пакет «ELCUT»), показали, что приближённые условия (1) выполняются, если намагничивающая сила постоянного магнита:

$$F_m = H_c \cdot b_m \quad (2)$$

равна намагничивающей силе катушки соленоида:

$$F_k = I_k \cdot w_k = j_{расч} \cdot S_k = j_{расч} \cdot (h_k \cdot l_k), \quad (3)$$

где  $j_{расч}$  – расчётное значение плотности тока в катушке при моделировании магнитного поля соленоида.

Из равенства выражений (2) и (3) следует, что:

$$j_{расч} = \frac{H_c \cdot b_m}{h_k \cdot l_k} \quad (4)$$

Величина  $j_{расч}$  не должна превышать некоторых допустимых значений, которые определяются потерями, условиями охлаждения и классом изоляции провода, из которого намотана катушка соленоида.

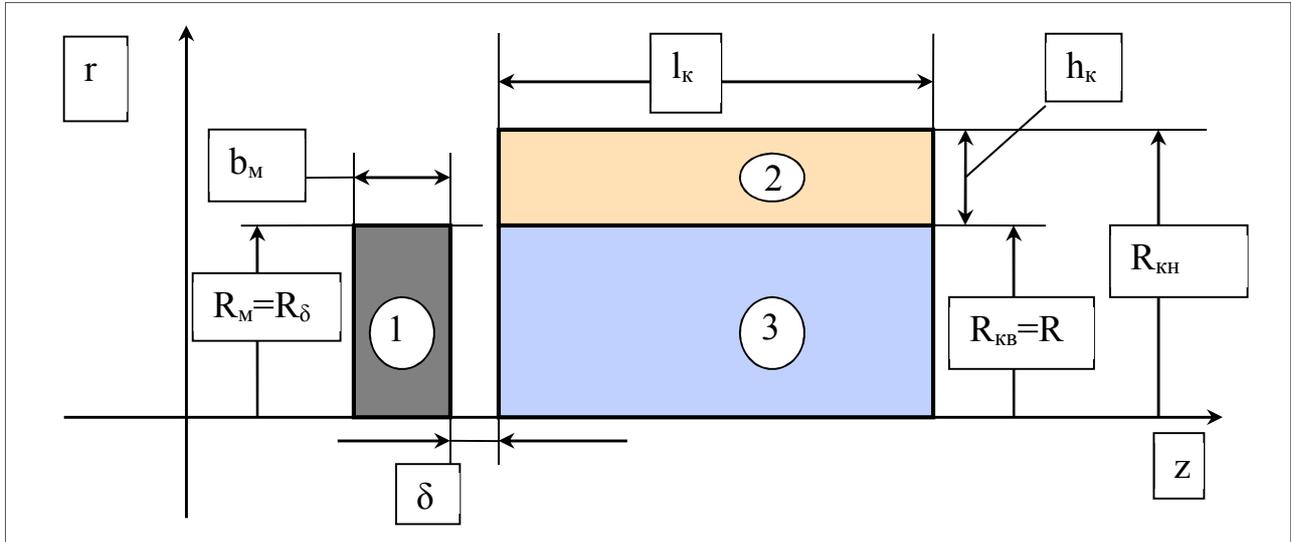


Рис. 1. Конструкция, цифрами обозначены: 1 – постоянный магнит (ПМ); 2 – катушка соленоида (КС); 3 – сплошной ферромагнитный сердечник (СФС)

Последовательность действий по построению расчётной модели для решения магнитостатической задачи, которая даёт возможность убедиться в справедливости предположения (1) при выполнении условий (2) - (4), следующая:

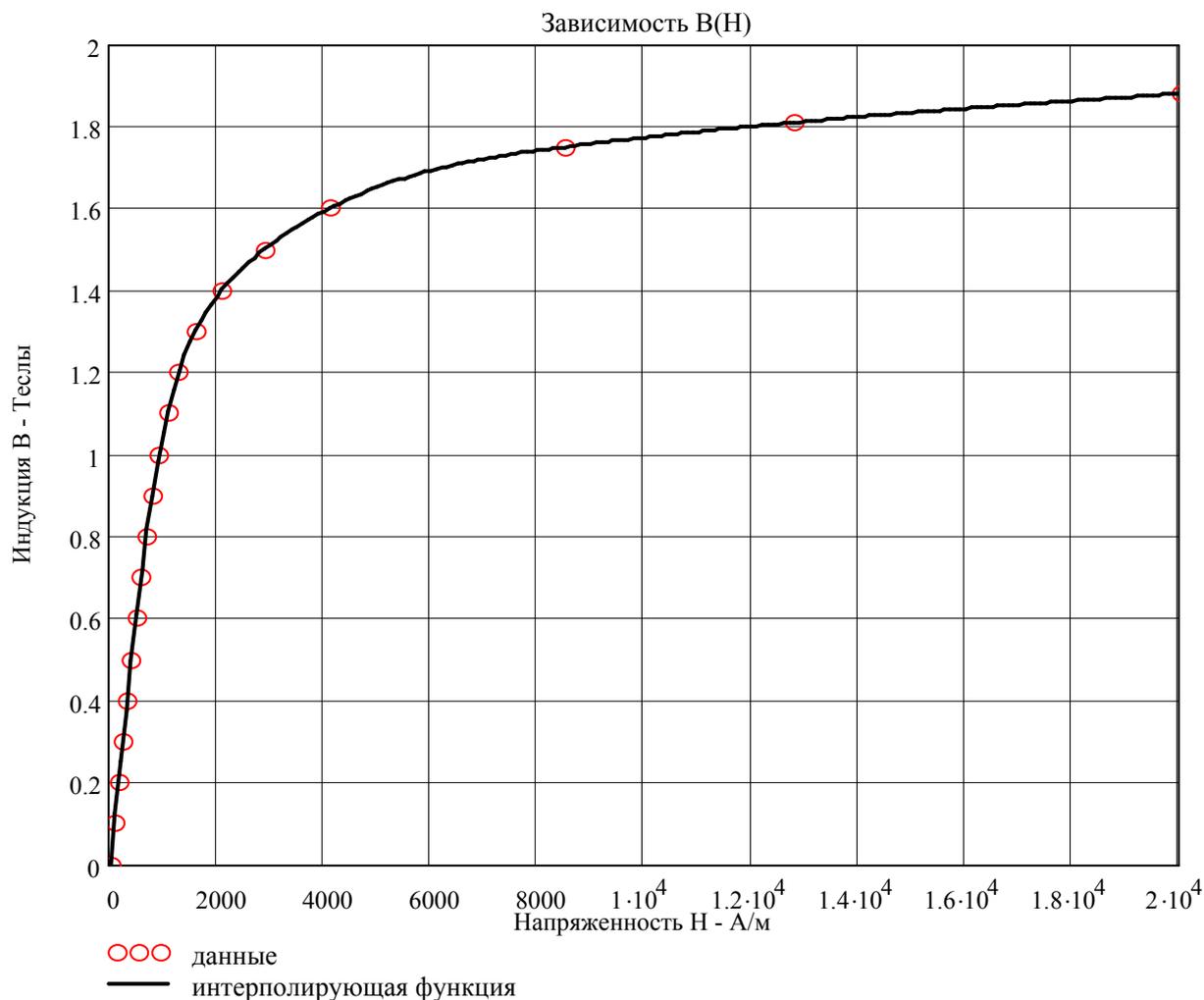
1. Выбираем относительно недорогой магнит (феррит) с коэрцитивной силой  $H_c = 3 \times 10^5 \text{ A/м}$ . Кривая размагничивания такого магнита практически линейна.
2. Задаем размер магнита  $R_m = R_{max,m} = 20 \text{ мм}$ ,  $b_m = 10 \text{ мм}$ . При этом, намагничивающая сила постоянного магнита будет равна  $F_m = (3 \times 10^5) \cdot 0,01 = 3000 \text{ A}$ .
3. Принимаем зазор  $\delta = 5 \text{ мм}$ .
4. Согласно рис. 1 размер  $R_m$  однозначно определяет размеры  $R_\delta = R_{kv} = 20 \text{ мм}$ . При этом, поперечное сечение зазора будет равно  $S_\delta = \pi \cdot R_m^2 = \pi \cdot 20^2 = 1256,6 \text{ мм}^2$ .
5. Задаем размер катушки  $R_{кн} = R_{max,к} = 30 \text{ мм}$ .
6. Согласно рис. 1 размеры  $R_{кн}$  и  $R_{kv}$  однозначно определяют толщину катушки  $h_k = R_{кн} - R_{kv} = 30 - 20 = 10 \text{ мм}$ .

7. Выбираем приемлемое значение  $j_{расч} = 6 \text{ A/мм}^2$
8. Из выражения (4) находим длину катушки соленоида. Она равна:

$$l_k = \frac{H_c \cdot b_m}{h_k \cdot j_{расч}} = \frac{3 \cdot 10^5 \times 0,01 \text{ м}}{0,01 \text{ м} \times 6 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{м}^2}} = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 50 \text{ мм} \quad (5)$$

При этом, поперечное сечение катушки будет равно  $S_k = 10 \cdot 50 = 500 \text{ мм}^2$ , а её намагничивающая сила  $F_k = j_{расч} \cdot S_k = (6 \text{ A/мм}^2) \cdot (500 \text{ мм}^2) = 3000 \text{ A}$ .

9. Рассматривая вариант конструкции исполнительного механизма с ферромагнитным сердечником, выбираем для материала сердечника Сталь 3, которая имеет кривую намагничивания  $B(H)$ , показанную на рис. 2.



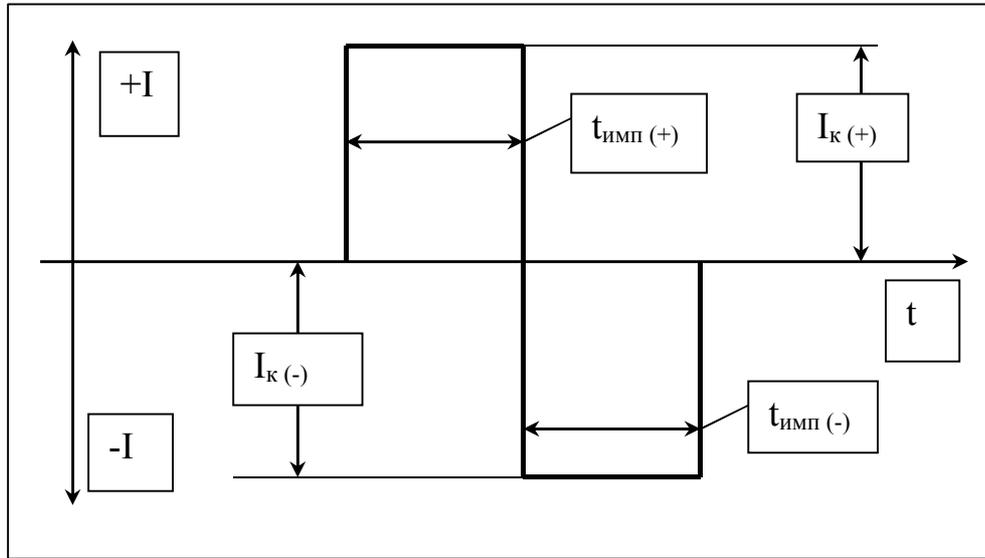
**Рис. 2.** Кривая намагничивания  $B(H)$  для материала сердечника. Сталь 3

Расчёт стационарного магнитного поля в магнитной системе исполнительного механизма (смотри рис. 1) для вышеприведённых условий (смотри пункты 1-9) выполнен с помощью конечно-элементного программного комплекса «ELCUT». При этом, было рассмотрено четыре типа следующих магнитостатических задач:

1. Магнитное поле постоянного магнита ( $H_c \neq 0$ ) при отсутствии соленоида с ферромагнитным сердечником ( $j_{расч}=0, \mu_{серд}=\mu_0$ ).
2. Магнитное поле соленоида с ферромагнитным сердечником [ $j_{расч}\neq 0, \mu_{серд}=\mu(H)$ ] при отсутствии постоянного магнита ( $H_c = 0$ ).
3. Результирующее магнитное поле постоянного магнита и соленоида с ферромагнитным сердечником [ $H_c \neq 0, j_{расч}\neq 0, \mu_{серд}=\mu(H)$ ], когда их магнитные поля в зазоре направлены согласно. В этом случае постоянный магнит будет притягиваться к соленоиду.

4. Результирующее магнитное поле постоянного магнита и соленоида с ферромагнитным сердечником [ $H_c \neq 0, j_{расч} \neq 0, \mu_{серд} = \mu(H)$ ], когда их магнитные поля в зазоре направлены встречно. В этом случае постоянный магнит будет отталкиваться от соленоида.

Следует отметить, что задачи 3 и 4 можно рассматривать, когда катушка соленоида запитывается одинаковыми по длительности импульсами постоянного тока прямоугольной формы, но разной полярности, как это показано на рис. 3.



**Рис. 3.**  $t_{имп(+)} = t_{имп(-)}$ ,  $I_{к(+)} = -I_{к(-)}$ ,  $J_{расч} = \pm |I_{к}| \cdot w_{к} / S_{к} = \pm |I_{к}| \cdot w_{к} / h_{к} \cdot l_{к}$

Основные результаты решения задач (1 – 4) приведены в таблице 1. Это картины магнитных полей (рис. 4-7), графики функций потока  $\Phi_{\delta}(r)$  для середины зазора (рис. 8 и 9), значения потоков  $\Phi_{\delta}(R_{\delta})$  на уровне середины зазора, средние значения магнитной индукции  $B_{\delta,ср}$  в середине зазора, а также значения осевых сил  $f_{z,нм}$ , действующих на постоянный магнит. Графики потоков  $\Phi_{\delta}(r)$ , значения потоков  $\Phi_{\delta}(R_{\delta})$  и сил  $f_{z,нм}$  получены непосредственно из расчёта магнитостатических полей (пакет «ELCUT»), а значения индукций  $B_{\delta,ср}$  рассчитаны по выражениям (1).

Таблица 1

Намагничивающая сила ПМ и КС $F_M = F_K = 3000 \text{ A}$	Поле пост.магн. (задача 1)	Поле соленоида (задача 2)	Результирующее магнитное поле (задача 3)	Результирующее магнитное поле (задача 4)
Картина магнитного поля	Рис. 4	Рис. 5	Рис. 6	Рис. 7
Функция потока $\Phi_{\delta}(r)$ в середине зазора	Рис. 8-а	Рис. 8-б	Рис. 9-а	Рис. 9-б
Поток в зазоре $\Phi_{\delta}(R_{\delta})$ -Веберы	$0,92 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$2,34 \cdot 10^{-4}$	$0,242 \cdot 10^{-4}$
Индукция в зазоре	0,0732	0,0836	0,1863	0,0193

$B_{\delta, cp}$ -Теслы				
Сила $f_{z, nm}$ -Ньютоны (расчёт по полю, «ELCUT»)	-	-	<b>14,98</b>	-7,67
Сила $f_{z, nm}$ -Ньютоны (аналитический расч.)	-	-	<b>17,35</b>	-

В таблице 1 для задачи №3, когда магнитные поля постоянного магнита и соленоида действуют согласно, приведен также результат аналитического расчёта усилия  $f_{z, nm}$  по следующей формуле:

$$f_{z, nm} = \frac{B_{\delta, cp}^2 \cdot S_{\delta}}{2 \cdot \mu_0} = \frac{0.1863^2 \cdot 0.1256.6 \times 10^{-6}}{2 \cdot 4\pi \times 10^{-7}} = 17.35H \quad , \quad (6)$$

где значение  $B_{\delta, cp}$  берется из решения задачи №3.

Строго говоря, формула (6) справедлива тогда, когда магнитное поле в зазоре однородно и когда допустимо применение закона Ома для магнитной цепи. Тем не менее, возможность использования её в данном случае следует из рассмотрения картины магнитного поля в задаче №3 (смотри рис. 6), где поле может быть принято условно однородным, о чем также свидетельствует результат (6) в сравнении со значением  $f_{z, nm} = 14,98 H$  из таблицы 1.

В целом, анализ результатов таблицы 1 в отношении зависимостей  $\Phi_{\delta}(r)$ , а также значений  $\Phi_{\delta}(R_{\delta})$  или  $B_{\delta, cp}$  показывает, что точное удовлетворение условиям (2)-(4) приводит к приближённому выполнению условий (1). Более того, появляется возможность использования формулы (6) для приближённой оценки среднего значения индукции результирующего магнитного поля в зазоре, если задано требуемое усилие  $f_{z, nm}$  и известна геометрия зазора  $S_{\delta} = \pi R_{\delta}^2$ . Таким образом, исходя из формулы (6), можно получить, что:

$$B_{\delta, cp}^{(рез)} = \sqrt{\frac{2\mu_0 f_{z, nm}}{S_{\delta}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot f_{z, nm}}{\pi R_{\delta}^2}} = \sqrt{\frac{0.8 \cdot f_{z, nm}}{R_{\delta}}} \quad , \quad (7)$$

где единицы измерения  $[f_{z, nm}] = H$ ,  $[R_{\delta}] = мм$ ,  $[B_{\delta, cp}] = T$ .

Теперь можно оценить среднее значение индукции в зазоре, которое обусловлено либо только полем постоянного магнита, либо только полем соленоида. Эти значения должны быть равны и будут определяться, как-

$$B_{\delta, \text{cp}}^{(м)} = B_{\delta, \text{cp}}^{(к)} = \frac{B_{\delta, \text{cp}}^{(\text{рез})}}{2} \quad (8)$$

Далее, выбирая параметры магнита ( $H_c$  и  $b_m$ ) и задавая расчётной плотностью тока катушки ( $j_{\text{расч}}$ ), можно из выражения (4) найти сечение катушки  $S_k = h_k \cdot l_k$ , после чего легко определить величину  $l_k$ .

Из данных таблицы 1 следует отметить ещё один результат. Это неравенство сил притяжения и отталкивания постоянного магнита, то есть:

$$f_{z, \text{пм}}^{(\text{прит})} \neq f_{z, \text{пм}}^{(\text{отт})}$$

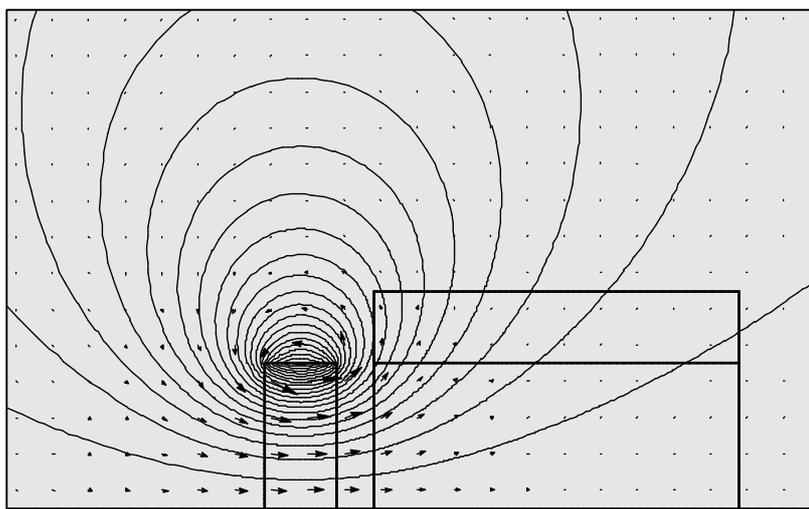
Указанное обстоятельство объясняется тем, что структура магнитных полей для этих двух случаев различна, о чем свидетельствуют картины полей, изображенные на рис. 6 и рис. 7. В конечном итоге отмеченный факт будет приводить к тому, что в зависимости  $f_{z, \text{пм}}(t)$  окажется нежелательная постоянная составляющая силы, которую впрочем, можно, как будет показано ниже, исключить за счет соответствующим образом организованного источника питания.

На основании вышеизложенного можно сделать первый и очень важный практический вывод, суть которого в следующем. Для получения значительных усилий при ограниченных радиально-осевых размерах подвижной части устройства требуются более сильные магнитные поля (формулы 6-8). Этого можно достичь, используя лишь более сильные постоянные магниты. Таковыми в настоящее время являются постоянные магниты типа Sm-Co (Самарий-Кобальт) и Nd-Fe-B (Ниодим-Железо-Бор), коэрцитивная сила которых  $H_c$  имеет значения от 700 до 1000  $KA/m$ . Однако, эти магниты очень дорогие и могут оказаться невыгодными с экономической точки зрения. Кроме того, при использовании таких магнитов потребуются и более мощные соленоиды. Но при ограниченных радиально-осевых размерах неподвижной части устройства в рамках конструктивного исполнения по рис. 1 может оказаться недопустимо высокой расчётная плотность тока (формула 4). Снижение расчётной плотности тока за счет уменьшения радиального размера ферромагнитного сердечника невозможно, так как это ведет к уменьшению площади поперечного сечения полезного зазора, а следовательно, и к снижению усилия (формула 6).

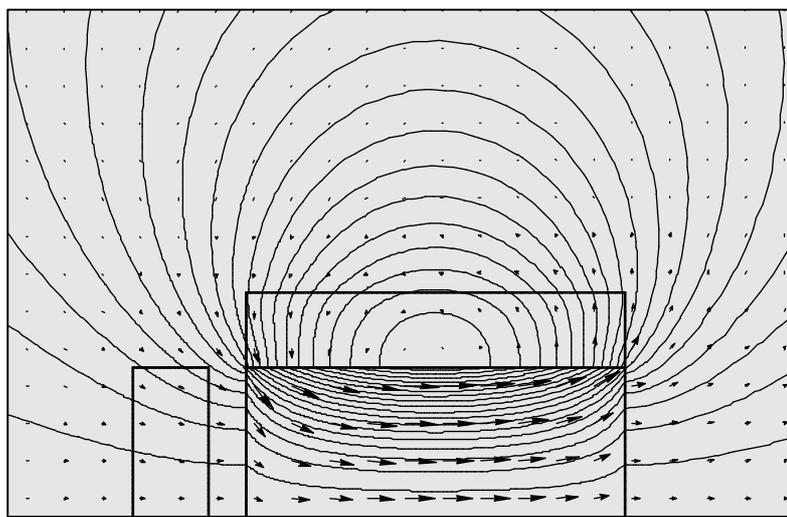
Поэтому, выбирая в качестве основной конструктивную схему, показанную на рис. 1, возможен следующий путь решения проблемы в целом.

При максимально ограниченных габаритах устройства и приемлемом значении расчётной плотности тока в катушке соленоида сначала надо определить требуемые характеристики и тип постоянного магнита и только после этого рассчитать усилие, которое может быть реализовано при заданных условиях. Результаты выполненных таким образом расчётов следует считать предельными и на их основе в дальнейшем можно уже будет вести оптимизацию всей конструкции по любым параметрам.

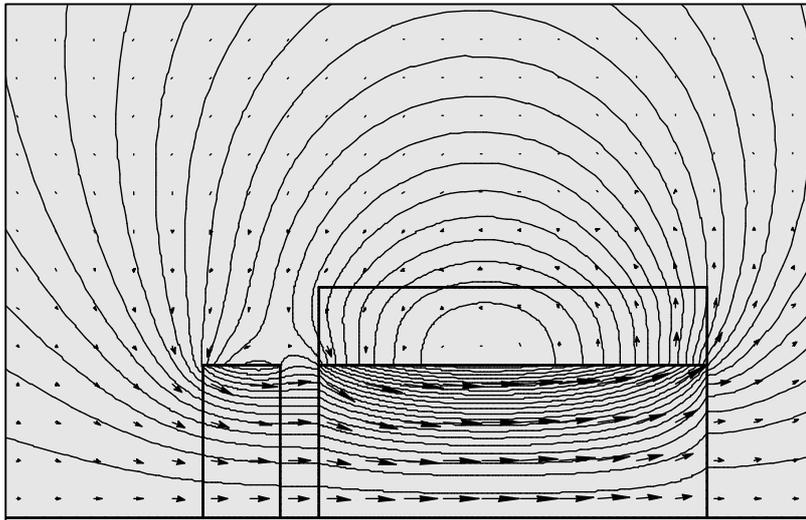
Тем не менее, при дальнейших исследованиях для возможности сравнения вновь получаемых результатов с уже имеющимися все выбранные и вышеприведенные исходные данные сохранены.



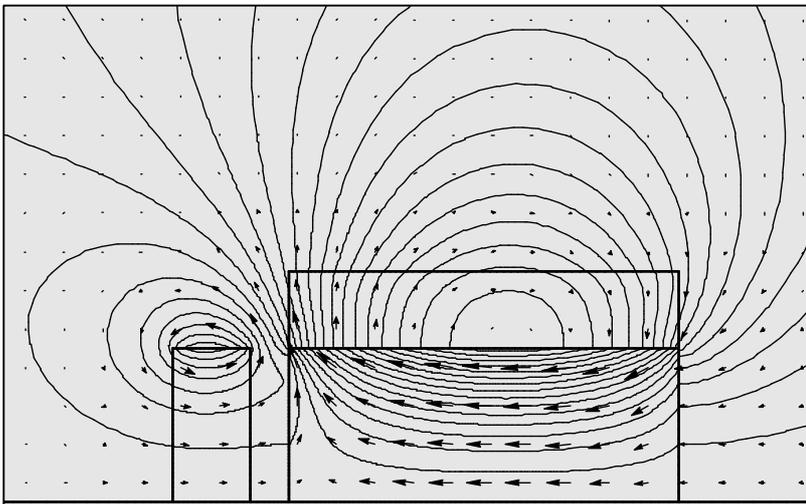
**Рис. 4.** Картина магнитного поля постоянного магнита.  
Задача №1,  $H_c = 3 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $F_m = 3 \cdot 10^3 \text{ A}$ ,  $J_{\text{расч}} = 0$ ,  $\mu_{\text{серд}} = \mu_0$ .



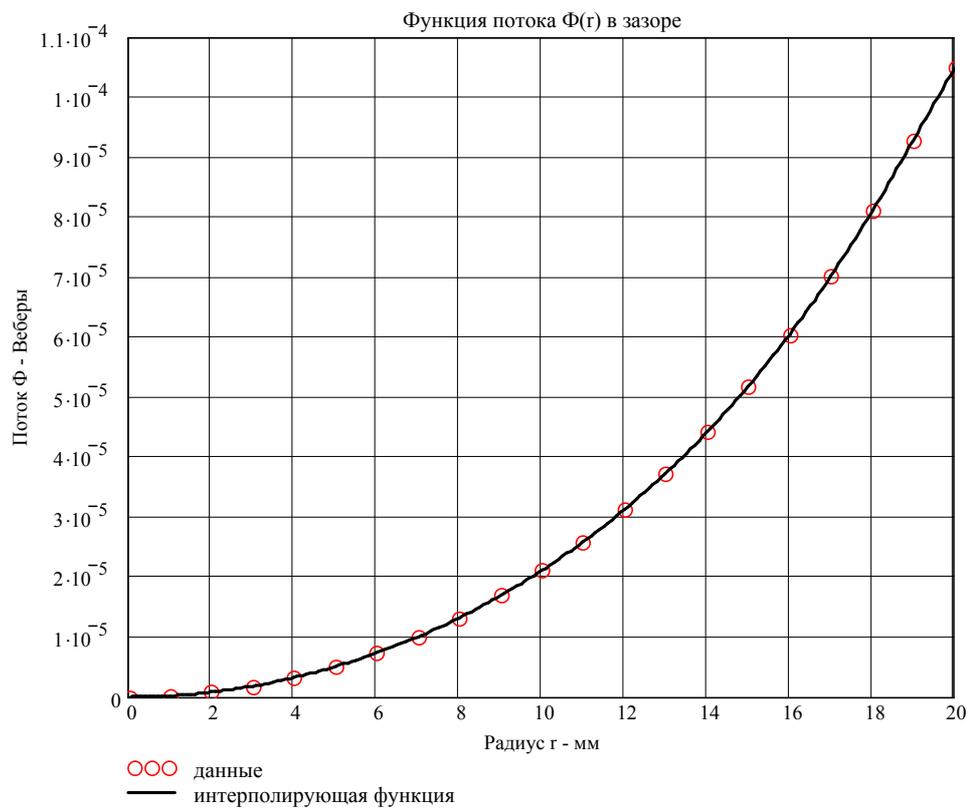
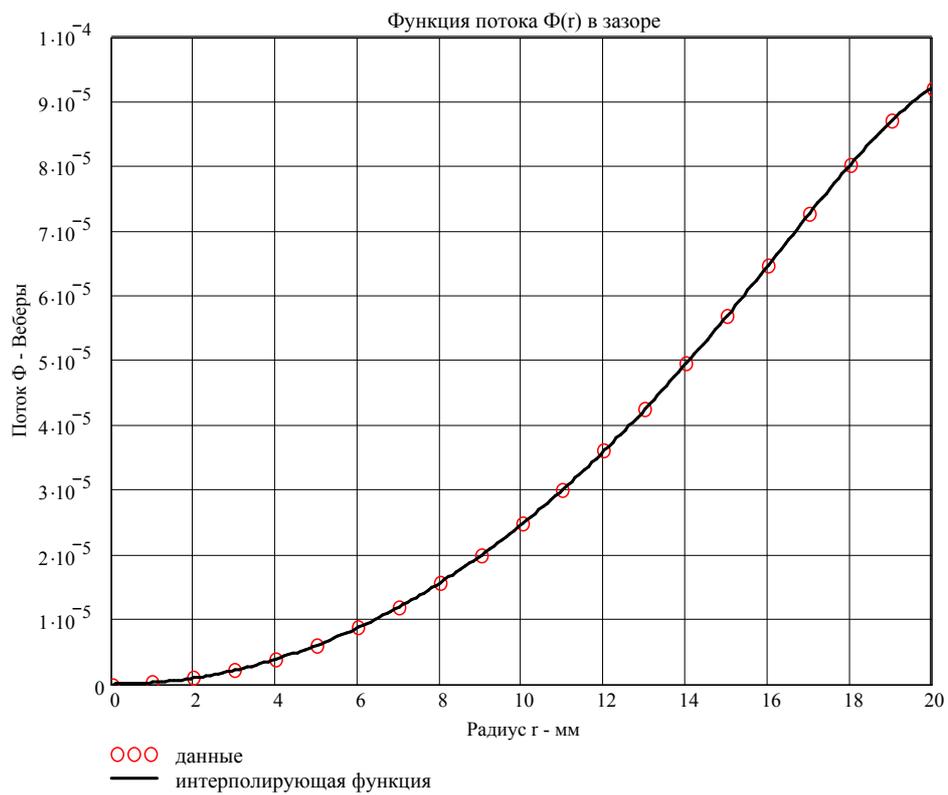
**Рис. 5.** Картина магнитного поля катушки соленоида с ферромагнитным сердечником. Задача №2,  $J_{\text{расч}} = 6 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$ ,  $F_k = 3 \cdot 10^3 \text{ A}$ ,  $\mu_{\text{серд}} = \mu(H)$ ,  $H_c = 0$ .



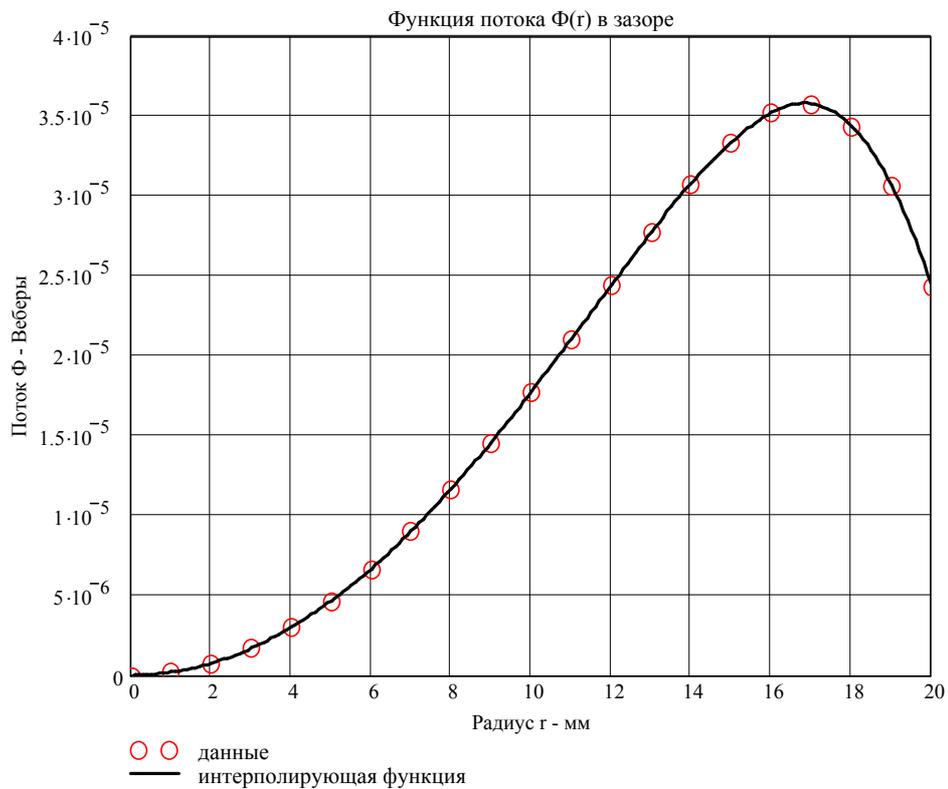
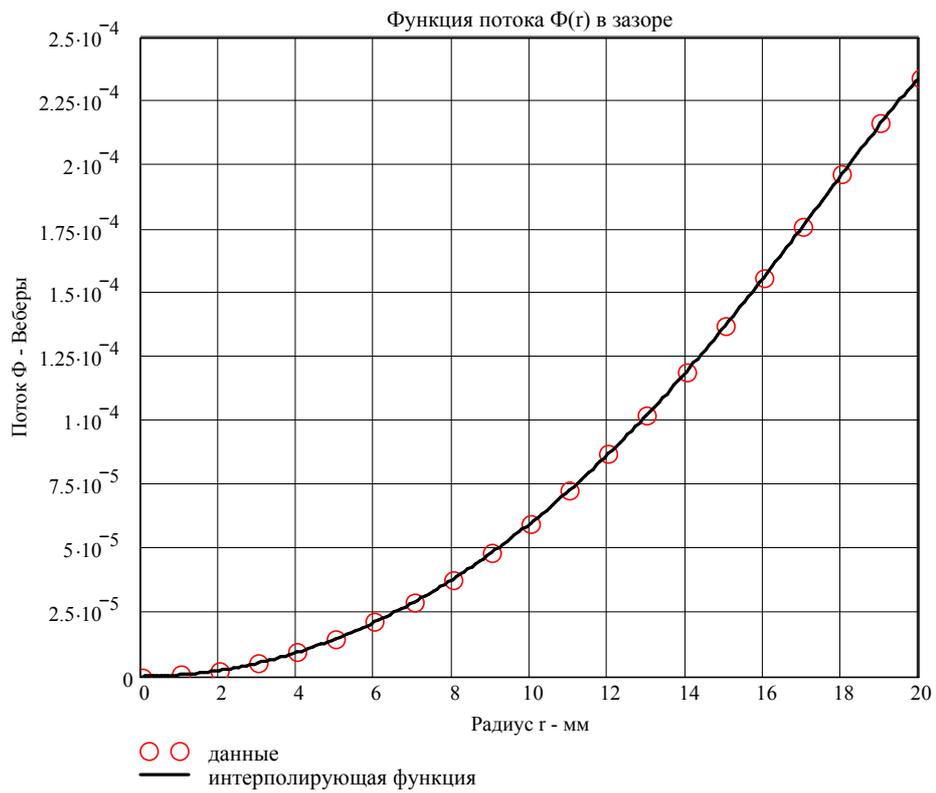
**Рис. 6.** Картина результирующего магнитного поля, когда поля постоянного магнита и катушки соленоида направлены согласно. Задача №3,  $H_c = 3 \cdot 10^5$  А/м,  $J_{расч} = 6 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>,  $\mu_{серд} = \mu(H)$ ,  $f_{пм} = 14.98$  Н



**Рис. 7.** Картина результирующего магнитного поля, когда поля постоянного магнита и катушки соленоида направлены встречно. Задача №4,  $H_c = 3 \cdot 10^5$  А/м,  $J_{расч} = -6 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>,  $\mu_{серд} = \mu(H)$ ,  $f_{пм} = -7.67$  Н



**Рис. 8.** Функции потока  $\Phi_{\delta}(r)$  в середине зазора: сверху (а) – поле постоянного магнита; внизу (б) – поле соленоида



**Рис. 9.** Функции потока  $\Phi_{\delta}(r)$  в середине зазора. Результирующие поля ПМ и КС: вверху (а) – поля ПМ и КС действуют согласно; внизу б) – поля ПМ и КС действуют встречно

В заключение, рассмотрим ещё один аспект, связанный с необходимостью использования внутри катушки соленоида сплошного ферромагнитного сердечника. В частности, при питании соленоида постоянным током наличие ферромагнитного сердечника уменьшает магнитное сопротивление (или увеличивает магнитную проводимость) для магнитного потока, создаваемого катушкой соленоида, что благоприятно сказывается как на структуре поля внутри катушки и в рабочем зазоре, так и на величине самого магнитного поля. Кроме этого, наличие ферромагнитного сердечника ведет к увеличению индуктивности катушки, что немаловажно, если по условиям задачи требуется иметь катушку с высоким импедансом. Вышесказанное иллюстрируется полевыми расчётами (пакет «ELCUT»), приведенными в таблице 2 (расчёт катушки - витки и ток - смотри ниже, в разд. 3).

Таблица 2

Катушка соленоида ( $w_k=245$ , $I_k=12,245 A$ , $F_k=w_k \cdot I_k=3000 A$ )	$\Phi_{k,max}$	$B_{k,cp}$	$\Phi_{\delta,max}$	$B_{\delta,cp}$	$L_k$
	$B\delta$	$T$	$B\delta$	$T$	$\Gamma H$
Ферромагнитный сердечник есть	$3,65 \cdot 10^{-4}$	0,29	$1,05 \cdot 10^{-4}$	0,0836	0,00595
Ферромагнитного сердечника нет	$0,706 \cdot 10^{-4}$	0,0562	$0,358 \cdot 10^{-4}$	0,0285	0,0017

Результаты таблицы 2 показывают, что наличие ферромагнитного сердечника усиливает поле внутри катушки в пять раз, поле в зазоре в три раза, а индуктивность катушки увеличивается в три с половиной раза.

С другой стороны, при питании катушки соленоида переменным током с широким диапазоном изменения частоты, наличие сплошного ферромагнитного сердечника сопровождается проявлением в нем резко выраженного поверхностного эффекта, особенно при высоких частотах. При этом магнитное поле вытесняется на наружную поверхность сердечника, а плотность индуцированного вихревого тока может достичь предельных значений, вызывая дополнительные потери в виде тепла.

Для оценки в чистом виде явлений поверхностного эффекта, когда поле постоянного магнита отсутствует, были выполнены расчёты нелинейного нестационарного переменного магнитного поля соленоида с ферромагнитным сердечником при частоте переменного тока в катушке  $f = 50$  и  $500 \Gammaц$  (пакет «ELCUT»). Результаты таких расчётов приведены в таблице 3 и на рисунках 10-13.

Таблица 3

f	j <sub>m,расч</sub>	J <sub>вихр(0)</sub>	μ <sub>e</sub> = μ(0)	Δ <sub>a</sub>	Затухание поля	
					Численный расчёт	Плоская волна λ/2 = π · Δ <sub>a</sub>
Гц	A/мм <sup>2</sup>	A/мм <sup>2</sup>	o.e.	мм	мм	мм
50	6	6,33	293	1,5	4,5	4,7
500	6	44,2	89	0,86	2,5	2,7

На рис. 10 и 12 показано изменение во времени и соотношение расчётного значения сторонней плотности тока в катушке и плотности индуктированного вихревого тока на поверхности ферромагнитного сердечника в его центральной части, а на рис. 11 и 13 – процесс затухания плотности вихревого тока по мере проникновения магнитного поля вглубь сердечника.

Из рис. 10 и 12 следует, что плотность вихревого тока на поверхности ферромагнитного сердечника запаздывает относительно плотности тока в катушке на четверть периода, то есть на ту же величину, что и в процессе распространения плоской электромагнитной волны в проводящую ферромагнитную среду. Поэтому в таблице 3 произведено сравнение результатов численного расчёта поля в реальной конструкции с известными аналитическими решениями для плоской электромагнитной волны.

В частности, для плоской электромагнитной волны эквивалентная глубина проникновения поля Δ<sub>a</sub> равна:

$$\Delta_a = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_e \gamma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \cdot \mu_e \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \gamma}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{f \mu_e \gamma \cdot 10^{-7}}}, \quad (9)$$

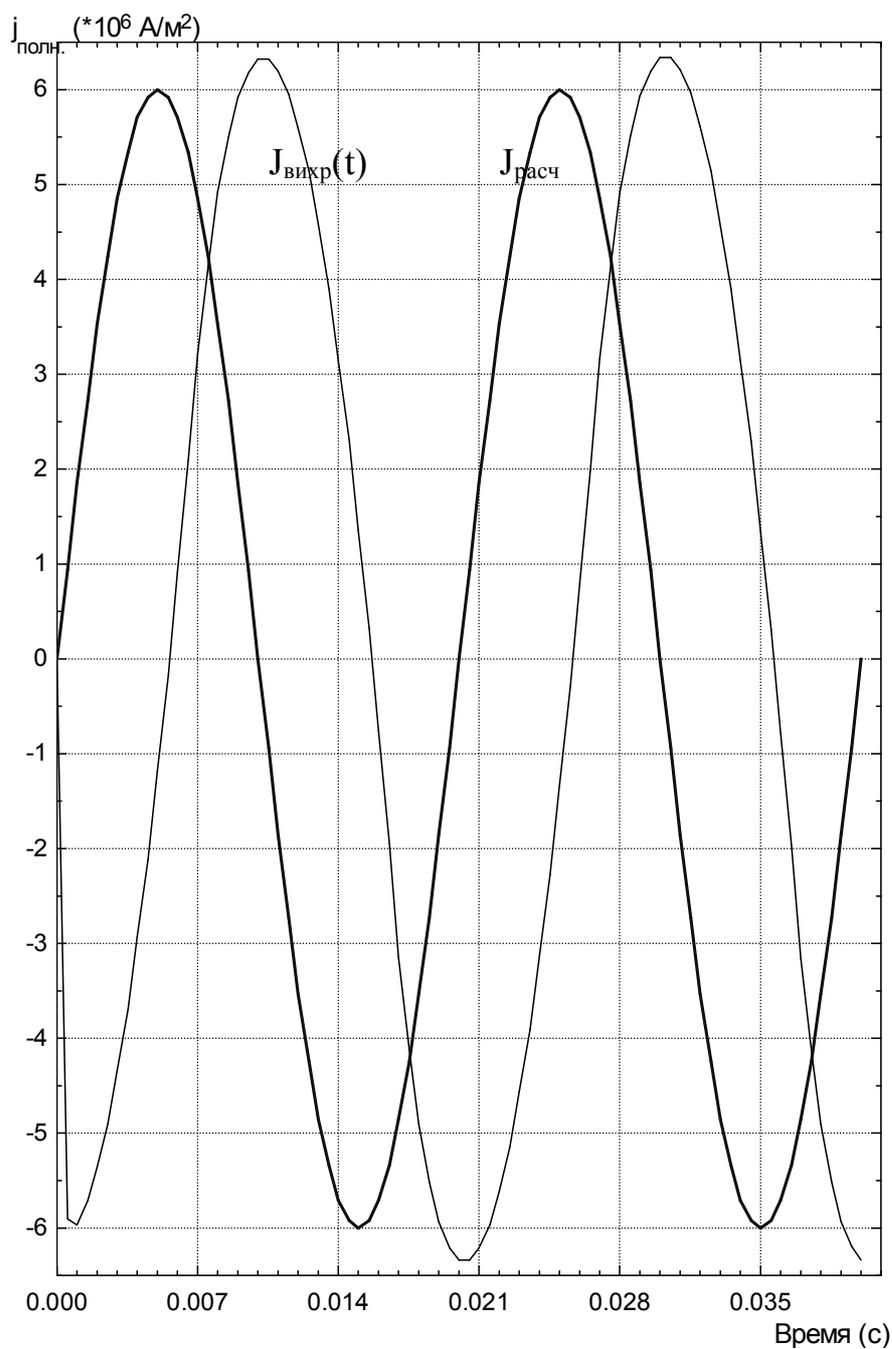
где μ<sub>e</sub> = μ(0) – относительное значение магнитной проницаемости на поверхности ферромагнитного сердечника (определяется из расчёта поля); γ – удельная электрическая проводимость материала сердечника (для Ст.3 γ = 7,69 · 10<sup>6</sup> 1/Ом·м).

При этом, плоская электромагнитная волна, проникая вглубь среды, затухает практически до нуля, как известно, на половине длины волны λ, которая равна 2π · Δ<sub>a</sub>.

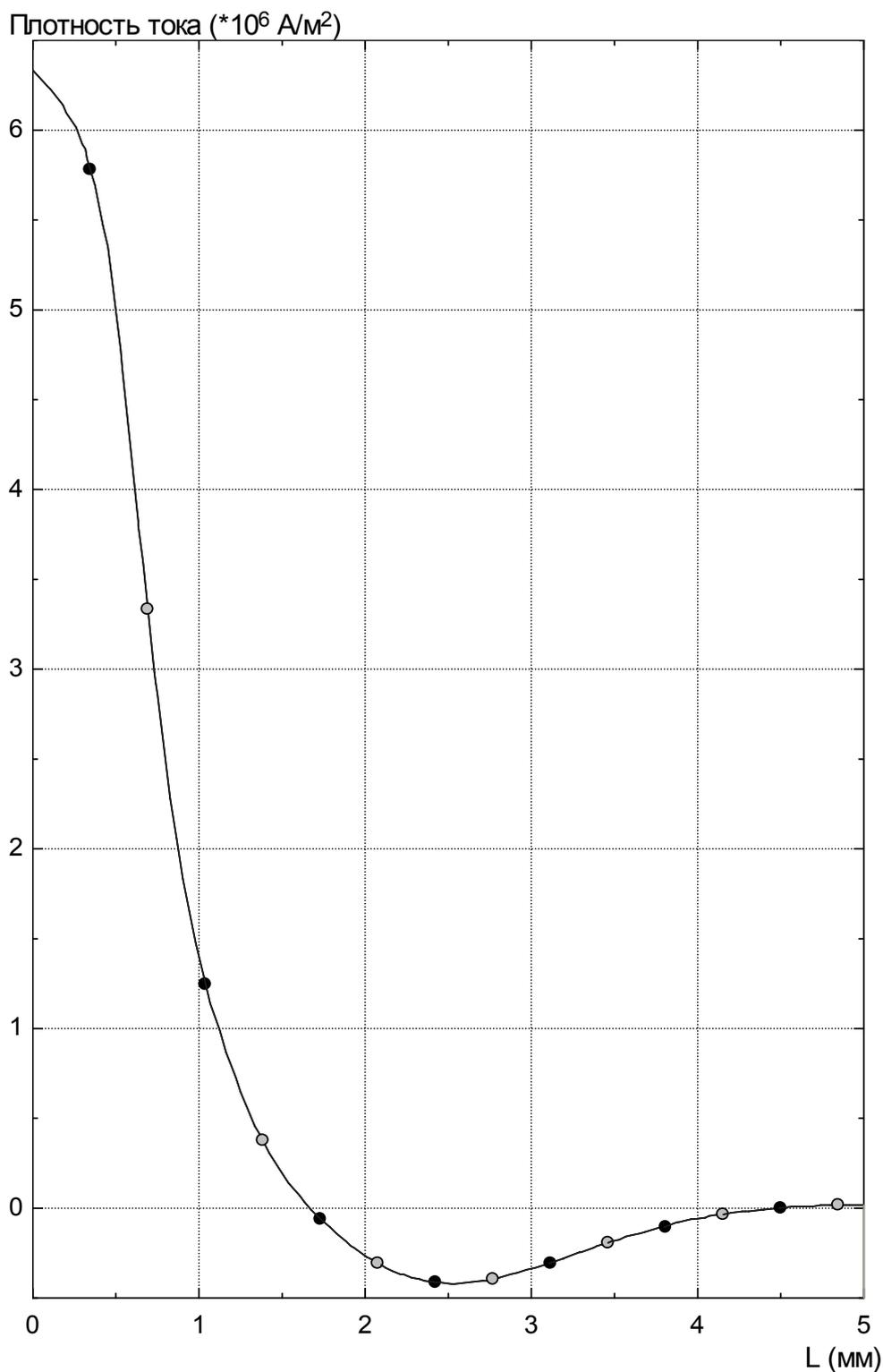
Таким образом, следует отметить, что результаты численных расчётов по затуханию поля, приведённые на рис. 11, 13 и в таблице 3, дают хорошее совпадение с аналогичными аналитическими решениями.

Однако, следует иметь ввиду, что, если на частоте 50 Гц плотность вихревого тока  $J_{\text{вихр}}(0)$  на поверхности ферромагнитного сердечника имеет ещё приемлемое значение ( $6,33 \text{ А/мм}^2$ ), то при  $f = 500 \text{ Гц}$  она недопустимо велика ( $44,2 \text{ А/мм}^2$ ). Для борьбы с этим нежелательным явлением предлагается следующее конструктивное решение в отношении ферромагнитного сердечника. Так, если на поверхности сердечника в осевом направлении профрезеровать узкие щели на глубину затухания поля, то возможность протекания вихревых токов в тангенциальном направлении будет ограничена или вовсе сведена на нет. При этом полезные свойства сердечника для проведения осевого магнитного потока сохранятся. С физической точки зрения при моделировании в пакете «ELCUT» такой конструкции в зоне расположения щелей достаточно задать значение  $\gamma = 0$ , сохранив при этом магнитную характеристику материала сердечника  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ .

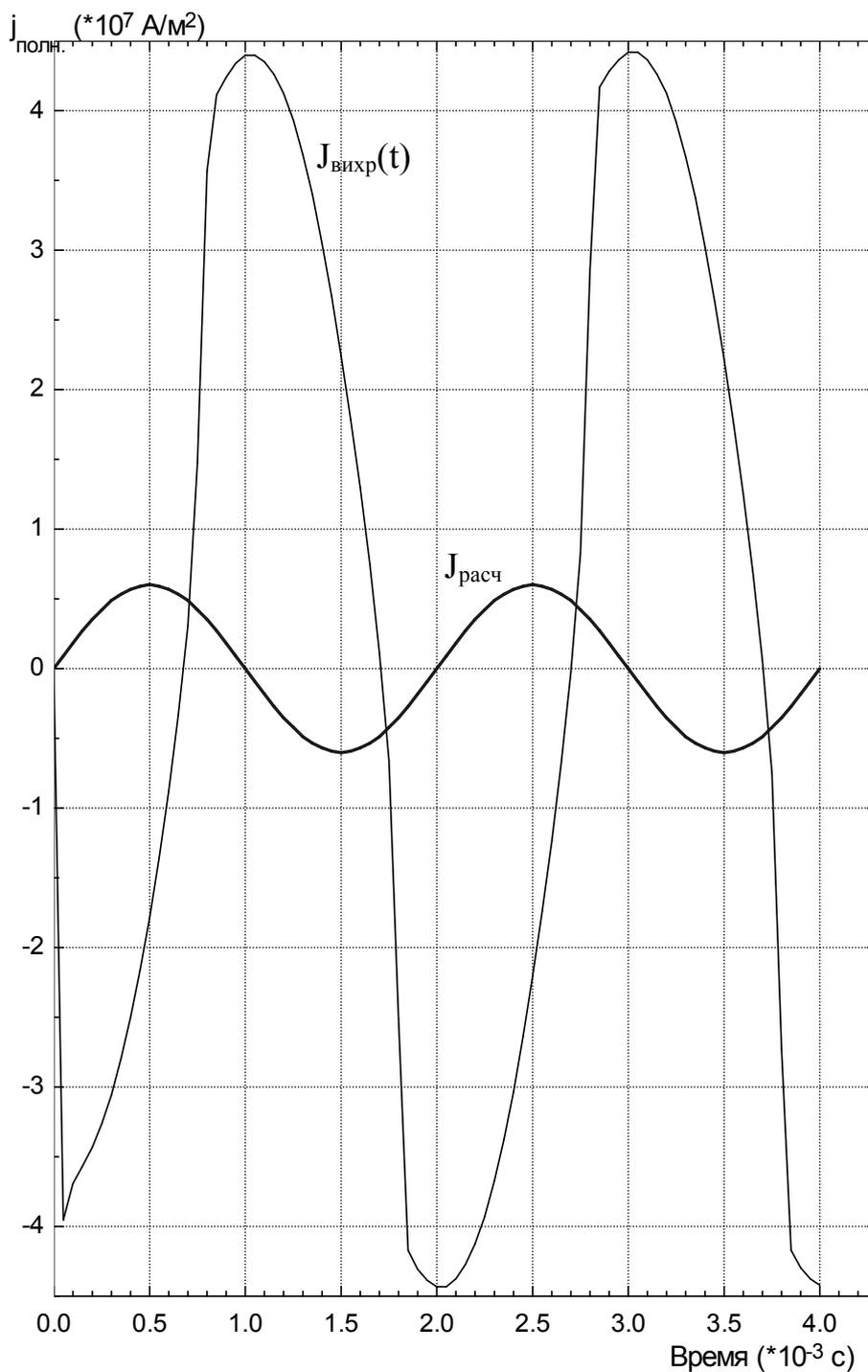
Выше отмечалось, что при питании катушки соленоида постоянным током различного направления сила притяжения постоянного магнита не равна силе отталкивания. Очевидно, что подобный эффект будет наблюдаться и при питании катушки соленоида переменным током. Для устранения данного эффекта предлагается в источник питания переменного тока вводить постоянную составляющую тока, причем такого направления, при котором небаланс сил притяжения и сил отталкивания сводился бы к нулю. Технически это осуществимо, хотя несколько и усложняет источник питания.



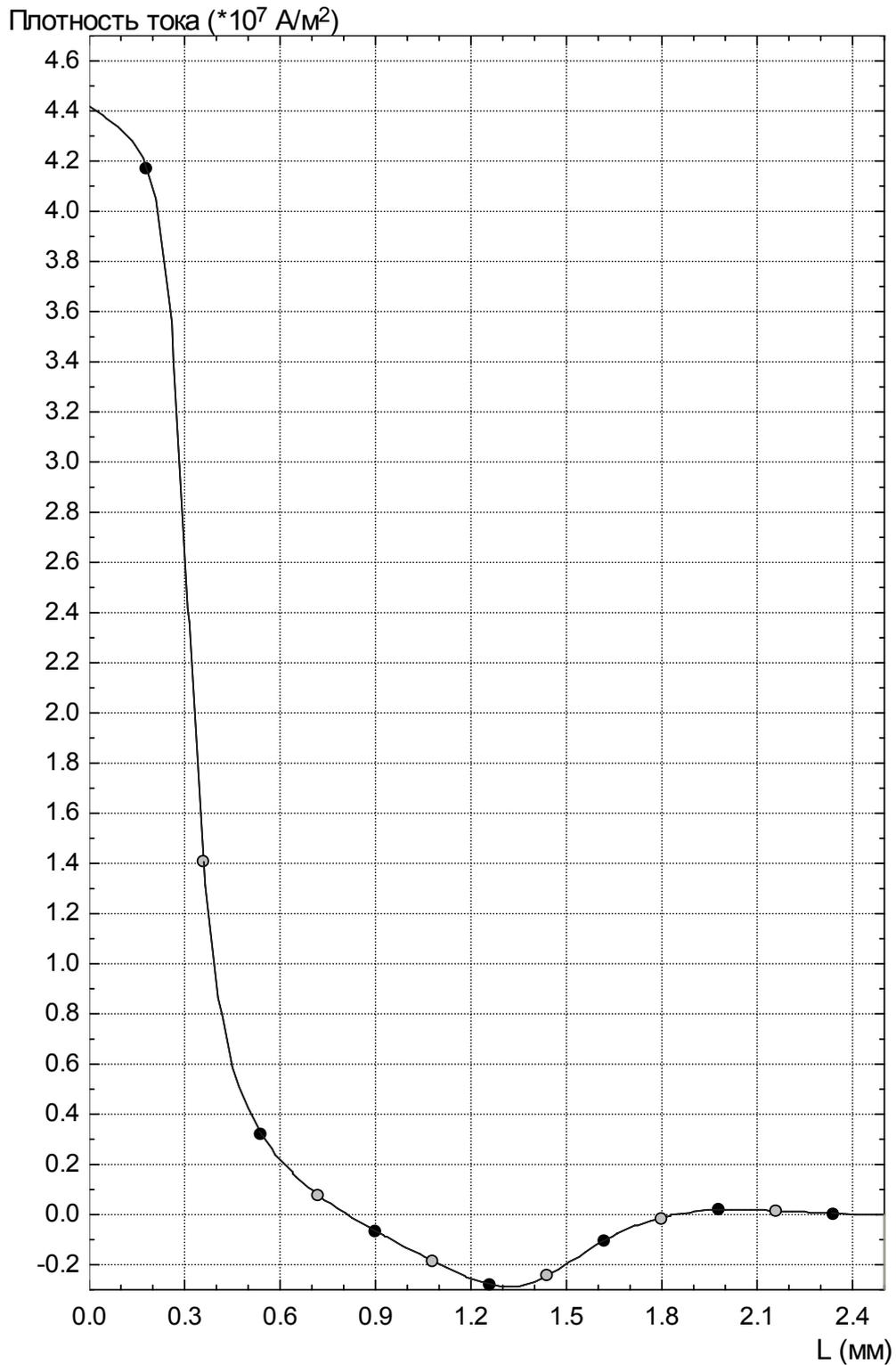
**Рис. 10.** Изменение во времени мгновенного значения плотности вихревого тока  $J_{\text{вихр}}(t)$  на поверхности ферромагнитного сердечника ( $r = 20$  ,) в его центральной части при питании катушки соленоида переменным током с расчётной плотностью тока  $J_{\text{расч}}(t) = j_{\text{м,расч}} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t)$ .  $j_{\text{м,расч}} = 6$   $A/mm^2$ ,  $f = 50$  Гц,  $T = 1/f = 0,02$  сек. Поле постоянного магнита отсутствует.



**Рис. 11.** Распределение плотности вихревого тока  $J_{\text{вихр}}(L)$  в центральной части ферромагнитного сердечника при питании катушки соленоида переменным током с расчётной плотностью  $J_{\text{расч}}(t)=6 \cdot \sin(360 \cdot 50 \cdot t)$  А/мм<sup>2</sup> для момента времени  $t=0,03$  сек. Координата  $L$  отсчитывается от поверхности сердечника к оси.  $J_{\text{вихр}}(0)=6,33$  А/мм<sup>2</sup>. Поле постоянного магнита отсутствует.



**Рис. 12.** Изменение во времени мгновенного значения плотности вихревого тока  $J_{\text{вихр}}(t)$  на поверхности ферромагнитного сердечника ( $r = 20 \text{ мм}$ ) в его центральной части при питании катушки соленоида переменным током с расчётной плотностью тока  $J_{\text{расч}}(t) = j_{\text{м,расч}} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t)$ .  
 $j_{\text{м,расч}} = 6 \text{ А/мм}^2$ ,  $f = 500 \text{ Гц}$ ,  $T = 1/f = 0,002 \text{ сек}$ . Поле постоянного магнита отсутствует.



**Рис. 13.** Распределение плотности вихревого тока  $J_{\text{вихр}}(L)$  в центральной части ферромагнитного сердечника при питании катушки соленоида переменным током с расчётной плотностью  $J_{\text{расч}}(t)=6 \cdot \sin(360 \cdot 500 \cdot t)$  A/мм<sup>2</sup> для момента времени  $t=0,003$  сек. Координата  $L$  отсчитывается от поверхности сердечника к оси.  $J_{\text{вихр}}(0)=44,2$  A/мм<sup>2</sup>. Поле постоянного магнита отсутствует.

## Математическое моделирование электромагнитных полей и расчёт основных характеристик электромагнитного привода

На основании рассуждений и выводов, изложенных в разделе 1 настоящей статьи и в соответствии с расчётной схемой на рис. 1, дальнейшему исследованию подлежали три варианта конструкции электромагнитного привода, которые отличаются друг от друга системой питания катушки соленоида и исполнением ферромагнитного сердечника. Это следующие варианты:

1. Конструкция со сплошным ферромагнитным сердечником. Катушка соленоида запитывается током с расчётной плотностью по закону:

$$J_{\text{расч}}(t) = j_{\text{м,расч}} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t), \quad j_{\text{м,расч}} = 6 \text{ А/мм}^2, \quad f = 50500 \text{ Гц}$$

2. Конструкция со сплошным ферромагнитным сердечником. Катушка соленоида запитывается током с расчётной плотностью по закону:

$$J_{\text{расч}}(t) = J_c + j_{\text{м,расч}} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t), \quad j_{\text{м,расч}} = 6 \text{ А/мм}^2, \quad f = 50500 \text{ Гц}, \quad J_c \neq 0$$

3. Конструкция со сплошным ферромагнитным сердечником и осевыми шлицами. Катушка соленоида запитывается током с расчётной плотностью по закону:

$$J_{\text{расч}}(t) = J_c + j_{\text{м,расч}} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t), \quad j_{\text{м,расч}} = 6 \text{ А/мм}^2, \quad f = 50500 \text{ Гц}, \quad J_c \neq 0,$$

где  $J_c$  – постоянная составляющая расчётной плотности тока, величина и знак которой определяются экспериментально.

Во всех вариантах:

- постоянный магнит – феррит с коэрцитивной силой  $H_c = 3 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ ,
- ферромагнитный сердечник – Сталь 3 с кривой намагничивания  $\mathbf{B(H)}$  по рис. 2 и удельной электрической проводимостью  $\gamma_{\text{ст}} = 7,69 \cdot 10^6 \text{ См/м}$ ,
- геометрические размеры конструкции по данным раздела 1 и рис. 1

$$R_{\text{м}} = 20 \text{ мм}, \quad b_{\text{м}} = 10 \text{ мм};$$

$$R_{\text{кв}} = 20 \text{ мм}, \quad R_{\text{кн}} = 30 \text{ мм}, \quad h_{\text{к}} = 10 \text{ мм}, \quad l_{\text{к}} = 50 \text{ мм};$$

$$\delta = 5 \text{ мм}, \quad R_{\delta} = 20 \text{ мм}.$$

В вариантах с осевыми шлицами в сердечнике высота шлица или толщина шлицевой зоны выбрана в соответствии с результатами рис. 11 и составила 5 мм. Магнитные свойства  $\mathbf{B(H)}$  в этой зоне те же, что и для сплошного ферромагнитного сердечника, а удельная электрическая проводимость  $\gamma_{\text{ст}}$  принимается равной нулю.

Все результаты расчётов, которые приводятся ниже, получены путем решения нелинейной задачи нестационарного магнитного поля с помощью конечно-элементного программного комплекса «ELCUT» (файлы модели см. на диске или на

сайте [www.elcut.ru](http://www.elcut.ru)). Решаемое уравнение поля, записанное через тангенциальную составляющую векторного магнитного потенциала, для осесимметричного случая в плоскости  $r, z$  имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r\mu(H)} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{\mu(H)} \frac{\partial A}{\partial z} \right\} - \gamma_{ст} \frac{\partial A}{\partial t} = -J_{расч}(t) + \left( \frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right),$$

где зависимость  $\mu(\mathbf{H})$  задаётся кривой намагничивания  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ , а  $H_{cr}$  и  $H_{cz}$  составляющие коэрцитивной силы  $H_c$  постоянного магнита.

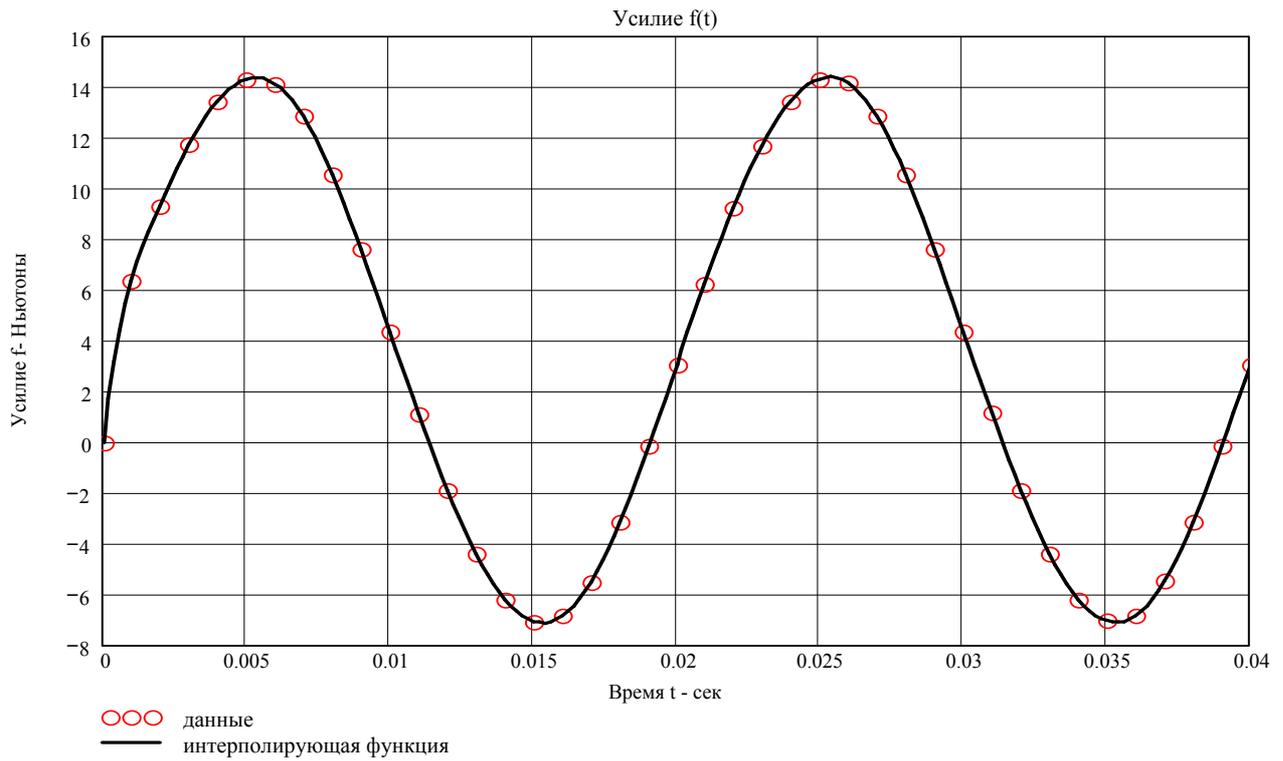
Основные результаты расчётов представлены на рис. 14-19 (это зависимости усилия  $f_{z,пм}$  в функции времени) и в таблице 4.

Таблица 4

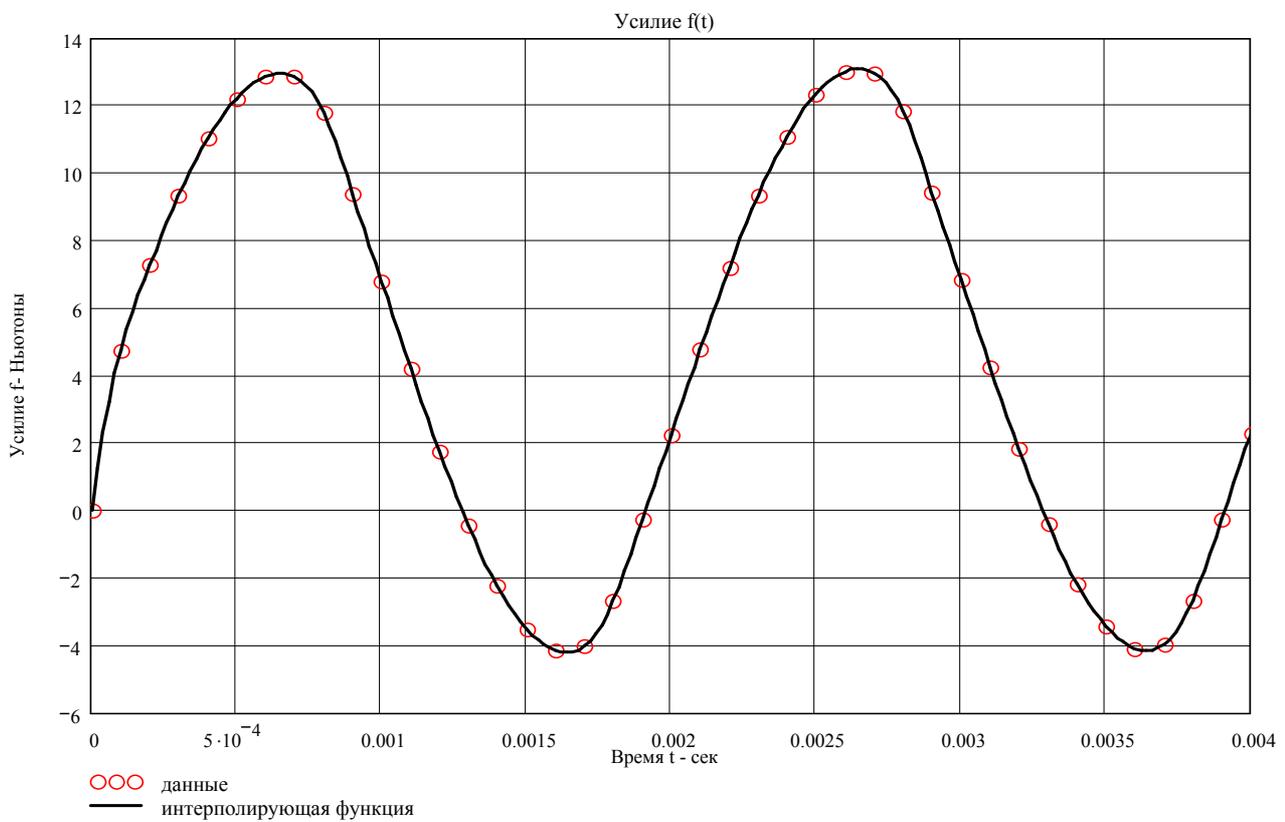
	Ед. изм.	Вариант 1 $J_c = 0$		Вариант 2 $J_c = -2 \text{ A/мм}^2$		Вариант 3 $J_c = -2 \text{ A/мм}^2$	
Частота $f$	$Гц$	50	500	50	500	50	500
Усилие $f_{z,пм}(t)$	-	Рис. 14	Рис. 15	Рис. 16	Рис. 17	Рис. 18	Рис. 19
Максимальное положительное усилие $f_{z,пм, max} = F_{прит}$	$H$	14,3	13,0	10,6	8,18	11,2	11,1
Минимальное отрицательное усилие $f_{z,пм, min} = F_{отг}$	$H$	-7,06	-4,08	-10,7	-8,18	-11,3	-11,3
Среднее значение индукции в зазоре $B_{\delta,ср}$ при $F_{прит}$	$T$	0,181	0,161	0,154	0,136	0,158	0,158
Среднее значение индукции в зазоре $B_{\delta,ср}$ при $F_{отг}$	$T$	0,0236	0,0419	0,0038	0,0154	0,0081	0,008
Индукция на поверхности сердечника в его центральной части $B_{z,серд,пов}$ при $F_{прит}$	$T$	1,62	1,92	1,588	1,829	0,538	0,563

Индукция на поверхности сердечника в его центральной части $V_{z, \text{серд, пов}}$ при $F_{\text{отг}}$	$T$	-1,596	-1,896	-1,623	-1,846	-0,717	-0,77
Плотность вихревого тока в сердечнике $\delta_{\text{в, серд}}(r, t)^*$	$A/\text{мм}^2$	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,03 \text{ сек}$ 6,24	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,003 \text{ сек}$ 43,8	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,03 \text{ сек}$ 6,185	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,003 \text{ сек}$ 59,2	$r=15 \text{ мм}$ $t=0,033 \text{ сек}$ 0,877	$r=15 \text{ мм}$ $t=0,0034 \text{ сек}$ 2,27
Тепловыделение в сердечнике $Q_{\text{серд}}(r, t)^*$	$\text{Вт}/\text{с}$ $\text{м}^3$	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,03 \text{ сек}$ 5,062	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,003 \text{ сек}$ 249,7	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,03 \text{ сек}$ 4,974	$r=20 \text{ мм}$ $t=0,003 \text{ сек}$ 455,2	$r=15 \text{ мм}$ $t=0,033 \text{ сек}$ 0,1	$r=15 \text{ мм}$ $t=0,0034 \text{ сек}$ 0,672

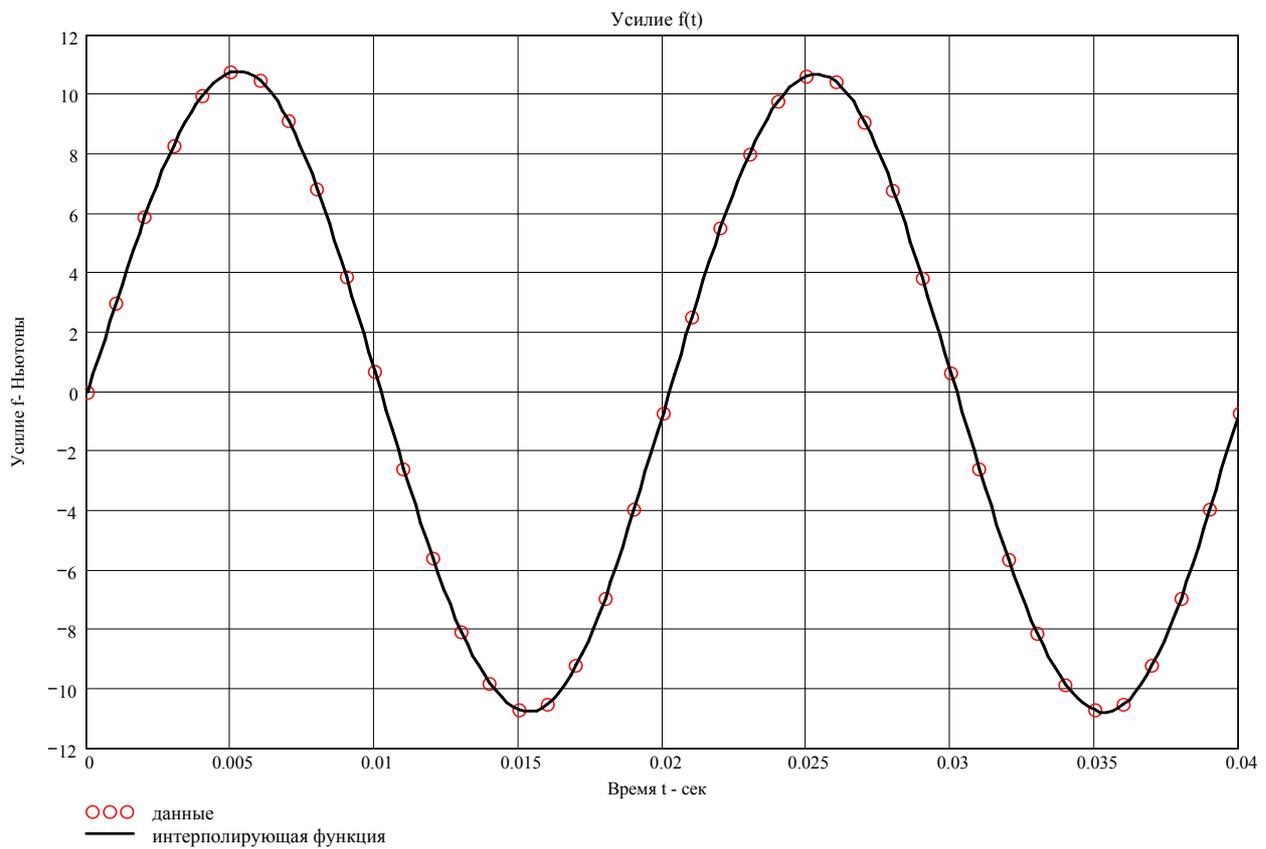
\*)  $r = 20 \text{ мм}$  – наружный радиус сплошного ферромагнитного сердечника (смотри рис. 1);  $r = 15 \text{ мм}$  – радиус ферромагнитного сердечника, начиная с которого появляются осевые шлицы;  $t = 0,03 \text{ сек}$ ,  $0,003 \text{ сек}$  при  $r = 20 \text{ мм}$  и  $t = 0,033 \text{ сек}$ ,  $0,0034 \text{ сек}$  при  $r = 15 \text{ мм}$  – значения времени, при которых значения плотности вихревого тока в сердечнике достигают своего максимального значения (смотри, например, рис. 10 и 12).



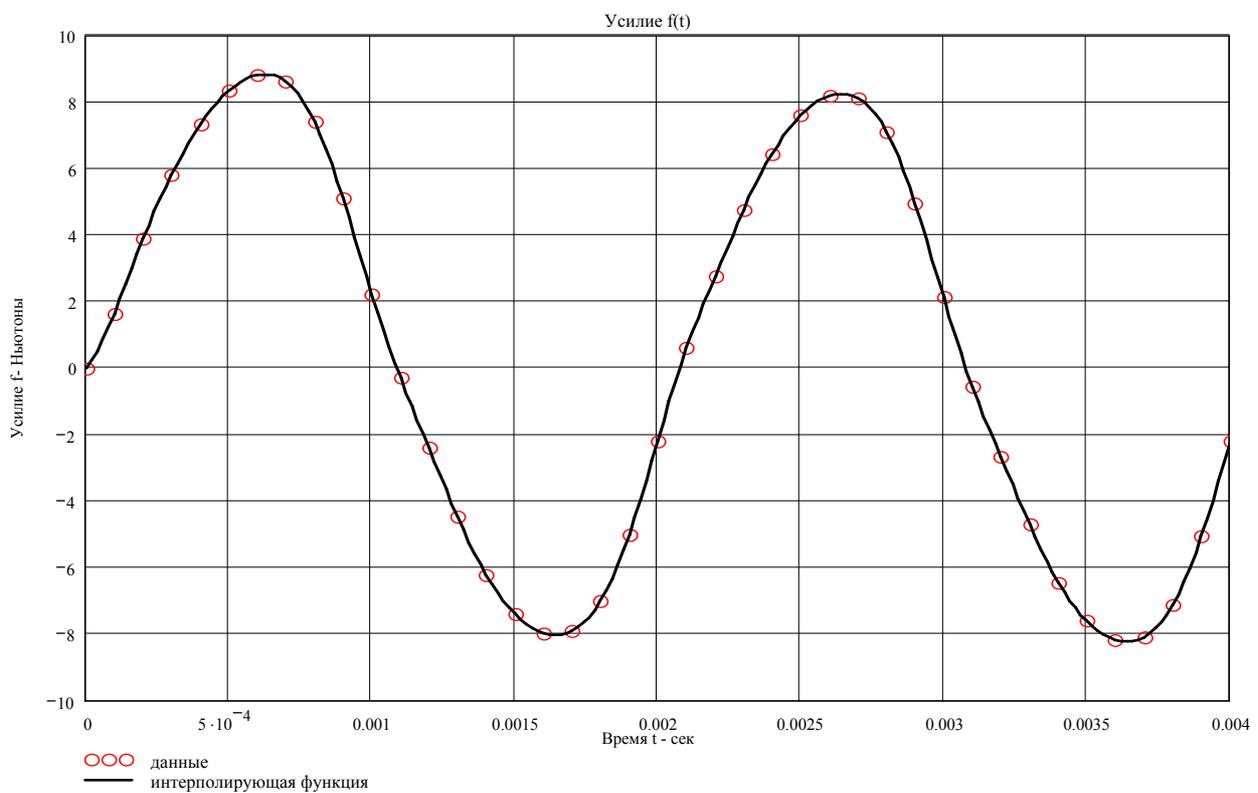
**Рис. 14.** Катушка соленоида со сплошным ферромагнитным сердечником. Вариант 1:  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $J_c = 0$ .



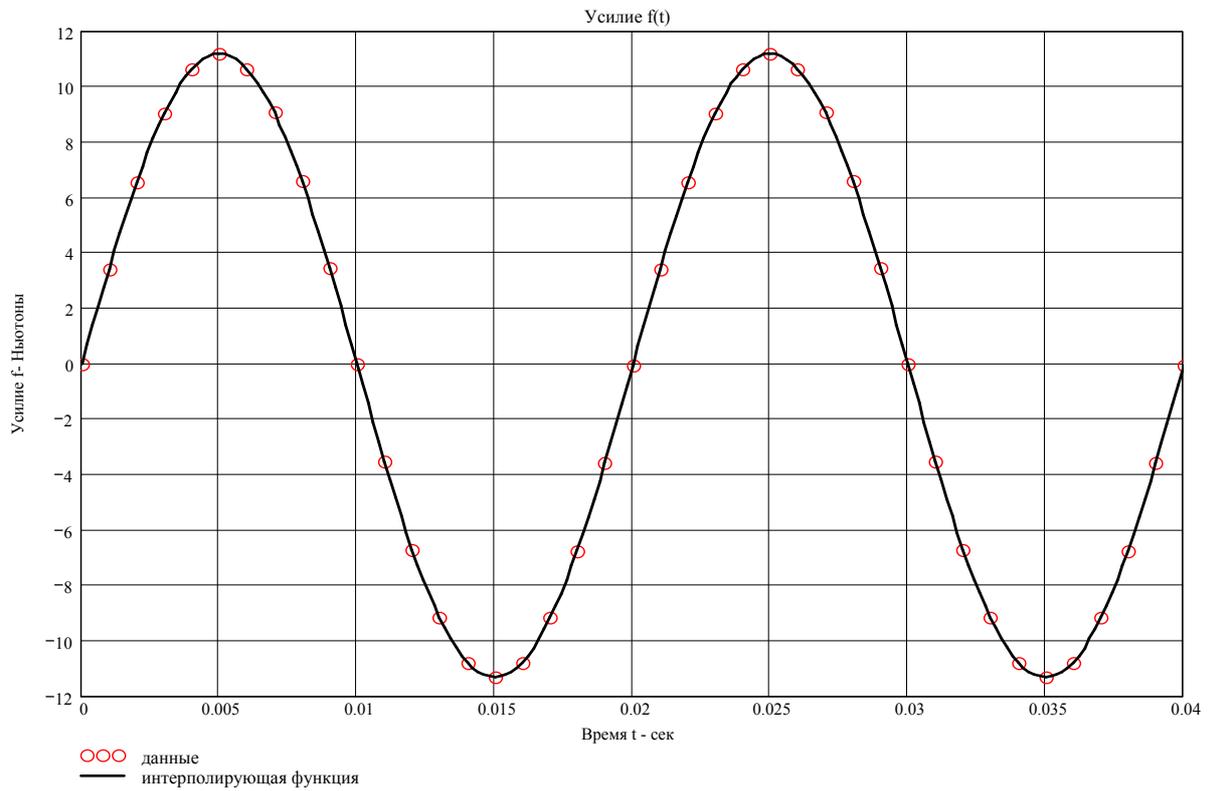
**Рис. 15.** Катушка соленоида со сплошным ферромагнитным сердечником. Вариант 1:  $f = 500 \text{ Гц}$ ,  $J_c = 0$ .



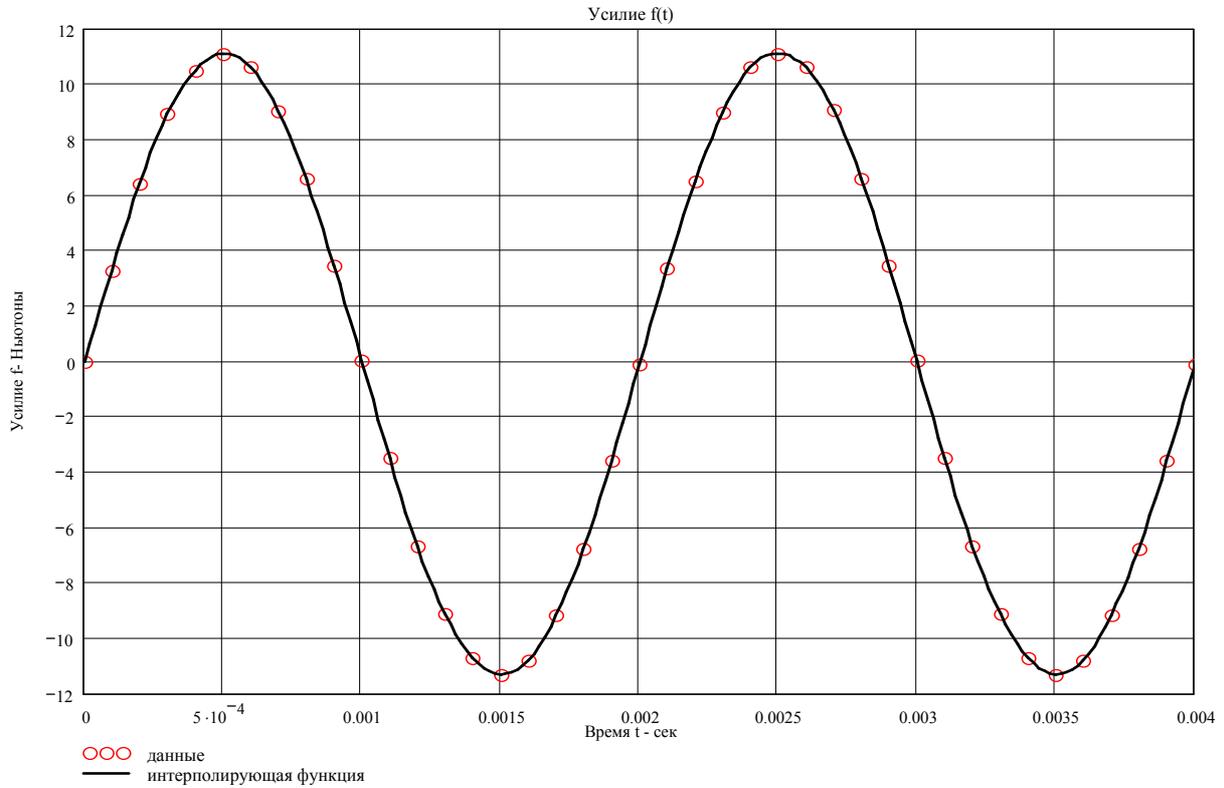
**Рис. 16.** Катушка соленоида со сплошным ферромагнитным сердечником. Вариант 2:  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $J_c = -2 \text{ А/мм}^2$ .



**Рис. 17.** Катушка соленоида со сплошным ферромагнитным сердечником. Вариант 2:  $f = 500 \text{ Гц}$ ,  $J_c = -2 \text{ А/мм}^2$ .



**Рис. 18.** Катушка соленоида с ферромагнитным сердечником и осевыми шлицами. Вариант 3:  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $J_c = -2 \text{ А/мм}^2$ .



**Рис. 19.** Катушка соленоида с ферромагнитным сердечником и осевыми шлицами. Вариант 3:  $f = 500 \text{ Гц}$ ,  $J_c = -2 \text{ А/мм}^2$ .

Анализ полученных результатов моделирования и расчётов позволяет сделать следующие выводы и показывает, что:

1. Во всех трёх вариантах расчёта знакопеременное усилие, действующее на постоянный магнит, уже на втором периоде нестационарного процесса достигает установившихся значений и изменяется по гармоническому (практически синусоидальному) закону.
2. В варианте 1 на обеих крайних частотах сила притяжения постоянного магнита не равна силе отталкивания, в результате чего появляется постоянная составляющая силы, которая тем больше, чем больше частота переменного тока, питающего катушку соленоида электромагнитного привода.
3. В вариантах 2 и 3 введение в цепь питания постоянной составляющей тока определенного направления и значения выравнивает абсолютные значения сил притяжения и отталкивания. Постоянная составляющая силы исчезает, а кривая знакопеременного усилия становится симметричной относительно оси времени.
4. Средние значения магнитной индукции результирующего поля в зазоре, когда магнитные поля постоянного магнита и катушки соленоида действуют согласно и встречно, имеют приемлемые значения, мало отличающиеся от тех величин, которые приведены в таблице 1.
5. В вариантах 1 и 2 значения магнитной индукции на поверхности ферромагнитного сердечника в его центральной части допустимы, хотя и соответствуют колену кривой намагничивания при частоте  $50 \text{ Гц}$  и уровню насыщения ферромагнитного материала при частоте  $500 \text{ Гц}$ . Лучшие результаты здесь получаются в варианте 3.
6. Во всех вариантах расчёта (когда  $f_{z, \text{пм}, \text{max}} = F_{\text{прит}}$ ) значительные различия между индукциями магнитного поля в зазоре и на поверхности сердечника указывают на большие поля рассеяния в этих вариантах, что объясняется относительно большим и тем не менее необходимым зазором между постоянным магнитом и катушкой соленоида. Лучшие результаты в этом плане получаются в варианте расчёта 3.
7. В вариантах 1 и 2 плотности вихревых токов и тепловыделения на поверхности ферромагнитного сердечника имеют приемлемые значения только на частоте

50 Гц и совершенно недопустимы при  $f = 500$  Гц. Опять же лучшие результаты здесь наблюдаются в варианте расчёта 3.

Таким образом, согласно вышеизложенному, по всем показателям наиболее предпочтительным оказывается вариант конструкции под номером 3 и поэтому именно его предлагается использовать для создания опытного образца электромагнитного привода.

### 3. Расчёт обмотки соленоида электромагнитного привода

Выбираем провод марки ПЭТ-155 (ГОСТ 21428-75). Это круглый провод, изолированный высокопрочной эмалью повышенной нагревостойкости. Ему соответствует:

Класс изоляции – В

Рабочая температура –  $t_p = 130$  °С (длительно)

Перегрев –  $t_{п} = 110$  °С

Температурный коэффициент увеличения сопротивления

$$K_{110^\circ} = 1 + 0,004 \cdot t_{п} = 1 + 0,004 \cdot 110 = 1,44$$

В результате ряда последовательных приближений выбранный провод имеет следующие геометрические размеры:

- диаметр неизолированного провода  $d_{неиз} = 1,16$  мм

- диаметр изолированного провода  $d_{из} = 1,24$  мм

- сечение неизолированного провода  $S_{неиз} = 1,057$  мм<sup>2</sup>

Далее расчёт ведётся следующим образом:

1. Окно под обмотку (катушку) соленоида имеет сечение (смотри рис. 1)

$$S_k = h_k \cdot l_k = 10 \cdot 50 = 500 \text{ мм}^2$$

2. Число слоёв  $n_{сл}$  по высоте катушки  $h_k$  при коэффициенте плотности намотки

$$\kappa_{п} = 0,85-0,9 \text{ (}\kappa_{п,ср} = 0,875\text{) равно:}$$

$$n_{сл} = \frac{h_k \cdot \kappa_{п,ср}}{d_{из}} = \frac{10 \cdot 0,85}{1,24} = 7,056$$

принимаем  $n_{сл} = 7$ .

3. Число витков в слое  $w_{сл}$  при  $\kappa_{п,ср}$  равно:  $w_{сл} = \frac{l_k \cdot \kappa_{п,ср}}{d_{из}} = \frac{50 \cdot 0,85}{1,24} = 35,28$

принимаям  $w_{\text{сл}} = 35$ .

4. Общее число витков в катушке  $w_k$  будет равно:  $w_k = n_{\text{сл}} \cdot w_{\text{сл}} = 7 \cdot 35 = 245$

5. Полный ток катушки  $I_{\Sigma, k}$  (или намагничивающая сила обмотки соленоида) определится, как-

$$I_{\Sigma, k} = J_{\text{расч}}(t) \cdot S_k = [J_c + j_{m, \text{расч}} \sin(360 \cdot f \cdot t)] \cdot S_k = [-2 + 6 \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t)] \cdot 500 = \\ = [-1000 + 3000 \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t)] A = I_{\Sigma, k, c} + I_{\Sigma, k, m} \cdot \sin(360 \cdot f \cdot t),$$

где  $I_{\Sigma, k, c} = -1000 A$  - полный ток катушки по постоянной составляющей плотности тока  $J_c$ ,

$I_{\Sigma, k, m} = 3000 A$  - полный ток катушки по амплитуде переменной составляющей плотности тока  $j_{m, \text{расч}}$ .

6. Постоянная составляющая реального тока катушки и амплитуда переменной составляющей реального тока катушки будут равны:

$$I_{c, k} = \frac{I_{\Sigma, k, c}}{w_k} = \frac{-1000}{245} = -4.082 A, \quad I_{m, k} = \frac{I_{\Sigma, k, m}}{w_k} = \frac{3000}{245} = 12.245 A$$

7. Реальные значения плотностей токов катушки по постоянной и переменной составляющим окажутся следующими:

$$j_{c, k} = \frac{I_{c, k}}{S_{\text{неиз}}} = \frac{-4.082}{1.057} = -3.862 A, \quad j_{m, k} = \frac{I_{m, k}}{S_{\text{неиз}}} = \frac{12.245}{1.057} = 11.585 A$$

8. Реальные действующие значения тока и плотности тока катушки по переменной составляющей:

$$I_k = \frac{I_{m, k}}{\sqrt{2}} = \frac{12.245}{\sqrt{2}} = 8.66 A, \quad j_k = \frac{j_{m, k}}{\sqrt{2}} = \frac{11.585}{\sqrt{2}} = 8.19 A$$

9. Средняя длина витка катушки:

$$l_{w, k, \text{ср}} = 2\pi R_{k, \text{ср}} = 2\pi \frac{R_{k, \text{в}} + R_{k, \text{н}}}{2} = \pi(20 + 30) = 157.08 \text{ мм}$$

10. Длина провода катушки:

$$L_{\text{пр}, k} = l_{w, k, \text{ср}} \cdot w_k = 157.08 \cdot 245 = 38.485 \text{ м}$$

11. Активное сопротивление катушки при комнатной температуре  $t = 20^\circ \text{C}$ :

$$R_k^{(20^\circ)} = \frac{L_{\text{пр}, k}(\text{м})}{57 \cdot S_{\text{неиз}}(\text{мм}^2)} = \frac{38.485}{57 \cdot 1.057} = 0.63876 \text{ Ом}$$

12. Активное сопротивление катушки при рабочей температуре  $t_p = 130 \text{ }^\circ\text{C}$  (перегрев  $t_{\text{п}} = 110 \text{ }^\circ\text{C}$ ):

$$R_k = R_k^{(130^\circ)} = R_k^{(20^\circ)} \cdot K_{110^\circ} = 0.63876 \cdot 1.44 = 0.92 \text{ Ом}$$

13. Индуктивность катушки  $L_k$ . Определяется с помощью «Мастера индуктивностей» программного комплекса «ELCUT» из расчёта магнитостатического поля при питании катушки соленоида постоянным током. Она равна (смотри таблицу 2):  $L_k = 0.00595 \text{ Гн}$

14. Индуктивное сопротивление катушки  $X_k$ :

$$\text{при } f = 500 \text{ Гц} - X_{k,500} = 2\pi \cdot f \cdot L_k = 2\pi \cdot 500 \cdot 0.00595 = 18,71 \text{ Ом}, \text{ при } f = 50 \text{ Гц} - X_{k,50} = 1,871 \text{ Ом}$$

15. Полное сопротивление катушки  $Z_k$  :

$$\text{при } f = 500 \text{ Гц} - Z_{k,500} = \sqrt{R_k^2 + X_{k,500}^2} = \sqrt{0.92^2 + 18.71^2} = 18.73 \text{ Ом}$$

$$\text{при } f = 50 \text{ Гц} - Z_{k,50} = \sqrt{R_k^2 + X_{k,50}^2} = \sqrt{0.92^2 + 1.871^2} = 2.085 \text{ Ом}$$

16. Амплитуды напряжений питания катушки соленоида по переменной и постоянной составляющим будут равны:

$$\text{при } f = 500 \text{ Гц} - U_{m,k,500} = I_{m,k} \cdot Z_{k,500} = 12,245 \cdot 18,73 = 229,3 \text{ В},$$

$$\text{при } f = 50 \text{ Гц} - U_{m,k,50} = I_{m,k} \cdot Z_{k,50} = 12,245 \cdot 2,085 = 25,5 \text{ В},$$

$$U_{c,k} = I_{c,k} \cdot R_k = -4,082 \cdot 0,92 = -3,75 \text{ В}$$

В заключение следует отметить, что адекватность вышеизложенной методики расчёта электромагнитного привода может быть проверена после экспериментальных исследований опытного образца.

### Об авторе

**Суханов Виктор Васильевич**, Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет, кафедра «Электрические машины»

## В.В. Суханов

### Электромагнит возвратно-поступательного движения

#### Исходные данные для расчёта

Максимальные габариты цилиндрического электромагнита:  $R_{\max} = 95 \text{ мм}$ ,  $L_{\max} = 150 \text{ мм}$ .

Рабочий зазор:  $\delta_{\max} = 5 \text{ мм}$ . Полезная нагрузка:  $m_{\text{п}} = 1 \text{ кг}$ .

Система питания катушек электромагнита: последовательность импульсов постоянного тока.

Частота следования прямоугольных импульсов:  $f = 25 \text{ Гц}$

Временные параметры импульсов:  $t_{\text{движ}} = t_{\text{удерж}}$ ,  $t_{\text{имп}} = 2 \cdot t_{\text{движ}} = 2 \cdot t_{\text{удерж}}$ ,  $T_{\text{имп}} = 2 \cdot t_{\text{имп}}$ .

#### Конструктивная схема и основные размеры электромагнита

Выбранная конструктивная схема электромагнита при нейтральном положении подвижного штока показана на рис. 1. Распределение магнитного поля в магнитной системе электромагнита таково, что при питании одной из катушек сквозь сечения  $S_{\text{Т}}$ ,  $S_{\text{шш}}$ ,  $S_{\text{пшш}}$  и  $S_{\text{нс}}$  (смотри рис. 1) проходит практически один и тот же магнитный поток  $\Phi$ . Для того, чтобы среднее значение магнитной индукции  $B$  в этих сечениях было примерно одинаковым необходимо, чтобы

$$S_{\text{Т}} = S_{\text{шш}} = S_{\text{пшш}} = S_{\text{нс}}, \quad (1)$$

где

$$S_{\text{Т}} = \pi \cdot (R_{\text{н}}^2 - R_{\text{в}}^2) = 2\pi R_{\text{ср}} h_{\text{Т}}, \quad R_{\text{ср}} = \frac{R_{\text{н}} + R_{\text{в}}}{2}, \quad h_{\text{Т}} = R_{\text{н}} - R_{\text{в}}$$

$$S_{\text{шш}} = 2\pi R_{\text{ш}} l_{\text{шш}}, \quad S_{\text{пшш}} = \pi R_{\text{ш}}^2, \quad S_{\text{нс}} = 2\pi R_{\text{ш}} l_{\text{нс}} \quad (2)$$

Равенства (1) с учётом выражений (2) принимают следующий вид:

$$h_{\text{Т}} \frac{R_{\text{ср}}}{R_{\text{ш}}} = \frac{R_{\text{ш}}}{2} = l_{\text{шш}} = l_{\text{нс}} \quad (3)$$

Из первого соотношения (3) следует, что

$$R_{\text{ш}} = \sqrt{2h_{\text{Т}} R_{\text{ср}}} \quad (4)$$

Размеры  $h_{\text{Т}}$  и  $R_{\text{ср}}$  в (4) неизвестны, но взаимосвязаны между собой. В частности, при известном габаритном значении  $R_{\text{н}}$  (смотри рис. 1) можно задаться толщиной

наружного сердечника  $h_T$ , значение которой сразу определяет радиус  $R_B$ , а следовательно и величину  $R_{cp}$ . После этого по (4) можно найти радиус  $R_{ш}$  и далее по (3) осевые длины  $l_{цш}$  и  $l_{нс}$ . Из рассмотрения рис. 1 видно, что выбор  $h_T$  однозначно определяет и высоту окна  $h_k$ , где должны размещаться катушки обмотки возбуждения. Эти размеры также взаимосвязаны. Это следует из двух основополагающих выражений для магнитной индукции  $B_\delta$  в основном рабочем зазоре и силы  $F$ , действующей на шток:

$$B_\delta = \frac{\mu_o}{\delta} I_k w_k = \frac{\mu_o}{\delta} I_\Sigma = \frac{\mu_o}{\delta} j_{расч} S_k = \frac{\mu_o}{\delta} j_{расч} h_k l_k, \quad (5)$$

$$F = \frac{B_\delta^2}{2\mu_o} S_T = \frac{B_\delta^2}{2\mu_o} 2\pi R_{cp} h_T \quad (6)$$

Строго говоря, выражения (5) и (6) справедливы для однородного поля и для ненасыщенной магнитной системы. Тем не менее, при определенных допущениях их можно использовать для предварительных расчётов.

В выражении (5)  $I_\Sigma = I_k \cdot w_k$  – полный ток или намагничивающая сила обмотки возбуждения,  $j_{расч}$  – расчётная плотность тока при моделировании магнитного поля в реальной конструкции электромагнита.

Таким образом, размер  $h_T$  следует выбирать таким, чтобы осталось достаточно места для высоты окна (размер  $h_k$ ), где размещаются катушки с током обмоток возбуждения.

При ограниченных габаритах ( $R_H$  и  $L_{ш}$ ) и выборе радиальных размеров по (4) размеры окна под катушку  $h_k$  и  $l_k$  определяются автоматически. Затем по (5) и (6) следует оценить на какую индукцию в зазоре при допустимой плотности тока  $j_{расч}$  можно рассчитывать и какое значение силы при этой индукции можно получить в начале движения штока, когда  $\delta = 5$  мм.

Ниже приводится пример расчёта основных размеров электромагнита на основе вышеизложенного подхода.

Пусть  $h_T = 20$  мм. Тогда  $R_B = R_H - h_T = 95 - 20 = 75$  мм,  $R_{cp} = 0,5(95+75) = 85$  мм.

При этом  $R_{ш} = \sqrt{2 \cdot 85 \cdot 20} = 58,3 \approx 58$  мм,  $l_{цш} = l_{нс} = 0,5 \cdot 58,3 = 29,15 \approx 29$  мм.

Высота окна  $h_k = R_B - R_{ш} - \Delta = 75 - 58 - 0,5 = 16,5$  мм, где  $\Delta = 0,5$  мм – зазор между наружным сердечником и штоком, необходимый для свободного перемещения штока в осевом направлении.

Длина окна

$l_k = 0,5 \cdot [L_{ш} - (l_{цш} + 2 \cdot l_{нс} + 2 \cdot \delta + 2 \cdot l_B)] = 0,5 \cdot [150 - (29 + 2 \cdot 29 + 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 5)] = 24$  мм, где  $l_B = 5$  мм – длина выступов штока, находящегося в нейтральном положении, относительно торцевых поверхностей наружных сердечников.

Таким образом, площадь окна (площадь поперечного сечения катушки)  $S_k = 16,5 \cdot 24 = 396$  мм<sup>2</sup>, а отношение  $k_k = l_k / h_k = 24 / 16,5 = 1,454$ . Следует отметить, что рекомендуемые значения  $k_k = 1,5 - 3$ .

При естественном охлаждении реальное значение плотности тока  $j_{реал}$  рекомендуется выбирать в пределах (3–5) А/мм<sup>2</sup> при значении коэффициента заполнения окна  $k_3 = (0,72 - 0,81)$ . Задаваясь средними значениями  $j_{реал}$  и  $k_3$ , будем иметь:

$$j_{реал} = 4 \text{ А/мм}^2, \quad k_3 = 0,765.$$

Если при этом учесть, что обмотки возбуждения запитываются импульсами постоянного тока со скважностью  $\varepsilon = t_{имп} / T_{имп} = 0,5$ , то реальное значение плотности тока  $j_{реал}$  в импульсе можно удвоить, поскольку среднее за период  $T_{имп}$  значение  $j_{реал}$  будет попрежнему оставаться равным 4 А/мм<sup>2</sup>. Таким образом, расчётное значение плотности тока можно записать в виде:

$$j_{расч} = (j_{реал} \cdot k_3) / \varepsilon = (4 \cdot 0,765) / 0,5 = 6,12 \text{ А/мм}^2 \quad (7)$$

Тогда индукция и сила согласно (5) и (6) определяются, как:

$$B_\delta = \frac{\mu_o}{\delta} \frac{j_{реал} k_3}{\varepsilon} S_k = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{0,005} \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 0,765}{0,5} \cdot 396 \cdot 10^{-6} = 0,609 \text{ Т} \quad (8)$$

$$F_{нач} = \frac{B_\delta^2}{\mu_o} \pi R_{ср} h_T = \frac{0,609^2}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \pi \cdot 85 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 1576,2 \text{ Н} \quad (9)$$

Вместе с тем рекомендуемые значения индукции в зазоре находятся в пределах  $B_\delta = (0,8 - 1,5)$  Т. При таких значениях  $B_\delta$  предполагается, что индукции в ферромагнитных сердечниках должны определяться величинами порядка  $B_{Fe} = (1,2 - 1,5)$  Т. Таким образом, полученный результат (8) показывает, что при заданных габаритных ограничениях ( $R_H = 95$  мм и  $L_{ш} = 150$  мм) данный электромагнит по

ферромагнитному материалу будет недоиспользован. Иначе можно сказать, что размеры  $R_H$  и  $L_{ш}$  тоже должны быть согласованными. Покажем это на примере, когда нет ограничений по осевому размеру  $L_{ш}$ .

После того, как вышеуказанным способом определены радиальные и осевые размеры  $h_T$ ,  $R_{ш}$ ,  $h_k$ ,  $l_{цш}$  и  $l_{нс}$  следует задаться значением  $\mathbf{B}_\delta$ . Пусть  $\mathbf{B}_\delta = 1 \text{ Т}$ . Тогда, согласно (5), полный ток или намагничивающая сила катушки будет равна:

$$I_\Sigma = I_k W_k = \frac{\delta \cdot B_\delta}{\mu_0} = \frac{0.005 \cdot 1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 3978.9 \text{ А} \quad (10)$$

Площадь окна под катушку и осевая длина окна определяются, как

$$S_k = \frac{I_\Sigma}{j_{\text{расч}}} = \frac{3978.9}{6.12} = 650.15 \text{ мм}^2, \quad l_k = \frac{S_k}{h_k} = \frac{650.15}{16.5} = 39.4 \approx 40 \text{ мм} \quad (11)$$

При этом отношение  $k_k = 40/16,5 = 2,424$ , что укладывается в рекомендуемый диапазон.

Наконец, осевая длина штока будет равна:

$$L_{ш} = 2 \cdot (l_b + l_{нс} + l_k + \delta) + l_{цш} = 2 \cdot (5 + 29 + 40 + 2.5) + 29 = 182 \text{ мм} \quad (12)$$

Результат (12) следует рассматривать как оптимальное значение  $L_{ш}$ , соответствующее радиальному размеру  $R_H = 95 \text{ мм}$ .

Несмотря на вышеизложенное и следуя исходным данным, был выбран вариант расчёта по первому способу, когда есть ограничения как по  $R_H$ , так и по  $L_{ш}$ . Окончательные результаты расчёта основных размеров электромагнита приведены на рис. 1 и несколько отличаются от вышерассмотренного примера. Вызвано это было желанием пусть ненамного, но хотя бы чуть-чуть увеличить площадь окна  $S_k$  под катушки обмоток возбуждения, что было достигнуто за счет небольшого (на 3 мм) уменьшения радиуса  $R_{ш}$ . Кроме того были округлены до 30 мм размеры  $l_{цш}$  и  $l_{нс}$ . В результате оказалось, что  $S_k = 19,5 \cdot 22,5 = 438,75 \text{ мм}^2$  (в приведённом примере расчёта  $S_k = 396 \text{ мм}^2$ ). Эти изменения, естественно, привели к незначительному нарушению условия (1), о чем можно судить по следующим значениям площадей:

$$S_T = 10681 \text{ мм}^2, \quad S_{цш} = 10367 \text{ мм}^2, \quad S_{пш} = 9503 \text{ мм}^2, \quad S_{нс} = 10462 \text{ мм}^2$$

Объём штока (подвижной части электромагнита) равен:  $V_{ш} = V_{1ш} + V_{2ш}$ , где

$$V_{1ш} = \pi R_{ш}^2 \cdot l_{ш} = \pi (55 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 1.425 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_{2ш} = \pi(R_n^2 - R_{ш}^2) \cdot l_{ш} = \pi[(95 \cdot 10^{-3})^2 - (55 \cdot 10^{-3})^2] \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 0.566 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_{ш} = 1.425 \cdot 10^{-3} + 0.566 \cdot 10^{-3} = 1.991 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Принимаем, что материал штока – это Сталь 3 с удельным весом  $\gamma = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Тогда масса штока будет равна:  $m_{ш} = V_{ш} \cdot \gamma = 1,991 \cdot 10^{-3} \cdot 7,8 \cdot 10^3 = 15,53 \text{ кг}$ .

Поскольку масса полезной нагрузки  $m_n = 1 \text{ кг}$ , то общая масса  $m$  будет равна:

$$m = m_{ш} + m_n = 15,53 + 1 = 16,53 \text{ кг}$$

### Методика исследований и расчётов

Методика исследований и расчётов состоит из двух этапов. На первом этапе решается электромагнитная задача. Это осесимметричная задача нелинейной магнитостатики. Решается она с помощью конечно-элементного программного комплекса «ELCUT». Расчёт магнитостатического поля ведётся через векторный магнитный потенциал  $A$ , который удовлетворяет уравнению Пуассона. В цилиндрической системе координат  $r, z$  оно имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial(rA)}{r \partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j_{\text{расч}} \quad (13)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость наружного сердечника и штока (внутреннего сердечника).

Нелинейные ферромагнитные свойства сердечников задаются кривой намагничивания  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  для Стали 3 с помощью кубического сплайна.

Решение уравнения (13) осуществляется для различных положений штока относительно неподвижных наружных сердечников электромагнита. Для каждого положения штока с помощью интегрального калькулятора, встроенного в пакет «ELCUT», определяется суммарная магнитостатическая сила, действующая на ферромагнитный шток. Таким образом, определяется зависимость движущей силы  $F_{\text{дв}}$  от расстояния  $S$  (пройденного пути) в процессе перемещения штока по зазору  $\delta$ . При этом, если зазор  $\delta$  изменяется от  $\delta_{\text{max}}$  до нуля, то расстояние  $S$  изменяется от нуля до  $\delta_{\text{max}}$ . На этом первый этап расчётов заканчивается.

В задачу второго этапа расчётов входит определение графика пути или зависимости расстояния  $S$  от времени  $t$ . Это необходимо для того, чтобы знать и быть

уверенным, что шток достигает своего крайнего положения за отведенное ему время движения  $t_{\text{дв}}$ . Эта задача решается следующим образом.

Уравнение баланса сил имеет вид:

$$F_{\text{дв}}(S) = F_c + F_{\text{и}} = m \cdot g + m \cdot a \quad (14)$$

где  $F_c$  - сила сопротивления, а  $F_{\text{и}}$  - инерционная сила.

Разрешая уравнение (14) относительно ускорения « а » и учитывая, что  $a = \partial^2 S / \partial t^2$ , можно записать следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \frac{1}{m} F_{\text{дв}}(S) - g \quad (15)$$

Это нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. С помощью подстановки  $\partial S / \partial t = V$ , где  $V$  – скорость, уравнение (15) можно свести к системе двух уравнений, но уже первого порядка. Полученная система выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{m} F_{\text{дв}}(S) - g \quad , \quad \frac{\partial S}{\partial t} = V \quad (16)$$

Решение системы (16) даёт сразу как график пути  $S(t)$ , так и график скорости  $V(t)$ , но само решение может быть получено только численным методом. Для численного интегрирования системы (16) был выбран метод Эйлера, который практически реализован в вычислительном пакете «Mathcad 2001i». Для осуществления процесса решения по методу Эйлера таблично заданная функция  $F_{\text{дв}}(S)$ , полученная из решения полевой задачи [уравнение (13), пакет «ELCUT»], сначала аппроксимируется кубическим сплайном с помощью стандартной программы в пакете «Mathcad 2001i», после чего используется непосредственно для решения системы (16). Интегрирование системы (16) производится от момента времени  $t = 0$  до момента времени  $t = t_{\text{дв}}$ . На этом заканчивается второй этап расчётов.

По результатам расчётов второго этапа определяется выполняется ли условие  $S(t_{\text{дв}}) = \delta_{\text{max}}$  или нет. Если условие  $S(t_{\text{дв}}) = \delta_{\text{max}}$  не выполняется, то приходится возвращаться к первому этапу, вновь решая уравнение (13) при новом значении  $j_{\text{расч}}$ , чтобы получить новую зависимость  $F_{\text{дв}}(S)$ . И так далее, пока не выполнится условие  $S(t_{\text{дв}}) = \delta_{\text{max}}$ . Таким образом, процесс расчётов по обоим этапам носит итерационный

характер. Тем не менее, при наличии определенного опыта расчётов количество таких итераций может быть сведено к минимуму.

## Основные результаты исследований и расчётов

Основные результаты исследований и расчётов для случая, когда запитана правая катушка обмотки возбуждения, неравномерно ускоренное движение штока осуществляется слева направо (движущая сила  $F_{дв}$  – положительна), частота следования прямоугольных импульсов  $f = 25 \text{ Гц}$  (время движения штока  $t_{дв} = 0,01 \text{ сек}$ ) и площадь окна под катушку  $S_k = 438,75 \text{ мм}^2$ , представлены в таблице 1 и на рис. 2-4.

### Расчёт катушки обмотки возбуждения

Выбираем провод марки ПЭТВП. Это провод прямоугольного сечения, изолированный высокопрочной эмалью повышенной нагревостойкости (ГОСТ 17708-72).

Класс изоляции F. Рабочая температура  $\theta_{раб} = 115 \text{ }^\circ\text{C}$ . Максимальная температура  $\theta_{max} = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Размеры неизолированного провода:  $a = 1 \text{ мм}$  (высота),  $b = 2 \text{ мм}$  (ширина).

Сечение неизолированного провода  $S_{пр} = 1,785 \text{ мм}^2$ .

Двусторонняя толщина изоляции  $0,12 \text{ мм}$ .

Размеры изолированного провода:  $A = 1,12 \text{ мм}$  (высота),  $B = 2,12 \text{ мм}$  (ширина).

Число слоёв по высоте катушки при коэффициенте плотности намотки  $\kappa_H = 0,85 - 0,9$ :

$$n_{сл} = \frac{h \cdot \kappa_H}{A} = \frac{19,5 \cdot (0,85 \div 0,9)}{1,12} = 14,8 \div 15,7$$

Принимаем  $n_{сл} = 15$ .

Число витков в слое при коэффициенте плотности намотки  $\kappa_H = 0,85 - 0,9$ :

$$w_{сл} = \frac{l_k \cdot \kappa_H}{B} = \frac{22,5 \cdot (0,85 \div 0,9)}{2,12} = 9,02 \div 9,55$$

Принимаем  $w_{сл} = 9$ .

Общее число витков в катушке:  $w_k = n_{сл} \cdot w_{сл} = 15 \cdot 9 = 135 \text{ витков}$ .

Ток в катушке обмотки возбуждения:

$$I_k = \frac{I_\Sigma}{w_k} = \frac{2474,55}{135} = 18,33 \text{ А}$$

Реальная плотность тока в катушке обмотки возбуждения (в импульсе):

$$j_{\text{реал}} = \frac{I_{\text{к}}}{S_{\text{пр}}} = \frac{18,33}{1,785} = 10,27 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$$

Средняя за период  $T_{\text{имп}}$  плотность тока в катушке обмотки возбуждения:

$$J_{\text{ср}} = j_{\text{реал}} \cdot \varepsilon = 10,27 \cdot 0,5 = 5,135 \text{ А/мм}^2,$$

что допустимо для провода с изоляцией класса F.

Средняя длина витка:

$$l_{\text{w}} = 2\pi R_{\text{ср}}^{(\text{w})} = 2\pi \left( R_{\text{в}} - \frac{h_{\text{к}}}{2} \right) = 2\pi \cdot \left( 75 - \frac{19,5}{2} \right) = 410 \text{ мм}$$

Длина провода:  $L_{\text{п}} = l_{\text{w}} \cdot w_{\text{к}} = 410 \cdot 135 = 55350 \text{ мм} = 55,35 \text{ м}$ .

Сопротивление обмотки возбуждения при комнатной температуре ( $\theta_{\text{ком}}=20 \text{ }^\circ\text{C}$ ):

$$R_{20^\circ\text{C}}^{(\text{обм})} = \frac{L_{\text{п}} (\text{м})}{57 \cdot S_{\text{пр}} (\text{мм})} = \frac{55,35}{57 \cdot 1,785} = 0,544 \text{ Ом}$$

Сопротивление обмотки возбуждения при рабочей температуре ( $\theta_{\text{раб}}=115 \text{ }^\circ\text{C}$ ):

$$R_{115^\circ\text{C}}^{(\text{обм})} = k_{t,115} \cdot R_{20^\circ\text{C}}^{(\text{обм})} = 1,38 \cdot 0,544 = 0,751 \text{ Ом},$$

где  $k_{t,115} = 1,38$  – температурный коэффициент увеличения сопротивления обмотки для класса изоляции F (перегрев  $95 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Напряжение питания катушки обмотки возбуждения:

$$U_{\text{к}} = I_{\text{к}} \cdot R_{\text{к}} = 18,33 \cdot 0,751 = 13,766 \text{ В}$$

Мощность в импульсе, потребляемая обмоткой возбуждения:

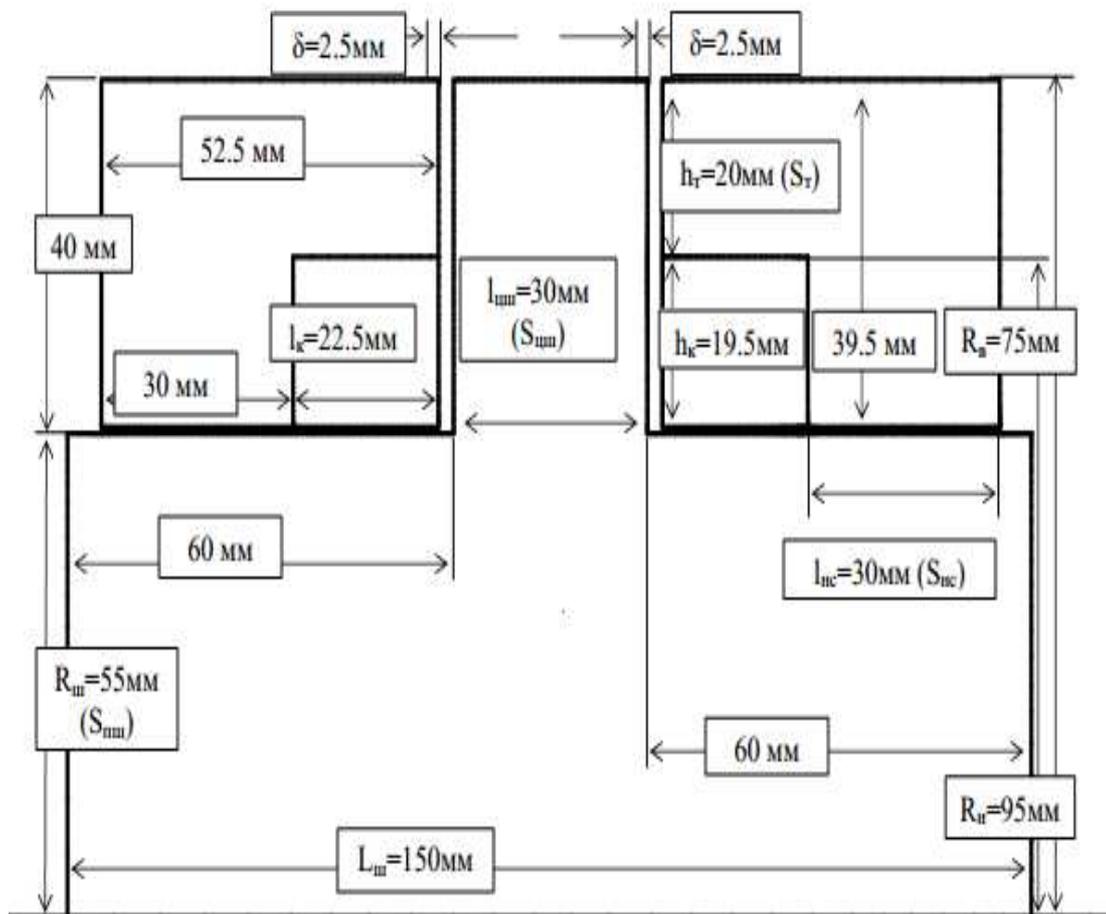
$$P_{\text{имп}} = U_{\text{к}} \cdot I_{\text{к}} = 13,766 \cdot 18,33 = 252,33 \text{ Вт}.$$

Теперь, когда известны число витков катушки  $w_{\text{к}}$  и ток катушки  $I_{\text{к}}$ , можно определить её индуктивность  $L_{\text{к}}$ , которая в свою очередь будет зависеть от величины зазора  $\delta$  в процессе перемещения штока. Расчёт  $L_{\text{к}}$  ведётся на основе полевых решений с помощью «Мастера индуктивностей» программного комплекса «ELCUT». Результаты расчёта  $L_{\text{к}}$  приводятся в нижеследующей таблице для тех же условий по  $\delta$  и  $S$ , что и в таблице 1 (последняя итерация).

Зазор $\delta$	мм	5	4	3	2	1	0,05
Расстояние $S$	мм	0	1	2	3	4	4,95
Индуктивность $L_{\text{к}}$	Гн	0,06885	0,07793	0,09104	0,1099	0,1285	0,1429

## Выводы

1. Разработана и апробирована инженерная методика расчёта электромагнита возвратно-поступательного движения, основанная на использовании современных вычислительных пакетов «ELCUT» и Mathcad.
2. Для конкретных условий расчёта приведены результаты исследований и вычислений, не противоречащие общепринятым теоретическим представлениям и физическим процессам, протекающим в электромагнитных устройствах предложенной конструкции.

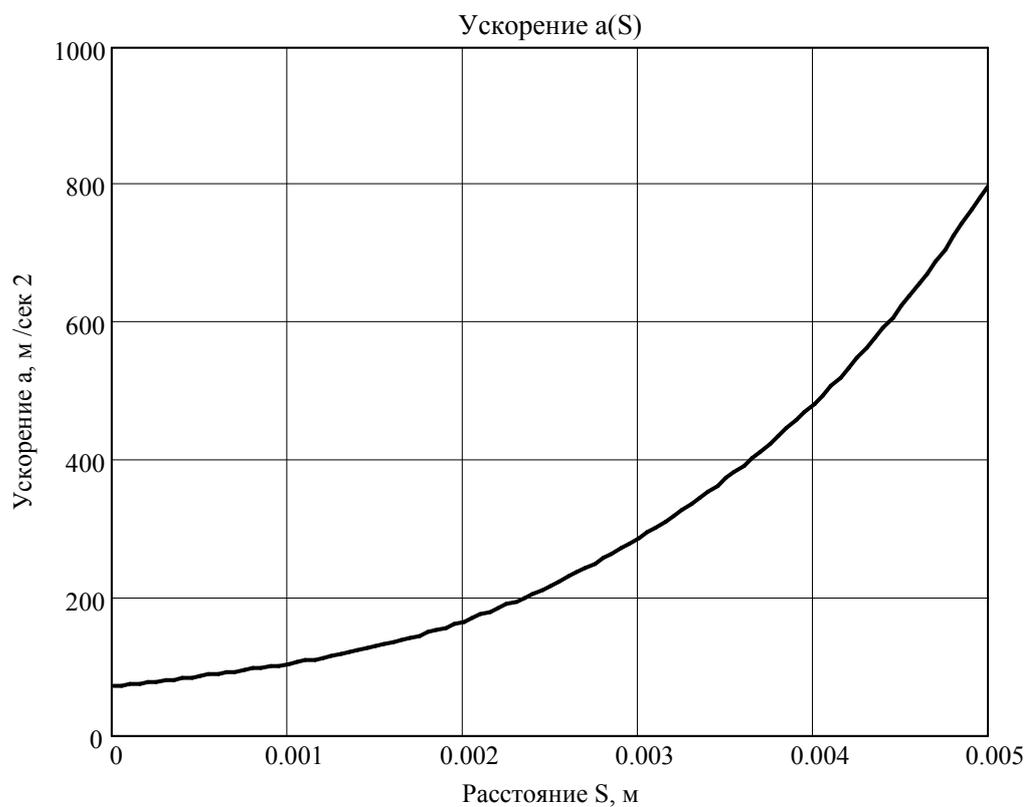
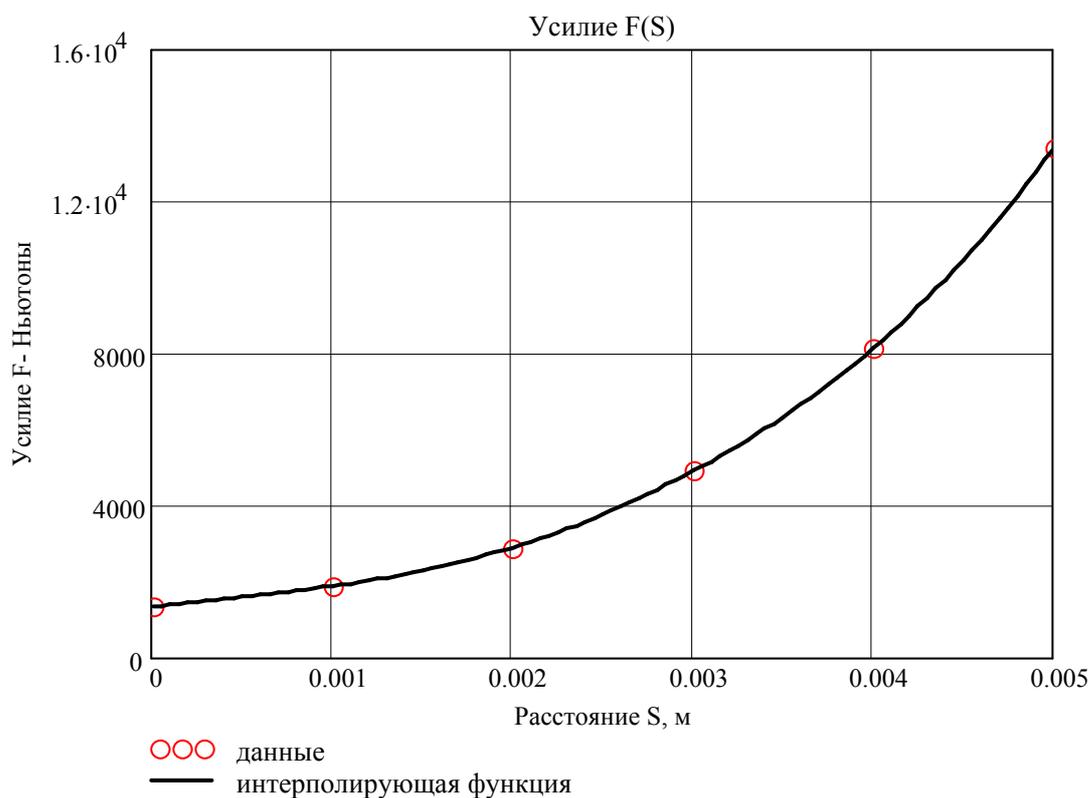


**Рис. 1.**  $h_r$ - толщина наружного сердечника в области основного зазора,  $S_r$ - площадь торцевой поверхности наружного сердечника в области основного зазора,  $l_{\text{нс}}$ -осевая длина наружного сердечника в концевой части штока,  $S_{\text{нс}}$ -площадь цилиндрической поверхности наружного сердечника в концевой части штока,  $l_{\text{цш}}$ -осевая длина центральной части штока,  $S_{\text{цш}}$ -площадь цилиндрической поверхности центральной части штока,  $R_{\text{ш}}$ -радиус концевой части штока,  $S_{\text{ш}}$ - площадь поперечного сечения концевой части штока.

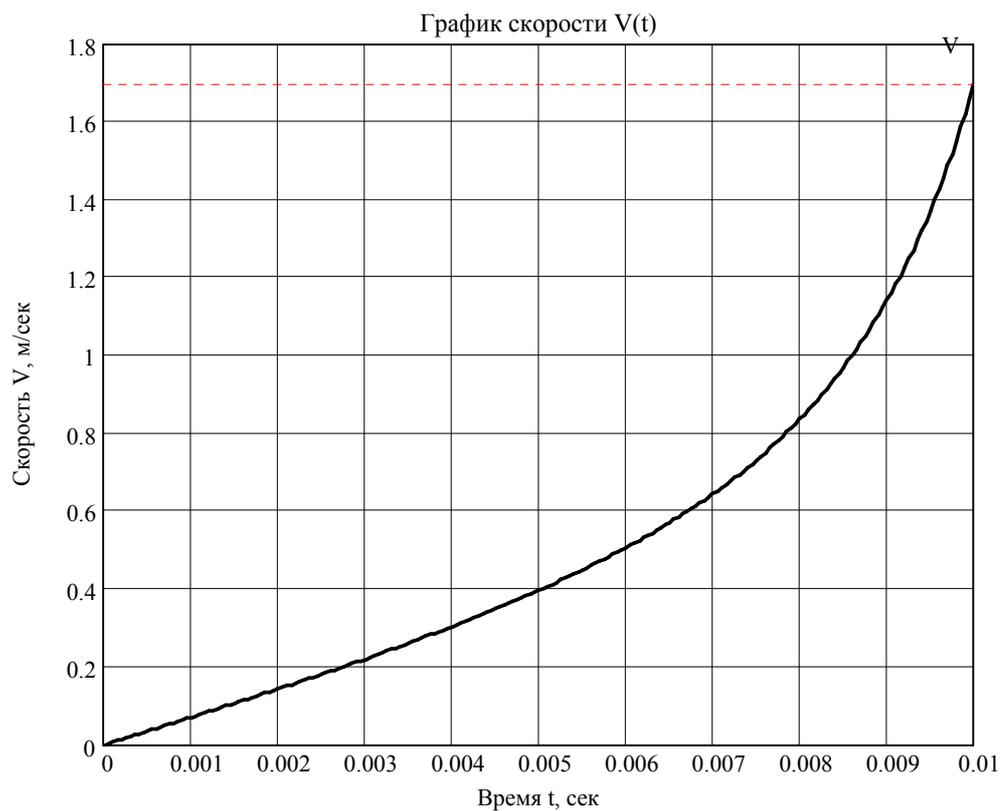
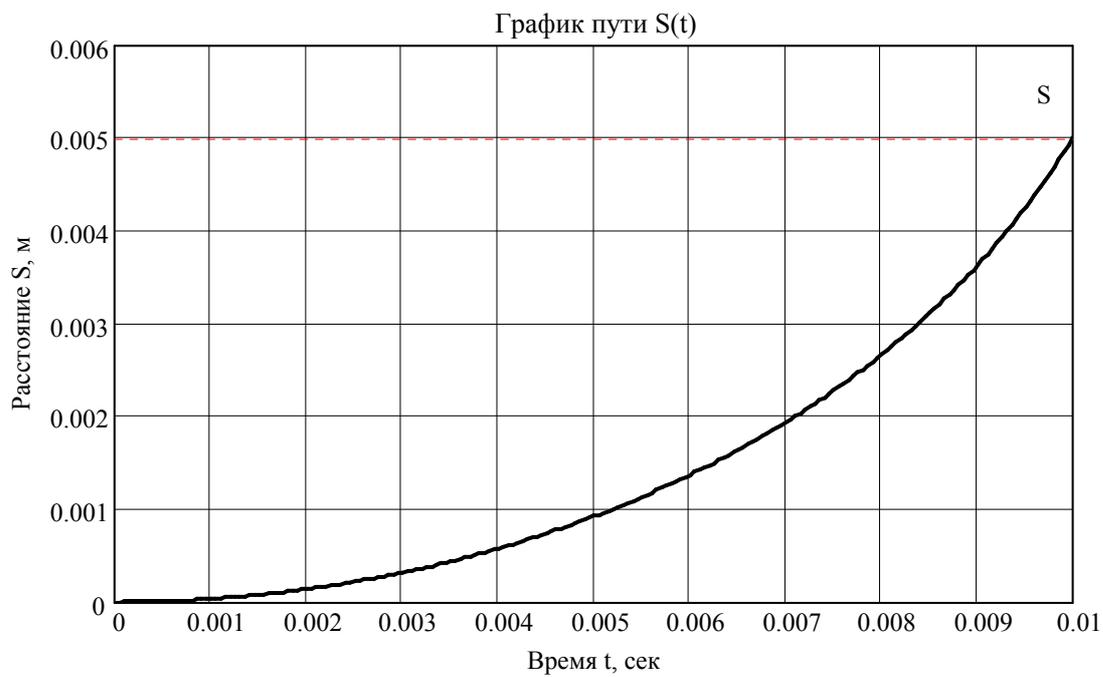
**Таблица 1.** Результаты расчёта (первая и последняя итерации) Неравномерно ускоренное движение штока слева направо. Запитана правая катушка. Частота следования прямоугольных импульсов  $f = 25 \text{ Гц}$ .  $t_{\text{дв}} = 0.01 \text{ сек}$ . Площадь окна под катушку  $S_k = 438.75 \text{ мм}^2$ .

		Первая итерация					
Зазор $\delta$	<i>мм</i>	5	4	3	2	1	0.05
Расстояние $S$	<i>м</i>	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,00495
Плотность тока $j_{\text{расч}}$	<i>А/мм2</i>	4	4	4	4	4	4
Сила $F_{\text{дв}}$ из расчёта поля	<i>Н</i>	662	946	1487	2702	5927	11765
Результат $S(t_{\text{дв}})$ из графика пути $S(t)$	<i>м, мм</i>	$1.7 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1.7 \text{ мм}$					
		Последняя итерация					
Зазор $\delta$	<i>мм</i>	5	4	3	2	1	0,05
Расстояние $S$	<i>м</i>	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,00495
Плотность тока $j_{\text{расч}}$	<i>А/мм2</i>	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64
Сила $F_{\text{дв}}$ из расчёта поля	<i>Н</i>	1319 (-1312)	1876 (-1875)	2894 (-2912)	4895 (-4870)	8124 (-8122)	13406 (-13331)
Результат $S(t_{\text{дв}})$ из графика пути $S(t)$	<i>м, мм</i>	$5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 5 \text{ мм}$					
Магнитный поток в зазоре $\Phi_{\delta}$	<i>Вб</i>	0,00537	0,00651	0,00824	0,01092	0,01437	0,01878
Средняя индукция в зазоре $B_{\text{ср}}$	<i>Т</i>	0,502	0,61	0,771	1,022	1,345	1,758
Средняя индукция $B_{\text{ср}}$ в сечении $S_{\text{пш}}$	<i>Т</i>	0,838	0,939	1,111	1,357	1,596	1,766
Средняя индукция $B_{\text{ср}}$ в сечении $S_{\text{пш}}$	<i>Т</i>	0,991	1,122	1,309	1,576	1,835	2,024
Средняя индукция $B_{\text{ср}}$ в сечении $S_{\text{нс}}$	<i>Т</i>	0,836	0,942	1,095	1,315	1,526	1,676
Намагничивающая сила (Н.С.) катушки $I_{\Sigma} = I_k \cdot w_k = j \cdot S_k = 5,64 \cdot 438,75 = 2474,55 \text{ А}$							

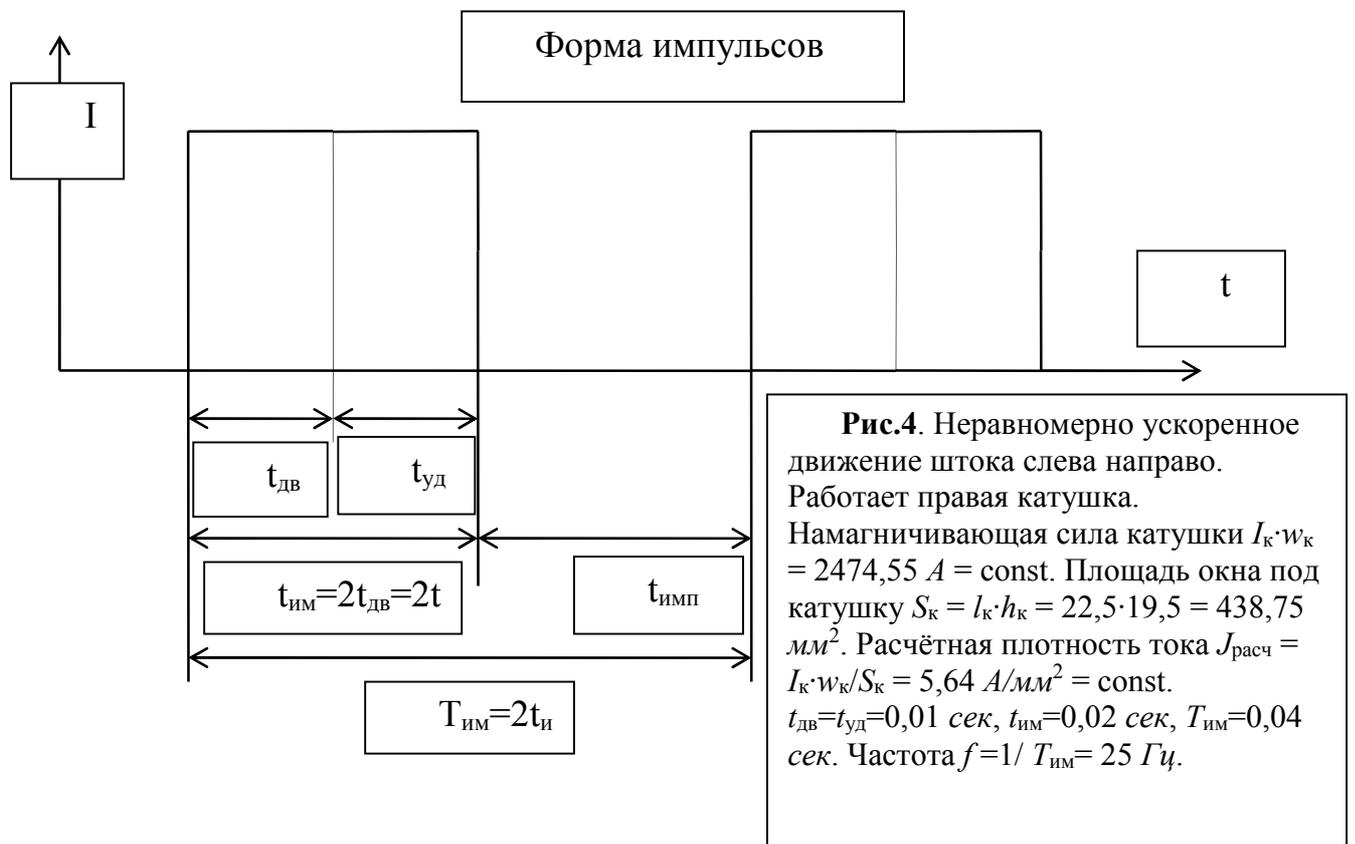
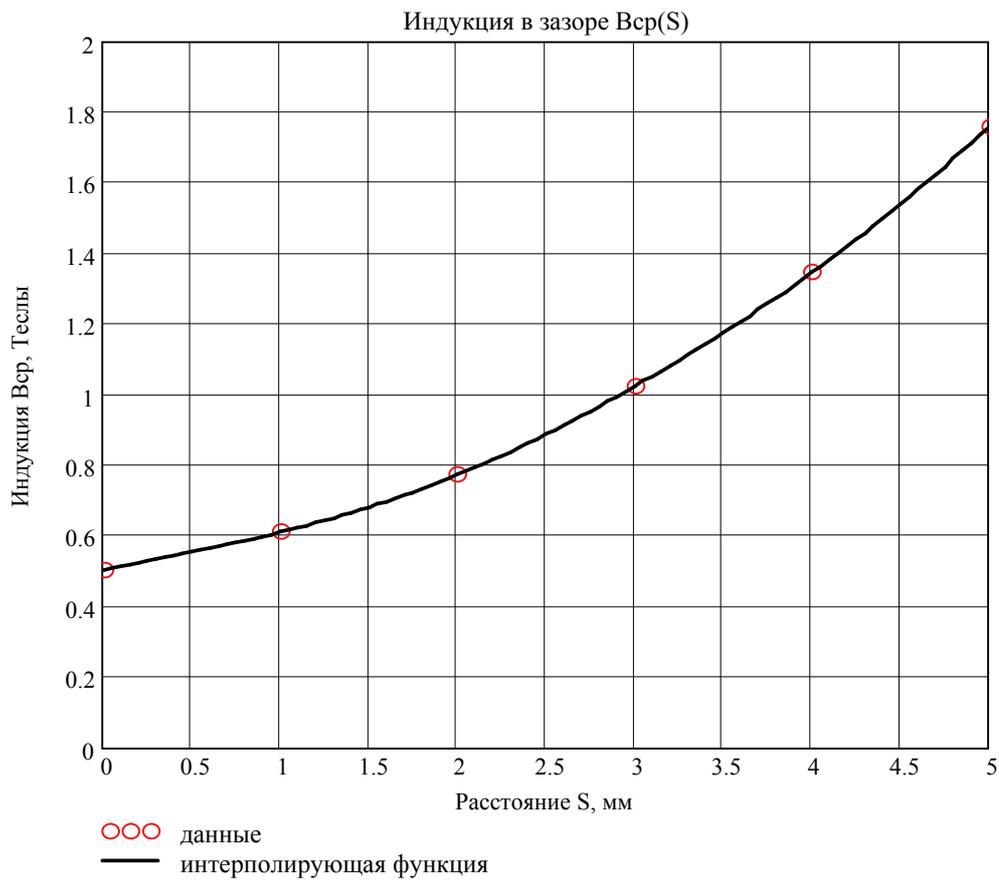
\*) В строке для  $F_{\text{дв}}$  в скобках указаны значения движущей силы, когда запитана левая катушка, а движение штока осуществляется справа налево, о чём свидетельствует знак минус у  $F_{\text{дв}}$ .



**Рис. 2.** Неравномерно ускоренное движение штока слева направо. Работает правая катушка. Намагничивающая сила  $I_k \cdot w_k = 2474,55 \text{ A} = \text{const}$ . Площадь окна под катушку  $S_k = l_k \cdot h_k = 22,5 \cdot 19,5 = 438,75 \text{ мм}^2$ . Расчётная плотность тока  $J_{\text{расч}} = I_k \cdot w_k / S_k = 5,64 \text{ A/мм}^2 = \text{const}$ . Частота  $f = 25 \text{ Гц}$ .



**Рис. 3.** Неравномерно ускоренное движение штока слева направо. Работает правая катушка. Намагничивающая сила  $I_k \cdot w_k = 2474,55 \text{ A} = \text{const}$ . Площадь окна под катушку  $S_k = l_k \cdot h_k = 22,5 \cdot 19,5 = 438,75 \text{ мм}^2$ . Расчётная плотность тока  $J_{\text{расч}} = I_k \cdot w_k / S_k = 5,64 \text{ A/мм}^2 = \text{const}$ . Частота  $f = 25 \text{ Гц}$ .



## **Об авторе**

**Суханов Виктор Васильевич**, Санкт-Петербургский Государственный  
Политехнический Университет, кафедра «Электрические машины»

В.В. Суханов, Ю.Д. Нетеса

## Моделирование электромагнитных процессов в электровибродвигателе средствами пакета «ELCUT»

Электровибродвигатель (ЭВД) представляет собой синхронный двигатель возвратно-поступательного движения и является основной составной частью резонансного электровибрационного привода. Синхронный электровибродвигатель состоит из магнитопровода, постоянных магнитов, одной силовой катушки, датчика положения якоря относительно статора и датчика температуры катушки. Магнитная система выполнена таким образом, что зазор между якорем и статором имеет постоянную величину. Рабочий ход якоря составляет от 2 до 60 мм с частотами вибрации от 10 до 200 Гц. Двигатель имеет симметричную силовую характеристику двустороннего действия. При этом якорь двигателя удерживается упруго в среднем (нейтральном) положении магнитными силами. Этот эффект, называемый «магнитной пружиной», увеличивает коэффициент жесткости колебательной системы и частично снижает необходимую жесткость основной упругой системы. Массогабаритные показатели электровибродвигателя в 1,5 - 2 раза меньше по сравнению с электромагнитами, которые применяются в настоящее время в качестве вибровозбудителей.

Резонансный преобразователь, как вторая составная часть резонансного электровибрационного привода, обеспечивает полное управление синхронным электровибродвигателем. Преобразователь обеспечивает частоту возбуждающей силы, всегда равную резонансной частоте (авторезонанс) механической системы при любых изменениях присоединённой массы, жесткости упругой системы, в том числе и нелинейной, любых рабочих нагрузках и возмущающих воздействиях. Преобразователь обеспечивает регулирование и поддержание заданной амплитуды колебаний механической системы в диапазоне от 0,5 мм до максимальной рабочей амплитуды вибродвигателя (60 мм) с точностью не хуже

$\pm 0,2$  мм во всем диапазоне частот колебаний. В преобразователе предусмотрена защита двигателя от перегрева, а также возможность подключения дополнительного датчика перемещений для стабилизации амплитуды других упруго-связанных масс. Вариант резонансного преобразователя с системой управления на микропроцессорной базе позволит обеспечить дополнительные возможности, а именно: одновременное поддержание двух частот, отдельное регулирование и поддержание заданных значений амплитуд сложных колебаний (бичастотное регулирование), а также активное и (или) рекуперативное гашение колебаний системы.

Резонансный электровибрационный привод может использоваться для создания регулируемых резонансных вибровозбудителей, виброгасителей, а также как прямой резонансный вибропривод систем вибротехники со своей упругой системой. Основные преимущества резонансного электровибропривода - это значительное снижение энергопотребления вибротехники, снижение установленной мощности вибропривода, повышение производительности и качества технологических процессов, повышение надежности и устойчивости работы вибротехники, отсутствие повышения амплитуд колебаний при пуске и выбеге установки. При этом в серийном производстве стоимость резонансного вибропривода может быть ниже соответствующего по мощности комплекта дебалансного асинхронного вибровозбудителя с преобразователем частоты. Кроме того, для выполнения тех же задач, резонансный вибропривод потребует значительно меньшей мощности.

Уникальные характеристики резонансного электровибрационного привода позволяют использовать его практически во всех традиционных областях вибротехники и создают перспективы расширения областей применения вибротехнологий.

Вопросам расчёта и проектирования синхронных магнитных механизмов (СММ) возвратно-поступательного движения посвящено большое количество работ. Наиболее полно результаты этих работ изложены в [1, 2], где представлены различные конструктивные схемы исполнения этих

электромагнитных устройств, а также инженерные методики их расчёта. Используя накопленный ранее опыт [1] и методологию расчётов [2], в НПП «ВРТ» разработан и создан простой по конструкции ЭВД, где в якоре для создания постоянного магнитного поля используются высокоэффективные постоянные магниты Nd-Fe-B. На рис. 1 представлена фотография опытного образца ЭВД, а на рис. 2 – его сборочный чертёж с обозначением основных элементов конструкции.



Рис. 1. Фотография  
опытного образца  
электровибродвигателя

Ферромагнитные сердечники статора и якоря выполнены шихтованными из листовой электротехнической стали. Катушка или обмотка статора питается переменным током  $i_k = I_{mk} \sin \omega t$ , где  $\omega = 2\pi f$ . Для разработчиков вибромашин важное значение имеют силовые характеристики электровибродвигателя, которые представляют собой зависимость силы  $f$ , действующей на якорь, от смещения якоря  $S$  относительно нейтрального положения. Инженерные методики электромагнитных расчётов электровибродвигателей основываются, как правило, на схемах замещения магнитной цепи, которые в свою очередь строятся в соответствии с законом Ома для участков разветвленной

магнитной цепи. Достоверность получаемых в таком случае результатов расчёта может быть проверена либо экспериментальным путем, либо путем математического моделирования реальных магнитных полей с учётом всех особенностей конструктивного исполнения электромагнитного устройства.

В процессе разработки в НПП «ВРТ» вышеприведённого опытного образца электровибродвигателя было рассмотрено десять вариантов конструктивного исполнения магнитной системы двигателя. При этом, каждый вариант конструкции исследовался методом математического моделирования

магнитного поля при помощи конечно-элементного программного комплекса «ELCUT» версии 5.10 с использованием компоненты пакета «Нелинейная задача нестационарного магнитного поля» в осесимметричной постановке. Эта компонента пакета выбрана потому, что она представляет собой общий случай расчёта электромагнитного поля, вызванного переменными сторонними токами и постоянными магнитами в нелинейной ферромагнитной среде с учётом вихревых токов.

В этом случае уравнение нестационарного магнитного поля, записанное через векторный потенциал  $A$ , в нелинейной постановке, будет иметь вид [3]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r\mu} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - g \frac{\partial A}{\partial t} = -j_{\text{стор}} + \left( \frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right) \quad (1)$$

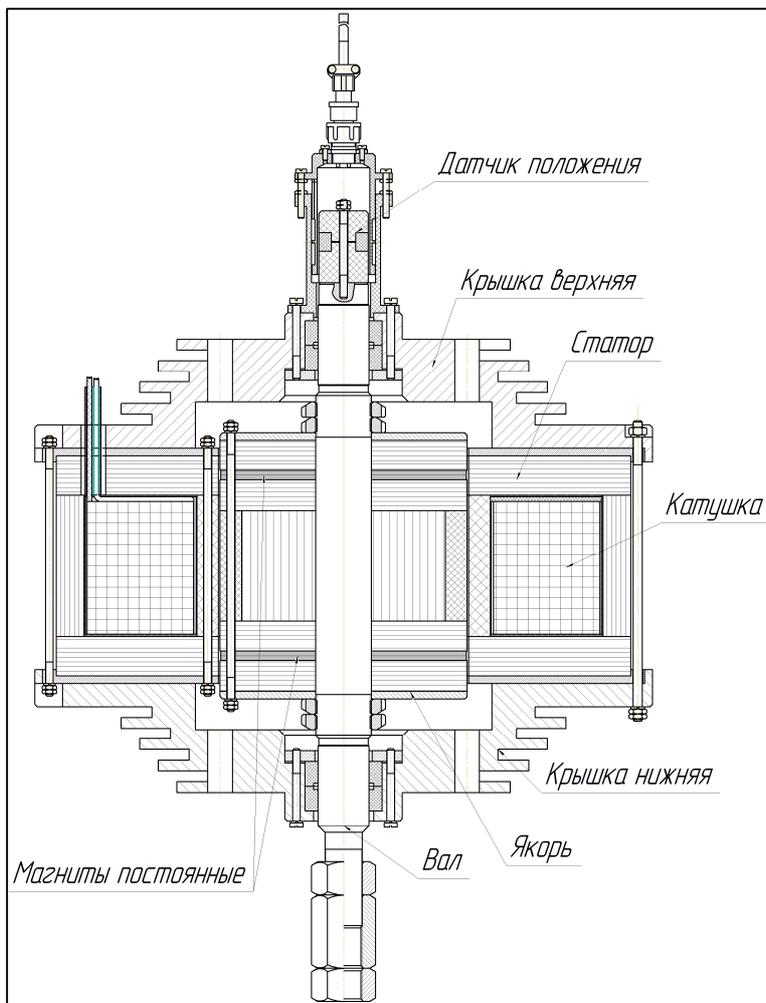


Рис. 2. Сборочный чертёж опытного образца электровибродвигателя

В уравнении (1) свойства материалов по магнитной проницаемости  $\mu$  считаются изотропными и задаются зависимостью  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ , представленной кубическим сплайном. При отсутствии проводящих сред электрическая проводимость  $g=0$  и последний член в левой части уравнения (1) отсутствует. Сторонняя плотность тока  $j_{\text{стор}}$  в правой части (1) является гармонической функцией времени и задаётся в виде:

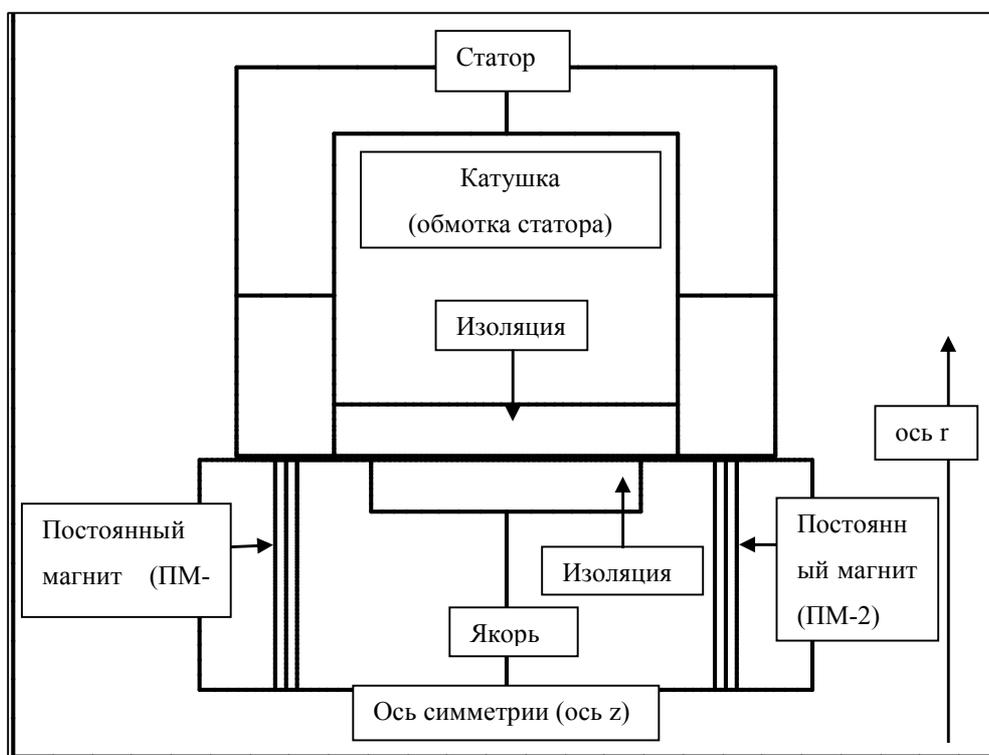
$$j_{\text{стоп}} = j_{\text{стоп}}(t) = J_{\text{мкр}} \sin \omega t, \quad (2)$$

где  $J_{\text{мкр}}$ -расчётное значение амплитуды плотности тока катушки, которое определяется следующим образом.

Если катушка (обмотка статора) с током  $I_k$  (действующее значение) имеет число витков  $w_k$  и занимает окно с площадью поперечного сечения  $S_{\text{ок}}$ , то значение  $J_{\text{мкр}}$  будет равно:

$$J_{\text{мкр}} = \frac{\sqrt{2} I_k w_k}{S_{\text{ок}}} \quad (3)$$

В соответствии с рис. 2 геометрическая модель расчётной области поля электровибродвигателя показана на рис. 3.



**Рис. 3.** Геометрическая модель расчётной области поля электровибродвигателя

Выше отмечалось, что при поиске оптимальной конструкции ЭВД было рассмотрено до десяти вариантов расчёта. В настоящей статье в качестве примера приводятся результаты полевых расчётов в пакете «ELCUT» одного из таких вариантов. Основными исходными данными для этого варианта расчёта являются следующие величины и характеристики:

1. число витков в катушке обмотки статора -  $w_k=64$ ,

2. действующее значение переменного тока в обмотке статора -  $I_k=45,45$  А,
3. частота и период переменного тока -  $f=50$  Гц,  $T=0,02$  сек,
4. площадь сечения окна под катушку обмотки статора -  $S_{ок}=6716$  мм<sup>2</sup>,
5. коэрцитивная сила постоянных магнитов ПМ-1 и ПМ-2 -  $H_c=850000$  А/м,
6. направление намагничивания постоянного магнита ПМ-1 - 0° градусов,
7. направление намагничивания постоянного магнита ПМ-2 - 180° градусов,
8. марка изотропной электротехнической стали сердечников статора и якоря - М270-50 А,
9. зазор между статором и якорем ЭВД -  $\delta=1$  мм,
10. габариты активной зоны статора ЭВД - диаметр  $D_{ст}=372$  мм, длина  $L_{ст}=144$  мм,
11. габариты активной зоны якоря ЭВД - диаметр  $D_{як}=160$  мм, длина  $L_{як}=164$  мм,
12. габариты кольцевых ПМ -  $h_z \times h_r=6 \times 62$  мм, где  $h_z$ - толщина кольца,  $h_r$ - ширина кольца.

Остальные геометрические размеры расчётной модели ЭВД, а также зависимость **В(Н)** стали М270-50А можно найти в соответствующих файлах задачи «ELCUT», которые прилагаются к настоящей статье. При этом следует отметить, что расчётная модель поля ЭВД построена таким образом, что при смещении якоря  $S$  в любом осевом направлении относительно нейтрального положения топология расчётной области не нарушается.

Основные результаты полевых расчётов с использованием программного комплекса «ELCUT» представлены в виде картин магнитного поля, таблиц с численными значениями важнейших показателей ЭВД, а также графических зависимостей силовых и других характеристик двигателя.

На рис. 4, исходя из общих физических представлений, показаны идеализированные картины распределения магнитного поля в магнитной системе ЭВД, которые не учитывают потоков рассеяния и поэтому являются приближёнными. Аналогичные, но реальные картины магнитного поля, полученные на основе полевых расчётов в «ELCUT», приведены на рис. 5 и рис. 6, где максимальное положительное и отрицательное значения тока  $i_k = \pm I_{mk}$

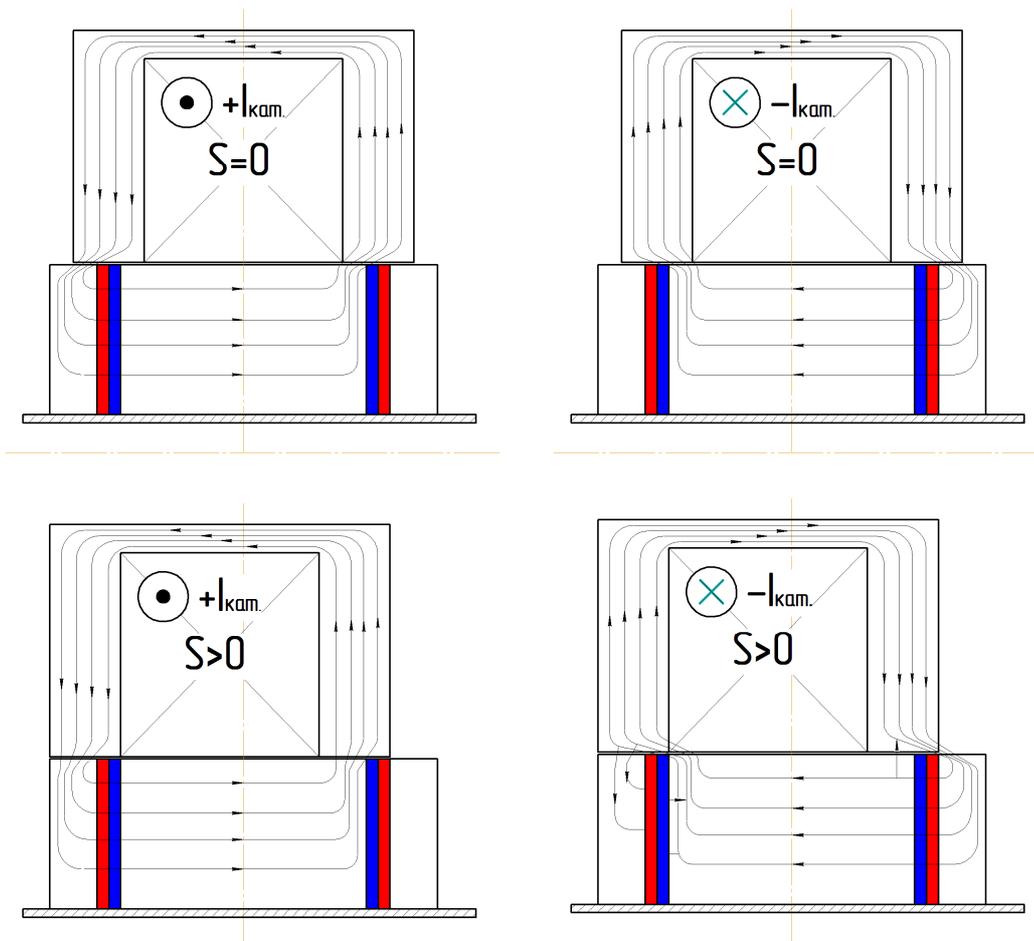
получаются соответственно для моментов времени  $t_1=1/4 \cdot T=0,005$  сек и  $t_2=3/4 \cdot T=0,015$  сек.

Остальные наиболее важные результаты расчётов представлены в таблицах 1 и 2. В этих таблицах смещения якоря  $S=-16, +16$  соответствуют случаю, когда постоянные магниты якоря полностью выходят из зацепления с сердечником статора. В таблице 1 сила  $f_z$  - это полная осевая пондеромоторная сила, действующая на якорь ЭВД и определяемая с помощью интегрального калькулятора, имеющегося в пакете «ELCUT». По данным таблицы 1 на рис. 7 средствами пакета «Mathcad» [4] построены силовые характеристики  $f_z(S)$  электровибродвигателя при токе  $i_k=0$  и  $i_k = \pm I_{mk}$ . В таблице 2 индуктивности катушки обмотки статора  $L_k$  рассчитаны с помощью «Мастера индуктивностей» на основе концепции потокосцеплений с учётом результирующего магнитного поля. Поскольку индуктивности  $L_k$  при положительном и отрицательном направлении тока  $i_k$  различаются, то значение  $L_{cp}$  определено как среднеарифметическое из значений  $L_k(t_1)$  и  $L_k(t_2)$ . Зависимость  $L_{cp}(S)$  приведена на рис. 8.

Зависимости индуктивного сопротивления  $x_L(S)$  и напряжения на катушке  $U_k(S)$  имеют тот же характер, что и  $L_{cp}(S)$ , так как  $x_L=\omega L_{cp}$ , а  $U_k= I_k x_L$ , если пренебречь активным сопротивлением катушки обмотки статора.

В заключение по материалам настоящей статьи можно сделать следующие выводы:

1. Для резонансного электровибрационного привода разработан и создан простой по конструкции экспериментальный образец электровибродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов с высокоэнергетическими параметрами.
2. На основе программного комплекса «ELCUT» разработана и апробирована методика расчёта электромагнитных процессов электровибродвигателя. Определены силовые характеристики и параметры катушки обмотки статора электровибродвигателя.



**Рис. 4.** Расчётные схемы и идеализированные картины путей вероятных потоков в магнитной системе ЭВД в зависимости от направления тока  $i_k$  в катушке обмотки статора и смещения якоря  $S$  относительно нейтрального положения:  $S = 0$  – нейтральное положение якоря, осевая координата  $z=0$ ;  $S>0$  – якорь смещен вправо в направлении положительной координаты  $z$ ;  $i_k=+I_{кам}$  – направление тока в катушке обмотки якоря положительное;  $i_k= -I_{кам}$  – направление тока в катушке обмотки якоря отрицательное

## Литература

1. Ганзбург Л.Б., Федотов А.И. Проектирование электромагнитных и магнитных механизмов: Справочник. - Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. - 364 с.
2. Хитерер М.Я., Овчинников И.Е. Синхронные электрические машины возвратно- поступательного движения. - СПб.: Корона принт, 2004. - 368 с.
3. «ELCUT». Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Руководство пользователя. - СПб.: Производственный кооператив ТОР, 2003.- 249 с.
4. Макаров Е.Г. Инженерные расчёты в Mathcad. Учебный курс. СПб.: Питер, 2003.-448с.

## Приложение

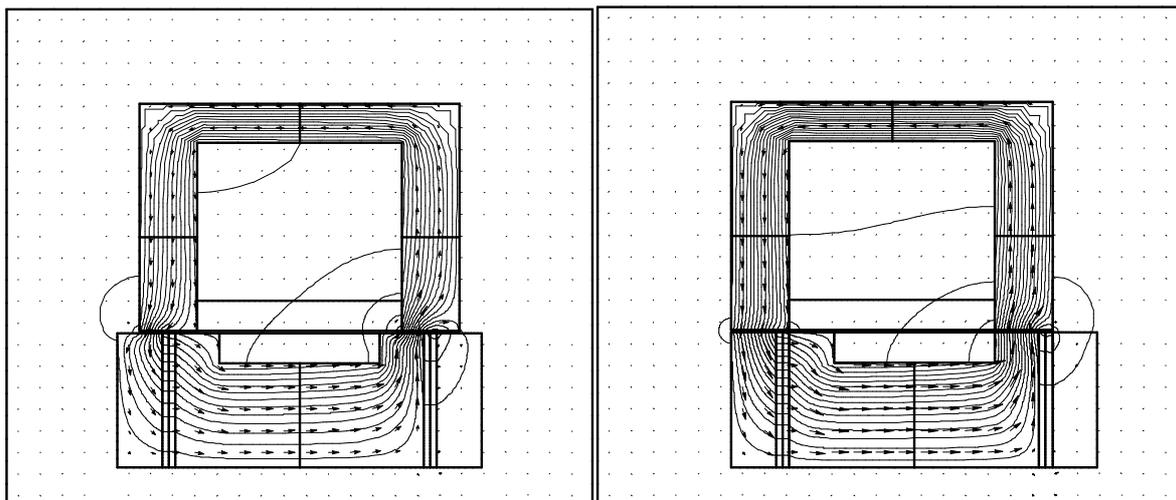


Рис. 5. Реальные картины магнитного поля в магнитной системе ЭВД при  $i_k = I_{mk} = \sqrt{2}I_k = 64,27 \text{ A}$ ,  $t_1 = T/4 = 0,005 \text{ сек}$ . Слева - а) смещение якоря  $S=0$ ; справа - б) смещение якоря  $S=10 \text{ мм}$

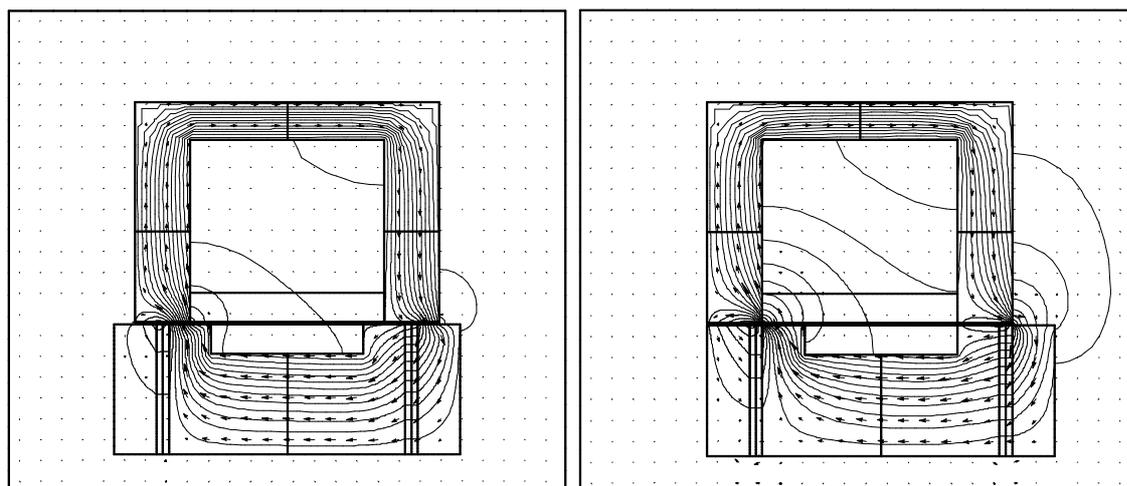


Рис. 6. Реальные картины магнитного поля в магнитной системе ЭВД при  $i_k = -I_{mk} = -\sqrt{2}I_k = -64,27 \text{ A}$ ,  $t_2 = 3/4T = 0,015 \text{ сек}$ . Слева - а) смещение якоря  $S=0$ ; справа - б) смещение якоря  $S=10 \text{ мм}$

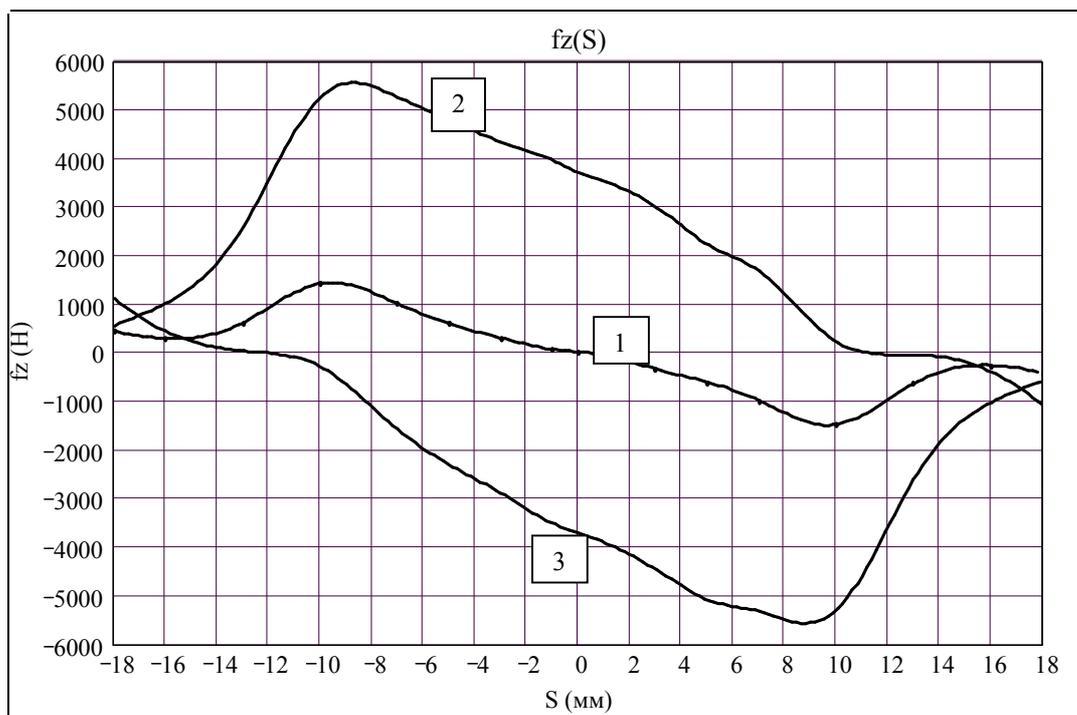


Рис. 7. Силовые характеристики ЭВД: кривая 1  $i_k=0$ , кривая 2  $i_k=I_{mk}$ , кривая 3  $i_k=-I_{mk}$

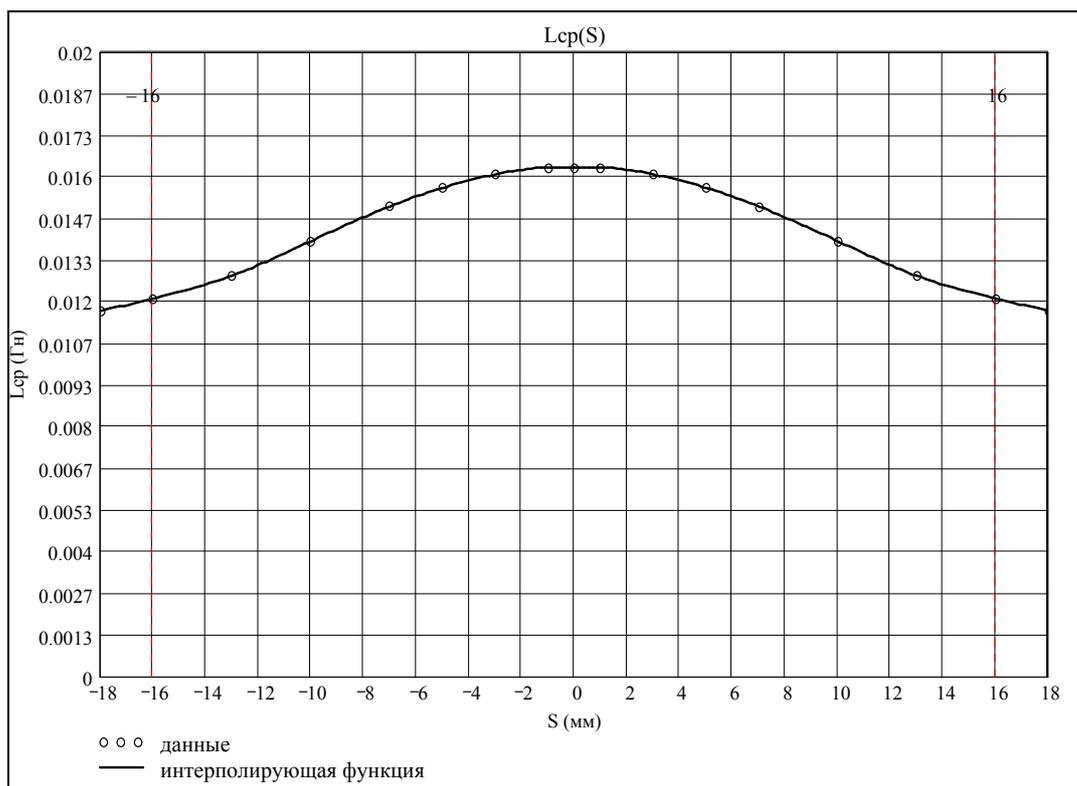


Рис. 8. Зависимость среднего значения индуктивности катушки  $L_{cp}$  от смещения якоря  $S$

**Таблица 1.** Результаты расчёта силовых характеристик ЭВД

№ п/п	S (мм)	Осевая сила $f_z$ - Ньютоны			
		$i_K=0$	$t_1=0.005$ сек	$t_2=0.015$ сек	$t_3=0.025$ сек
		$f_z$	$f_z$	$f_z$	$f_z$
1	-18	442.4	565.5	1115.4	565.5
2	<b>-16</b>	<b>294.4</b>	<b>1021.2</b>	<b>439.1</b>	<b>1021.1</b>
3	-13	617.9	2579.3	41.7	2579.3
4	-10	1430.6	5270.8	-288.2	5270.8
5	-7	1010.8	5264.8	-1581.9	5264.8
6	-5	606.4	4804.2	-2295.3	4804.2
7	-3	306.2	4336	-2894.5	4336
8	-1	72.3	3962.2	-3512.2	3962.2
9	<b>0</b>	<b>16.4</b>	<b>3711.9</b>	<b>-3707.9</b>	<b>3711.9</b>
10	1	-32.7	3527.6	-3904.7	3527.6
11	3	-332.3	3018.3	-4460.8	3018.3
12	5	-603.2	2226.6	-5084.2	2226.6
13	7	-984.4	1685	-5322.4	1685
14	10	-1476.9	231.2	-5296.7	231.2
15	13	-624	-33.4	-2583.7	-33.4
16	<b>16</b>	<b>-253</b>	<b>-386</b>	<b>-1017.6</b>	<b>-386</b>
17	18	-420.3	-1080.1	-576.1	-1080.1

**Таблица 2.** Результаты расчёта параметров катушки обмотки статора ЭВД

№ п/п	S (мм)	Индуктивность катушки $L_K$ -Генри			$L_{cp}$ (Гн), $X_L$ (Ом), $U_K$ (В)		
		$t_1=0.005$ сек	$t_2=0.015$ сек	$t_3=0.025$ сек	$L_{cp}$	$X_L$	$U_K$
		$L_K$	$L_K$	$L_K$			
1	-18	0.00272	0.02067	0.00272	0.0117	3.675	167
2	<b>-16</b>	<b>0.00324</b>	<b>0.0209</b>	<b>0.00324</b>	<b>0.0121</b>	<b>3.801</b>	<b>172.8</b>
3	-13	0.00477	0.02092	0.00477	0.01284	4.034	183.3
4	-10	0.00735	0.02055	0.00735	0.01395	4.382	199.2
5	-7	0.0104	0.01972	0.01 04	0.01506	4.731	215
6	-5	0.0123	0.019	0.0123	0.01565	4.916	223.4
7	-3	0.01406	0.01809	0.01406	0.01608	5.052	229.6
8	-1	0.01563	0.01698	0.01563	0.01631	5.124	232.9
9	<b>0</b>	<b>0.0163</b>	<b>0.0163</b>	<b>0.0163</b>	<b>0.0163</b>	<b>5.121</b>	<b>232.7</b>
10	1	0.01698	0.01563	0.01698	0.01631	5.124	232.9
11	3	0.01809	0.01406	0.01809	0.01608	5.052	229.6
12	5	0.019	0.0123	0.019	0.01565	4.916	223.4
13	7	0.01972	0.01038	0.01972	0.01505	4.728	214.9
14	10	0.02055	0.00733	0.02055	0.01394	4.379	199
15	13	0.0209	0.00476	0.0209	0.01283	4.031	183.2
16	<b>16</b>	<b>0.0209</b>	<b>0.00324</b>	<b>0.0209</b>	<b>0.0121</b>	<b>3.801</b>	<b>172.8</b>
17	18	0.02067	0.00273	0.02067	0.0117	3.675	167

## **Об авторах**

**Суханов Виктор Васильевич**, Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет, кафедра «Электрические машины»

**Нетеса Юрий Дмитриевич**, Научно-производственное предприятие «Вибро-резонансные технологии»

С.Н. Удалов, В.З. Манусов, А.А. Ачитаев

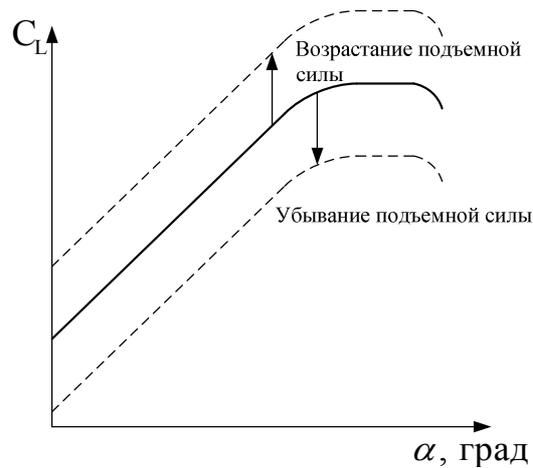
Возможности программного комплекса «ELCUT» в  
решении задач повышения регулировочной способности  
подъёмной силы в режиме ограничения мощности  
ветровой турбины средствами плазменной технологии

Необходимость повышения запаса регулировочной способности в режиме ограничения мощности ветроэнергетической установки, позволяет создать благоприятные условия эксплуатационной надёжности. В связи с этим, использование плазменной технологии для расширения диапазона регулирования ветроэнергетической установки с применением технологии поверхностного коронного разряда постоянным током на лопасти, имеет адекватный интерес. С учётом этого необходимо провести математическое моделирование, которое даст представление о величине диапазона регулирования в рассматриваемой модели.

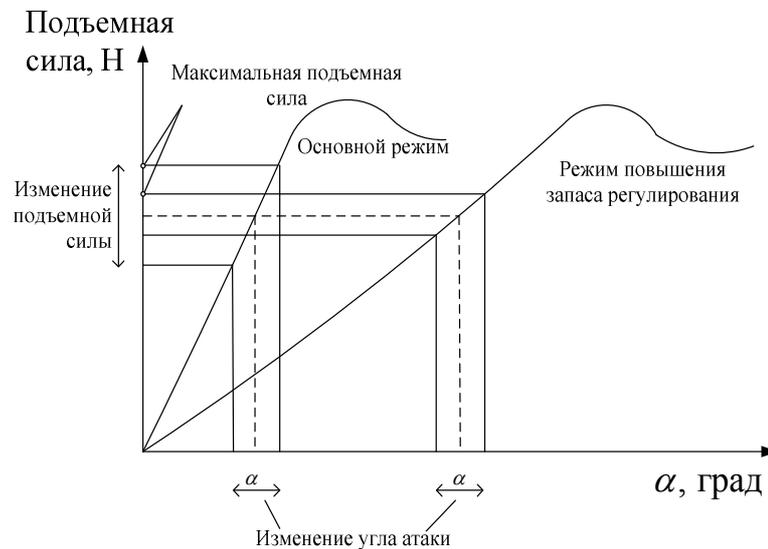
Ключевые слова: ветроэнергетическая установка, плазменный привод, подъёмная сила, ELCUT, электростатика, упругие напряжения и деформации

Альтернативная энергетика является одной из наиболее динамично развивающейся отраслью современной энергетики. Поиск и разработка новых технических средств и решений в области повышения регулировочной способности ветроэнергетических установок (ВЭУ) также быстро развивается. В работе, представленной ранее Лукутиным Б.В., Муравлевым А.И., Шандаровой Е.Б. рассмотрен вопрос перехода ветротурбины в режим ограничения мощности посредством изменения коэффициента использования энергии ветра  $C$  и числа модулей ветродвигателя  $Z$  [1]. Это связано с повышением требований, предъявляемых к установкам. Важно отметить, что необходимость

повышения регулировочной способности ВЭУ определяет его эксплуатационную надёжность. На рис. 1 изображён график, иллюстрирующий поведение подъёмной силы в условиях изменения аэродинамических свойств лопасти ВЭУ. Также, на рис. 2 приведена зависимость, при которой наблюдается отличие в запасе по регулировочной способности ВЭУ по углу атаки лопасти в сравнении основного режима с режимом повышения запаса регулирования.



**Рис. 1.** График зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки в условиях изменения структуры аэродинамики лопасти



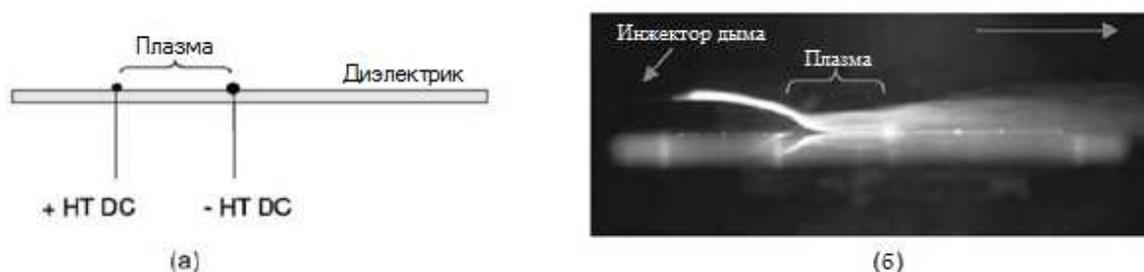
**Рис. 2.** График зависимости подъемной силы от угла атаки в условиях повышения регулировочной способности

Одно из технических направлений, которое имеет экспериментальное подтверждение возможности повышения регулировочной способности

турбины ВЭУ, является технология плазменного привода, основанного на применении ионизации воздуха на поверхности лопасти. Поверхностные нетермические плазменные приводы создают электрическое поле между двумя электродами, анодом и катодом. При подаче большой разницы напряжений между электродами, формируется электрическое поле и индуцируется электрический ветер или ионический ветер близко к поверхности. Электрический ветер формируется столкновением между дрейфующими ионами и нейтральными частицами в области межэлектродного пространства. Индуцированный ветер действует как массовая сила и возбуждает ближайшую среду, создавая струю с потоком массы нулевой свободы, модифицируя пограничный слой потока воздуха вдоль профиля. На сегодняшний день существует много различных конфигураций, которые классифицируются как плазменные приводы. Ниже будут рассмотрены четыре плазменных привода. Вот эти устройства: 1) поверхностный коронный разряд постоянного тока, 2) поверхностный диэлектрический барьерный разряд переменного тока, 3) скользящий разряд и 4) граничная струя. Характеристики этих устройств более детально описали Moreau, Benard, Jolibois и Touchard [2].

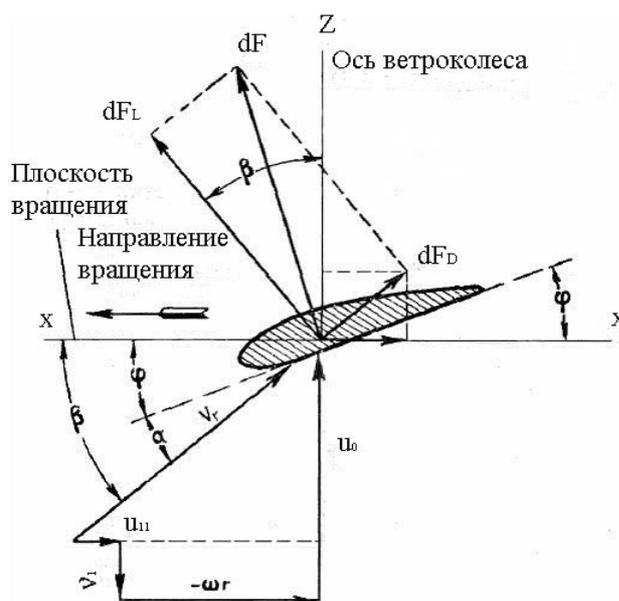
Рассмотрим первый вариант устройства. Привод поверхностного коронного разряда постоянного тока состоит из двух широких электродов, установленных ровно на поверхности диэлектрического профиля (рис. 3а). Когда прикладывается высокое напряжение постоянного тока ( $>10\text{кВ}$ ), формируется корона вокруг проводника небольшого диаметра (обычно анода) и создаётся электрический ветер тангенциально к поверхности между двумя электродами. Электрический ветер способен изменить пограничный слой воздушного потока профиля. Рис. 3б демонстрирует визуализацию низкоскоростного воздушного потока вдоль плоской пластинки. Если привод выключен, дым остаётся вертикальным. Когда привод активен, поток выше анода захватывается по направлению к

поверхности от наружного слоя, вызывая притяжение дыма к поверхности и затем ускоряясь в область разряда. Преимущество этого устройства в том, что оно требует простое электроснабжение, однако дизайн ограничивается скоростью электрического ветра только несколько  $m/c$ .



**Рис. 3.** а) схематическая точка зрения на привод коронного разряда постоянного тока, б) 2d визуализация управляемого воздушного потока вдоль плоской пластины

На рис. 4 показано сечение аэродинамического профиля. При обтекании профиля потоком на него действует аэродинамическая сила, которую можно разделить на две составляющие: подъёмную и силу сопротивления. Подъёмная сила действует на профиль перпендикулярно направлению скорости натекания потока  $v$ . Сила сопротивления совпадает с направлением вектора скорости натекающего потока. Эти силы обозначаются  $F_L$  и  $F_D$  соответственно. Угол между направлением скорости натекающего потока и хордой профиля, называется углом атаки  $\alpha$ .



**Рис. 4.** Векторная диаграмма сил и скоростей воздушного потока при набегании его на элемент лопасти

Рассматриваемые давления соотносятся со значением динамического давления, поэтому можно выделить коэффициент пропорциональности  $C_L$  (коэффициент подъёмной силы) [3]:

$$p_L = \frac{1}{2} \rho v^2 C_L, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность воздуха  $1,223 \text{ кг/м}^3$ ;  $v$  – скорость ветра,  $\text{м/с}$ ;  $C_L$  – коэффициент подъёмной силы.

Средствами программного пакета «ELCUT» был представлен расчёт влияния поверхностного коронного разряда постоянного тока на лопасть ВЭУ [4].

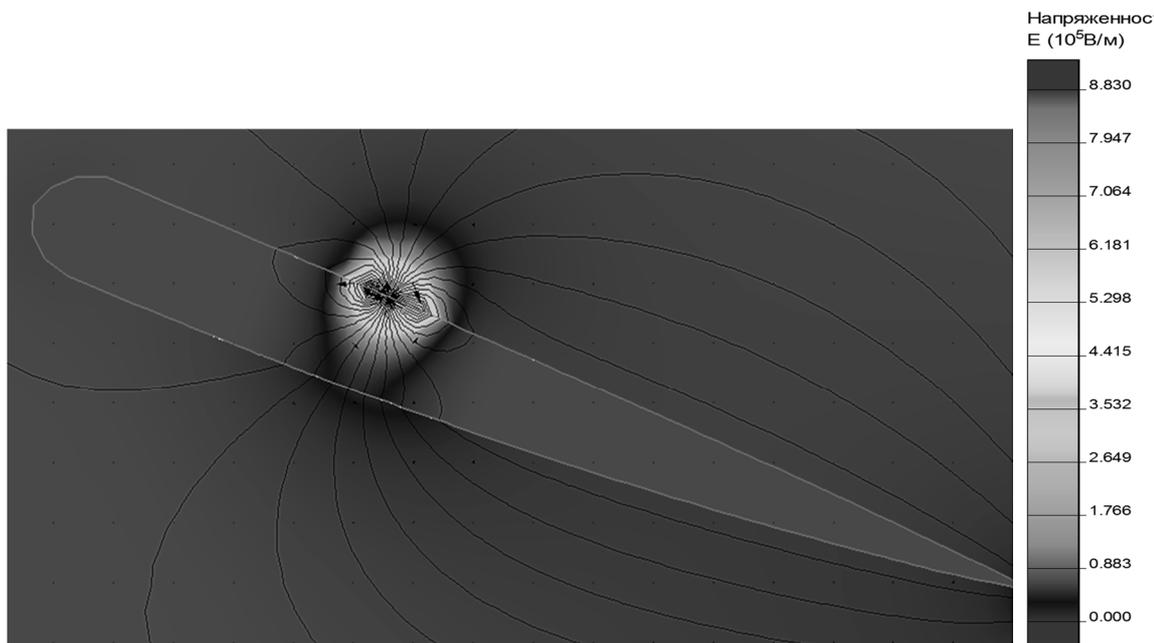
На рис. 5 изображён результат расчёта электростатического поля, по которому видна область высокой концентрации силовых линий, сосредоточенная на поверхности, вызывая коронный разряд.

Ионизированный газ создаёт дополнительное давление и в свою очередь оказывает влияние на подъёмную силу. Разница создаваемого давления между воздухом и ионизированным газом, описывается уравнением идеального газа Менделеева-Клайперона:

$$\Delta p = RT \left( \frac{\rho_1}{\mu_1} - \frac{\rho_2}{\mu_2} \right), \quad (2)$$

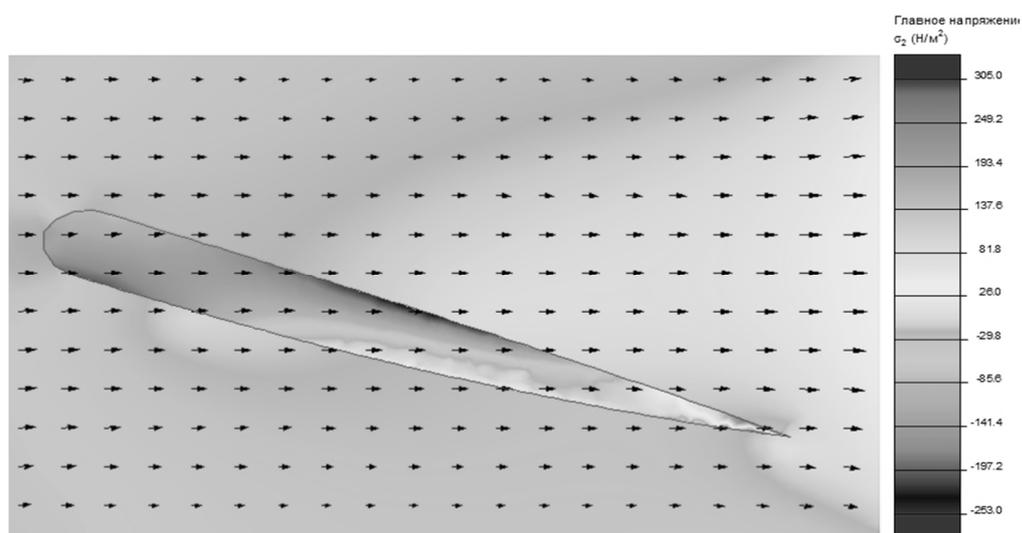
где  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная  $8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ ;  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – молярные массы воздуха и озона соответственно;  $T$  – температура воздуха,  $^\circ\text{K}$ ;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  – плотности воздуха и озона соответственно,  $\text{кг/м}^3$ .

Расчёт механических деформаций проведён в пакете «ELCUT». На рис. 6 представлен результат полевого расчёта механических деформаций, оказывающих влияние на лопасть при взаимодействии с ветропоток.

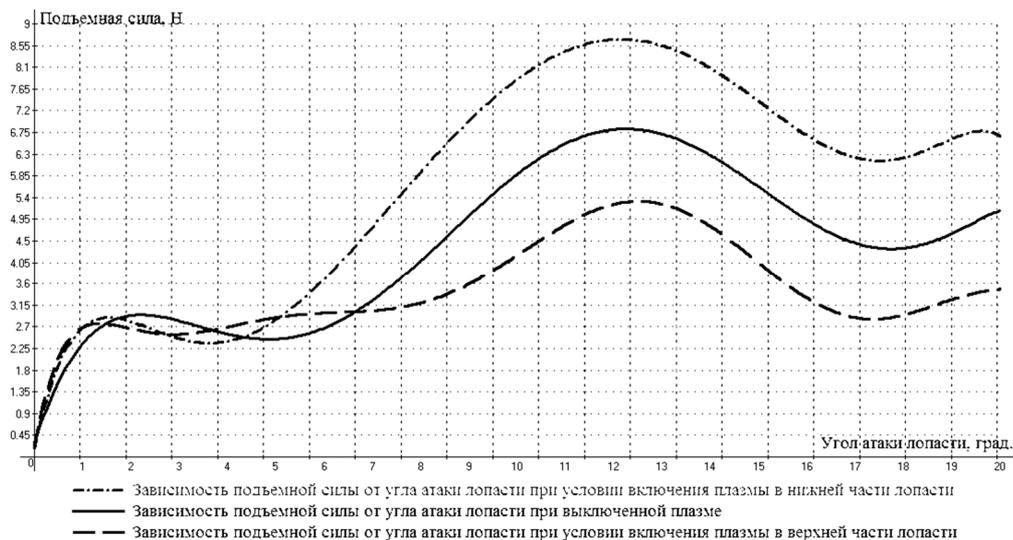


**Рис. 5.** Результат расчёта распределения напряжённости электрического поля по поверхности лопасти при действии поверхностного коронного разряда постоянного тока

На рис. 7 изображены результаты расчётов зависимости подъёмной силы лопасти от угла атаки, где проиллюстрирован эффект повышения регулировочной способности подъёмной силы лопасти ВЭУ при использовании поверхностного коронного разряда постоянного тока по его поверхности.



**Рис. 6.** Результат расчёта распределения механической напряжённости



**Рис. 7.** Сравнительная характеристика зависимости подъемной силы лопасти ВЭУ от угла атаки

## Выводы

Была создана математическая модель коронного разряда по экспериментальным исследованиям, проводимых в США. На основании математической модели по применению поверхностного коронного разряда постоянного тока на лопасти ВЭУ показано, что это позволит увеличить по сравнению с обычным вариантом, запас регулирования по изменению угла атаки, что обеспечивает надёжность функционирования ветроэнергетической установки в условиях повышенных ветровых нагрузок. При работе ВЭУ в режиме ограничения мощности, наличие плазменного привода позволит добиться не изменности угол атаки. В режиме набора мощности, технология коронного разряда позволит обеспечить выход на номинальную мощность ВЭУ за меньшее время, как показано в результатах моделирования.

## Литература

1. Лукутин Б.В., Муравлев А.И., Шандарова Е.Б. Энергоэффективные управляемые генераторы для ветроэлектростанций //Известия Томского политехнического университета, 2008. - т.312 - № 4. - с.

2. Scott J. Johnson, C.P. van Dam, Dale E. Berg. Active Load Control Techniques for Wind Turbines / Sandia Corporation, a Lockheed Martin Company, report SAND2008-4809 – 2008. – P. 125-140.
3. Альдо В. да. Роза. Возобновляемые источники энергии физико-технические основы. – М.: Издательский дом «Интеллект», МЭИ, 2010. – 704 с.
4. «ELCUT». Комплекс программ моделирования двумерных физических полей с помощью метода конечных элементов. НПМК «ТОР», Санкт-Петербург, 2010 г.

### **Об авторах**

**Удалов Сергей Николаевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры систем электроснабжения предприятий Новосибирского государственного технического университета;

**Манусов Вадим Зиновьевич**, д-р техн. наук, профессор кафедры систем электроснабжения предприятий Новосибирского государственного технического университета;

**Ачитаев Андрей Александрович**, магистрант кафедры систем электроснабжения предприятий Новосибирского государственного технического университета.

В.Т. Чемерис

Моделирование электродинамических усилий в  
лабораторной установке для демонстрации магнитной  
левитации

Установка состоит из 3-х элементов:

1. Плоская катушка дискового типа.

Её размеры: толщина (с изоляцией) 10 мм, наружный диаметр 175 мм,

Диаметр центрального отверстия 65 мм.

Масса катушки 1,39 кг. Объём 209,07 см<sup>3</sup>.

Площадь полусечения 55 см<sup>2</sup>.

Средняя плотность по объёму 6,648 г/см<sup>3</sup>. Сопротивление на постоянном токе 4,05 Ом.

Полное сопротивление на переменном токе частоты 50 Гц равно 8,356 Ом.

Индуктивное сопротивление 7,309 Ом.

Собственная индуктивность катушки по результатам этих измерений 23,28 мГн.

2. Тонкий диск из дюралюминия марки Д16.

Его размеры: толщина 4,5 мм. Наружный диаметр 150 мм.

Диаметр центрального отверстия 12 мм.

Масса диска 0,24 кг. Объём 87,792 см<sup>3</sup>.

Площадь полусечения 3,45 см<sup>2</sup>.

Средняя плотность по объёму 2,733 г/см<sup>3</sup>.

Электропроводность дюралюминия 1,65e07 См/м («Большая энциклопедия нефти и газа», [www.ngpedia.ru/](http://www.ngpedia.ru/) Сравнительные свойства сплавов Д1 и Д16).

3. Массивный диск из дюралюминия марки Д16.

Его размеры: толщина 18 мм. Наружный диаметр 200 мм.

Диаметр центрального отверстия 12 мм.

Масса диска 1,54 кг. Объём 563,45 см<sup>3</sup>.

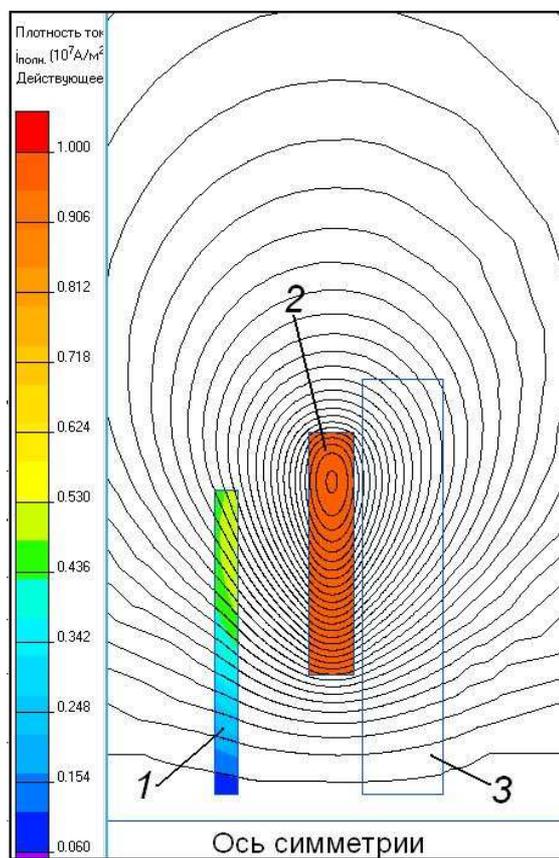
Площадь полусечения  $16,92 \text{ см}^2$ .

Средняя плотность по объёму  $2,733 \text{ г/см}^3$ .

Электропроводность дюралю  $1,65 \times 10^7 \text{ См/м}$ .

С помощью программы «ELCUT» версий 5.7 и 5.10 моделировались силы электромагнитного взаимодействия с каждым из дисков в отдельности (при отсутствии другого диска). Результаты измерений, полученных с помощью интегрального калькулятора, корректировались по условию равенства противодействующих сил (чтобы сила действия равнялась силе противодействия). Определялось среднее значение силы во времени и размах колебаний силы.

Схема расчётной модели показана на рис. 1-А и рис. 1-Б.

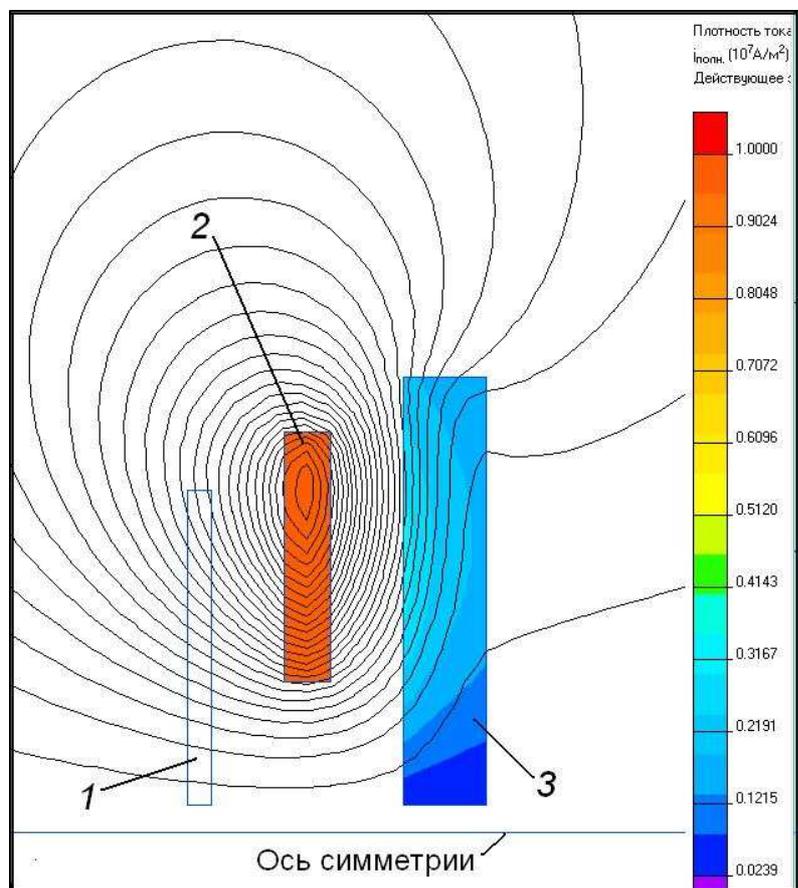


**Рис. 1-А.** Обозначения: 1 – тонкий диск; 2 – катушка, возбуждающая поле; 3 – массивный диск (в данном случае его проводимость принималась равной нулю)

Рис. 1-А отображает расчётную модель для определения силы взаимодействия между катушкой и тонким диском.

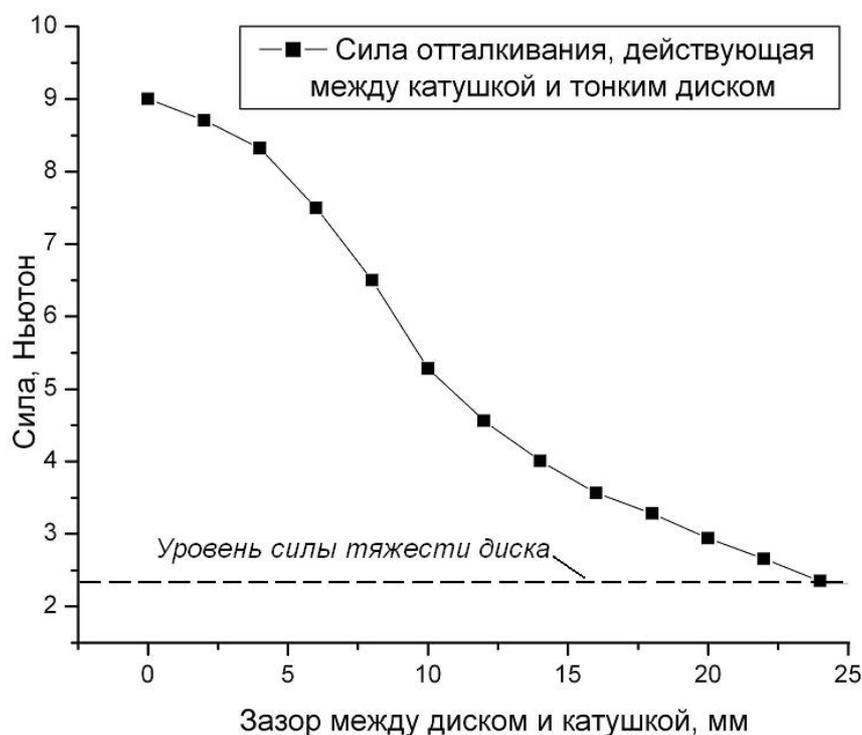
Сетка триангуляции выбиралась в пределах от 25 тысяч узлов до 120 тысяч узлов в зависимости от зазора между катушкой и диском.

При моделировании была задана средняя плотность тока по сечению катушки  $10 \text{ А/мм}^2$ . Такая плотность тока может быть достигнута в кратковременных режимах (до 7-8 минут) при питании катушки током  $21 \text{ А}$  от лабораторного автотрансформатора при напряжении на его выходе  $170 \text{ Вольт}$ .



**Рис. 1-Б.** Обозначения: 1 – тонкий диск (в данном случае его проводимость принималась равной нулю); 2 – катушка, возбуждающая поле; 3 – массивный диск.

Рис. 1-Б отображает расчётную модель для определения силы взаимодействия между катушкой и массивным диском. Результаты моделирования представлены на рис. 2 и 3. Здесь даны зависимости средней силы взаимодействия от величины осевого зазора между диском и катушкой.



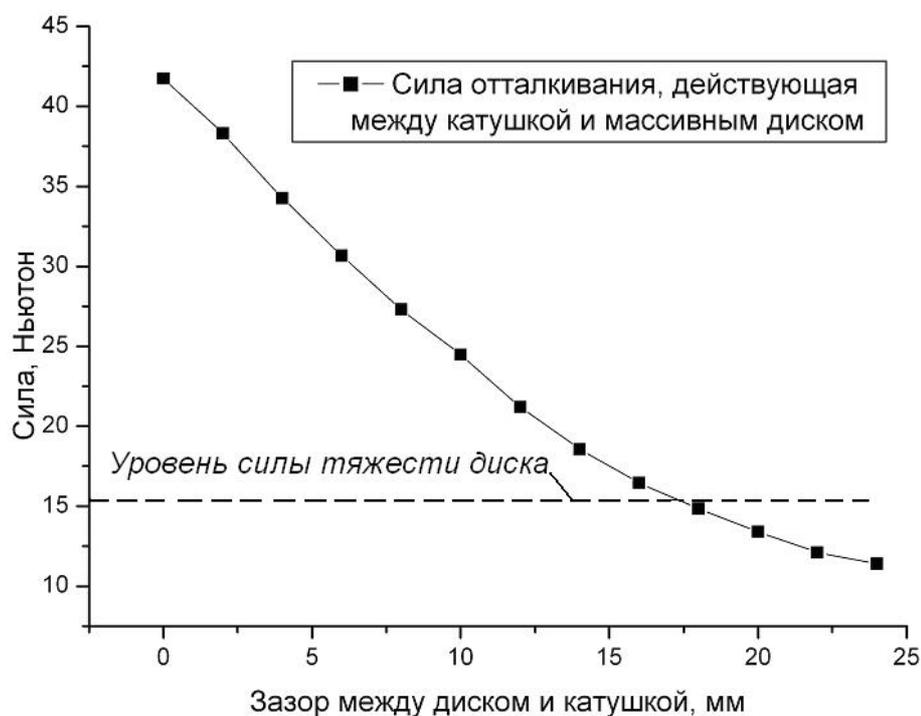
**Рис. 2.** Зависимость силы отталкивания между катушкой и тонким диском от величины зазора между ними

На графиках рис. 2 и 3 пунктирной линией показана сила тяжести соответствующего диска. При взаимодействии с каждым из дисков в отдельности поле катушки при указанном токе обеспечивает подъем и левитацию тонкого диска меньшей массы на высоту 24 мм (подразумевается, что катушка и диск расположены в горизонтальной плоскости) или же подъем и левитацию массивного диска большей массы на высоту 17,4 мм. Близкие к этим величины наблюдаются в условиях эксперимента.

Точное измерение высоты подвеса диска электромагнитными силами затруднено из-за вибрации диска в связи с тем, что электромагнитная сила пульсирует с двойной частотой питающего тока.

Вибрация меньше проявляется при левитации диска большей массы благодаря демпфирующему действию силы инерции и уменьшается с увеличением зазора между катушкой и диском.

Нагружая диски в состоянии левитации дополнительными грузами, можно получить экспериментальную зависимость высоты подвеса от суммарной массы диска и груза.



**Рис. 3.** Зависимость силы отталкивания между катушкой и массивным диском от величины зазора между ними.

Эксперимент позволяет получить зависимость высоты подвеса одного или другого диска от величины тока в катушке.

На установке можно демонстрировать левитацию самой катушки, если расположить её над диском большей массы. Поскольку масса катушки меньше, чем масса диска, высота её подъема в такой конфигурации будет большей, чем высота подъема диска, и составит около 20 мм.

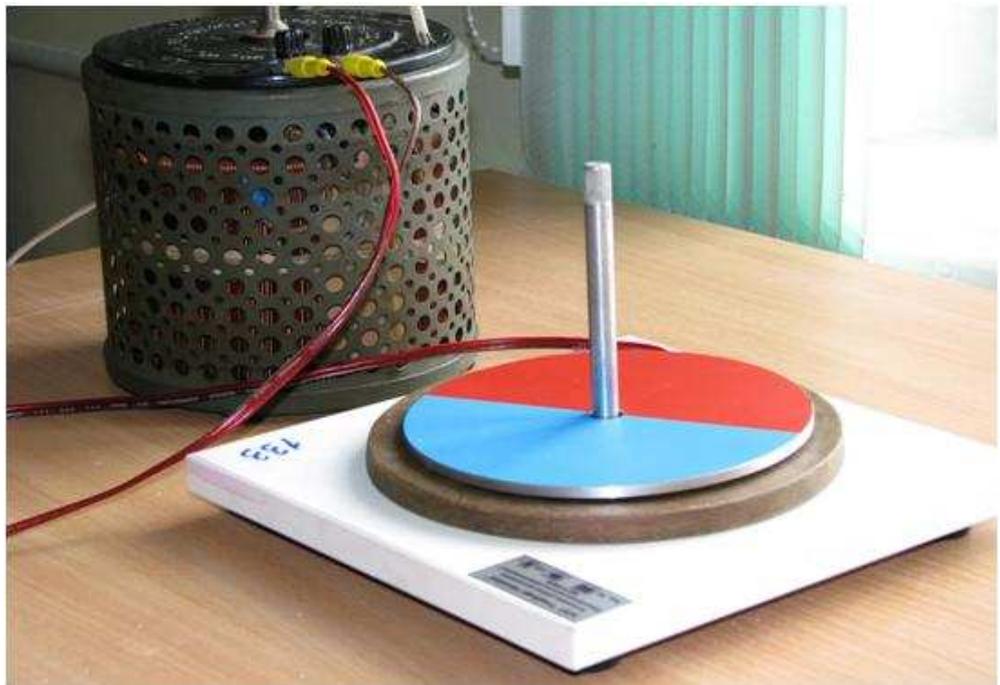
На рис. 4-11 приведены фотографии установки в различных состояниях (исходное состояние, левитация).



**Рис. 4.** Общий вид установки (катушка обесточена)



**Рис. 5.** Режим левитации катушка посередине



**Рис. 6.** Тонкий диск на катушке в исходном состоянии



**Рис. 7.** Левитация тонкого диска



**Рис. 8.** Массивный диск на катушке в исходном состоянии



**Рис. 9.** Левитация массивного диска



**Рис. 10.** Катушка размещена над массивным диском (исходное положение)



**Рис. 11.** Левитация катушки над массивным диском

### **Об авторе**

**Чемерис Владимир Терентьевич**, к. т. н, доцент, Национальный авиационный университет, г. Киев, Украина

