

С. А. Ионин

Применение теоремы Шакирова в расчётах электромагнитных сил

Аннотация

В статье рассмотрены примеры расчёта электромагнитных сил, действующих на экранированные токопроводы при постоянном, переменном токе и в переходных режимах с помощью теоремы Шакирова об искривлении пространств при конформных отображениях. Применение данного метода весьма точно подтверждается расчётами с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в программе «ELCUT». Область применения теоремы – плоские задачи. Также рассмотрена задача распределения тока в шинах при поверхностном эффекте с применением метода конформных отображений.

Ключевые слова: конформные отображения, электромагнитная сила, теорема Шакирова.

Введение

Теоремы М.А. Шакирова были опубликованы в 1994г. в ведущих российских научных журналах [1, 5, 6, 7]. Теоремы посвящены расчётам сил f_{z_0} , действующих на линейный ток i_0 или заряд τ_0 [1]. Эти теоремы внедрены в «Практикум по ТОЭ, ч.3» (СПб, 1995) и используются студентами 3-его курса электромеханического отделения СПбГПУ при выполнении ими расчётных заданий. Цель настоящей работы – обзор этих теорем и примеров их применения.

Формулировки теорем

В теоремах используется понятие конформно-связанных областей (рис.1).

Электростатика линейных зарядов

Если z_0 - координата линейного заряда τ_0 в D_z -области, ограниченной проводящим экраном, и $\omega_0(z_0)$ – конформное отображение z_0 в D_{ω} -области и f_{ω_0} – сила, действующая на τ_0 в D_{ω} -области, то справедливо:

$$f_{z_0} = f_{\omega_0} \omega_{z_0}^* + (\tau_0^2 / 4\pi\epsilon_0) K_{z_0} \quad (1)$$

$$K_{z_0} = (\omega''_{z_0} / \omega'_{z_0})^* \text{ или } K_{z_0} = (-z''_0 / z'_0)^*, \quad (2)$$

где K_{z_0} - главный вектор локального искривления при конформном отображении в точке z_0 [1,5].

Магнитостатика линейных токов

Если z_0 - координата линейного тока i_0 в D_z -области, ограниченной идеальным магнитным ($\mu \rightarrow \infty$) или электромагнитным ($\mu \rightarrow 0$) экраном и $\omega_0(z_0)$ - конформное отображение z_0 в D_{ω} - области и f_{ω_0} - сила, действующая на i_0 в D_{ω} - области, то справедливо:

$$f_{z_0} = f_{\omega_0} \omega_{z_0}^* - (\mu_0 i_0^2 / 4\pi) K_{z_0} \quad (3)$$

Магнитное поле синусоидальных линейных токов

Для условий из предыдущей теоремы расчёт средней за период T силы осуществляется по формуле:

$F_{z_0} = F_{\omega_0} \omega_{z_0}^* - (\mu_0 I_0^2 / 4\pi) K_{z_0}, \quad I_0 = I_0 , \quad \dot{I}_0 = I_0 \cdot e^{j\psi_0} \quad I_0 \quad (4)$
--

где I_0 - модуль комплексного тока \dot{I}_0 .

Тонкие провода с током

в прямоугольном идеальном магнитном экране

Конформное отображение

Рассмотрим применение теоремы Шакирова в формулировке (3) для простого случая пары тонких проводов, находящихся в прямоугольном идеальном магнитном экране ($\mu_{сталь} \rightarrow \infty$) (рис.1). Конформное отображение прямоугольника на D_{ω} -полуплоскость осуществляется с помощью эллиптической функции (эллиптический синус Якоби) $\omega(z)$, выраженной через соответствующие ϑ -функции ($\vartheta_1(v), \vartheta_2(v), \vartheta_3(v), \vartheta_4(v)$, где $v=z/a$), [2, стр.131]:

$$\omega(z) = sn\left(\frac{2K}{a} \cdot z; k\right) = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{\vartheta_1(v)}{\vartheta_4(v)} = \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{2q^{\frac{1}{4}} \cdot (\sin \pi v - q^2 \cdot \sin 3\pi v + q^6 \cdot \sin 5\pi v - \dots)}{1 - 2 \cdot (q \cdot \cos 2\pi v - q^4 \cdot \cos 4\pi v + q^9 \cdot \cos 6\pi v - \dots)} \quad (5)$$

$$q = e^{-\pi \cdot 2b/a} = e^{-\pi \cdot 2 \cdot 1,5/3} = 0,0432, \quad k = \vartheta_2^2(0, q) / \vartheta_3^2(0, q) = 0,9136^2 / 1,0864^2 = 0,7071$$

$$K = \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{1-s^2} \cdot \sqrt{1-k^2s^2}} \quad \text{или} \quad K = \frac{\pi}{2} \cdot [9_3(0, q)]^2$$

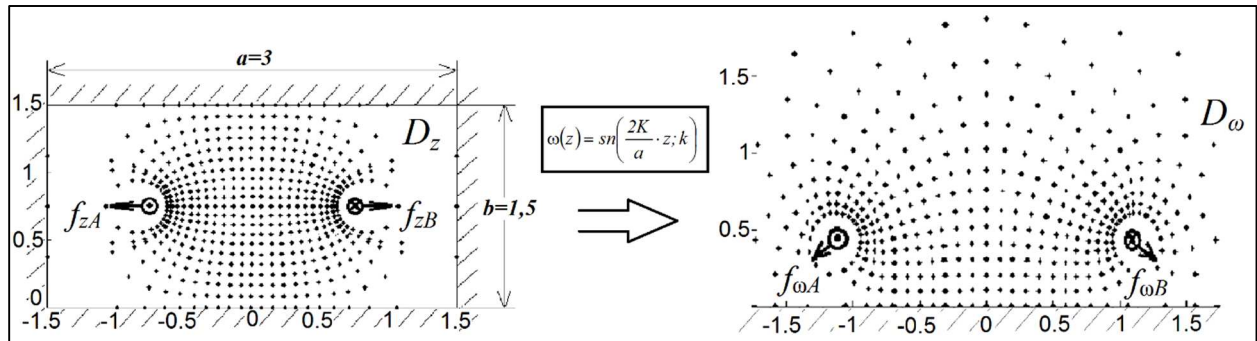


Рис. 1. Расчёт сил и построение картины магнитного поля двухпроводной линии с помощью конформного отображения $\omega(z)$ и обратного отображения $z(\omega)$

Применение метода конформных отображений упрощает построение картины магнитного поля в D_z -области: если картина построена в D_ω -области, то можно легко получить соответствующие точки картины поля и D_z -области с помощью обратного отображения. Формула для обратного отображения выражается через неполный эллиптический интеграл I-ого рода:

$$z(\omega) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{1-k^2z^2} \cdot \sqrt{1-z^2}} dz \quad (6)$$

Если прямой линейный ток имеет координату $z_A = (-0,75 + j0,75)$, а обратный ток $-z_B = (0,75 + j0,75)$, тогда согласно (5): $\omega_A = -1,0987 + j0,4551$, $\omega_B = 1,0987 + j0,4551$.

Пример №1: Расчёт сил в D_z - и D_ω -областях

Согласно методу зеркальных отображений, силы в D_ω -области равны (рис. 1, справа): $f_{\omega A} = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot (-1,687 - j1,876) \text{ (H/м)}$, $f_{\omega B} = \frac{\mu_0 i_B^2}{4\pi} \cdot (1,687 - j1,876) \text{ (H/м)}$.

Первая и вторая производные функции $\omega = sn(z)$ вычисляются аналитически:

$$\begin{aligned} \omega'_{z_A} &= 0,3978 + j0,9603, & \omega'_{z_B} &= 0,3978 - j0,9603 \\ \omega''_{z_A} &= 1,5346 + j1,3309, & \omega''_{z_B} &= -1,5346 + j1,3309 \end{aligned}$$

Главный вектор локального искривления линий при конформном отображении в точках z_A и z_B согласно (2): $K_{z_A} = 1,7480 + j0,8740$, $K_{z_B} = -1,7480 + j0,8740$.

Итак, сила, действующая на линейный ток $i_A = 1 \text{ A}$:

$$f_{z_A} = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot (-2,473 + j0,874) - \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{1,5346 + j1,3309}{0,3978 + j0,9603} \right)^* = -\frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot 4,220 = -4,220 \text{ (H/м)}.$$

Аналогично, сила, действующая на линейный ток $i_B = -1 \text{ A}$:

$$f_{zB} = \frac{\mu_0 i_B^2}{4\pi} \cdot (2,473 + j0,874) - \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{-1,5346 + j1,3309}{0,3978 - j0,9603} \right)^* = \frac{\mu_0 i_A^2}{4\pi} \cdot 4,220 = 4,220 \text{ (N/m)}$$

Направления сил показаны на рис. 1 слева.

Алгоритм решения задачи в программе «ELCUT» следующий:

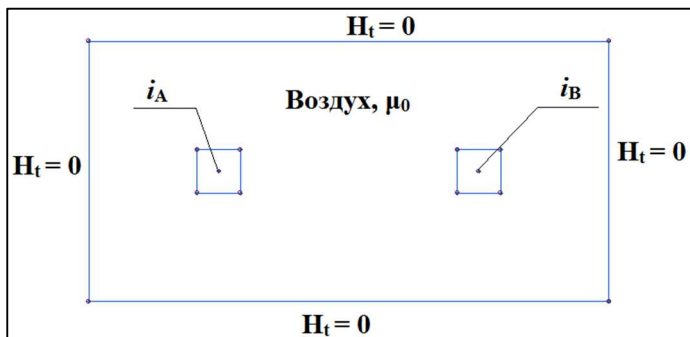


Рис. 2. Постановка задачи в «ELCUT»

1. Создаётся геометрическая модель: прямоугольник и две точки, соответствующие линейным токам (также вокруг точек рисуются два квадрата, которые необходимо будет выделить при расчёте сил на этапе решения задачи).

2. Задаются граничные условия и свойства блоков: на границах идеального магнитного экрана касательная составляющая магнитного поля отсутствует ($H_t = 0$), относительная магнитная проницаемость воздуха равна единице, токи моделируются как вершины (задаются их свойства: токи 1 и -1 А).

3. Строится сетка конечных элементов и решается задача. Полученные результаты достаточно точно подтверждают расчёты с помощью теоремы Шакирова:

$$f_{zA} = -4,2187 \cdot 10^{-7} \text{ (H/m)}, \quad f_{zB} = 4,2163 \cdot 10^{-7} \text{ (N/m)}. \text{ Погрешности: } 0,03 \% \text{ и } 0,09 \%.$$

Массивные шины с постоянным током в идеальном магнитном экране

Вывод формулы

В случае массивных шин с постоянным током I (рис. 2), поперечное сечение каждой шины (площадь каждой шины равна S) разбивается на *элементарные проводники* (ЭП) ΔS_i , где i – номер проводника. Ток проводника – $I_i = \delta \cdot \Delta S_i$, где $\delta = I/S$; $i = 1..n$, где n – полное число ЭП. ЭП заменяются на тонкие провода с током I_i , проходящим через центр ЭП z_i . Элементарные силы $f_{\omega k}$, действующие на k -ый ЭП в D_ω -области определяются следующим образом:

$$f_{\omega k} = f_{\varepsilon k} + j f_{\eta k} = -\frac{\mu_0 I_k}{2\pi} \left[\pm j \frac{I_k}{2\eta_k} + \sum_{\substack{q=1, \\ q \neq k}}^n \lambda_{kq} \cdot I_q \right], \quad \lambda_{kq} = \left(\frac{1}{\omega_k - \omega_q} \pm \frac{1}{\omega_k - \omega_q^*} \right)^*, \quad (7)$$

где знак «+» соответствует идеальному магнитному экрану, а знак «-» – идеальному электромагнитному экрану. Затем соответствующие силы в D_z -области

рассчитываются по формулам (3) и затем сумма этих элементарных сил f_{zk} для каждой шины даёт результирующие силы, действующие на шины.

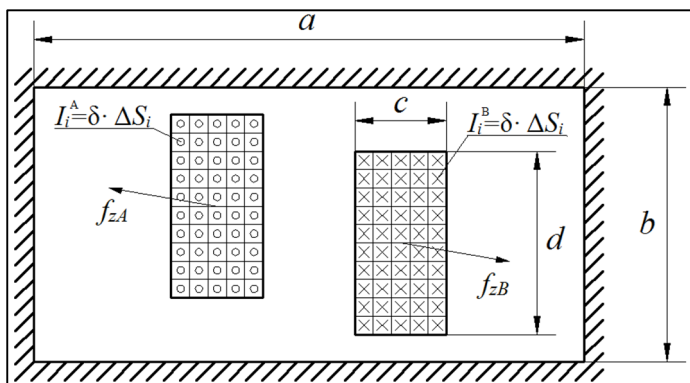


Рис. 3. Массивные шины, расположенные несимметрично в прямоугольном экране

Пример №2

Для параметров на рис. 2 $I = 1 \text{ kA}$ (постоянный ток); $a = 0,3 \text{ м}$; $b = 0,15 \text{ м}$; $c = 0,05 \text{ м}$; $d = 0,1 \text{ м}$ были получены следующие значения: $f_{zAX} = 4,1858 \text{ Н/м}$, $f_{zAY} = -0,7140 \text{ Н/м}$; $f_{zBX} = -4,1858 \text{ Н/м}$, $f_{zBY} = 0,7140 \text{ Н/м}$.

Для решения задачи с помощью «ELCUT» нужно в магнитный экран из примера №1 поместить две шины и задать в каждой из них ток (1000 А и -1000 А) и задать такие же граничные условия. Решение привело к следующему результату (на примере левой шины): $f_{zAX} = 4,1448 \text{ Н/м}$, $f_{zAY} = -0,7065 \text{ Н/м}$. Относительные погрешности незначительны: 1 % для X-компоненты и 1,1 % для Y-компоненты силы.

RLC-цепь с экранированными шинами

Подход к расчёту

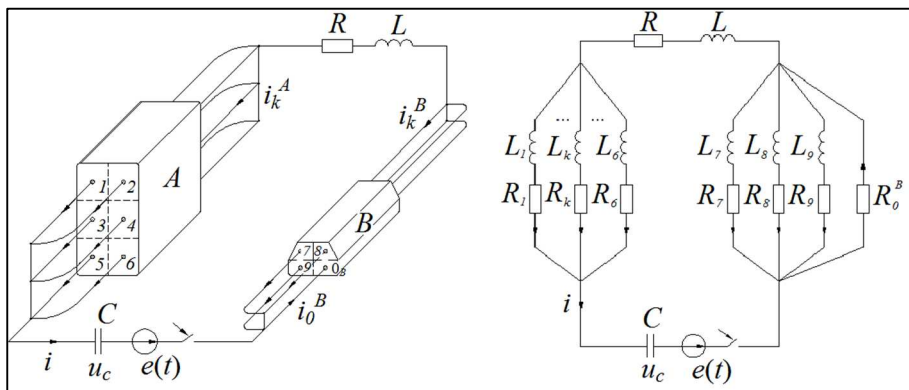


Рис. 4. Дискретизация шин (общий случай)

Рис. 5. Эквивалентная схема для анализа поверхностного эффекта

Расчёт токов в ЭП шин при переменном токе и в переходных режимах более сложен, поскольку необходимо учитывать взаимно-индуктивные связи между ЭП (которые обеспечивают поверх-

ностный эффект). Эффективный метод расчёта основан на разбиении поперечных сечений шин на условные элементарные витки (УЭВ) с одним общим опорным проводником (ОП) для всех витков (рис. 3-4) рассмотрен в [9]. Этот ОП является ЭП одной из шин (крайний справа ЭП шины В на рис. 4).

Будем считать, что число ЭП для шины А и шины В - n_A и n_B соответственно (следовательно, полное число ЭП будет $n = n_A + n_B$) и введём следующие обозначения:

\mathbf{i}_A – строка $n_A \times 1$ токов ЭП шины А;

\mathbf{i}_B – строка $n_B \times 1$ токов ЭП шины В;

\mathbf{M}_A – квадратная $n_A \times n_A$ матрица собственных ($M_{kk}^A = L_k^A$) и взаимных (M_{kq}^A) индуктивностей УЭВ шины А;

\mathbf{M}_B – квадратная $(n_B - 1) \times (n_B - 1)$ матрица собственных ($M_{kk}^B = L_k^B$) и взаимных (M_{kq}^B) индуктивностей УЭВ шины В;

\mathbf{M}_{AB} – прямоугольная $n_A \times (n_B - 1)$ матрица взаимных индуктивностей между УЭВ шин А и В, при этом $\mathbf{M}_{BA} = \mathbf{M}_{AB}^T$

\mathbf{R}_A – диагональная $n_A \times n_A$ матрица сопротивлений УЭВ шины А;

\mathbf{R}_B – диагональная $(n_B - 1) \times (n_B - 1)$ матрица сопротивлений УЭВ шины В;

\mathbf{R}_0^B – строка $(n_A + n_B - 1) \times 1$, все элементы которой равны R_0^B сопротивлению ОП шины В;

\mathbf{R} – строка $n_A \times 1$, все элементы которой равны R – сопротивлению нагрузки (если она подключена);

\mathbf{R}'_A – матрица \mathbf{R}_A , в которой к каждому элементу добавлены R и R_0^B ;

\mathbf{R}'_B – матрица \mathbf{R}_B , в которой к каждому элементу добавлено R_0^B ;

$\mathbf{1}$ – строка $n_A \times 1$, состоящая из единиц;

$\mathbf{0}$ – строка $n_A \times 1$ (или $n_B \times 1$), состоящая из нулей.

В таком случае матричное уравнение (порядок системы - n) может быть записано следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_A & \mathbf{M}_{AB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{BA} & \mathbf{M}_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & C \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \\ u_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{R}'_A & & -\mathbf{1} \\ & -\mathbf{R}'_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^T & \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \\ u_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e(t) \quad (8)$$

Эти уравнения соответствуют методу контурных токов теории электрических цепей. Предположим, например, что $n_a=3$, $n_b=3$, тогда уравнения для 1-ого УЭВ шины А (если ОП принадлежит шине В) запишутся следующим образом:

$$M_{A_{1,1}} \cdot \frac{di_{A_1}}{dt} + M_{A_{1,2}} \cdot \frac{di_{A_2}}{dt} + M_{A_{1,3}} \cdot \frac{di_{A_3}}{dt} + M_{B_{1,1}} \cdot \frac{di_{B_1}}{dt} + M_{B_{1,2}} \cdot \frac{di_{B_2}}{dt} = \quad (9)$$

$$= -(R_{A_{1,1}} + R + R_0^B) \cdot i_{A_1} - (R + R_0^B) \cdot i_{A_2} - (R + R_0^B) \cdot i_{A_3} - R_0^B \cdot i_{B_1} - R_0^B \cdot i_{B_2} - u_c + e(t)$$

Для 1-ого ЭП шины В (содержащей ОП) будут справедливы уравнения для витка, замкнутого накоротко.

Ток разряда конденсатора или полный ток вычисляется как $i_C = i = \sum_{k=1}^{n_A} i_K^A$.

Ток ОП вычисляется как $i_0^B = \sum_{k=1}^{n_A} i_K^A + \sum_{k=1}^{n_B-1} i_K^B$.

Расчёт собственных и взаимных индуктивностей УЭВ

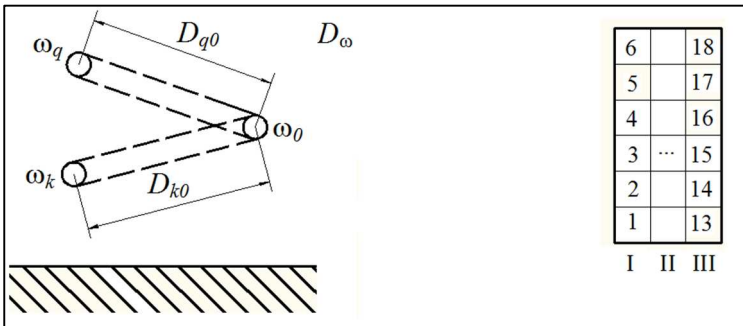


Рис.6. Условные элементарные витки (УЭВ) в D_ω -области

Рис.7. Элементарные проводники (ЭП) и слои шины А

Для этого также применяется метод конформных отображений: если поперечное сечение витков достаточно мало по сравнению с расстояниями до поверхностей экрана (так что они остаются таковыми и в D_ω -области), то индуктивности витков в D_z - и D_ω -областях будут одинаковыми [4].

Для витков с общим обратным проводником (рис.5) будут применимы следующие формулы:

$$L_q = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{q0}^2}{G_{qq} G_{00}} \pm \ln \frac{D_{q0'}^2}{D_{qq'} D_{00'}} \right), \quad M_{kq} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{k0} D_{q0}}{D_{kq} G_{00}} \pm \ln \frac{D_{k0'} D_{q0'}}{D_{kq'} D_{00'}} \right), \quad (10)$$

где $D_{q0} = |\omega_q - \omega_0|$, $D_{q0'} = |\omega_q^* - \omega_0|$, $D_{qk} = |\omega_q^* - \omega_k|$, $G_{qq} = |\omega'_{z_q}| g_{qq}$, $G_{00} = |\omega'_{z_0}| g_{00}$ – средние геометрические расстояния поперечных сечений в D_ω -области.

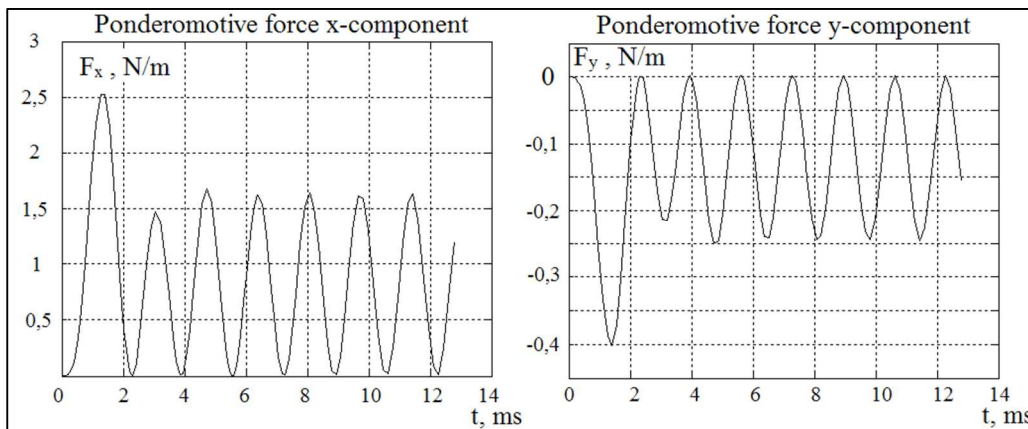
Пример №3: режим синусоидального тока в магнитном и электромагнитном экранах

Дискретизация ЭП обеспечивает достаточную точность в том случае, когда размеры ЭП значительно меньше эквивалентной глубины проникновения электромагнитной волны в материал шины:

$$\lambda = 2\sqrt{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{f\mu\gamma}}, \quad (11)$$

где f – частота волны, γ – удельная проводимость материала, μ – магнитная проницаемость материала. Предположим, что удельная проводимость шин $\gamma =$

$5,7 \cdot 10^5 \text{ См/м}$ (поверхностный эффект проявляется не резко) и геометрия шин задана на рис. 2 (с 18 ЭП, рис. 6). К шинам подключён источник ЭДС $E(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$. Кривые x- и y-компонент для шины В будут выглядеть как на рис. 8-9.



Амплитуды сил в установившемся режиме будут таковыми: $f_x = 1,63 \text{ Н/м}$, $f_y = -0,25 \text{ Н/м}$. Чтобы проверить полученные результаты,

Рис. 8-9. X- и Y-компоненты сил для идеального магнитного экрана

необходимо решить в «ELCUT» задачу магнитного поля переменных токов, при этом дополнительно к свойствам из примера №2 задаётся частота источников поля (300 Гц) и удельные проводимости шин ($\gamma = 5,7 \cdot 10^5 \text{ См/м}$). Кроме того, шины разделены на 18 ЭП для того, чтобы проверить также распределение тока в шинах и разность фаз между токами двух соседних шин.

Расчёт сил в программе «ELCUT» (правая шина): $f_x = 1,63 \text{ Н/м}$, $f_y = -0,24 \text{ Н/м}$.

Сравнение с данными в программе «ELCUT» относительно амплитуд токов ЭП и образованных ими слоёв для шины В в соответствии с обозначениями на рис. 7 и для двух типов идеальных экранов приведено в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение результатов, полученных с помощью метода конформных отображений (МКО) и МКЭ для ЭП

Идеальный магнитный экран				
Положение ЭП	$I_m, \text{ A}$		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
1	38,4	38,1	25,2	25,5
7	33	33,1		
13	32,2	32,2	47,4	48
6	46,1	45,9		
12	38	38	12,7	12,8

18	35	35		
Идеальный электромагнитный экран				
	I_m, A		Разность фаз, °	
EG-position	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
1	65,7	65,7	5,6	5,7
7	63,8	63,8		
13	64,1	64	1,8	1,8
6	62,9	62,7		
12	60,6	60,7	2,4	2,4
18	60,6	60,6		

Таблица 2. Сравнение результатов, полученных с помощью метода конформных отображений (МКО) и МКЭ для слоёв ЭП

Идеальный магнитный экран				
Слои	I_m, A		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
I	243,2	241,5	26,7	25,7
II	207,1	208		
III	199,5	200,2		
Полный ток	624,2	624,4		
Идеальный электромагнитный экран				
Слои	I_m, A		Разность фаз, °	
	МКЭ	МКО	МКЭ	МКО
I	365,65	365,8	9,5	9,5
II	356,16	364,6		
III	355,48	355,2		
Полный ток	1074,8	1075,6		

В случае идеального электромагнитного экрана задача формулируется так же, как и для магнитного, но на границе экрана задано граничное условие $A = 0$, которое означает, что магнитное поле вытесняется из экрана под действием вихревых токов, возникающих в идеальном проводящем (сверхпроводящем) экране. Заметим, что в этом случае полные токи шин будут больше, чем в случае магнитного экрана, поскольку сопротивление пары шин переменному току в этом

случае окажется меньше (это сопротивление определяется в первую очередь индуктивностью пары шин, которая в случае электромагнитного экрана окажется значительно меньше).

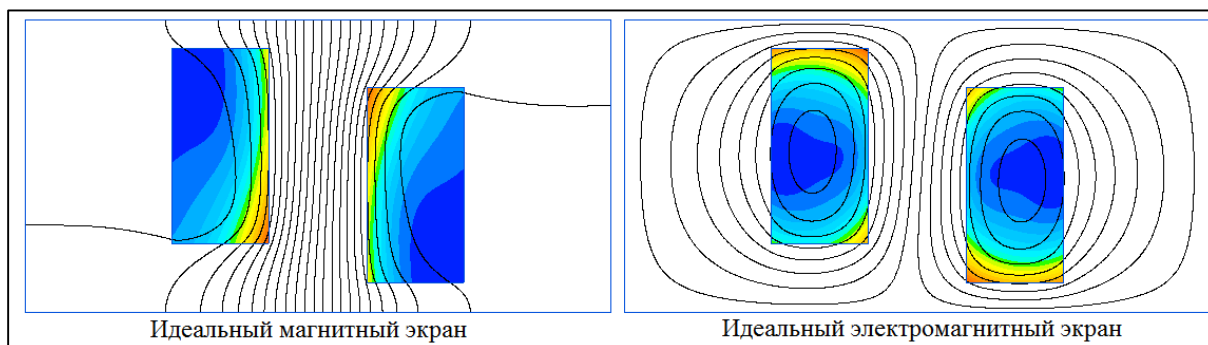


Рис. 10. Картины магнитных полей, полученные в программе «ELCUT». Цветные иллюстрации смотри на диске

Пример №2: переходный режим

Рассмотрим разряд конденсатора на массивные экранированные шины. В этом случае могут быть получены графики для разрядных тока и напряжения и годограф ponderomotive силы (на примере правой шины А). Начальные условия для сложной RLC -цепи в матричной форме будут такими: $i_A(+0) = 0$, $i_B(+0) = 0$, $u_C(+0) = U_0$. Кривые $u_c(t)$ и $i_c(t)$ для параметров конденсатора $u_c(+0) = 1$ В, $C = 1$ Ф и геометрии из примера №2 приведены ниже на рис. 11-14.

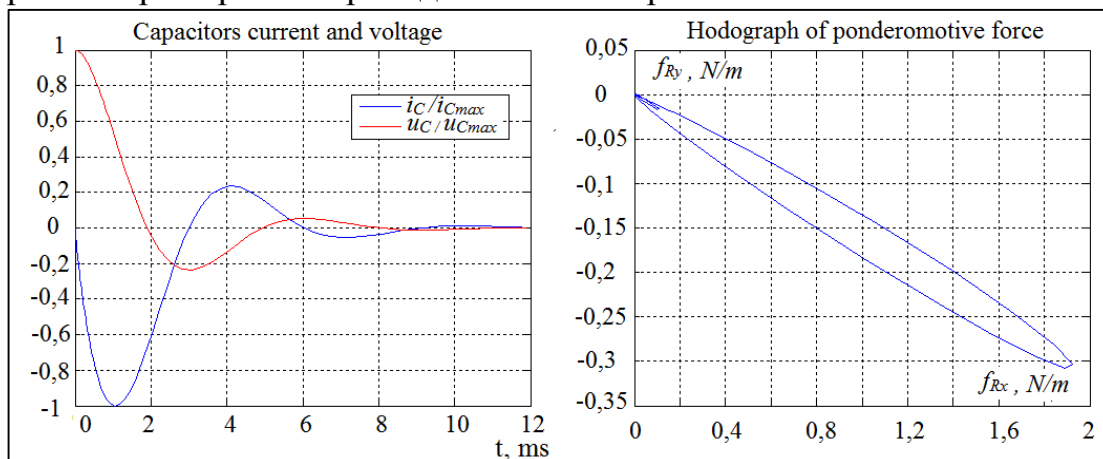


Рис. 11. Относительные величины тока и напряжения конденсатора для идеального магнитного экрана

Рис. 12. Годограф ponderomotive силы для идеального магнитного экрана

Важные характеристики переходного режима:

$$i_{max} = 677,2 \text{ A} \quad f_{max} = 1,95 \text{ Н/м} \quad (f_x = 1,92 \text{ Н/м}, \quad f_y = 0,30 \text{ Н/м})$$

$$i_{max} = 855,9 \text{ A} \quad f_{max} = 0,54 \text{ Н/м} \quad (f_x = 0,47 \text{ Н/м}, \quad f_y = 0,26 \text{ Н/м})$$

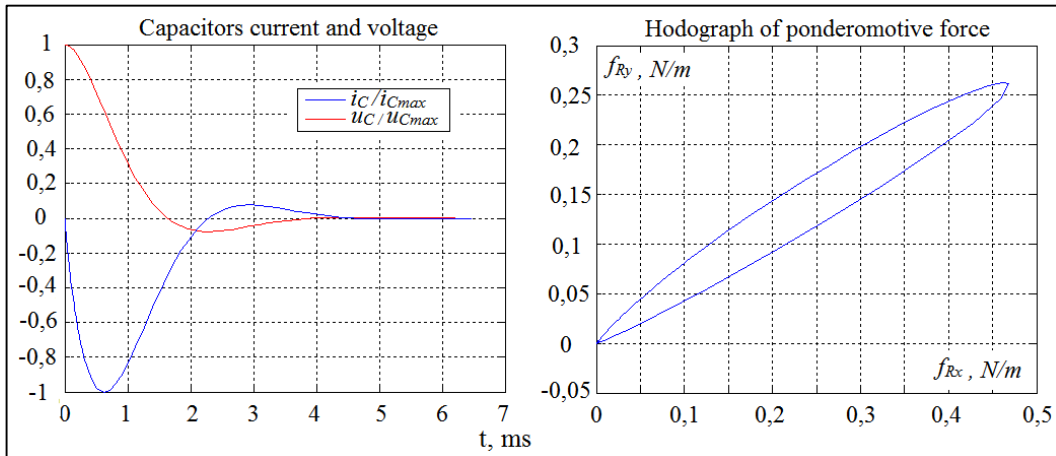


Рис.13. Относительные величины тока и напряжения конденсатора для идеального электромагнитного экрана

Рис.14. Годограф пондеромоторной силы для идеального электромагнитного экрана

Заключение

Метод, продемонстрированный в статье, очень полезен для понимания электромагнитных силовых взаимодействий и анализа поверхностного эффекта. Кроме того, теорема Шакирова тесно связана с искривлением пространства-времени в общей теории относительности [8].

Литература

- [1] М.А.Шакиров. Теорема о преобразовании пондеромоторных взаимодействий при конформных отображениях полей, Журнал технической физики, 1994, т. 64, № 7.
- [2] Э.Янке, Ф.Эмде, Ф.Лёш. Специальные функции. Наука, 1964. Москва.
- [3] Практикум по ТОЭ, ч. 3, под редакцией М.А.Шакирова, 1995.
- [4] М.А.Шакиров. Теоретические основы электротехники. Новые идеи и принципы. Схемоанализ и диакоптика. Изд. СПбГТУ, 2001.
- [5] М.А.Шакиров. Механические проявления электрических и магнитных полей конформно связанных областей, Электричество, 1994, №11.
- [6] М.А.Шакиров. Влияние искривления пространства при конформном отображении на электромагнитные силы, Энергетика, Известия РАН, 1996, № 5.
- [7] М.А.Шакиров, Р.П.Кияткин. Динамика скин-эффекта при разряде ёмкостного накопителя через прямолинейные шины, Журнал технической физики, 1997, т. 67, № 7.

[8] М.А.Шакиров. Теоретические основы электротехники. Тензоры в ТОЭ. Электродинамика. Теория относительности. Изд. СПбГПУ, 2011.

Об авторе

Сергей Алексеевич Ионин, Санкт-Петербургский Государственный Политехнический университет, Институт энергетики и транспортных систем, электромеханическое отделение, e-mail: ionin@elcut.ru.