

В. Н. Забоин, Г. А. Чесноков

Способы учёта расслоения участков магнитной цепи при расчёте магнитных полей в электрических машинах

1. Введение

Одной из основных задач электромагнитного расчёта электрической машины является определение её магнитной характеристики $\Phi_\delta = f(F_B)$ – зависимости основного магнитного потока в воздушном зазоре под главным полюсом Φ_δ от намагничивающей силы (НС) обмотки возбуждения F_B . Для проведения Φ_δ , как правило, применяются шихтованные магнитопроводы, набранные из листов электротехнической стали с целью уменьшения магнитных потерь и улучшения эксплуатационных свойств машины. Поэтому при решении соответствующих двухмерных магнитостатических задач с помощью прикладного пакета «ELCUT» возникает необходимость в учёте расслоения (неоднородности) магнитопровода по третьей координате вдоль оси машины. Это может быть сделано либо путём корректировки кривой намагничивания стали, либо за счёт уменьшения расчётной длины машины. Рассмотрению особенностей и целесообразности применения каждого из указанных способов и посвящена настоящая статья.

2. Учёт расслоения магнитопровода путём корректировки кривой намагничивания

При неизменной осевой длине всех участков магнитной цепи машины и в предположении, что весь магнитный поток из воздушного зазора проходит только по стали, справедливо выражение $B_\delta \cdot S_\delta = B_{ш} \cdot S_{ш} = B_m \cdot S_m$, где $B_{ш}$ и B_m – индукции магнитного поля в расслоенном и массивном участках магнитопровода, а $S_{ш}$ и S_m – соответствующие им сечения.

Программа «ELCUT» для определения напряжённости магнитного поля $H_{ш}$ на участке использует значение $B_m(B_\delta)$, эквивалентируя по сути

расслоенный участок массивным, допуская тем самым погрешность в расчёте:

$$B_{ш} = \frac{B_M \cdot S_M}{S_{ш}} = \frac{B_M}{K_{зс}}, \quad (1)$$

где $K_{зс} = l_{ш} / l_{\delta}$ – коэффициент заполнения участка сталью.

Величине $B_{ш}$ соответствует большее значение $H_{ш}$, которое и следует задавать в свойствах стали расслоенного блока, корректируя табличные значения реальной кривой намагничивания $B_M = f(H_M)$ – любому значению B_M согласно (1) должно соответствовать H'_M (H_{Elcut}) для $B_M / K_{зс} = B_{Elcut}$. Переопределенная таким образом $B_{Elcut} = f(H_{Elcut})$ является «реальной» магнитной характеристикой стали шихтованного участка с учётом $K_{зс}$. По сути, вводится в рассмотрение конкретное относительное переменное значение $\mu_{ш}$, а, следовательно, и при решении задачи в линейной постановке достаточно принимаемое для массивных участков значение μ_r умножить на $K_{зс}$ для расслоенных участков. Аналогично следует поступать и при заполнении якоря машины пакетами стали при наличии радиальных вентиляционных каналов.

Для иллюстрации сказанного в таблицу 1 сведены результаты аналитических и численных расчётов магнитных потоков и индукций в ферромагнитном сердечнике из стали 2411 квадратной формы $100 \times 100 \times 10$ мм, содержащем расслоенный участок длиной 80 мм, при намагничивающей силе обмотки возбуждения $F_B = 280$ А.

Таблица 1. Результаты аналитических и численных расчётов магнитных потоков и индукций

$K_{зс}$	μ_M	$\mu_{ш}$	$\Phi_{ш}$ расч	$\Phi_{ш}$ Elcut	$B_{ш}$ расч	$B_{ш}$ Elcut
1,0	1000	1000	0,01000	0,0102	1,00	1,02
0,9	1000	900	0,00980	0,0099	1,09	0,99
0,8	1000	800	0,00950	0,0096	1,19	0,96
0,5	1000	500	0,00816	0,0082	1,63	0,82
Нелинейность						
1,0	1340	1339	0,01340	0,01320	1,34	1,32
0,8	2460	443	0,01190	0,01180	1,48	1,18

0,5	4940	196	0,00765	0,00756	1,53	0,76
-----	------	-----	---------	---------	------	------

Из рассмотрения и анализа данных таблицы 1 следует, что предложенный способ учёта расслоения ферромагнитных участков при использовании программы «ELCUT» позволяет с высокой точностью рассчитать магнитный поток $\Phi_{ш}$ ($\Delta < 2 \%$), а для нахождения реального значения $\mathbf{B}_{ш}$ достаточно величину $\mathbf{B}_{ш \text{ Elcut}}$ разделить на $K_{зс}$. Очевидно, что рассмотренным перестроением кривой намагничивания или изменением μ_r можно учесть различие в длине по третьей координате и нерасслоенных участков магнитной цепи машины.

В случае значительного насыщения магнитопровода и малых $K_{зс}$ становится заметным магнитный поток, проходящий между листами через изоляцию – $\Phi_{и}$. Возникающие при этом задачи учёта расслоения по оси электрической машины могут быть решены аналогично решению задачи определения магнитного поля в её зубцовой зоне ([1], стр.46). В частности, если суммарный магнитный поток $\Phi = \Phi_{ш} + \Phi_{и}$ разделить на сечение листов стали $S_{ш}$, то будут справедливы следующие выражения:

$$\frac{\Phi}{S_{ш}} = \frac{\Phi_{ш}}{S_{ш}} + \frac{\Phi_{и}}{S_{и}} \cdot \frac{S_{и}}{S_{ш}},$$

$$B_{ш} = B'_{ш} + B_{и} \cdot \frac{S_{и}}{S_{ш}} = B'_{ш} + \mu_0 \cdot H_{и} \cdot K_{и}, \quad (2)$$

$$K_{и} = \frac{S_{и}}{S_{ш}} = \frac{1 - K_{зс}}{K_{зс}}, \quad (3)$$

где $\mathbf{B}_{ш}$ и $\mathbf{B}'_{ш}$ – расчётное и реальное значения индукция в листе, $S_{и}$ – сечения между листами, $K_{и}$ – коэффициент изоляционного промежутка, а $\mathbf{H}_{и}$ – напряжённость магнитного поля между листами, равная $\mathbf{H}'_{ш}$.

При аналитическом расчёте магнитной цепи машины или при учёте расслоения участка в перпендикулярном направлении к плоскости задачи в программе «ELCUT» $\mathbf{B}'_{ш} = f(\mathbf{H}'_{ш})$, входящая в (2), является, конечно, основной кривой намагничивания стали участка $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$, а при необходимости учёта расслоения по третьей координате z , как было показано выше, – переопределенной: $\mathbf{B}_{\text{Elcut}} = f(\mathbf{H}_{\text{Elcut}})$.

В результате аналогичных рассуждений в работе В.М. Гандшу (2) для определения $\mathbf{B}_M = \mathbf{B}_{ш} \cdot K_{зс}$ было предложено выражение:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot \left(\frac{1}{K_{зс}} - 1 \right), \quad (4)$$

справедливость которого вызывает сомнение, поскольку из совместного решения (1), (2) и (3), или просто деля суммарный магнитный поток на S_δ , можно получить уравнение:

$$B_M(H'_{ш}) = B'_{ш}(H'_{ш}) \cdot K_{зс} + \mu_0 \cdot H'_{ш} \cdot (1 - K_{зс}), \quad (5)$$

а, добавляя и отнимая в его правую часть $B'_{ш}(H)$, легко привести (5) к виду:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot (1 - K_{зс}). \quad (6)$$

Из сравнения (4) и (6) следует, что отношение соответствующих разностей $(\mathbf{B}'_{ш}(\mathbf{H}) - \mathbf{B}_M(\mathbf{H}))$ в них равно $K_{зс}$. При $K_{зс}$ близких к 1 погрешность определения $\mathbf{B}_M(\mathbf{H})$, конечно, невелика, однако, например, при $K_{зс} = 0,5$ расчёт по (4) теряет физический смысл. Действительно, после подстановки в (4) и (6) указанного значения $K_{зс}$ они примут вид:

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot \left(\frac{1}{0,5} - 1 \right) = \\ = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) = \mu_0 \cdot H \quad (7)$$

$$B_M(H) = B'_{ш}(H) - (B'_{ш}(H) - \mu_0 \cdot H) \cdot (1 - 0,5) = \\ = 0,5 \cdot B'_{ш}(H) + 0,5 \cdot \mu_0 \cdot H \quad (8)$$

Как видно из (7), индукция в массиве $\mathbf{B}_M(\mathbf{H})$ становится равной индукции поля в воздухе при неизвестной к тому же величине \mathbf{H} (?!), а поэтому в свойствах расслоенного блока в «ELCUT» необходимо использовать зависимость $\mathbf{B}_{ш} = f(\mathbf{H}'_{ш})$, рассчитанную по выражению (2) с учётом $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$ или $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$. Реальное значение $\mathbf{B}'_{ш}$ можно определить в результате обратного преобразования (2) с учётом (1) и (3):

$$B'_{ш}(H) = \frac{B_M}{K_{зс}} - \frac{\mu_0 \cdot H \cdot (1 - K_{зс})}{K_{зс}},$$

где \mathbf{B}_M – рассчитанное в программе «ELCUT» значение индукции в шихтованном участке.

3. Учёт расслоения магнитопровода сокращением расчётной длины машины

Если все ферромагнитные участки магнитной цепи имеют одинаковый коэффициент заполнения сталью, то вместо перестроения кривой намагничивания, можно в свойствах задачи в программе «ELCUT» задать не реальную длину магнитопровода $l_m = l_\delta$, а приведённую $l_{Fe} = l_m \cdot K_{зс}$. При этом будет сразу же рассчитываться истинное значение индукция в стали. Однако, из-за уменьшения площади сечения неферромагнитных участков в $1/K_{зс}$ раз, соответствующие значения индукции **В** и напряжённости **Н** в них будут больше реальных, а, следовательно, и суммарная НС будет завышена. В электрических машинах нешихтованным участком магнитной цепи является воздушный зазор, на долю которого приходится до 90 % НС обмотки возбуждения F_b . Поэтому для определения реальной индукции на нешихтованном участке необходимо рассчитанное в программе «ELCUT» значение B_{Elcut} умножить на коэффициент заполнения сталью $K_{зс}$, а для получения действительного значения НС непосредственно в программе «ELCUT» необходимо в свойствах блока нешихтованного участка задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_{зс}}. \quad (9)$$

При учёте $K_{зс}$ с помощью сокращения расчётной длины машины значительно упрощается постановка задачи, особенно, если требуется получить результат для нескольких значений $K_{зс}$ без учёта магнитного потока между листами стали. Допускаемая при этом ошибка, как показала практика моделирования электрических машин, не превосходит 1 %.

4. Расчёт коэффициента воздушного зазора с учётом неоднородности магнитопровода по третьей координате

В электрических машинах с большой аксиальной длиной активной зоны часто применяется радиальная система вентиляции. В этом случае магнитопровод набирается из шихтованных пакетов стали, между которыми

формируется канал для охлаждающего воздуха. Рассмотренный метод учёта неоднородности сердечника по третьей координате заменой кривой намагничивания можно распространить и на решение задачи с радиальными каналами. Для этого в выражениях (1) и (3) следует заменить $K_{зс}$ на коэффициент заполнения пакетами и сталью:

$$K_{зсп} = \frac{n_{п} \cdot b_{п} \cdot K_{зс}}{l_{\delta}} = \frac{n_{п} \cdot b_{п} \cdot K_{зс}}{n_{п} \cdot b_{п} + (n_{п} - 1) \cdot b_{к}} = K_{зп} \cdot K_{зс},$$

где $b_{п}$ – ширина пакета, $b_{к}$ – ширина вентиляционного канала, $n_{п}$ – число пакетов, l_{δ} – длина магнитопровода, $K_{зп}$ – коэффициент заполнения пакетами.

Коэффициент заполнения пакетами $K_{зп}$, как правило, меньше $K_{зс}$ и составляет $0,8 \div 0,9$. Следовательно, в таких задачах требуется вводить поправку на магнитный поток, ответвляющийся в вентиляционный канал.

Радиальные вентиляционные каналы и бандажные канавки на поверхности ротора требуют учёта коэффициентов воздушного зазора (отношение максимума индукции в зазоре к её среднему значению) $K_{\delta к}$ и $K_{\delta б}$, которые можно вычислить по следующим формулам ([1], стр.44):

$$K_{\delta к} = \frac{b_{п} + b_{к}}{b_{п} + b_{к} - \gamma \cdot \delta},$$

$$\gamma = \frac{(b_{к} / \delta)^2}{5 + b_{к} / \delta},$$

$$K_{\delta б} = 1 + \frac{n_{б} \cdot b_{б} \cdot h_{б}}{l_{\delta} \cdot (\delta + h_{б}) - n_{б} \cdot b_{б} \cdot h_{б}},$$

где $n_{б}$, $b_{б}$, $h_{б}$ соответственно число, ширина и глубина бандажных канавок. Результирующий коэффициент воздушного зазора:

$$K_{\delta} = K_{\delta к}^n \cdot K_{\delta б},$$

где $n = 1$, если радиальные каналы выполнены только на статоре, и $n = 2$, если каналы выполнены и на статоре, и на роторе.

Рассчитанное значение НС воздушного зазора в программе «ELCUT» соответствует зазору без бандажных канавок и радиальных каналов. Для получения реальной НС воздушного зазора необходимо это значение умножить на K_{δ} , или задавать в программе «ELCUT» в свойствах блока

воздушного зазора откорректированную относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_\delta}. \quad (10)$$

Наличие зазора между листами стали в общем случае также требует введения коэффициента воздушного зазора для листов стали. С учётом того, что магнитопровод может содержать участки с листами разной толщины и разными коэффициентами заполнения, следует рассматривать отдельно $K_{\deltaЛ1}$ и $K_{\deltaЛ2}$ относящиеся к поверхностям по разные стороны от воздушного зазора.

Таким образом, при учёте расслоения по координате z рассмотренным в п.2 методом переопределения кривой намагничивания в блоке воздушного зазора следует задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_\delta \cdot K_{\deltaЛ1} \cdot K_{\deltaЛ2}},$$

а в случае применения метода сокращения расчётной длины ($K_{\deltaЛ1} = K_{\deltaЛ2} = K_{\deltaЛ}$) в блоке воздушного зазора следует задать относительную магнитную проницаемость:

$$\mu_r = \frac{1}{K_{зс} \cdot K_\delta \cdot K_{\deltaЛ}^2}.$$

На практике $K_{\deltaЛ}$ очень мал и стремится к единице. Так, например, для $K_{зс} = 0,95$, воздушного зазора $\delta = 1$ мм и толщины листа $b = 0,95$ мм коэффициент воздушного зазора, рассчитанный методом конформных отображений (смотри стр.284 [3]):

$$K_{\deltaЛ} = \frac{b}{b - \gamma \cdot \delta} = \frac{1}{1 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1} = 1,0004, \quad (11)$$

$$\text{где } b_n = b_c \cdot (1 - K_{зс}) = 1 \cdot (1 - 0,95) = 0,05 \text{ мм},$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{b_n}{\delta} \cdot \arctg\left(\frac{b_n}{2 \cdot \delta}\right) - \ln \left[\left(\frac{b_n}{2 \cdot \delta} \right)^2 + 1 \right] \right\} = \\ &= \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{0,05}{1} \cdot \arctg\left(\frac{0,05}{2 \cdot 1}\right) - \ln \left[\left(\frac{0,05}{2 \cdot 1} \right)^2 + 1 \right] \right\} = 4 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

В большинстве расчётов столь малым увеличением индукции \mathbf{B}_δ можно,

конечно, пренебречь. Однако в тех случаях, когда величина воздушного зазора сопоставима с расстоянием между листами стали, коэффициент воздушного зазора может быть заметным. При этом следует иметь в виду, что определение $K_{\delta Л}$ по (11) не совсем корректно, так как в реальности торцевая поверхность листов после штамповки имеет сложную форму, не соответствующую геометрии области, для которой выведено данное выражение.

4. Выводы

1. Учёт неоднородности магнитной цепи по третьей координате z при расчёте магнитных полей в электрических машинах с помощью пакета «ELCUT» возможен путём задания в свойствах расслоенного блока кривой $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$, получаемой переопределением данных реальной зависимости $\mathbf{B}_M = f(\mathbf{H}_M)$ для конкретных значений $K_{зс}$.
2. При сильном насыщении и малых $K_{зс}$ необходимо $\mathbf{B}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$ корректировать в соответствии с (2) для учёта магнитного потока, проходящего между листами расслоенного участка.
3. В случае одинаково расслоенных ферромагнитных участков магнитной цепи возможно простое сокращение реальной длины машины и задание в немагнитных блоках относительной магнитной проницаемости, обратной $K_{зс}$ или K_{δ} (смотри п.3 и п.4).
4. Расчётные данные в программе «ELCUT», получаемые в результате применения предлагаемых способов учёта неоднородности по третьей координате, нуждаются в последующей обработке в соответствии с таблицей 2.

Таблица 2. Постобработка результатов в программе «ELCUT» для двух методов

Определяемая величина	Корректировка кривой намагничивания	Сокращение расчётной длины
Индукция в зазоре $\mu_r = 1$	B_{Elcut}	$B_{Elcut} \cdot K_{зс}$
Индукция в зазоре $\mu_r \neq 1$	B_{Elcut}	$B_{Elcut} \cdot K_{зс}$
Индукция в стали	$\frac{B_{Elcut}}{K_{зс}} - \frac{\mu_0 \cdot H_{Elcut} \cdot (1 - K_{зс})}{K_{зс}}$	B_{Elcut}

Напряжённость в зазоре $\mu_r = 1$	$\frac{H_{Elcut}}{K_{\delta Jc} \cdot K_{\delta Jp}}$	$\frac{H_{Elcut}}{K_{zc} \cdot K_{\delta Jc} \cdot K_{\delta Jp}}$
Напряжённость в зазоре $\mu_r \neq 1$	H_{Elcut}	H_{Elcut}
Напряжённость в стали	H_{Elcut}	H_{Elcut}
НС магнитопровода	F_{Elcut}	F_{Elcut}
НС воздушного зазора $\mu_r = 1$	$F_{Elcut} \cdot K_{\delta Jc} \cdot K_{\delta Jp}$	$F_{Elcut} \cdot K_{zc} \cdot K_{\delta Jc} \cdot K_{\delta Jp}$
НС воздушного зазора $\mu_r \neq 1$	F_{Elcut}	F_{Elcut}

5. Выбор способа учёта неоднородности магнитной системы зависит от типа решаемой задачи и необходимой при этом точности. При решении типовых учебных и научных задач целесообразнее, на наш взгляд, пользоваться методом корректировки кривых намагничивания, заранее сформировав для этого соответствующую библиотеку кривых $\mathbf{V}_{Elcut} = f(\mathbf{H}_{Elcut})$ для разных K_{zc} .

Список литературы

1. Электрические машины: Учебник для вузов / А.И. Вольдек .— 3-е изд., перераб.— Ленинград : Энергия, 1978 .— 832 с: ил.— Библиогр.: с. 814-817.
2. В.М. Гандшу, Представление шихтованных сердечников в задачах расчёта магнитных полей. URL: <http://elcut.ru/articles/gandshou/laminate.pdf> (03.2003)
3. Электрические машины: учебник для вузов. В двух томах. Том 1/А.В. Иванов-Смоленский – 3-е изд., стереот. –М.:Издательский дом МЭИ, 2006.- 652[6]с.: ил.

Об авторах

В. Н. Забоин, Г. А. Чесноков, Санкт-Петербургский государственный Политехнический университет