

## О КОМПЛЕКСНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ВИХРЕТОКОВОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

Ю.Я. Реутов, В.Е. Щербинин

Статья посвящена критическому рассмотрению попыток доказать частотную зависимость удельной электропроводности и магнитной проницаемости металлов при частотах менее одного мегагерца. Такие попытки были предприняты некоторыми авторами при изучении работы вихретоковых преобразователей. Показано, что комплексный характер выходного напряжения вихретокового преобразователя обусловлен векторным суммированием в испытуемом изделии магнитных потоков первичного намагничивающего переменного поля и поля вызванных им вихревых токов. Частотной зависимости результатов такого суммирования вполне достаточно для физически корректного описания работы вихретокового преобразователя без привлечения гипотезы о частотной зависимости физических констант материала испытуемого изделия.

*Ключевые слова:* вихретоковый преобразователь, вихревые токи, годограф, комплексная магнитная проницаемость, магнитный поток, обобщенный вихретоковый параметр, обратимая проницаемость, проницаемость изделия, проницаемость материала, удельная электропроводность.

Проходные и накладные вихретоковые преобразователи давно и успешно используются в дефектоскопии. Теоретические исследования электромагнитных процессов, сопровождающих их функционирование, осуществляются на протяжении более шестидесяти лет. Сложилось впечатление, что в теории вихретоковых преобразователей основные закономерности уже выяснены.

В предлагаемой статье сделана попытка выявить противоречия в некоторых аспектах описания работы таких преобразователей, связанные с использованием комплексной динамической магнитной проницаемости.

### ПРОХОДНОЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

В идеализированном виде [1—3] проходной вихретоковый преобразователь представляет собой бесконечно длинный соленоид, в который практически без зазора помещен также бесконечно длинный металлический сердечник, некоторые свойства которого необходимо контролировать. Соленоид присоединен к источнику синусоидального во времени переменного тока, обеспечивающего появление в исследуемом сердечнике переменного магнитного поля. Помимо источника переменного тока к выводам соленоида присоединен вольтметр, позволяющий измерять комплексные составляющие переменного напряжения на его обмотке. Часто используется вариант преобразователя, когда вольтметр присоединяется не к обмотке соленоида, а к дополнительной индикаторной обмотке, охватывающей сердечник. Однако такое отличие не является принципиальным.

Если в отсутствие испытуемого металлического сердечника подать в соленоид преобразователя намагничивающий ток  $I$  частоты  $f$ , то подключенный к его выводам вольтметр покажет компоненты напряжения на его обмотке  $E_{0Re}$  и  $E_{0Im}$ . Поскольку эдс индукции сдвинута на  $90^\circ$  относительно вызвавшего ее переменного потока индукции, то компонента на-

---

Юрий Яковлевич Реутов, доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник ИФМ УрО РАН. Тел. (343) 378-36-74. E-mail: pudov@imp.uran.ru

Виталий Евгеньевич Щербинин, доктор техн. наук, чл.-кор. РАН, главный научный сотрудник отдела неразрушающего контроля ИФМ УрО РАН. Тел. (343) 374-43-61. E-mail: scherbini@imp.uran.ru

пряжения  $E_{0\text{Im}}$  совпадает по фазе с намагничивающим током, протекающим по соленоиду, а компонента  $E_{0\text{Re}}$  сдвинута относительно него по фазе на  $90^\circ$ .

Если теперь внести в соленоид преобразователя испытуемый сердечник (изделие, образец), то ток через соленоид (а значит, и создаваемое им поле) не изменится, поскольку его обеспечивает источник именно тока, а не напряжения. В то же время компоненты переменного напряжения на выводах обмотки соленоида примут значения  $E_{1\text{Re}}$  и  $E_{1\text{Im}}$  соответственно.

Очевидно, что комплексные составляющие напряжения

$$E_{\text{Re}} = E_{1\text{Re}} - E_{0\text{Re}} \quad \text{и} \quad (1)$$

$$E_{\text{Im}} = E_{1\text{Im}} - E_{0\text{Im}} \quad (2)$$

обусловлены электромагнитными процессами в испытуемом сердечнике и несут полезную информацию об его размерах, магнитной проницаемости, удельной электропроводности и нарушениях его сплошности (если таковые имеются).

В подавляющем большинстве случаев процессы в испытуемом сердечнике предполагаются линейными, а поэтому комплексные компоненты напряжения  $E_{\text{Re}}$  и  $E_{\text{Im}}$  связаны с компонентами комплексного электрического сопротивления, вносимого испытуемым сердечником в преобразователь,  $Z_{\text{Re}}$  и  $Z_{\text{Im}}$  простыми соотношениями:

$$Z_{\text{Re}} = \frac{E_{\text{Re}}}{I}; \quad (3)$$

$$Z_{\text{Im}} = \frac{E_{\text{Im}}}{I}. \quad (4)$$

Именно компоненты комплексного сопротивления  $Z_{\text{Re}}$  и  $Z_{\text{Im}}$  были выбраны создателями теории проходного вихретокового преобразователя в качестве характеристик [2] испытуемого в преобразователе сердечника (изделия). При этом компоненту импеданса  $Z_{\text{Re}}$  рассматривали как ответственную за потери электромагнитной энергии (поставляемой источником тока) в испытуемом сердечнике, а компоненту  $Z_{\text{Im}}$  — как ответственную за интенсивность потока индукции в нем. По этой причине  $Z_{\text{Re}}$  никогда не меняла знак (потери энергии могут быть только положительными), в то время как  $Z_{\text{Im}}$  могла быть как положительной, так и отрицательной.

Теоретическое и экспериментальное исследование функций  $Z_{\text{Re}}(f)$  и  $Z_{\text{Im}}(f)$  стало на многие годы предметом науки о проходных вихретоковых преобразователях. Полученные в результате исследований характеристики того или иного изделия (сердечника) приводили обычно в виде годографов, на которых по горизонтали откладывали действительную, а по вертикали — мнимую компоненты вносимого им комплексного сопротивления.

Теоретическое рассмотрение процессов в таком преобразователе, существенно облегченное независимостью результатов решения от продольной координаты, показало, что компоненты вносимого сопротивления  $Z_{\text{Re}}$  и  $Z_{\text{Im}}$  однозначно зависят от параметра

$$\beta = r \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot \sigma}, \quad (5)$$

где  $r$  — радиус испытуемого цилиндра;  $\omega$  — круговая частота намагничивающего тока;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость материала изделия (статическая);  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость материала изделия.

Эта комбинация физических величин была названа обобщенным вихретоковым параметром и сыграла большую роль в изучении работы вихретоковых преобразователей. Рассчитанные или полученные экспериментально зависимости  $Z_{\text{Re}}(\beta)$  и  $Z_{\text{Im}}(\beta)$  обладали поистине универсальными качествами, поскольку позволяли узнавать (вычислять) компоненты вносимого комплексного сопротивления изделий любых размеров с любыми значениями относительной проницаемости и удельной электропроводности и на любых частотах, лишь бы комбинации этих характеристик соответствовали заданным значениям обобщенного вихретокового параметра. По этой причине годографы вносимого комплексного сопротивления зачастую стали приводиться не в функции частоты, а в функции обобщенного вихретокового параметра  $\beta$ .

Со временем выявилось неудобство использования компонент вносимого изделия комплексного сопротивления, заключающееся в сильной зависимости  $Z_{\text{Re}}(\beta)$  и  $Z_{\text{Im}}(\beta)$  от числа витков намагничивающей (соленоида) и индикаторной обмоток преобразователя, не являющегося принципиальным. Гораздо удобнее было исследовать не компоненты  $Z_{\text{Re}}(\beta)$  и  $Z_{\text{Im}}(\beta)$ , а компоненты потока магнитной индукции через поперечное сечение проходного преобразователя  $\Phi_{\text{Re}}(\beta)$  и  $\Phi_{\text{Im}}(\beta)$  при заданном рабочем токе. Поскольку в линейном случае поток индукции прямо пропорционален напряженности намагничивающего поля  $H$  соленоида (в свою очередь, пропорционального намагничивающему току и числу витков), то еще удобнее [11] стало рассматривать компоненты:

$$m_{\text{Re}}(\beta) = \frac{\Phi_{\text{Re}}(\beta)}{\Phi_0}; \quad (6)$$

$$m_{\text{Im}}(\beta) = \frac{\Phi_{\text{Im}}(\beta)}{\Phi_0}, \quad (7)$$

где  $\Phi_0$  — поток индукции при заданном рабочем токе и отсутствии в проходном преобразователе испытуемого изделия.

Эти компоненты не имеют размерности и формально могут быть названы комплексными компонентами магнитной проницаемости испытуемого изделия. Их изменение с частотой и само существование мнимой компоненты обусловлены не изменением с частотой относительной магнитной проницаемости материала изделия (и проявлением ее комплексного характера), а векторным вычитанием в фазовой плоскости поля возникших в изделии вихревых токов из поля намагничивающего соленоида.

Обратим внимание на то, что теперь за активные потери энергии в испытуемом сердечнике отвечает мнимая компонента  $m_{\text{Im}}(\beta)$ , а действительная компонента  $m_{\text{Re}}(\beta)$  ответственна в основном за интенсивность магнитного потока.

Обе эти компоненты при стремлении частоты намагничивающего тока (а с ним и параметра  $\beta$ ) к бесконечности устремляются к нулю, поскольку в этом случае поле вихревых токов в изделии полностью подавляет поле, создаваемое соленоидом преобразователя. Поэтому величины  $m_{\text{Re}}(\beta)$  и  $m_{\text{Im}}(\beta)$  являются комплексными компонентами магнитной проницаемости именно испытуемого изделия (тела), а не его материала.

Игнорирование этого факта может привести к неверным (ошибочным) результатам. Понимая необходимость введения комплексной магнитной проницаемости, авторы работ [4—7] утверждают, что изменения с частотой комплексных компонент сигнала вихретокового преобразователя обусловлены частотными зависимостями электропроводности и проницаемости материала испытуемого изделия.

При этом в указанных работах намагничивание исследуемых образцов обеспечивалось не однородным полем (для чего длина намагничивающего соленоида должна была неоднократно превышать длину объекта исследования), а с помощью намагничивающих катушек, которые были почти в два раза короче исследуемых цилиндрических образцов [4]. Такой подход значительно осложнил как физическую картину исследуемого явления, так и интерпретацию результатов эксперимента, поскольку при корректном исследовании необходимо было учитывать как продольную неоднородность намагничивания участков испытуемого изделия коротким соленоидом, так и неоднородность вклада намагниченности парциальных участков этого изделия (в сочетании с полем вихревых токов) в суммарное напряжение на зажимах индикаторной катушки.

Несмотря на очевидность необходимости такого учета, в [4] для расчета годографов была использована формула, выведенная в [2] для бесконечно длинных проходного преобразователя и объекта контроля. Нет ничего удивительного в том, что рассчитанные таким путем годографы существенно разошлись с полученными экспериментально. Тем не менее в [4] для объяснения причин таких расхождений выдвинуты совершенно физически необоснованные гипотезы о частотной зависимости электропроводности и магнитной проницаемости материалов объектов исследования.

Например, на рис. 1 статьи [4] приведен годограф, экспериментально доказывающий (по мнению автора [4]) зависимость удельной электропроводности диамагнитных металлов от частоты перемагничивания. Если автор [4] прав, а выполненный им эксперимент корректен, то результаты эксперимента и расчетов (с подстановкой в расчетные формулы значений удельной электропроводности, полученных измерением на постоянном токе) при малых частотах (малые значения вихретокового параметра) должны совпадать, а по мере повышения частоты (величины вихретокового параметра) расходиться все в большей степени.

Между тем на рис. 1 обсуждаемой статьи экспериментальные и расчетные годографы приведены для узкого диапазона изменений  $\beta$  (всего лишь от полутора до двух), где расхождения расчета с экспериментом не превышают 5—7 %. Непонятно, что мешало автору [4] выполнить измерения при больших значениях  $\beta$  и получить действительно убедительные доказательства частотной зависимости электропроводности

Перейдем к результатам исследования в [4] перемагничивания коротких ферромагнитных образцов. Прежде всего вызывают недоумение рассуждения автора о причинах несоответствия статической магнитной проницаемости объектов исследования  $\mu_T$  и материала, из которого они изготовлены.

Такое несоответствие давно установлено [12] и выражается известной формулой

$$\mu_T = \frac{\mu\mu_\phi}{\mu + \mu_\phi - 1}, \quad (8)$$

где  $\mu$  — статическая проницаемость материала изделия, а  $\mu_\phi$  — проницаемость его формы.

Тем не менее автор [4] открывает для себя тот факт, что проницаемость разомкнутого изделия гораздо меньше проницаемости тороида, изготовленного из того же материала, и приводит выведенную им эмпирическую формулу

$$\mu_{\text{тор}} = (\mu_{\text{действ}})^4 10^{-4}, \quad (9)$$

лишенную какого-либо физического смысла и дающую расхождение с данными табл. 1 той же статьи [4] в десятки раз.

Подставив измеренные значения статической магнитной проницаемости коротких стержней в классическую формулу, выведенную для бесконечно длинных, и обнаружив несоответствие рассчитанных по ней годографов с полученными экспериментально, автор [4] модифицировал ее, введя вместо статической проницаемости тела некую комплексную проницаемость

$$\mu_k = \mu \cdot (1 + j \cdot K), \quad (10)$$

причем значения  $\mu$  и  $K$  были связаны со статической проницаемостью материала причудливым образом и рассчитывались на ЭВМ путем минимизации некоего функционала для каждой из частот по методу многогранника Нелдера—Мида [8]. При этом компоненты введенной комплексной магнитной проницаемости могли принимать [10] отрицательные значения, во много раз превышающие единицу по абсолютной величине, что противоречит основам физики.

В этих работах действительная компонента магнитного потока испытываемого цилиндра оказалась пропорциональной мнимой компоненте магнитной проницаемости и наоборот.

Более того, вместо классического обобщенного вихретокового параметра  $\beta$  в формулу для расчета комплексных компонент напряжений на выходе вихретокового преобразователя [4] был введен модифицированный параметр

$$\beta_k = \beta \cdot \sqrt{1 + j \cdot K}, \quad (11)$$

начисто лишивший обобщенный параметр  $\beta$  его универсальности.

Свои нововведения авторы [4—7] аргументировали тем, что при перемагничивании переменным полем цилиндров конечной длины сказываются зависимость проницаемости и удельной электропроводности материала от частоты, магнитная вязкость [4, 5] и “эффект короткозамкнутого витка” [7]. Но почему эти эффекты (особенно “эффект короткозамкнутого витка”) не проявлялись при перемагничивании бесконечно длинных цилиндров?

Этих и других недоразумений можно избежать, если вспомнить, что статическая магнитная проницаемость тела короткого ферромагнитного цилиндра является результатом размагничивающего действия поля магнитных зарядов, возникающих на его концах (полюсах) под действием внешнего постоянного намагничивающего поля. При нулевой частоте намагничивающего поля  $m_{\text{Re}} = \mu_T$ , а  $m_{\text{Im}} = 0$ .

Одним из первых понятие комплексной магнитной проницаемости тела использовал Г.А. Бурцев при исследовании намагничивания в переменном поле электропроводящих ферромагнитных цилиндров конечной длины. Для описания происходящих при этом процессов ему пришлось решать уравнения электродинамики с учетом продольной координаты, которую при рассмотрении намагничивания бесконечных цилиндров учитывать не требовалось. Путем использования некоторого приближения [8, 9] Г.А. Бурцеву удалось свести двумерную задачу к одномерной (осесимметричной) и получить возможность расчета зависимостей  $m_{\text{Re}}(\beta)$  и  $m_{\text{Im}}(\beta)$  через функции Бесселя. По аналогии с описанием статического намагничивания тел разомкнутой формы он ввел понятие комплексной магнитной проницаемости тела в динамическом режиме и рассчитал зависимости  $m_{\text{Re}}(\beta)$  и  $m_{\text{Im}}(\beta)$  для конкретных ферромагнитных цилиндров с заданными размерами, статической магнитной проницаемостью и удель-

ной электропроводностью, а затем сравнил результаты расчетов с экспериментом. Его расчеты вполне удовлетворительно согласовались с полученными им экспериментальными результатами.

Поскольку в настоящее время появилась возможность численного моделирования электромагнитных процессов в разомкнутых цилиндрах посредством сертифицированной программы ELCUT [10], авторами настоящей работы были выполнены расчеты для образцов, исследованных в [8, 9], и осуществлено сравнение их результатов с экспериментальными данными, полученными Г.А. Бурцевым.

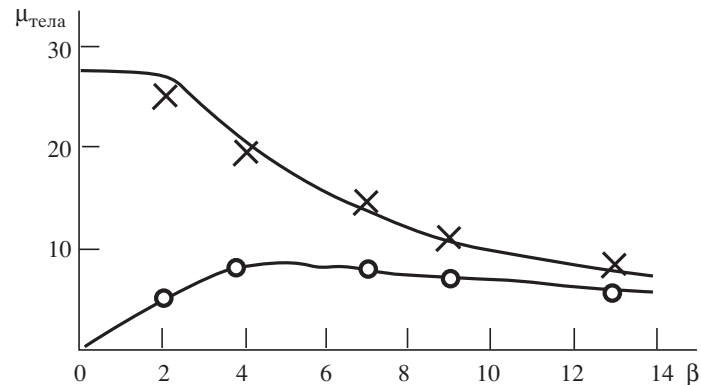


Рис. 1. Сравнение результатов численного моделирования с экспериментами Г.А. Бурцева при усреднении по длине цилиндра. По горизонтали — обобщенный вихретоковый параметр, по вертикали — комплексные значения динамической магнитной проницаемости тела:

— — результаты расчета; × — значения действительной компоненты проницаемости; ○ — значения ее мнимой компоненты.

На рис. 1 приведены результаты численного моделирования в программе ELCUT для стального цилиндра длиной 100 и диаметром 10 мм, обладающего статической магнитной проницаемостью материала 90 и удельной электропроводностью 4,77 млн сим/м и намагничиваемого переменным током с помощью соленоида длиной 300 мм. Потoki индукции через поперечное сечение цилиндра усреднялись по всей его длине, и результаты деления потоков на поток индукции намагничивающего поля (в отсутствие ферромагнитного цилиндра) принимались за действительную и мнимую компоненты проницаемости тела цилиндра при заданном значении обобщенного вихретокового параметра. На этом же рисунке приведены заимствованные из (см. [8], рис. 4а) экспериментальные данные для такого цилиндра. Результаты моделирования отображены сплошными линиями, а результаты эксперимента крестиками и кружочками. Как видно из рисунка, результаты моделирования неплохо согласуются с данными эксперимента.

На рис. 2 приведены аналогичные данные для цилиндра таких же размеров и удельной электропроводности (как и для рис. 1), но со статической проницаемостью материала 75 и расчетом (и измерением) потока индукции через центральное сечение (см. [8], рис. 4а). Как видим, и в этом случае результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментом.

Такая перекрестная проверка показала, что Г.А. Бурцевым было предложено вполне адекватное (хотя и приближенное) математическое описание процессов динамического намагничивания разомкнутых ферромагнитных цилиндров с использованием статической проницаемости их материала.

С другой стороны, совпадение результатов моделирования с экспериментом доказывает отсутствие частотной зависимости проводимости и проницаемости материала от частоты, поскольку в программе ELCUT такие зависимости не предусмотрены.

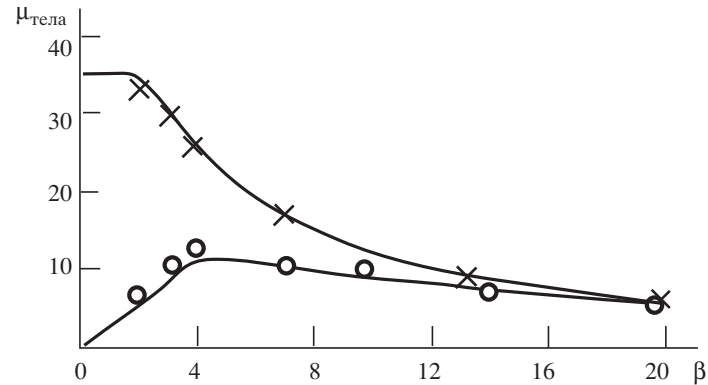


Рис. 2. Сравнение результатов численного моделирования с экспериментами Г.А. Бурцева для центрального сечения цилиндра. По горизонтали — обобщенный вихретоковый параметр, по вертикали — комплексные значения динамической магнитной проницаемости тела:  
— — результаты расчета; x — значения действительной компоненты проницаемости; o — значения ее мнимой компоненты.

Здесь необходимо сделать важное замечание. Дело в том, что в доступной им литературе авторы данной статьи не нашли конкретного указания, какую именно статическую проницаемость материала необходимо подставлять в формулу расчета вихретокового параметра (4). По нашему мнению, это должна быть обратимая  $\mu_{rev}$  проницаемость [13], поскольку в подавляющем большинстве случаев при вихретоковом контроле используются слабые переменные намагничивающие поля.

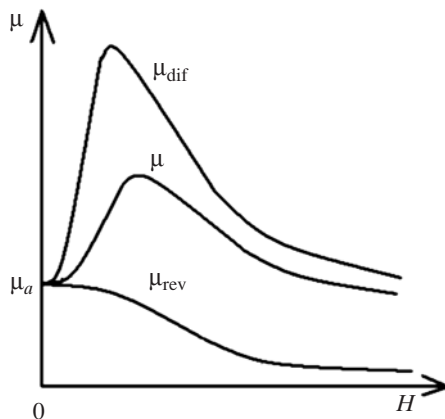


Рис. 3. Зависимости разных видов статической проницаемости ферромагнетика от напряженности подмагничивающего поля. По горизонтали — напряженность подмагничивающего поля, по вертикали — проницаемость материала ферромагнетика:  
 $\mu$  — полная проницаемость;  $\mu_a$  — начальная проницаемость;  $\mu_{dif}$  — дифференциальная проницаемость;  $\mu_{rev}$  — обратимая проницаемость.

Как известно [13], максимальное значение обратимой проницаемости равно значению начальной проницаемости и достигается при нулевом значении статического подмагничивающего поля в размагниченном состоянии. В остальных случаях обратимая проницаемость только меньше (см. рис. 3). В связи с этим вызывает удивление указание в [14] на необходимость вихретокового контроля в области максимальной проницаемости. Такое значение проницаемости при вихретоковом контроле не достигается никогда. При рассмотрении рис. 3 напрашивается еще одно

возможное объяснение причудливому поведению годографов, полученных в работах [4—7], а именно — наличие неконтролируемой остаточной намагниченности в ферромагнитных образцах. Следует заметить, что контроль остаточной намагниченности и ее устранение сами по себе являются далеко не тривиальными процедурами. В критикуемых работах указаний на выполнение таких процедур нет.

#### НАКЛАДНОЙ ВИХРЕТОКОВЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

Накладной вихретоковый преобразователь в его классическом виде (плоский круговой виток на плоской поверхности объекта контроля, питаемый от источника переменного тока) в наименьшей степени чувствителен к вариациям магнитной проницаемости материала контролируемого объекта. Обусловлено это тем, что при наложении преобразователя на поверхность ферромагнитного полупространства магнитный поток через него не может возрасти более чем в два раза [11]. Рис. 4 иллюстрирует это обстоятельство. На нем по горизонтали отложена статическая магнитная проницаемость материала полупространства, а по вертикали — отношение потока индукции через накладной преобразователь, прижатый к поверхности полупространства, к потоку через тот же преобразователь, удаленный от него. Из рисунка видно, что сколько-нибудь адекватная реакция преобразователя имеет место только при проницаемости материала меньше 16. При дальнейшем возрастании проницаемости реакция преобразователя практически не меняется. Такое свойство накладного преобразователя может быть как его недостатком, так и достоинством.

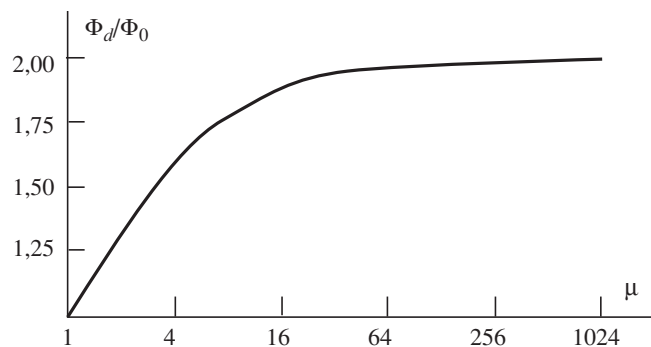


Рис. 4. Зависимость потока через виток накладного преобразователя от проницаемости материала объекта контроля. По горизонтали — статическая магнитная проницаемость материала объекта контроля, по вертикали — отношение потока через виток при наличии ферромагнетика к потоку в его отсутствие (проницаемость тела).

Рис. 4 приведен для того, чтобы доказать, что гипотетические изменения проницаемости материала с частотой, если они и имеют место, при работе с накладным преобразователем должны проявляться в наименьшей степени.

В этой связи вызывает недоумение статья [15], в которой сообщается об обнаружении посредством накладного преобразователя осцилляций с изменением частоты намагничивающего поля компонент динамической проницаемости ферромагнитного материала, и осцилляции эти составляют сотни единиц.

Если принять во внимание, что эксперименты выполнены на частотах порядка сотен килогерц, то логичнее предположить, что имели мес-



то паразитные неконтролируемые резонансы в схеме измерительной установки. По крайней мере для надежной констатации явления, противоречащего многолетнему опыту многочисленных исследователей, разумнее было бы попытаться получить его на преобразователях гораздо больших размеров ( $a$  не 4—9 мм, как в цитируемой статье).

### ВЫВОДЫ

Понятие комплексной динамической магнитной проницаемости материала, предложенное в [4—7, 15], не соответствует физической картине явлений, наблюдаемых как в проходном вихретоковом преобразователе, так и в ферромагнитном материале, перемагничиваемом переменным полем.

Выявленные в [4—7,15] значительные отклонения хода годографов вихретоковых преобразователей от классического вероятнее всего являются результатами некорректной постановки экспериментов.

Адекватное описание процессов в проходном преобразователе представлено в [8, 9] и вполне согласуется с современными представлениями о динамическом перемагничивании.

Институт физики металлов  
УрО РАН

Поступила в редакцию  
4 июня 2012 г.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Forster F., Stambke P. Theoretische und experimentelle Grundlagen der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung mit Wirbelstromverfahren.— Zeitschrift für Metallkunde, 1954, 45 Н.
2. Родигин Н.М., Коробейникова И.Е. Контроль качества изделий методом вихревых токов.— М. — Свердловск: Машгиз, 1958.— 63 с.
3. Батыгин В.В., Топтыгин И.Н. Сборник задач по электродинамике.— М., 2002. — 639 с.
4. Сандовский В.А. Учет частотной зависимости электродинамических параметров металлов при расчете проходных вихретоковых преобразователей.— Дефектоскопия, 1995, № 10, с. 32—37.
5. Сандовский В.А., Дякин В.В., Дударев М.С. О частотной зависимости магнитной проницаемости при контроле накладными преобразователями.— Дефектоскопия, 1997, № 1, с. 63—66.
6. Сандовский В.А., Акшенцев Ю.Н., Курмаева Л.Д. Исследование частотной зависимости магнитной проницаемости в сплавах железо—кремний различной чистоты.— Дефектоскопия, 1998, № 2, с. 23—31.
7. Сандовский В.А., Дякин В.В., Дударев М.С. Частотная зависимость магнитной проницаемости полых цилиндрических ферромагнитных изделий.— Дефектоскопия, 2000, № 3, с. 67—74.
8. Бурцев Г.А. Проходные вихретоковые преобразователи для контроля ферромагнитных изделий конечной длины.— Дефектоскопия, 1973, № 4, с. 110—118.
9. Бурцев Г.А. К динамике перемагничивания ферромагнитных стержней конечной длины в слабых магнитных полях.— Дефектоскопия, 1973, № 5, с. 34—42.
10. Реутов Ю.Я., Гобов Ю.Л., Лоскутов В.Е. О возможностях использования программы ELCUT в расчетах по дефектоскопии.— Дефектоскопия, 2002, № 6, с. 34—40.
11. Неразрушающий контроль. Под ред. В.В. Клюева, т. 2.— М.: Машиностроение, 2005.— 688 с.
12. Чечерников В.И. Магнитные измерения.— М.: Изд. МГУ, 1963.— 285 с.
13. Кифер И.И. Испытания ферромагнитных материалов.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1962.— 544 с.
14. Зацепин Н.Н., Клюев В.В., Федосенко Ю.К. Селективный электромагнитный метод расчета геометрических и магнитных параметров цилиндрических полых ферромагнитных тел.— Контроль. Диагностика, 2011, № 6, с. 62—68.
15. Сандовский В.А. Диагностика магнитных материалов с использованием частотной зависимости магнитной проницаемости в резонансной области.— Контроль. Диагностика, 2012, № 2, с. 64—69.