

ВОПРОСЫ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ПРИВЕДЕННОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Проведена оценка минимально необходимой точности расчетов температурных полей. Выделены два основных случая. Показано, что расчет приведенного сопротивления теплопередаче и удельных потерь теплоты наиболее чувствителен к точности определения распределения температуры. Приведен источник погрешности в математических преобразованиях, который должен быть устранен правильным выбором шага расчетной сетки. На примерах проиллюстрированы особенности расчетов температурных полей узлов ограждающих конструкций. Показаны ошибки в выборе расчетной сетки для метода конечных разностей, приводящие к неудовлетворительной точности расчетов. Даны рекомендации по повышению точности расчетов для стационарных и нестационарных случаев. Рассмотрены примеры влияния шага расчетной сетки на погрешность определения температуры и потока теплоты. Приведены примеры завышения точности в нормативных документах, приводящей к ложным ожиданиям у проектировщиков и экспертов.

Ключевые слова: тепловая защита, сопротивление теплопередаче, температурное поле, численные расчеты, метод конечных разностей.

В соответствии с современными требованиями к тепловой защите зданий, для всех ограждающих конструкций необходимо рассчитывать большое число температурных полей. Переработка методики расчета приведенного сопротивления теплопередаче в СП 50.13330.2012 [1] позволила не рассчитывать каждый раз уникальные температурные поля, а использовать накопленные данные, как из собственного опыта, так и из справочных материалов, например, СП 230.1325800.2015 [2]. Несмотря на это, проблема грамотного расчета температурных полей все равно остается весьма острой, и ее актуальность будет только возрастать. В НИИСФ РААСН часто поступают вопросы по различным деталям расчета температурных полей. Например, правильный выбор расчетного участка, назначение граничных условий, разделение конструкции на узлы и т.д. Но есть ряд вопросов, которые требовали бы особого внимания, но их не задают. По-видимому, они остаются незамеченными большинством специалистов, и, поэтому, их необходимо обсудить подробнее.

1. Оценка требуемой точности расчета температурных полей

С какой точностью необходимо знать температуры на поверхности и внутри конструкции? Ответ зависит от того как мы хотим использовать данную информацию. Если температурное поле рассчитывается с целью проверить конструкцию на промерзание, выпадение конденсата, замораживание оттаивание и т.п., то вполне достаточно будет точности 0,5 °С. Казалось бы, это очень грубая оценка, но практически все потребности ею будут удовлетворены. К тому же, и наши возможности по измерению температуры, а значит и последствий ее достижения конструкцией, будут ограничены примерно той же величиной. Несмотря на кажущуюся точность современных приборов и регистрацию значений с десятками, а то и сотыми долями градуса, погрешность измерений в натуральных условиях зависит от множества сопутствующих факторов. Непостоянство наружной и внутренней температуры, как по времени, так и по пространству, неоднородность материалов, переменность характеристик материалов во времени, влияние оборудования на измеряемый объект и многое другое не дадут повысить указанную точность в условиях реальных измерений. В статье С.И. Крышова «Натурные обследования показателей теплозащиты панельных стен и стен с навесной вентилируемой системой тепло-

изоляции фасадов» [3], автор, имея огромный опыт проведения натуральных исследований современных ограждающих конструкций реалистично оценивает точность измерений приведенного сопротивления теплопередаче в 10% - 15%.

Итак, для непосредственного использования достаточно весьма грубого расчета распределения температуры по конструкции (грубость эта условна, в расчетных условиях такая погрешность составит 0,7% - 1,5% от общего перепада температуры, действующего на конструкцию). Но для расчетов приведенного сопротивления теплопередаче или удельных потерь теплоты через теплотехнические неоднородности такой точности совершенно недостаточно. Связано это с особенностями, о которых нужно сказать подробнее.

В результате расчета температурного поля, мы получаем значения температур во всех точках конструкции с некоторой точностью и более ничего. Для нахождения удельных потерь теплоты, или сопротивления теплопередаче необходим поток теплоты через конструкцию, но мы его не знаем, и должны вычислить по температурам. Казалось бы, поток теплоты - это производная температуры по координате, умноженная на коэффициент теплопроводности. Но тут нас подстерегает несколько сложностей. Во-первых, разница температур между соседними узлами сетки при численных расчетах может оказаться сопоставима с общей погрешностью расчета, что приведет к огромной погрешности в определении локальных потоков теплоты. Во-вторых, для неоднородных конструкций (собственно только и представляющих интерес для расчетов) направление потока теплоты меняется от точки к точке, что также снижает точность его нахождения описанным методом.

В итоге, единственным надежным местом нахождения потока теплоты оказывается граница конструкции, на которой известен перепад температуры и коэффициент теплообмена (формула (1) показывает это соотношение на наружной границе конструкции). В расчетах этот коэффициент задается постоянным, что не совпадает с реальной ситуацией, но позволяет полностью оценить саму конструкцию. Средний перепад температуры между поверхностью конструкции и воздухом обычно невелик и составляет примерно от 0,5 °С до 1 °С на наружной границе и от 1 °С до 2,5 °С на внутренней границе. Очевидно, что точность расчета температуры в 0,5 °С привела бы к погрешности определения потока теплоты в 25% - 100%, а это совершенно неприемлемо для современных потребностей.

$$q_n = \alpha_n(t_n - \tau_n) \quad (1)$$

Например, для ограждающей конструкции с приведенным сопротивлением теплопередаче 3,0 (м²·°С)/Вт, в расчетных климатических условиях Подмосковья (температура наружного воздуха -28 °С, температура внутреннего воздуха +20 °С), температурный перепад на наружной границе (рассчитанный по формуле (2)) составит 48/(23·3,0)=0,7 °С.

$$t_n - \tau_n = \frac{t_{вн} - t_{вн}}{\alpha_n R_0} \quad (2)$$

Оценим, какая точность определения сопротивления теплопередаче или удельных потерь теплоты нам может понадобиться. Требования к приведенному сопротивлению теплопередаче традиционно приводятся с двумя знаками после запятой, что предполагает точность его нахождения для неопределенных ограждающих конструкций от 0,8% до 0,12%. Такая точность труднодостижима в расчетах, не соответствует возможностям самих исследуемых конструкций и недостижима в измерениях. Возникает вопрос, если приборами десятые доли процента от сопротивления теплопередаче не фиксируются, а конструкции имеют производственный разброс характеристик, превышающий указанную точность, зачем нам с такой точностью задавать требования к конструкциям? Куда реалистичней требовать точность определения приведенного сопротивления теплопередаче в 1%. (что соответствует 0,02 – 0,06 м² °С/Вт) К такой точности монтажа конструкций, приборной базы и проведения измерений, по крайней мере, можно стремиться (повторюсь, сейчас она не достигнута).

Задавшись точностью определения приведенного сопротивления теплопередаче в 1%, мы можем оценить требуемую точность определения удельных потерь теплоты через теплотехническую неоднородность. Она зависит от частоты расположения неоднородности. При точности в 1% суммарный удельный поток теплоты через ограждающую конструкцию (3) должен определяться с точностью $\Delta U_{\text{погр}}$ равной 0,002 – 0,005 Вт/(м²·°C) в зависимости от утепления конструкции

$$\frac{1}{R_0^{\text{пр}}} = \sum a_i U_i + \sum l_j \Psi_j + \sum n_k \chi_k \quad (3)$$

Для наглядности, рассмотрим два вида неоднородностей противоположных друг другу по частоте расположения: тарельчатый анкер для крепления утеплителя и сопряжение плиты перекрытия со стеной. Тарельчатые анкеры располагаются на фасаде с большой частотой от 6 до 12 шт/м². Для частоты 10 шт/м² удельные потери теплоты через тарельчатый анкер должны определяться с точностью 0,0002 – 0,0005 Вт/°C. Это очень высокая точность. Сейчас удельные потери теплоты чаще всего приводятся с точностью до одной тысячной и лишь для тарельчатых анкеров в СП 230.1325800.2015 приведены с точностью до 0,0005 Вт/°C. Как видим, в общем случае этого недостаточно. Особенно недостаточно такой точности станет при строительстве зданий с высокими значениями приведенного сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций, так как $\frac{1}{R_0^{\text{пр}}}$, а значит и допустимая точность $\Delta U_{\text{погр}}$ уменьшатся.

Сопряжение плиты перекрытия со стеной – это мощная теплотехническая неоднородность, но расположена она достаточно редко, в среднем $l = 0,4$ м/м². Удельные потери теплоты для такого теплозащитного элемента должны определяться с точностью до 0,005 – 0,013 Вт/(м·°C). Нынешняя точность приведения материалов в СП 230.1325800.2015 для данного типа узлов (0,001 Вт/(м·°C)) оказывается даже избыточной.

В общем случае максимально допустимая погрешность нахождения удельных потерь теплоты рассчитывается по формуле

$$\Delta \Psi_{\text{погр}} = \frac{\Delta U_{\text{погр}}}{l_j} \quad (4)$$

Погрешность потока теплоты при расчете температурного поля узла конструкции ограничивается величиной

$$\Delta Q_{\text{погр}} = \Delta \Psi_{\text{погр}} (t_{\text{в}} - t_{\text{н}}) \cdot 1 \text{ м} \quad (5)$$

Величина максимально допустимой погрешности по температуре при расчете температурного поля

$$\Delta \tau_{\text{н.погр}} = \frac{\Delta Q_{\text{погр}}}{\alpha_{\text{н}} S_{\text{н}}} \quad (6)$$

Если объединить формулы (4) - (6) получим окончательную формулу для нахождения предельно допустимой погрешности при расчете температурного поля узла конструкции по заданной предельно допустимой погрешности суммарного удельного потока теплоты

$$\Delta \tau_{\text{н.погр}} = \frac{\Delta U_{\text{погр}} (t_{\text{в}} - t_{\text{н}})}{\alpha_{\text{н}} S_{\text{н}} l_j} \cdot 1 \text{ м} \quad (7)$$

Для точечной теплотехнической неоднородности формула (7) принимает вид

$$\Delta \tau_{\text{н.погр}} = \frac{\Delta U_{\text{погр}} (t_{\text{в}} - t_{\text{н}})}{\alpha_{\text{н}} S_{\text{н}} n_k} \quad (8)$$

Проведем оценку предельно допустимой погрешности при расчете температурного поля для выбранных выше узлов. Для сопряжения плиты перекрытия со стеной рассмотрен узел с удельными потерями теплоты 0,25 Вт/(м·°C). Сопротивление стены по глади примем равным

4 (м²·°C)/Вт, температурный перепад 48 °C. При расчете температурного поля узла площадь расчетной зоны составляет 2 м². По формуле (7) предельно допустимая погрешность расчета температуры 0,01 °C.

Для тарельчатого анкера удельные потери теплоты приняты равными 0,003 Вт/°C. Тарельчатые анкеры располагаются на фасаде с частотой 10 шт/м². Расчетная зона площадью 0,05 м². Как и в предыдущем примере сопротивление стены по глади конструкции примем равным 4 (м²·°C)/Вт, температурный перепад 48 °C. По формуле (8) предельно допустимая погрешность расчета температурного поля 0,017 °C.

Из приведенных примеров мы видим, что для самых разных по своей природе неоднородностей точность определения температуры, необходимая для уверенного нахождения удельных потерь теплоты и приведенного сопротивления теплопередаче, составляет примерно 0,01 °C.

Достичь такой точности расчета уже не так просто. А при измерениях она просто недостижима.

2. Источники погрешности при расчете температурного поля методом конечных разностей

Практически во всех учебниках по численным расчетам погрешность увязывается с переходом от дифференциальных к конечно-разностным уравнениям. В общем случае для нахождения температурного поля решается уравнение теплопроводности (9). Далее рассуждения будут иллюстрироваться на одномерном нестационарном уравнении, так как для многомерного случая все выводы сохраняются, а выкладки окажутся значительно более громоздкими.

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) \quad (9)$$

где t – температура, °C;

x – координата, м;

z – время, с;

c – удельная теплоемкость, Дж/(кг·°C);

ρ – плотность, кг/м³;

λ – теплопроводность, Вт/(м·°C).

Для получения численного решения уравнение (9) преобразуется в конечно-разностное уравнение. Чаще всего используется простейшее конечно-разностное уравнение

$$c\rho \frac{t_i^k - t_i^{k-1}}{\Delta z} = \lambda \frac{t_{i+1}^k - 2t_i^k + t_{i-1}^k}{(\Delta x)^2} \quad (10)$$

При этом обычно забывают о многослойных конструкциях, либо не упоминая их вовсе, либо рассчитывая применить к ним уравнение с помощью специальных условий на стыке. Более корректное уравнение, пригодное для расчетов, как однослойных, так и многослойных ограждающих конструкций имеет следующий вид:

$$\frac{c_i \rho_i \Delta x_i + c_{i-1} \rho_{i-1} \Delta x_{i-1}}{2} \frac{t_i^k - t_i^{k-1}}{\Delta z_k} = \lambda_i \frac{t_{i+1}^k - t_i^k}{\Delta x_i} - \lambda_{i-1} \frac{t_i^k - t_{i-1}^k}{\Delta x_{i-1}} \quad (11)$$

В простейшем случае, когда конструкция состоит из одного материала с постоянными свойствами и шаги по координате времени постоянны ($\lambda_i = \lambda_{i-1}$, $\Delta x_i = \Delta x_{i-1}$ и $\Delta z_k = \Delta z_{k-1}$) разностное уравнение (11) упрощается до уравнения (10).

Раскладывая члены разностного уравнения (10) в ряд Тейлора относительно точки i и времени k , можно заметить отклонения от решаемого уравнения (9).

$$c\rho \left(\frac{\partial t}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t}{(\partial z)^2} (z_k) \Delta z \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{(\partial x)^2} (x_i) + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 t}{(\partial x)^4} (x_i) (\Delta x)^2 \right) \quad (12)$$

В формуле (12) приведены только первые по малости члены, отклоняющиеся от точного уравнения. Это не погрешности расчета в прямом виде, а причины вызывающие появление

погрешностей. Обычно в учебниках и методических пособиях их указывают в обобщенном виде $O[(\Delta x)^2]$ и $O(\Delta z)$, опуская подробности. Различные разностные схемы сравнивают между собой по степеням Δx и Δz . Но для практической оценки погрешности важны именно подробности, которые во всех учебниках пропущены. Для чего нам подробное рассмотрение этих погрешностей? Они неразрывно связаны с выбором шага расчетной сетки по координате и времени, т.е. однозначно определяют выбор сетки достаточной для обеспечения заданной точности.

Во многих методических пособиях ограничиваются уравнением (10) и граничными условиями первого рода, что создает ошибочную уверенность, что численное решение основных задач строительной теплофизики не представляет проблемы и шагов сетки требуется совсем немного. В отвлеченных примерах используют 3 – 6 шагов сетки. Однако, это абсолютно неприменимо к реальным конструкциям, в которых чаще всего встречаются граничные условия третьего рода, стыки слоев и мелкие детали. В ряде учебников рекомендуют механически перевести граничные условия третьего рода и условия на стыке слоев к разностному виду. Такой путь ошибочен и приведет к огромным погрешностям и близко не соответствующим $O[(\Delta x)^2]$ и $O(\Delta z)$. Правильное преобразование граничных условий третьего рода описано в [4,5]. После преобразования погрешность, вносимая граничными условиями, оценивается в $O[(\Delta x)^2]$, но на самом деле, она не совпадает с погрешностью в рядовых узлах сетки и значительно превосходит ее.

Прежде, чем описывать способы снижения погрешностей в местах стыка слоев конструкции рассмотрим природу ее появления на примере уравнения (11). В месте стыка слоев $\lambda_i \neq \lambda_{i-1}$, а значит, при разложении в ряд Тейлора не сократятся третьи производные по координате, которые сократились при исследовании уравнения (10).

$$c\rho \left(\frac{\partial t}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t}{(\partial z)^2} (z_k) \Delta z \right) = \lambda \frac{\partial^2 t}{(\partial x)^2} (x_i) + \frac{1}{6} (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \frac{\partial^3 t}{(\partial x)^3} (x_i) \Delta x \quad (13)$$

Если разница теплопроводностей $\lambda_i - \lambda_{i-1}$ велика, что соответствует подавляющему большинству реальных случаев, то, при достаточно малых шагах сетки, отклонения разностных уравнений от точных в случаях (12) и (13) будут отличаться на порядки. То есть, стык материалов создаст погрешность на порядки большую, чем рядовой участок конструкции. Аналогичное влияние окажет изменение шага сетки. Для одномерного случая можно подобрать изменение шага сетки так, чтобы компенсировать влияние стыка материалов. Для этого нужно перейти от координаты к термическому сопротивлению. И уже в термических сопротивлениях шаг сетки должен быть постоянным.

$$\frac{\Delta x_i}{\lambda_i} = \frac{\Delta x_{i-1}}{\lambda_{i-1}} \quad (14)$$

Условие (14) на вид простое, но даже оно применимо с ограничениями. В двухмерном и трехмерном случаях использовать его не представляется возможным. В одномерном случае его использование предполагает переменность шага по координате, иначе подобрать правильный шаг, подходящий всем слоям конструкции, окажется невозможным.

Таким образом, наибольшую погрешность в расчеты вносят граничные условия, места стыка материалов и места изменения шага расчетной сетки. Однако, этих общих наблюдений недостаточно, для того чтобы оценить возникающую погрешность количественно. Как следует из уравнений (12) и (13), погрешность зависит не только от величины шага сетки, но и от третьей или четвертой производной температуры по координате. Очевидно, эти производные изменяются с координатой и со временем. В местах малости производных даже наиболее грубая сетка будет давать весьма точные результаты. То есть, основное влияние на погрешность расчетов будут оказывать места наибольшего искажения линий температуры. В общем случае указанная особенность делает почти невозможным предсказание погрешности расчета. Но в нашей области знаний есть дополнительные ограничения, позволяющие провести анализ

далее. В нестационарных условиях основные изменения температуры происходят с наружной стороны. Именно они будут вызывать в одномерном случае искажения температурного поля, а значит создавать условия для возникновения погрешностей при численных расчетах. Причем, наибольшие искажения будут в моменты наибольшей скорости изменения граничных условий. Вблизи внутренней поверхности конструкции изменения температуры так малы и медленны, что не смогут оказать существенное влияние на погрешность расчетов. Несмотря на малое количество статей на эту тему проблемы нестационарного теплопереноса актуальны и по сей день. К примеру, в статье Н.П. Умняковой [6] рассматриваются именно такие проблемы. В стационарном двух- трехмерном случае основное искажение будут создавать теплопроводные включения. Именно вокруг них следует искать наибольшие погрешности расчетов.

Конечно, на третью и четвертую производные температуры по координате огромное влияние оказывают свойства материалов, составляющих данный участок конструкции. На рисунках 1 и 2 показаны распределения температуры для двух ограждающих конструкций: однослойной стены в два кирпича и двухслойной стены из железобетона, утепленного снаружи 150 мм ПСБ-С. Показан одномерный нестационарный случай в момент наибольшей скорости изменения наружных условий. Для расчета задавался пилообразный профиль изменения температур. В течении суток температура сначала падала с 10 °С до -5 °С а затем поднималась обратно. Синяя линия соответствует наружной температуре -5 °С. Рыжая линия соответствует наружной температуре 10 °С после завершения цикла.

Для стены из кирпичной кладки, обладающей большой тепловой инерцией, график распределения температуры изогнут и явно имеет ненулевые производные всех порядков (изгиб меняется со временем). Для двухслойной стены с наружным утеплением ПСБ-С график распределения температуры практически прямой и все производные кроме первой будут близки к нулю независимо от момента времени и координаты. Таким образом, для первой конструкции надо внимательно следить за погрешностью расчетов и аккуратно выбирать шаг сетки, а для второй конструкции, несмотря на наличие стыка материалов, погрешность будет практически отсутствовать, и шаг сетки можно выбирать весьма крупный.

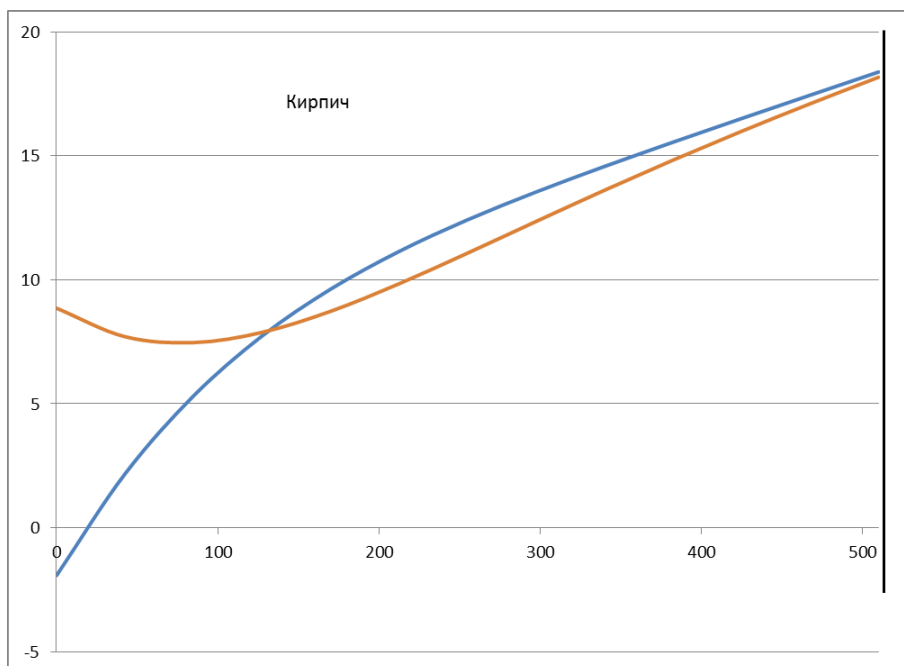


Рисунок 1 – Распределение температуры по толщине ограждающей конструкции для однослойной стены в два кирпича

практически отсутствовать, и шаг сетки можно выбирать весьма крупный.

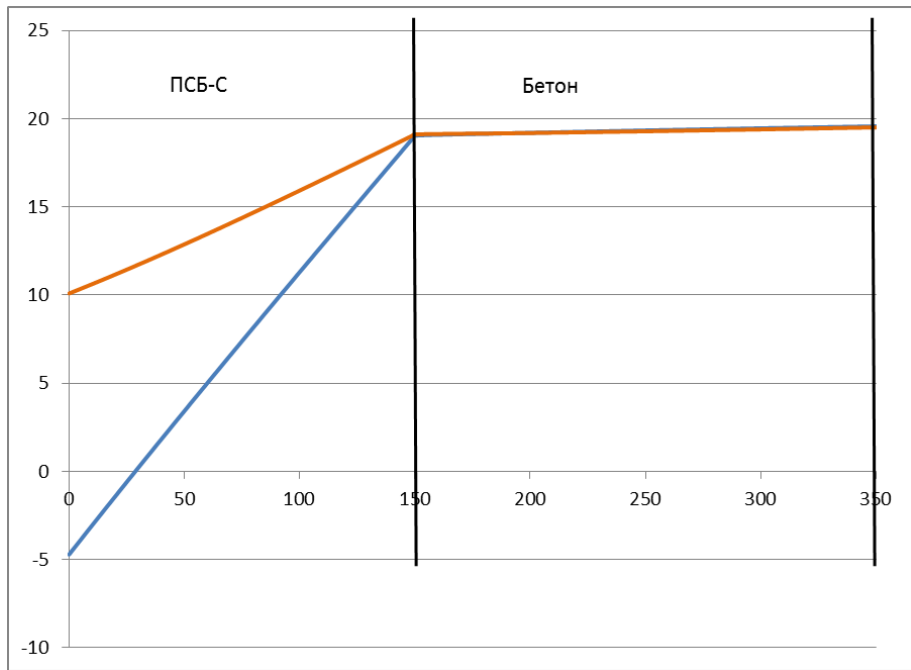


Рисунок 2 – Распределение температуры по толщине ограждающей конструкции для двухслойной стены из железобетона утепленного снаружи 150 мм ПСБ-С

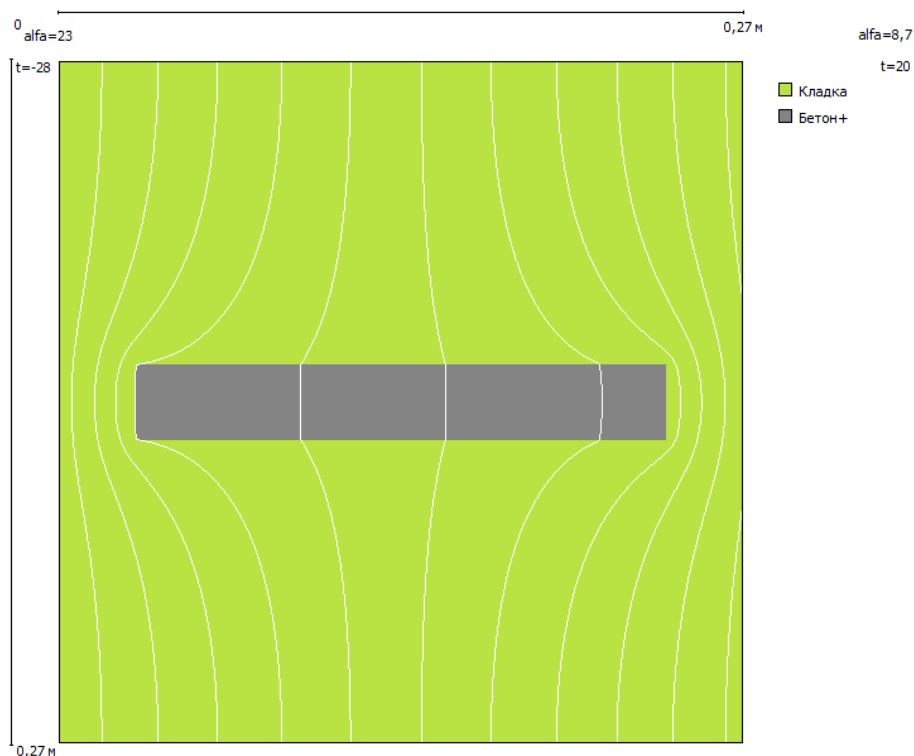


Рисунок 3 – Температурное поле неоднородного участка конструкции. Линии равной температуры проходят с шагом 4 °С начиная с -24 °С и заканчивая 16 °С.

Для двух- и трехмерных расчетов дополнительное искажение в температурное поле вносят неоднородности. Причем, даже в стационарном случае погрешность расчетов приходится учитывать. Для иллюстрации этого тезиса на рисунке 3 приведено двухмерное температурное поле узла конструкции, примерно соответствующего кладке легкого бетона с толстым швом из армированного раствора, или закладной деталью из тяжелого бетона. На рисунке видно, что линии температуры сгущаются вокруг неоднородности и в некоторых местах про-

ходят в 3 – 4 раза чаще, чем на удалении от неоднородности, что неизбежно приведет к ненулевым производным всех порядков, хотя бы на отдельных участках конструкции.

3. Связь погрешности и шага сетки на конкретных примерах

На рисунках 1 и 2 был приведен пример сильных изменений наружной температуры на пределе реалистичности. Для кирпичной стены (для любой инерционной конструкции) в этих условиях возникает существенная зависимость точности результатов от шага сетки по координате. Для этого примера были выбраны экстремальные воздействия. На рисунке 3 показан пример рядовой теплотехнической неоднородности в рядовых условиях. При этом, искажения температурного поля в 2 – 2,5 раза сильнее, чем в примере 1. Кроме того, наличие стыка материалов в двух- трехмерном случае невозможно компенсировать, а значит погрешность расчетов возрастет многократно. То есть, экстремальный нестационарный, но одномерный случай оказался намного менее требовательным точности расчета, чем рядовой стационарный, но двухмерный случай. Рядовым этот случай назван потому, что он еще не содержит металлических включений, имеет простую форму, а теплопроводное включение одно и простой формы.

Для иллюстрации этих рассуждений проведены численные расчеты с несколькими вариантами шага сетки. Для кирпичной стены результаты расчета сведены в таблицу 1. С удвоением шага погрешность уменьшается примерно в четыре раза, что подтверждает предположение о квадратичной зависимости погрешности от шага сетки в данном узле. Из этих результатов следует, что точность, необходимая для проверки конструкции на промерзание, выпадение конденсата и т.п., достигается даже при разбиении узла на 6 – 8 шагов. В ряде случаев это количество придется увеличить при наличии нескольких тонких слоев. Но 10 шагов сетки должно с запасом хватать для задач данного класса. В то же время, для нахождения потока теплоты с приемлемой точностью потребуется разбивать конструкцию минимум на 30 шагов. Все сказанное относится к одномерной нестационарной задаче.

Таблица 1 – Зависимость максимальной погрешности температуры от количества шагов сетки для однослойной кирпичной стены в нестационарном случае

Количество шагов сетки	6	12	24
Погрешность Δt , °C	0,2	0,046	0,011

Для двух-, трехмерной задачи картина совсем иная. Результаты численного расчета с несколькими вариантами шага сетки для узла, показанного на рисунке 3, приведены в таблице 2. Погрешность снижается менее упорядоченно, чем в первом примере, из-за особенностей расчета. Максимальная погрешность достигается на уголках теплопроводных включений, в первой же точке за уголком. Так как при изменении сетки появляются точки, расположенные ближе к уголку, доступный для определения максимум погрешности приближается к критической точке и за счет этого увеличивается. Если бы мы сравнили погрешность в одной и той же точке, то она убывала бы пропорционально шагу, как и предсказывала теория. В отличие от первого примера второй не является экстремальным и не позволяет однозначно судить о границах применимости сеток. Кроме того, погрешность температуры в многомерных случаях не столь однозначно отражается на погрешности потока. Так как поток определяется по средней температуре, то и влияние оказывает средняя, а не экстремальная погрешность, а она, конечно, меньше. Как видно из таблицы 2, погрешность потока уменьшается с увеличением количества шагов быстрее, чем прямо пропорционально. Погрешность потока при 81 шаге сетки уже очень мала, несмотря на еще существенную максимальную погрешность по температуре. Предварительно можно сказать, что в двух-, трехмерном случае для проверки конструкции на промерзание, выпадение конденсата и т.п. достаточно будет 40 шагов сетки (не считая случаев с тонкими металлическими деталями). А для нахождения удельных потерь теплоты или приведенного сопротивления теплопередаче с приемлемой точностью потребуется разбивать кон-

струкцию минимум на 60 шагов. Последняя оценка не является окончательной – это лишь оценка минимального количества шагов сетки снизу на основании одного примера. Вопрос более точного установления ограничений на шаг сетки при расчете многомерных температурных полей требует отдельного, намного более подробного изучения.

Таблица 2 – Зависимость максимальной погрешности температуры и потока от количества шагов сетки для узла, изображенного на рисунке 3

Количество шагов сетки	9-9	27-27	81-81
Максимальная погрешность Δt , °С	0,69	0,44	0,2
Погрешность ΔQ , Вт/м	0,34	0,08	0,018

Приведенные выше минимально необходимые количества шагов сетки – это не размер всей сетки, а количество шагов от наружной до внутренней поверхности конструкции в самом узком месте (для современных несветопрозрачных конструкций). Если рассчитывается конструкция сложной формы, то общее количество шагов может достигать и тысячи, важно чтобы поперек конструкции уместилось 40 – 60 шагов в зависимости от задачи.

4. Примеры температурных полей с недостатком шагов сетки.

Из рассмотренных выше примеров следует, что наиболее критичен выбор шага сетки при расчете многомерных температурных полей в рамках определения приведенного сопротивления теплопередаче. К сожалению, приемлемый шаг сетки используется далеко не всегда. Понятно, когда в монографиях и учебниках 20 – 50-ых годов приводятся примеры с малым количеством шагов сетки. Проводя расчеты практически вручную, специалисты того времени часто не имели другого выхода. Например, в книге К.Ф. Фокина [7] приведено большое число примеров расчета температурного поля, в которых ограждающая конструкция делится на 4 - 5 шагов от наружной до внутренней поверхности. Рассчитываемые конструкции в основном были проще, требования к ним намного ниже, а значит и допустимая погрешность была больше. Скорее всего, проводимые в то время расчеты проходили по грани требующихся точностей, и вряд ли могли получаемые температуры в наиболее критичных местах иметь точность выше, чем 1 °С. К тому же расчеты того времени проводились исключительно опытными специалистами. Как это ни удивительно, проблема точности расчета значительно обострилась сейчас с широким распространением специализированных программ. Регулярно в статьях и научно-технических отчетах сторонних организаций мы встречаем ошибки точности. К сожалению, сейчас не принято подробно оформлять расчеты, и шаг расчетной сетки приводится редко, но, во многих случаях, ошибки столь выдающиеся, что их можно наблюдать визуально на температурных полях.

Например, на сайте «Института пассивного дома» (www.passiv-rus.ru) рекламируются возможности по различным теплофизическим расчетам, в том числе расчетам двух- и трехмерных температурных полей с помощью программы HEAT. В качестве иллюстраций приводятся расчеты, статьи и презентации. И прямо в этих материалах можно увидеть некачественные расчеты, заметные невооруженным глазом. Например, статья «Развитие теоретических и практических основ концепции пассивного дома. Примеры реализованных пилотных объектов в России» [8]. Первый же пример температурного поля в этой статье демонстрирует, либо недостаток шагов расчетной сетки, либо неумение вести расчет (вероятность того, что используемая программа неспособна проводить расчеты отбрасываем, так как ничего сложного с математической точки зрения в подобных программах нет). Указанное температурное поле приведено на рисунке 4.

Уравнение теплопроводности так устроено, что линии температуры имеют гладкую округлую форму везде, кроме мест стыка материалов на которых возможны переломы. На рисунке 4 на крайних линиях температуры слева и справа можно заметить пилообразные выступы, абсолютно нехарактерные для естественного распределения температуры. Это артефакты, привнесенные качеством расчета, скорее всего недостатком выбора расчетной сетки.

На том же сайте представлена презентация «Примеры моделирования наружной оболочки энергоэффективных зданий с учетом тепловых мостов. Практическое применение программ HEAT2 и HEAT3» [9]. На странице 49 презентации показано температурное поле с аналогичными пилообразными выступами (рисунок 5).

В той же презентации на слайде 26 встречается и основная причина подобных ошибок – выбор расчетной сетки с недостаточным количеством шагов (рисунок 6). В приводимой расчетной сетке от наружного до внутреннего края конструкции всего 10 шагов, этого, как показало наше предшествующее исследование, совершенно недостаточно для определения потерь теплоты через конструкцию. Стандарт пассивного дома предполагает сверхутепление ограждающих конструкций, что требует еще более высокой точности расчетов, а в иллюстративных материалах, обозначенных как расчеты реальных объектов, мы видим нижайшее качество. Особую иронию описанному случаю придает то, что это не случайные люди, плохо освоившие программу. Авторы этих материалов позиционируют себя специалистами и берут деньги за обучение расчетам по программе HEAT. А на сайте разработчиков программы HEAT эти материалы указаны как обучающие.

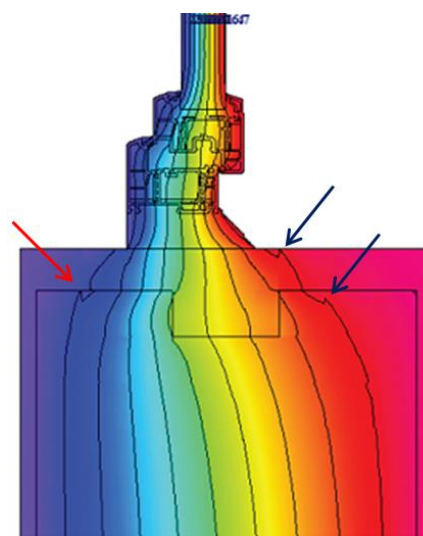


Рисунок 4 – Температурное поле, рассчитанное с ошибками

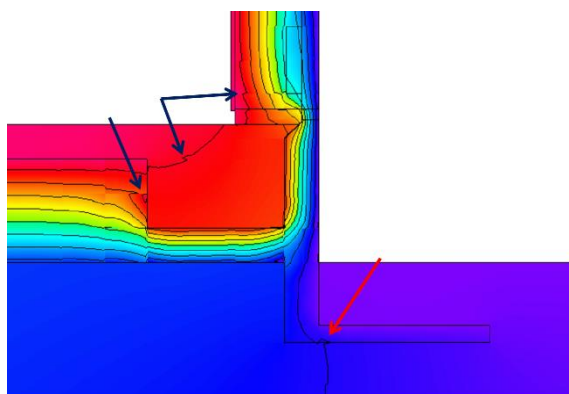


Рисунок 5 – Температурное поле, рассчитанное с ошибками

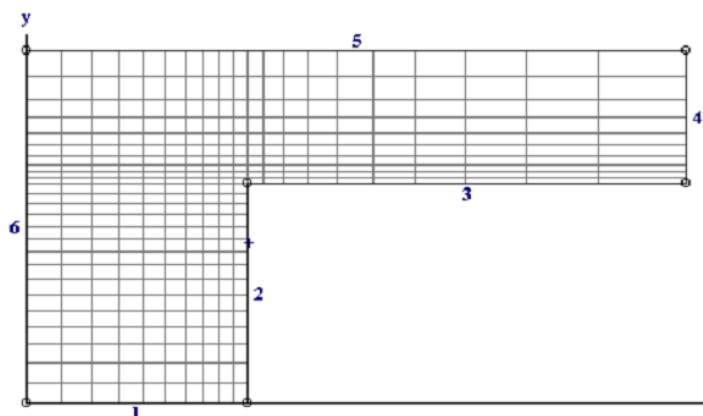


Рисунок 6 – Расчетная сетка с недостаточным количеством шагов

Конечно, это не единственный случай. Например, в статье «MODELLING OF CONDUCTION TRANSFER FUNCTIONS FOR TYPICAL THERMAL BRIDGES IDENTIFIED IN BIM DATA» P. Narowski, J. Stasiński, and P. Wereszczyński [10] для вспомогательных целей проводится расчет температурного поля и приведена расчетная сетка (рисунок 7). Как видим, она содержит лишь 10 шагов поперек стены, и 3 шага поперек светопрозрачной конструкции.

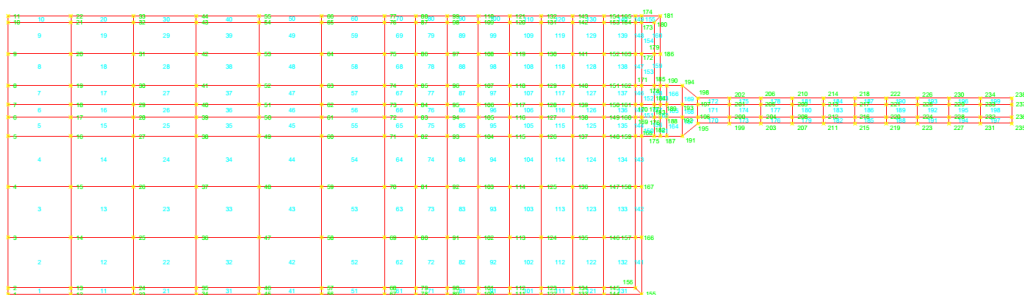


Рисунок 7 – Расчетная сетка с недостаточным количеством шагов

Подробный разбор подобных случаев потребовал бы отдельной статьи. Весь предыдущий текст касался конечно-разностного метода, но для решения уравнения теплопроводности конечно-элементным методом характерны те же проблемы. Их теоретическое и практическое описание требует отдельного исследования, которое логично было бы написать авторам, или постоянным пользователям соответствующих программ. В настоящей статье приведем только иллюстрацию, любезно предоставленную к.т.н. Дмитрием Крайновым из Казанского ГАСУ, являющегося специалистом по расчету температурных полей с помощью различных программных комплексов [11]. Расчеты выполнены на программе ELCUT. Указанная программа доступна в двух вариантах: профессиональном и студенческом. Студенческий вариант бесплатный, но имеет серьезное ограничение по количеству узлов сетки, практически препятствующее ее профессиональному использованию. Несмотря на это, часто используют студенческую версию игнорируя ее непригодность. Результаты такого использования приведены на рисунках 8 и 9. На них можно видеть недостаток узлов разбиения сетки и те же характерные пилообразные выступы и изломы линий температуры.

Заключение

Настоящая работа дает оценку максимально допустимых погрешностей при расчетах температурных полей. Эта информация важна для грамотного и достоверного проведения расчетов. В статье разобраны причины появления погрешностей и их связь с выбором расчетной сетки. Исследования проведены только для конечно-разностного метода, который имеет в настоящее время широкое распространение. Для него даны ориентиры по выбору минимального шага сетки в различных случаях. Для конечно-элементного метода, также широко распространенного, требуются дальнейшие исследования.

Ужесточение требований к энергопотреблению и постоянная борьба за энергоэффективность невозможны без повышения точности расчетов. Современная техника однозначно позволяет проводить

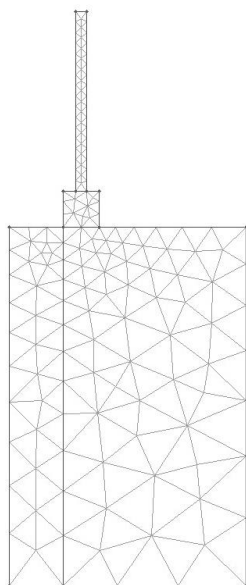


Рисунок 8 – Расчетная сетка с недостаточным количеством узлов

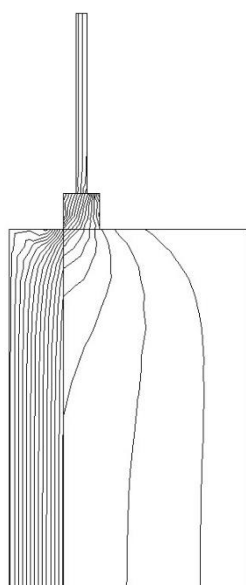


Рисунок 9 – Температурное поле с недостатком узлов расчетной сетки

расчет температурных полей с любой точностью, т.е. реальную точность должны ограничивать только нерасчетные причины (неоднородность материалов, отклонения при монтаже и т.п.). Обилие статей и отчетов с ошибочными или недостаточно точными расчетами, говорит о большом количестве неподготовленных людей, занявшихся теплофизикой и энергосбережением. Сложившаяся ситуация представляет реальную опасность для строительного комплекса,

так как результаты таких ошибочных расчетов принимаются окружающими, в том числе и руководителями, за чистую монету. В современной ситуации пара ошибочных расчетов способна исключить со строительного рынка какую-либо продукцию, или направить целый регион по ложному пути для достижения пониженного энергопотребления.

Давно назрела необходимость повышения грамотности расчетчиков. Требуются некий контроль качества и пропаганда правильных методов расчета, включая разбиение конструкции на узлы, выбор расчетной зоны, наложение сетки, обработку результатов. Возможно, необходим каталог достоверных программ расчета, как это сделано за рубежом.

Также, в статье поставлены вопросы об изменении точности записи приведенного сопротивления теплопередаче и удельных потерь теплоты отдельных теплотехнических неоднородностей в соответствии с их реальным влиянием на конструкцию и технической возможностью определения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 50.13330.2012 Тепловая защита зданий. Актуализированная редакция СНиП 23-02-2003 // Минрегион России – М., 2012. С. 96.
2. СП 230.1325800.2015 Конструкции ограждающие зданий. Характеристики теплотехнических неоднородностей // Минстрой России. 2015. С. 68.
3. Крышов С.И. Натурные обследования показателей теплозащиты панельных стен и стен с навесной вентилируемой системой теплоизоляции фасадов // ALTIinform. Цемент. Бетон. Сухие смеси. 2017 г. №4-5 (48). С. 72-81.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем // Самарский А.А. - М., 1977. - 656с.
5. Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса // Учебное пособие – Томск STT, 2016. С. 92.
6. Умнякова Н.П. Методика расчета количества переходов через 0°С, -2°С, -4°С и -6°С в толще трехслойных кирпичных стен на основе типового климатического года для оценки долговечности наружных облицовочных слоев ограждающих конструкций // БСТ №8 (996) 2017. С. 37-43.
7. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий // М.:АВОК-ПРЕСС, 5-е изд. 2006. – 256 с.
8. Пилипенко А. Развитие теоретических и практических основ концепции пассивного дома. Примеры реализованных пилотных объектов в России // Архитектура и строительство. 2014 г. №1. С. 32-37.
9. Примеры моделирования наружной оболочки энергоэффективных зданий с учетом тепловых мостов. Практическое применение программ HEAT2 и HEAT3 [Электронный ресурс] // Институт пассивного дома - Режим доступа: http://passiv-rus.ru/images/mosbuild2014/presentations/Pilipenko_PHI.pdf
10. Narowski P. Modelling of conduction transfer functions for typical thermal bridges identified in BIM data // P. Narowski, J. Stasiński, and P. Wereszczyński Proceedings of Building Simulation 2011: 12th Conference of International Building Performance Simulation Association, Sydney, 14-16 November С. 1320-1327.
11. Крайнов Д.В., Садыков Р.А. Определение дополнительных потоков теплоты через элементы фрагмента ограждающей конструкции // Жилищное строительство. 2012. № 6. С. 10-12

Козлов Владимир Владимирович

НИИСФ РААСН, г. Москва

Кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории Строительной теплофизики

E-mail: kozlov.v2@yandex.ru

KOZLOV V.V.

ACCURACY OF CALCULATION OF THE RESISTANT RESISTANCE OF HEAT TRANSFER AND TEMPERATURE FIELDS

The estimation of the minimum required accuracy of calculations of temperature fields is carried out. Two main cases are distinguished. It is shown that the calculation of the reduced heat transfer re-

sistance and specific heat loss is most sensitive to the accuracy of the temperature distribution. The source of error in mathematical transformations, which must be eliminated by the correct choice of the computational grid step, is given. The examples illustrate the features of calculations of temperature fields of enclosing structures. Errors in the choice of the computational grid for the finite difference method leading to unsatisfactory accuracy of calculations are shown. Recommendations are given to improve the accuracy of calculations for stationary and non-stationary cases. Examples of the influence of the computational grid step on the error of temperature and heat flow determination are considered. Examples of overestimation of accuracy in regulatory documents leading to false expectations of designers and experts are given.

Keywords: thermal protection, heat transfer resistance, temperature field, numerical calculations, finite difference method.

REFERENCES

1. SP 50.13330.2012 Teplovaya zashchita zdaniy. Aktualizirovannaya redaktsiya SNIp 23-02-2003 // Minregion Rossii – M., 2012. S. 96.
2. SP 230.1325800.2015 Konstruktsii ograzhdayushchiye zdaniy. Kharakteristiki teplotekhnicheskikh neodnorodnostey // Minstroy Rossii. 2015. S. 68.
3. Kryshov S.I. Naturnyye obsledovaniya pokazateley teplozashchity panel'nykh sten i sten s navesnoy ventiliruyemoy sistemoy teploizolyatsii fasadov // ALITinform. Tsement. Beton. Sukhiye smesi. 2017 g. №4-5 (48). S. 72-81.
4. Samarskiy A.A. Teoriya raznostnykh skhem // Samarskiy A.A. - M., 1977. - 656s.
5. Kraynov A.YU., Min'klv L.L. Chislennyye metody resheniya zadach teplo- i massoperenosa // Uchebnoye posobiye – Tomsk STT, 2016. S. 92.
6. Umnyakova N.P. Metodika rascheta kolichestva perekhodov cherez 0°s, -2°s, -4°s i -6°s v tolshche trekhslonykh kirpichnykh sten na osnove tipovogo klimaticheskogo goda dlya otsenki dolgovechnosti naruzhnykh oblitsovochnykh slojev ograzhdayushchikh konstruktsiy // BST №8 (996) 2017. S. 37-43.
7. Fokin K.F. Stroitel'naya teplotekhnika ograzhdayushchikh chastey zdaniy // M.:AVOK-PRESS, 5-ye izd. 2006. – 256 s.
8. Pilipenko A. Razvitiye teoreticheskikh i prakticheskikh osnov kontseptsii passivnogo doma. Primery realizovannykh pilotnykh ob'yektov v Rossii // Arkhitektura i stroitel'stvo. 2014 g. №1. S. 32-37.
9. Primery modelirovaniya naruzhnoy obolochki energoeffektivnykh zdaniy s uchetom teplovykh mostov. Prakticheskoye primeneniye programm HEAT2 i HEAT3 [Elektronnyy resurs] // Institut passivnogo doma - Rezhim dostupa: http://passiv-rus.ru/images/mosbuild2014/presentations/Pilipenko_PHL.pdf
10. Narowski P. Modelling of conduction transfer functions for typical thermal bridges identified in BIM data // P. Narowski, J. Stasiński, and P. Wereszczyński Proceedings of Building Simulation 2011: 12th Conference of International Building Performance Simulation Association, Sydney, 14-16 November S. 1320-1327.
11. Kraynov D.V., Sadykov R.A. Opredeleniye dopolnitel'nykh potokov teploty cherez elementy fragmenta ograzhdayushchey konstruktsii // Zhilishchnoye stroitel'stvo. 2012. № 6. S. 10-12

Kozlov Vladimir Vladimirovich

SRIBP RAACS, Moscow

Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher of the Laboratory of Building Thermophysics

8-916-378-45-44

E-mail: kozlov.v2@yandex.ru