## Методические материалы

# **Использование компьютерного моделирования в преподавании** теории электромагнитного поля

### БУТЫРИН П.А., ДУБИЦКИЙ С.Д., КОРОВКИН Н.В.

Предложен обзор проблем, возникающих при преподавании теоретических основ электротехники. Отмечены особенности современного состояния электротехнического образования, которые приводят к необходимости пересмотра подхода к преподаванию курса «Теория электромагнитного поля». Обсуждается значение компьютерного моделирования электромагнитного поля в образовательном цикле инженера-электрика. Сформулированы цели, принципы и ограничения использования компьютерного моделирования в преподавании этой дисциплины.

K лючевые слова: теория электромагнитного поля, теоретическая электротехника, методика преподавания, программа расчета электромагнитных полей ELCUT, метод конечных элементов

Мотивация. «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ) – базовая и одновременно самая сложная, объемная и многоплановая учебная дисциплина в направлении подготовки «Электроэнергетика и электротехника» [1]. Она закладывает основу профессионального языка, дает фундаментальные знания, общую методологию решения учебных и исследовательских задач для обучающихся по этому направлению подготовки студентов. Ядром, самой важной и сложной частью дисциплины ТОЭ, да, пожалуй, и всех дисциплин данного направления подготовки является теория электромагнитного поля (ТЭМП) [2]. Электромагнитное поле – наиболее высокоорганизованная форма существования материи и основной физический агент, обеспечивающий функционирование электротехнических, электроэнергетических электрофизических устройств. Поэтому глубина знаний этой теории, широта умений и владение пользования ими на практике определяют уровень квалификации ученого и инженера в области электротехники, электроэнергетики и электрофизики. ТЭМП – одна из наиболее завершенных и стройных теорий, для овладения которой необходима хорошая математическая культура и способность усваивать богатый понятийный аппарат [5].

Курс теории электромагнитного поля всегда рассматривался преподавателями и студентами как сложный. Причинами сложности базовая статья [5] и более позднее обзорное исследование [6] называют абстрактно-математический характер курса и традицию его аксиоматического изложения, в которой создается ложное впечатление, что сначала была теория, а потом обнаружились опытные факты. На эмоциональном уровне такая традиция удаляет из изложения восхищение от открытий. Улуч-

шить положение призвано создание экспериментальной среды для курса электромагнитного поля, которая трудно осуществима в виде реальных установок, однако реализуема в виде компьютерных моделей.

В западных университетах теории электромагнитного поля уделяется все большее внимание [5-6]. В российских же тенденция прямо противоположная, заведомо закладывающая теоретическое и, как следствие, технологическое отставание нашего будущего корпуса электроэнергетиков и электротехников. [1, 3] Цель настоящей статьи — попытка осмысления сложившейся ситуации и поиск конструктивного выхода из нее.

**Особенности современного этапа.** Два обстоятельства определяют своеобразие картины современного российского высшего технического образования.

Первое — реформы среднего (ЕГЭ) и высшего (бакалавр, магистр) образования, проводимые в спешке с превалированием над творческим началом схоластически-бюрократического императива [1, 4]. Негативными последствиями реформ для студенчества, в частности, являются:

деградация умения осмысливать относительно сложные рассуждения, вообще логически рассуждать, делать выводы, проводить доказательства, оценивать правдоподобность ответов, заключений, доказательств. Деградирует также умение сосредотачиваться на изучении относительно сложных научных текстов, даже небольшого объема (статья);

несформированность «технических» математических навыков — выполнение алгебраических преобразований, дифференцирования, интегрирования, а также умения (и желания) выполнять чис-

ленные расчеты на калькуляторах и компьютерах [4].

Другое обстоятельство, определяющее своеобразие картины современного высшего образования планшетная революция, сформировавшая новый габитус (стиль жизни) студенчества. Портативный компьютер, а в последнее время планшет - неизменный атрибут студента. Студент не просто владеет богатыми информационными возможностями этих устройств, но становится зависимым от них («студент-планшетник»). Интересно, что таким студентам лучше дается классификация изучаемого материала, они обладают хорошим гештальтом (целостным видением) закрепленного материала и у них более развито зрительное восприятие. Общедоступность портативной техники и порожденные ею особенности жизни и мировосприятия студентов целесообразно в максимальной мере задействовать в преподавании ТЭМП.

Снижение математической культуры студентов. Двое из трех авторов этой статьи преподают курс ТОЭ уже более 30 лет. Лет 10—15 назад мы ощутили, что читать курс теории электромагнитного поля в рамках дисциплины «Теоретическая электротехника» стало труднее, а в последствии эти трудности быстро нарастали. Причина этого — катастрофическое падение уровня математической подготовки абитуриентов и, как следствие, студентов.

В рамках дисциплины ТЭМП невозможно сформировать необходимый для ее освоения уровень математической культуры. Общее падение уровня образования, слабая школьная подготовка абитуриентов, плохое усвоение курса высшей математики на младших курсах — все это взаимосвязано и закономерно приводит к проблемам преподавания курса.

По указанным выше причинам в настоящее время сокращается подробный вывод формул и строгое обоснование результатов — они плохо воспринимаются большинством студентами. Если же полностью опустить все эти «математические детали», то курс выхолащивается, превращается в формальный набор правил. Студент, даже успешно освоивший такой набор правил, не сможет решать задачи теории поля, требующие осмысления, а не заучивания.

Пути выхода из кризиса. Тривиальное разрешение сложившейся ситуации — исключение курса электромагнитного поля из образования инженеров-электриков — представляется нам недопустимым. Другой путь — исключение курса из образования инженеров-электриков с последующим включением его в программы подготовки специалистов на физических и инженерно-физических специальностях — также имеет существенные минусы. Благодаря традиционно более высокому

уровню математической культуры студентов этих специальностей, освоение ими курса, несомненно, будет более глубоким. Однако ожидать, что студенты-физики свяжут свою будущую карьеру с электротехникой, не следует. Тем более что для решения практических задач из этой области им не хватает «электротехнической» культуры, успешно формируемой у студентов-электротехников.

Третий путь, который и выбирают авторы, — использование компьютерного моделирования при обучении студентов. Этот путь представляется традиционным и многократно (часто без всякого успеха) пройденным, тем не менее авторы видят в нем новые возможности, созданные современной массовой доступностью мощных вычислительных средств, дружественными интерфейсами современных компьютерных программ и вышеупомянутой планшетной революции.

Применение компьютера в преподавании дисциплины «Теория электромагнитного поля» позволяет преподавателю:

дать студенту (сформулировать и обучить) мета-алгоритмы решения задач теории электромагнитного поля (в упрощенном виде: классификация задачи, выделение расчетной области, задание граничных условий, описание источников и сред, решение, анализ результатов, документирование результатов). Отметим, что все перечисленные этапы, кроме краткого последнего, — «чистая» электротехника, т.е. переход к использованию компьютера не изменяет предмета изучения;

увеличить наглядность изложения путем замены статичных чертежей на динамические демонстрации. Расширить охват материала за счет заранее заготовленных примеров и задач;

изложить существо предмета, не «спотыкаясь» о математические выкладки, но и не опуская их.

Студенту компьютеризованный подход к преподаванию курса электромагнитного поля дает следующие конкурентные преимущества:

умение использовать современный пакет(ы) программ и самостоятельно выполнять расчеты электромагнитных полей;

самостоятельно манипулировать «полевой» терминологией, конфигурацией расчетной области, граничными условиями и свойствами сред, непосредственно наблюдая за эффектом от изменения тех или иных параметров.

Наряду с перечисленными несомненными «плюсами» от применения компьютера имеются столь же явные «минусы»:

студенту сложно верифицировать результаты проведенных при помощи компьютера вычислений:

студент не знает о допущениях и приближениях, сделанных в готовой компьютерной программе

при решении каждой конкретной задачи, не может оценить их влияние на точность полученного ответа:

студент работает только в рамках определенного набора задач, у него нет возможности самостоятельно поставить задачу.

Цель настоящей статьи — сформулировать ряд методических рекомендаций, которые позволят: извлечь максимум пользы от применения компьютеров; минимизировать указанные выше недостатки их использования и тем самым существенно улучшить подготовку студентов по дисциплине «Теория электромагнитного поля» в охватывающем ее предмете «Теоретические основы электротехники».

**Чему именно учить?** Конкретизируем, чему именно преподаватели должны научить студента, чтобы он смог «безопасно» использовать компьютер:

- 1. Распознавать типичные задачи теории поля: постоянные поля (электростатика и магнитостатика), квазистационарные поля, волновые процессы и т.д.; представлять соотношение между сложностями различных типов задач;
- 2. Видеть полевую проблематику: полевые задачи есть в рамках многих электротехнических приложений, и нужно уметь их выделять, вычленять в реальной задаче основные физические явления, правильно относить ее к тому или иному типу стандартных задач;
- 3. Формулировать и оценивать правомочность наборов допущений, позволяющих отнести реальную задачу к определенному типу; оценивать последствия принятых допущений и границы их применимости;
- 4. Находить признаки симметрии, которые присутствуют в большинстве задач; выделять ограниченную расчетную область и ставить граничные условия:
- 5. Учитывать асимптотику предполагаемых решений задачи при постановке граничных условий и проверке численного решения на правдоподобность;
- 6. Уметь по численному решению рассчитать интегральные характеристики моделируемых систем (поток, заряд, индуктивность, емкость, механические усилия и т.п.);
- 7. Проверять адекватность полученного решения как качественно (по соответствию граничным условиям и асимптотическому поведению решения), так и количественно (по интегральным характеристикам).

Как можно видеть, список задач обучения достаточно объемен.

**Выбор программного продукта.** Уравнения электромагнитного поля можно решать при помощи многих компьютерных программ. Программы ос-

нованы на применении различных численных методов: программы CST Microvawe Studio, EMPro, XFdtd, EMA3D, QuickVawe, HyperLinks используют метод конечных разностей во временной области; Multiphysics, HFSS, Maxwell, MagNet, Comsol, Flux, Opera – метод конечных элементов; AN-SOF, EM3DS – метод интегральных уравнений, IE3D, Sonnet, ADS Momentum; NEC – метод моментов и пр. Программы предоставляют также различные наборы формулировок частных электромагнитных задач. Обзор и сопоставление различных формулировок задач теории поля, численных методов и программных средств можно найти в [9]. Ориентируемся далее на метод конечных элементов, изложение основ которого студентам может быть выполнено весьма оперативно.

По набору частных задач программные пакеты делятся на низкочастотные (для задач статического и квазистационарного полей - Maxwell, Flux, Opera, FEMM, ELCUT, отдельные подсистемы Comsol, MagNet) и высокочастотные (для решения волновых уравнений – HFSS, Concerto, XFdtd, Microvawe Studio, NEC, Sonnet и др.). Задачи первой группы несколько проще из-за отсутствия токов смещения и волновых решений, поэтому начинать знакомство с компьютерным моделированием лучше с низкочастотных программных пакетов. Положенный в основу вычислительный метод не является значимым аргументом «за» или «против» при выборе программного продукта для первоначального знакомства с компьютерным моделированием.

Большинство программных комплексов было первоначально создано для решения двумерных задач, трехмерные формулировки в них добавлялись постепенно по мере развития программного продукта. На сегодняшний день все основные коммерческие программы позволяют решать задачи как в 2D-, так и в 3D-постановках.

При изучении дисциплины «Теория электромагнитного поля» (а это 5–6 семестры), по нашему мнению, нет смысла увлекаться трехмерными постановками. Начинать лучше с двумерных постановок. Этим обеспечивается возможность уделять основное внимание не техническим манипуляциям в программе, а существу задачи.

Как уже отмечалось, важно понимать асимптотику решений и использовать ее при построении расчетной области и проверке решения. Большинство асимптотических приближений легко устанавливается для двумерных задач. Здесь можно относительно просто и с большим интересом со стороны аудитории применить и проверить аналитические методы. Формулировка тех же приближений в 3D сложнее как в содержательном плане, так и в техническом. Представляется, что обучение в 3D

эффективно лишь со студентами, успешно освоившими двумерный случай.

Важнейшая характеристика программы, определяющая успешность обучения — это дружественность (интуитивная понятность) ее интерфейса. Важна высокая степень автоматизации рутинных процедур, особенно на этапе подготовки геометрической области и расчетной сетки. Удобный интерфейс позволяет студенту, только начинающему работать с программой, интуитивно манипулировать геометрическими формами, порождая необходимую для задачи конфигурацию. Отметим еще и проблемы обозначений. Очень важно, чтобы интерфейс программы «работал» в принятых (и закрепленных в ГОСТах) в РФ обозначениях и размерностях.

Чрезвычайно важна в педагогическом смысле ясная и гибкая визуализация рассчитанной картины поля. Возможность легко ею манипулировать, применяя разные способы отображения — цветные карты, линии поля, поверхности равного уровня потенциалов и компонентов векторных величин, картины векторов поля — критически важна для понимания сути электромагнитных явлений. Важно также понимать, как на картине поля можно визуально идентифицировать погрешности дискретизации или ошибки постановки задачи. Особенно важна анимация картины поля, рассчитанной во временной или частотной областях, а также при варьировании параметров задачи.

Вычисление интегральных значений вдоль произвольных контуров и извлечение обобщенных параметров уже рассчитанного поля (механических усилий и моментов, мощности тепловыделения, потоков векторных величин, параметров эквивалентных электрических цепей) должно происходить в полуавтоматическом режиме, с минимальным участием пользователя. Студент должен полностью сосредоточиться на изучении свойств построенного решения, сопоставлении с искомым, оценке его качества.

Опыт преподавания показывает, что перечисленные условия в высокой степени выполняются в отечественной разработке — программе ELCUT [7–8] (El — от Eliptical по классу решаемых уравнений матфизики, Cut (разрез) — от возможности ранних версий программы учитывать специальные внутренние граничные условия в виде скачкообразного изменения параметра). В отличие от большинства коммерческих программ ELCUT автоматически идентифицирует подобласти, возникающие при построении геометрической модели из прямых и дуговых ребер, обеспечивает как полностью автоматическое построение расчетной сетки, так и гибкое управление ее густотой. Другая черта ELCUT, отличающая его от многих «грандов» —

мощный и разветвленный постпроцессор (система анализа результата решения), который самостоятельно вычисляет линейные, поверхностные и объемные интегралы, не прибегая к повторному решению задачи, рассчитывает траектории заряженных частиц в электрическом поле.

Именно эту программу мы используем при чтении компьютеризированного курса теории электромагнитного поля в 5–6 семестрах.

Достоинством программы является не только то, что она разработана российскими специалистами, поддерживается на русском языке и имеет полное внятное русскоязычное описание. Она использует терминологию, систему обозначений и размерности физических величин, принятые в РФ. Студенческая версия этого пакета, достаточная для самостоятельных домашних, аудиторных занятий и выполнения курсовых проектов, бесплатна и доступна всем желающим.

На что обратить внимание студента? С привлечением компьютера уменьшается время, затрачиваемое на вычисления. Сэкономленные силы (и время!) преподавателя и студентов нужно направить на усвоение мета-алгоритма решения задач теории электромагнитного поля. Представляется необходимым концентрировать внимание не на технических деталях, а на обсуждении ключевых идей моделирования, последовательности действий инженера, обеспечивающих грамотное решение задачи. Перечислим, какие именно моменты мы считаем ключевыми на каждом этапе решения задачи.

При формулировке задачи: классификация задачи; выделение постановок задач расчета электромагнитного поля, которые будут моделироваться — электростатика, магнитостатика, поле постоянных токов в проводящей среде, электромагнитная задача с вихревыми токами, нестационарное электромагнитное поле, — либо некоторая комбинация перечисленных постановок.

При формализации задачи: представление о соотношении сложностей реализации различных постановок задач расчета электромагнитного поля; соблюдение баланса между чрезмерным усложнением задачи в наивном стремлении «учесть все» и ее тривиализацией из-за необоснованного пренебрежения существенными физическими эффектами.

При подготовке к решению задачи: упрощение геометрии задачи без потери общности решения, использование симметрий; выбор подходящей системы координат; правильное превращение реальной геометрии в плоско-параллельную или осесимметричную; анализ вносимых при упрощении задачи погрешностей.

*При выборе граничных условий:* ясное понимание физической сути граничных условий как способа учета внешней части мира, не вошедшей в модель;

умение учитывать симметрию задачи с помощью граничных условий; обоснованное превращение задачи с открытой границей в ограниченную расчетную область; понимание погрешностей, вносимых заданием идеализированных граничных условий, формирования понятия хорошо определенной задачи.

При расчете решения: умение априорно оценить временные затраты на решение поставленной задачи; выбор метода решения с учетом практических требований многовариантности расчетов; оптимизация расчетов и дальнейшее осмысленное упрощение задачи для обеспечения эффективности расчетов.

При выборе метода решения: подбор параметров расчетной сетки на основе априорных знаний о структуре поля; правильный выбор густоты сетки — определение зоны, где она должна быть гуще (например, вблизи острия в электростатическом поле или у поверхности проводников при расчете вихревых токов), а где можно иметь редкую сетку без вреда для сходимости и точности.

При анализе решения: соблюдение граничных условий и априорных предположений об асимптотике; анализ устойчивости решений при варьировании исходных физических и геометрических параметров; оценка правдоподобности и физичности величин интегральных параметров.

При обсуждении результатов моделирования: извлечение и анализ характеристик рассчитанного электромагнитного поля — зоны максимальной плотности заряда или тока, индуктивности того или иного контура, плотности магнитного потока через характерные поверхности, напряжения между различными точками, распределение заданных характеристик электромагнитного поля вдоль выбранных направлений и т.д.

При представлении результатов: документирование результатов; создание персональной базы данных, позволяющей вернуться к любым ранее полученным результатам; создание полного хорошо структурированного отчета о проделанной работе.

В соответствии с представленным алгоритмом постановки и решения задачи формируется набор упражнений, задач и контрольных вопросов курса. Примерный их перечень представлен в готовящемся к изданию учебном пособии.

**Как излагать теорию?** Выполнение громоздких выкладок в рамках конструируемого курса не предполагается. Все промежуточные расчеты проводятся во время работы применяемой программы. Поэтому обсуждать будем только основополагающие методологические вопросы. Таких несколько.

Первый вопрос — обзор классов задач, которые могут быть решены стандартными методами численного моделирования. Обязательно рассматрива-

ются простые модельные задачи, например, квадрат в квадрате, где на внутреннем квадрате задан потенциал  $U_0$ , а на внешнем  $U_1$ . Для перехода к более сложным задачам вводятся такие объекты, как грани, острые углы; обсуждается опыт взаимодействия с ними — избежание (как при решении задач, связанных с высокими напряжениями) или, напротив, специальное использование их свойств. Обсуждаются возможности конфигурирования поля путем выбора подходящей геометрической системы.

Второй вопрос – электромагнитные параметры устройств. В курсах, предшествовавших теории электромагнитного поля, параметрами используемых устройств были сосредоточенные сопротивления, емкости, собственные и взаимные индуктивности. Эти параметры можно измерить. При проектировании возникает обратная задача: конструирование устройства с заданными параметрами. Студент (будущий инженер-проектировщик) должен уметь предугадывать изменения индуктивности, емкости и т.п. в зависимости от целенаправленного изменения геометрии устройства, выбора материалов и пр. При проектировании устройства огромную роль играет основанная на личном опыте интуиция. Компьютерное моделирование позволяет проверить сформулированные на основании интуиции предположения.

Третий вопрос касается сходимости применяемых численных методов (в случае программы ELCUT — метода конечных элементов).

Мы полагаем, что подробное (более одного лекционного часа) изложение численного метода расчета в рамках нашего курса не имеет смысла. Полезнее обсудить общие принципы работы численных методов: размерность системы уравнений, разреженность матрицы, критерии качества используемой сетки. Студенту полезно иметь представление о проблемах, связанных с ростом числа обусловленности, расходом памяти и машинного времени. Надо знать, к какой системе уравнений сводятся дифференциальные уравнения поля, какие бывают методы решения больших разреженных систем линейных алгебраических уравнений, как выбирать метод из предложенного ассортимента.

Обсуждение всех этих фактов предполагается проводить на понятийном уровне. Подробное изложение применяемых численных методов будет иметь смысл для тех студентов, которые в процессе научной работы столкнулись с «быстрой» и «медленной» сходимостью, «хорошей» и «плохой» асимптотикой. Для таких студентов может быть прочитан отдельный курс численных методов, сопровождающийся сопоставлением различных программ численного моделирования.

Мы предполагаем, что смещение акцентов курса в соответствии с изложенными в статье принципами позволит существенно повысить качество усвоения студентами курса теории электромагнитного поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бутырин П.А. Развитие высшего электротехнического образования в России. Электричество, 2009, № 8, с. 6–11.
- 2. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В. Теоретические основы электротехники, т. 1 и 2. СПб: Питер, 2009, 512 и 430 с.
- 3. **Михальченко С.Г.** Проблемы математической подготовки студентов технических вузов на примере направления «Электроника и наноэлектроника». Вестник Томского государственного педагогического университета, 2014, № 3 (144), с. 91–95.
- 4. **Бутырин П.А.** Социокультурные пространства инновационного развития электротехники России. Электричество, 2011,  $N\!\!\!_{2}$  1, c. 2–10.
- 5. Lowther D.A., Freeman E.M. A new approach to using simulation software in the electromagnetics curriculum. –Education, IEEE Transactions on, 1993, т. 36, № 2, pp. 219–222.
- 6. Rengarajan S., Kelley D., Furse C., Shafai L. Electromagnetics education in North America [электронный ресурс] / Proc. URSI Gen. Assembly, Istambul, Turkay 2011, URL: http://www.ursi.org/ Proceedings/ProcGA05/pdf/B08.(02011).pdf

7. **Дубицкий Семен Давидович.** Elcut 5.1—платформа разработки приложений анализа полей. — Exponenta Pro, 2004, № 1, с. 14—20.

- 8. **Дубицкий Семен Давидович.** ELCUT конечно-элементный анализ низкочастотного электромагнитного поля. EDA Express, 2005, № 12, с. 24—29.
- 9. Vandenbosch G. and Vasylchenko A. A Practical Guide to 3D Electromagnetic Software Tools. Prof. N. Nasimuddin Microstrip Antennas, 2011, pp. 507 540, URL: http://www.intechopen.com/books/microstrip-antennas/a-practical-guide-to-3d-electromagnetic-softwaretools

Автор: **Бутырин Павел Анфимович** — член-корреспондент Российской академии наук, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники Московского энергетического института.

**Дубицкий С.Д.** — сотрудник ООО «Тор», разработчик программы ELCUT.

**Коровкин Николай Владимирович** — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники С.-Петербургского государственного политехнического университета.

Elektrichestvo (Electricity), 2014, No. 10, pp. 66-71.

## The Use of Computer Modeling in Teaching the Electromagnetic Field Theory

#### P. A. BUTYRIN, S. D. DUBITSKII, and N. V. KOROVKIN

A review of problems encountered in teaching the theoretical principles of electrical engineering is proposed. The specific features pertinent to the modern state of education to electrical engineering due to which a need arises to revise the approach to teaching the course of electromagnetic field theory are pointed out. The significance of electromagnetic field modeling on a computer in the education course of an electrical engineer is discussed. The objectives, principles, and limitations of computer modeling in teaching this discipline are formulated.

Keywords: electromagnetic field theory, theoretical electrical engineering, teaching methodology, electromagnetic field calculation program ELCUT, finite element method

#### REFERENCES

- 1. **Butyrin P.A.** *Electrichestvo (Electricity)*, 2009, No. 8, pp. 6–11.
- 2. **Demirchyan K.S., Neiman L.R., Korovkib M.V.** *Teoreticheskie osnovy elektrotechniki* (Theoretical Principles of Electrical Engineering). T. 1 i 2. St. Petersburg. Publ. «Piter», 2009, 1 vol. 512 p., 2 vol. 430 p. 91–95.
- 3. **Mikhal'chenko S.G.** Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta (Bulletin of the Tomsk State Pedagogical University), 2014, No. 3(144), pp. 91–95.
  - 4. Butyrin P.A. Elektrichestvo (Electricity), 2011, No 1, pp. 2–10.
- 5. **Lowther D. A., Freeman E.M.** A new approach to using simulation software in the electromagnetics curriculum. Education, IEEE Transactions on, 1993, т. 36, No. 2, pp. 219—222.
- 6. Rengarajan S.D., Kelley C., Shafai L. Electromagnetics education in North America [электронный ресурс] / Proc. URSI Gen. Assembly, Istambul, Turkau 2011, URL: http://www.ursi.org/Proceedings/ProcGA05/pdf/B08.(02011).pdf
  - 7. **Dubitskii S.D.** Exponenta Pro, 2004, No. 1, pp. 2–10.
  - 8. Dubitskii S.D. EDA Express, 2005, No. 12, pp. 24-29.
- 9. Vandenbosch G. and Vasylchenko A. A Practical Guide to 3D Electromagnetic Software Tools. Prof. N. Nasimuddin Microstrip Antennas, 2011, pp. 507–540, URL: http://www.intechopen.com/books/microstrip-antennas/a-practical-guide-to-3d-electromagnetic-softwaretools

A uthors: Butyrin Pavel Anfimovich (Moscow, Russia) — Corresponding Member of the Russian Academy of Scienses, Head of the Department «Theoretical Principles of Electrical Engineering», Moscow Power Engineering Institute.

**Dubitskii Semen Davidovich.** (St. Peterburg, Russia) — Researcher of the LLC «Tor», creator of program «ELCUT».

**Korovkin Nikolai Vladimirovich** (St. Petersburg, Russia) — Doctor of Techn. Sci., Professor, Head of the Department «Theoretical Principles of Electrical Engineering», St. Petersburg State Polytechnic University.