

# **ELCUT<sup>®</sup>**

**Моделирование электромагнитных, тепловых и  
упругих полей методом конечных элементов**

**Версия 6.6**

**Руководство пользователя**

ООО «Тор»  
Санкт-Петербург

УДК 62  
ББК 3  
О-59

- О-59           **ООО «Тор»**  
ELCUT : Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.6. Руководство пользователя / ООО «Тор». — [б. м.] : Издательские решения, 2023. — 290 с. ISBN 978-5-0060-6583-3

Сведения, содержащиеся в этом документе, могут быть изменены без предварительного уведомления.

Приносим благодарность за предоставленную возможность использования библиотек с открытым кодом:

TetGen ([www.tetgen.org](http://www.tetgen.org))

CGAL ([www.cgal.org](http://www.cgal.org))

Visualisation Toolkit ([www.vtk.org](http://www.vtk.org))

Геометрическое ядро C3D ([www.c3dlabs.com](http://www.c3dlabs.com))

VisTools/Mesh ([www.vki.com](http://www.vki.com))

**УДК 62  
ББК 3**

12+

В соответствии с ФЗ от 29.12.2010 №436-ФЗ

Общество с ограниченной ответственностью «Тор»  
Россия, 190013 Санкт-Петербург, Московский пр. 22 литера Т, пом. 12Н

Телефон:       (812) 309-2734  
Эл. почта:     [info@elcut.ru](mailto:info@elcut.ru)  
Интернет:     [www.elcut.ru](http://www.elcut.ru)

© 1989-2021, ООО «Тор». Все права защищены.

ELCUT - это торговая марка Общества с ограниченной ответственностью «Тор».  
DXF – торговая марка Корпорации Autodesk.  
Microsoft и Windows – зарегистрированные торговые марки Корпорации Микрософт.

# Содержание

<b>Об этом руководстве</b>	<b>9</b>
Что такое ELCUT?	9
Как пользоваться этим руководством	10
Соглашения	11
<b>Глава 1 Приступая к работе</b>	<b>13</b>
Системные требования	13
Установка ELCUT	13
Окно программы автозапуска	13
Работа с программой установки	15
Пароль	16
Изменение, восстановление и удаление ELCUT	16
Установка нескольких версий ELCUT	17
Настройки ELCUT	17
<b>Глава 2 Первое знакомство</b>	<b>21</b>
Основные сведения об организации ELCUT	21
Создание, открытие и закрытие задач и документов	23
Приемы управления окнами	24
Окна задач	24
Окна документов	24
Окна инструментов	25
Окно свойств	25
Обзор основных типов задач	26
Магнитостатика	26
Нестационарное магнитное поле	27
Магнитное поле переменных токов	28
Электростатика	30
Электрическое поле постоянных токов	31
Электрическое поле переменных токов	31
Нестационарное электрическое поле	32
Теплопередача	33
Задачи теории упругости	34

<b>Глава 3 Описание задачи</b>	<b>35</b>
Структура базы данных задачи	35
Создание задачи	36
Ввод параметров задачи	37
Задание связи между задачами	38
Настройка временных параметров задачи	39
Автоматический выбор шага по времени в нестационарных задачах	41
Выбор единиц измерения длины	42
Полярные и декартовы координаты	43
Окно свойств задачи	43
<b>Глава 4 Описание геометрии задачи</b>	<b>45</b>
Терминология	45
Создание геометрической модели	46
Создание геометрических объектов	46
Основные операции с геометрическими объектами	49
Перетаскивание объектов	53
Команды Отменить/Вернуть	59
Привязка меток к геометрическим объектам	61
Технология дискретизации области	62
Окно свойств модели	64
Настройка изображения в окне модели	65
Масштабирование изображения	66
Сетка привязки	66
Обмен данными с другими программами	67
Импорт модели из систем автоматизированного проектирования (САПР)	67
Экспорт модели в системы САПР	68
Копирование изображения	69
Экспорт изображения в файл	69
<b>Глава 5 Ввод параметров задачи</b>	<b>71</b>
Ввод свойств материалов и граничных условий	72
Создание новой метки	73
Ввод свойств метки	73
Ввод свойств метки в задачах магнитостатического и нестационарного магнитного поля	73
Ввод свойств метки в задаче магнитного поля переменных токов	77
Ввод свойств метки в задаче электростатики	82

Ввод свойств метки в задаче нестационарного электрического поля	83
Ввод свойств метки в задаче электрического поля постоянных токов	85
Ввод свойств метки в задаче электрического поля переменных токов	87
Ввод свойств метки в задаче теплопередачи	89
Ввод свойств метки в задаче теории упругости	91
Периодические граничные условия	94
Работа с кривыми	95
Единицы измерения температуры	96
Формулы	97
Копирование, переименование и удаление метки	107
<b>Глава 6 Схемы электрических цепей</b>	<b>109</b>
Электрическая цепь в ELCUT	109
Описание схемы цепи	110
Добавление устройства в схему цепи	110
Ввод свойств элементов цепи	111
Добавление в схему цепи элементов, обозначающих блоки ELCUT	112
Добавление проводов (монтаж схемы)	112
Редактирование схемы цепи	113
Перемещение и копирование объектов	113
Вращение элементов цепи	114
Удаление объектов	114
<b>Глава 7 Решение задач</b>	<b>115</b>
Адаптивное улучшение сетки	116
<b>Глава 8 Анализ результатов решения</b>	<b>117</b>
Формирование картины поля на экране	118
Отображаемые физические величины	118
Возможности представления картины поля	122
Формирование картины поля	124
Масштабирование	127
Выбор момента времени	127
Анимация	128
Панель калькулятора	128
Просмотр локальных значений поля	130
Анализ присоединенной электрической цепи	130

Графики тока и напряжения для элементов электрической цепи	131
Мастер вычисления параметров	133
Мастер индуктивности	133
Мастер емкости	136
Мастер импеданса	138
Редактирование контуров	139
Графики	141
Выбор изображаемых величин	141
Вычисление интегралов	142
Таблицы физических величин вдоль контура	166
Столбцы	167
Строки	168
Таблицы и графики во времени	168
График во времени	169
Кривые на графике во времени	169
Таблица во времени	170
Изменение видимости легенды	171
Траектории заряженных частиц	171
Основы теории	171
Работа с траекториями частиц	172
Вывод результатов расчета поля	174
Печать результатов анализа	174
Копирование картинок	175
Вывод картинок в файл	175
Экспорт поля в файл	176
Дополнительные возможности анализа	177
Гармонический анализ распределения поля вдоль контура	177
Вычисление матрицы частичных емкостей системы проводников	178
<b>Глава 9 Работа с трехмерными задачами</b>	<b>181</b>
Введение	181
Построение трехмерной модели вытягиванием	182
Построение трехмерной модели путем импорта геометрии	183
Двумерные и трехмерные задачи	183
Двумерные задачи	183
Трехмерные задачи	185
Описание задачи — придание трехмерных свойств	185
Геометрическая модель в трехмерной подсистеме	186
Создание модели вытягиванием	187

Создание модели импортированием	191
Трехмерный вид редактора модели	193
Работа с трехмерным изображением	193
Управление изображением: вращение, перемещение, масштабирование	195
Выделение трехмерных объектов	197
Скрытые и прозрачные тела	199
Сечение модели плоскостью	200
Присвоение текстовых меток объектам трехмерной модели.	201
Управление густотой трехмерной дискретизации	201
Трехмерная сетка конечных элементов	202
Свойства тел и граничные условия в трехмерных задачах	204
Решение трехмерной задач	204
Анализ результатов	204
Окно результатов расчета	205
Управление показом результатов расчета	206
Способы показа картины поля (презентации)	207
Вычисление локальных полевых характеристик	223
Вычисление интегралов	224
<b>Глава 10 Надстройки</b>	<b>227</b>
Надстройки, поставляемые в составе ELCUT	228
Некоторые более сложные возможности	228
Добавление, удаление и редактирование свойств надстроек	228
Программирование надстроек	229
Диалог Параметры надстройки	229
Диалог Пункт меню для надстройки	230
<b>Глава 11 Теоретическое описание</b>	<b>233</b>
Магнитостатика	234
Источники поля	235
Граничные условия	235
Постоянные магниты	237
Вычисляемые физические величины	238
Вычисление индуктивностей	239
Нестационарное магнитное поле	240
Источники поля	241
Граничные условия	243
Постоянные магниты	244
Вычисляемые физические величины	245
Магнитное поле переменных токов	247

Источники поля	249
Граничные условия	250
Вычисляемые физические величины	252
Вычисление импеданса	254
Электростатика	255
Источники поля	255
Граничные условия	256
Вычисляемые физические величины	257
Вычисление емкости	258
Задачи электрического поля постоянных токов	259
Источники поля	260
Граничные условия	260
Вычисляемые физические величины	261
Электрическое поле переменных токов	262
Источники поля	263
Граничные условия	264
Вычисляемые физические величины	265
Нестационарное электрическое поле	266
Источники поля	267
Граничные условия	267
Вычисляемые физические величины	268
Расчет температурного поля	269
Источники тепла	271
Граничные условия	271
Вычисляемые физические величины	273
Задачи теории упругости	273
Перемещения, напряжения, деформации	274
Температурные деформации	276
Внешние силы	277
Условия закрепления	278
Вычисляемые физические величины	278
Мультидисциплинарные (связанные) задачи	280
Учет джоулевых потерь в тепловой задаче	281
Учет распределения температур в задаче теории упругости	282
Учет магнитных сил в задаче теории упругости	282
Учет электрических сил в задаче теории упругости	282
Запоминание магнитного состояния вещества	283
Учет зависимости электропроводности от температуры	283



# Об этом руководстве

## Что такое ELCUT?

Благодарим вас за то, что вы обратили внимание на программный комплекс ELCUT.

ELCUT – это интегрированная диалоговая система программ, позволяющая решать плоские и осесимметричные задачи следующих типов:

- Расчет электрического поля:
  - Электростатическое поле.
  - Электрическое поле постоянных токов.
  - Электрическое поле переменных токов.
  - Нестационарное электрическое поле.
- Расчет магнитного поля:
  - Магнитостатическое поле.
  - Магнитное поле переменных токов (с учетом вихревых токов).
  - Магнитное нестационарное поле (с учетом вихревых токов и нелинейных материалов).
- Задачи теплопередачи (расчет температурного поля):
  - Стационарная теплопередача
  - Нестационарная теплопередача (тепловые переходные процессы).
- Задачи механической прочности:
  - Линейный анализ напряженно-деформированного состояния.
- Мультидисциплинарные (связанные) задачи.

С помощью ELCUT вы сможете в течение 15-минутного сеанса:

- описать задачу - геометрию, свойства сред, источники поля, граничные условия;
- решить задачу с высокой точностью;

- проанализировать решение с помощью средств цветной графики;
- сохранить результаты в форме, пригодной для подготовки отчетов или для дальнейшего анализа.

С помощью ELCUT вы сможете решать сложные задачи расчета полей и теории упругости на персональных компьютерах, не прибегая к помощи больших ЭВМ или рабочих станций.

## Как пользоваться этим руководством

Большая часть руководства содержит общие сведения об организации программы ELCUT и полную информацию о двумерном моделировании.

Сведения о трехмерном моделировании в ELCUT содержатся в главе 9. Для чтения этой главы необходимо хотя бы беглое знакомство с основными понятиями и приемами двумерного моделирования.

Руководство пользователя содержит одиннадцать глав

**Глава 1,**            *“Приступая к работе”*, описывает первые шаги работы в ELCUT. В этой главе вы узнаете, как установить программу на свой компьютер, и как её запустить.

**Глава 2,**            *“Первое знакомство”*, кратко описывает основы организации пакета ELCUT и включает обзор основных возможностей.

**Глава 3,**            *“Описание задачи”*, содержит инструкции по описанию типа задачи и вводу основных параметров.

**Глава 4,**            *“Описание геометрии задачи”*, объясняет, как создать геометрическую модель, построить сетку конечных элементов, описать свойства сред и задать граничные условия.

**Глава 5,**            *“Ввод параметров задачи”*, знакомит с организацией файлов описания свойств задачи и тем, как включить в задачу библиотеку описания физических свойств.

**Глава 6,**            *“Схемы электрических цепей”*, описывает работу с редактором цепей.

**Глава 7,**            *“Решение задач”*, описывает, как запустить процесс решения, чтобы получить результаты решения задачи.

**Глава 8,**            *“Анализ результатов решения”*, знакомит с возможностями анализа результатов решения задачи ELCUT.

**Глава 9,**            *“Работа с трехмерными задачами”*, знакомит с особенностями постановки, описания, решения и просмотра результатов трехмерных задач.

**Глава 10,** *“Надстройки”,* описывает возможности расширения функциональности ELCUT с помощью дополнительных модулей.

**Глава 11,** *“Теоретическое описание”,* содержит математическое описание тех типов задач, которые могут быть решены в ELCUT. Прочтите её, чтобы узнать, сможет ли ELCUT решить Вашу конкретную задачу.

## Соглашения

В этом руководстве мы используем МАЛЕНЬКИЕ ЗАГЛАВНЫЕ буквы для обозначения названия клавиш на клавиатуре. Например, ENTER, ESC, или ALT. Четыре стрелки на клавиатуре вместе называются КУРСОРНЫМИ клавишами и обозначают направление движения курсора: СТРЕЛКА ВВЕРХ, СТРЕЛКА ВНИЗ, СТРЕЛКА ВПРАВО, и СТРЕЛКА ВЛЕВО.

Знак плюс (+) между названиями клавиш показывает, что надо удерживать нажатой первую клавишу при нажатии второй клавиши. Запятая (,) между названием клавиш означает, что надо нажать клавиши последовательно, одну за другой.

**Жирный** шрифт используется для обозначения названий пунктов меню и диалоговых окон программы ELCUT.



## Г Л А В А 1

# Приступая к работе

## Системные требования

Операционная система	Только 64-разрядные версии с последними обновлениями: Windows 7 SP1, Windows 8.1, Windows 10, Windows 11.  Драйвер видеокарты, поддерживающий OpenGL 3.3 и выше
Периферия	Порт USB для устройства аппаратной защиты (не требуется для Студенческой версии).

## Установка ELCUT

Профессиональная версия ELCUT, а также Студенческая версия, распространяемая на компакт-диске, содержит программу автозапуска *Autorun.exe*

Вставьте компакт-диск "ELCUT" в устройство для чтения компакт-дисков. Если, вследствие настроек компьютера, не запустится программа автозапуска, запустите файл *Autorun.exe*, находящийся в корневом каталоге компакт-диска.

Студенческая версия ELCUT, свободно загружаемая с сайта [www.elcut.ru](http://www.elcut.ru), запакована в один файл – программу установки. В этом случае для установки ELCUT сохраните полученную программу установки во временную папку на вашем жестком диске. Затем найдите во временной папке программу установки и запустите её. Для начала установки программы необходимо прочитать лицензионное соглашение и установкой флажка принять его условия. На машинах с включенной системой управления доступом может потребоваться знание пароля администратора.

## Окно программы автозапуска

В левой части окна программы автозапуска расположено меню. При наведении курсора на пункт меню, в нижней части окна

появляется краткое описание этого пункта. Чтобы запустить выполнение команды, связанной с выделенным пунктом меню, дважды щелкните по нему левой кнопкой мыши или нажмите на кнопку **Старт**, расположенную в правом нижнем углу.

В меню программы автозапуска присутствуют следующие действия:

- Посмотреть *ReadMe* (пункт **Введение**);
- Просмотреть руководство пользователя (пункт **Читать руководство**);
- Ознакомиться с уроками по ELCUT (пункт **Учебный класс**);
- Найти нашу контактную информацию (пункт **Свяжитесь с нами**);
- Установить программы третьих фирм (пункт **Полезные программы**);
- Установить ELCUT:
  - **Одноместный ELCUT**
  - **Сетевой ELCUT – клиент**
  - **Сетевой ELCUT – сервер**

Для установки любой версии ELCUT необходимы права администратора. Программа установки попросит ввести соответствующую учетную запись и пароль.

Пункты меню, соответствующие одностольной или многостольной установке ELCUT, появляются только в программе автозапуска профессиональной версии. Для установки одностольной версии ELCUT, выберите пункт **1-местный ELCUT**. На ваш компьютер будет установлен сначала ELCUT, а затем драйвер устройства аппаратной защиты Sentinel System Driver. После завершения установки драйвера программа может попросить перезагрузить компьютер. Сделайте это. Затем подключите к одному из свободных USB-портов ключ аппаратной защиты и дождитесь сообщения о том, что драйвер защиты установлен и готов к работе. Иногда для корректного первоначального запуска драйвера может потребоваться выполнить команду «поиск аппаратных изменений» в диспетчере устройств Windows.

Если Вы приобрели сетевую (многостольную) лицензию, либо устанавливаете ELCUT в ознакомительном режиме для работы с устройством защиты через Интернет, воспользуйтесь командой **Сетевой ELCUT – клиент**.

На том из компьютеров вашей локальной сети, в который будет включен ключ аппаратной защиты, нужно выполнить команду **Сетевой ELCUT – сервер**. Это не относится к работе в ознакомительном режиме – в последнем случае ключ защиты расположен в офисе компании «Тор» и доступен Вам через

интернет. Завершив установку серверной части, подключите к свободному USB порту ключ аппаратной защиты и дождитесь сообщения системы о том, что драйвер успешно установлен и готов к работе.

---

#### Замечание

Серверная часть сетевого ELCUT не может быть установлена на компьютере с домашней версией Windows.

---

## Работа с программой установки

Начиная работу, программа установки ELCUT предлагает просмотреть условия лицензионного соглашения. Для продолжения установки их необходимо принять. Тогда становятся доступными кнопки **Установить** и **Дополнительно**. В большинстве случаев рекомендуется нажать кнопку **Установить** для автоматической установки всех компонентов ELCUT в папку, предлагаемую по умолчанию.

Если вы хотите сменить папку для установки ELCUT, или отказаться от установки отдельных компонентов, нажмите кнопку **Дополнительно**. Тогда установщик предложит выбрать папку для установки программы ELCUT и его справочной системы, а затем покажет компоненты ELCUT, организованные в виде дерева. От установки некоторых компонентов можно отказаться ради экономии дискового пространства. Для этого нажмите кнопку со стрелкой против выбранного компонента и выберите пункт **Компонент будет полностью недоступен** в появившемся меню. Затем нажмите кнопку **Установить**, чтобы начать процесс установки.

Скопировав все необходимые файлы, программа установки может попросить перезагрузить компьютер. Если это произойдет, разрешите перезагрузку (нажмите **ОК**). Если на компьютере установлены другие программы, использующие ключ аппаратной защиты Sentinel (в частности, другая версия ELCUT), программа установки может также предложить обновить драйвер ключа защиты (рекомендуется).

Если на компьютере уже установлена одна из предыдущих версий ELCUT, возможно, хотя и не рекомендуется, установить ELCUT в ту же папку. В этом случае предыдущая версия будет перезаписана, и старые ярлыки могут перестать работать. В большинстве случаев рекомендуется устанавливать каждую версию ELCUT в отдельную папку.

## Пароль

После окончания работы программы установки можно запускать ELCUT. Перед первым запуском необходимо подключить ключ аппаратной защиты. Если используется однопользовательская лицензия, ключ надо подключать к тому же компьютеру, на который установлен ELCUT. В случае сетевой лицензии присоедините ключ к компьютеру, который должен играть в вашей сети роль сервера, а затем запустите на этом компьютере программу сервера защиты NetSentinel. Программа сервера защиты работает как сервисная служба Windows. Эта процедура подробно описана в файле *NetLicence.htm* в папке *Doc* на компакт-диске "ELCUT".

При первом запуске ELCUT просит вас ввести пароль. **Пароль можно найти на первой странице документации, вложенной в упаковку ELCUT.** Он представляет собой комбинацию из 16-ти латинских букв. Пароль хранится в реестре Windows. Сохраненный пароль автоматически используется при всех последующих запусках программы. Изменение пароля требуется только при получении нового пароля от поставщика ELCUT. Обычно это происходит при покупке дополнительных модулей решения задач или при продлении срока действия лицензии. Чтобы изменить пароль нужно воспользоваться командой **Пароль** в меню **Правка**, предварительно закрыв окна всех документов или задач.

Нельзя производить первый запуск ELCUT, используя его как сервер автоматизации (например, из примеров автоматизации). В этом случае диалог с запросом пароля не появляется, и поведение программы непредсказуемо. Чтобы избежать этого, мы рекомендуем в первый раз запустить ELCUT в интерактивном режиме сразу после установки на компьютер.

## Изменение, восстановление и удаление ELCUT

После установки ELCUT на компьютер можно в любой момент снова запустить программу установки для добавления или удаления установленных компонентов, восстановления испорченной конфигурации ELCUT или для полного удаления его с компьютера. Чтобы сделать это, откройте **Панель управления** и запустите **Добавить/Удалить программы**. После этого выберите из списка установленных программ ELCUT и нажмите **Изменить**.



Программа установки предлагает три варианта действий:

- **Изменить** – позволяет установить и удалить компоненты ELCUT с компьютера;
- **Восстановить** – автоматически восстанавливает ELCUT в том виде, в котором его устанавливали. Например, если важные файлы были случайно удалены или повреждены компьютерным вирусом.
- **Удалить** – полностью удаляет ELCUT с компьютера.

## Установка нескольких версий ELCUT

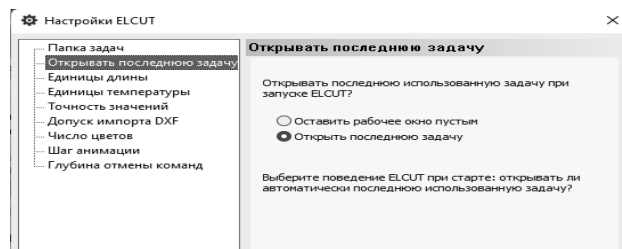
При установке ELCUT на компьютер, где установлены его старые версии, они остаются работоспособными. Можно даже запустить одновременно новую и старую версии.

Необходимо помнить, что в момент запуска каждая копия ELCUT регистрируется в системном реестре как программа для открытия файлов ELCUT и как сервер автоматизации. Любая пользовательская программа, использующая ELCUT как сервер автоматизации, вызывает версию, последней зарегистрированную в этом качестве (т.е. версию, которая была запущена последней). Чтобы зарегистрировать другую версию ELCUT, запустите эту версию в интерактивном режиме. Для регистрации ELCUT должен быть запущен от имени администратора.

Удаление любой из установленных копий ELCUT может затронуть состояние остальных копий ELCUT на том же компьютере. Для полного восстановления работоспособности рекомендуется повторно запустить программу установки ELCUT в режиме восстановления. Для этого достаточно найти ELCUT в списке установленных программ в панели управления и нажать кнопку **Изменить**.

## Настройки ELCUT

Окно настроек ELCUT можно вызвать командой **Сервис > Настройки ELCUT** в главном меню. В левой части окна размещается перечень настроек, справа - страницы просмотра/редактирования выбранной настройки. Запоминание настроек происходит при нажатии кнопки **ОК**. Настройки запоминаются индивидуально для каждого пользователя данного компьютера



- Настройка **Папка задач** позволяет выбрать папку, с которой начинается поиск для загрузки или сохранения файлов задачи. Если не выбрано ничего, поиск начинается с текущей папки.
- При старте ELCUT открывает последнюю использованную задачу. Это поведение можно отменить переключателем **Открывать последнюю задачу**.
- Единицы измерения длины можно настроить в любой момент индивидуально для каждой задачи. Начальным выбором являются метры, но его можно изменить настройкой **Единицы длины**.
- Выбранные в настройке единицы измерения температуры распространяются на все задачи ELCUT. Они применяются при показе значений температуры в цифровой и графической форме, но не влияют на сохраненные исходные данные и результаты расчета, которые всегда хранятся в инвариантной форме (в кельвинах).
- Если возникает необходимость ввести числовое значение или формулу для температуры в единицах, отличающихся от выбранных в настройке, это можно сделать добавив справа от значения суффикс вида **,К** для кельвинов, **,С** для градусов Цельсия и **,F** для градусов Фаренгейта.  
Например: **10+25\*(t-1), К**

Разделителем между значением и единицей измерения является запятая. Буква латинская, заглавная или строчная. Суффикс с единицами измерения показывается в поле ввода только если значение задано формулой и единицы температуры для данного значения отличаются от выбранных по умолчанию.

- Настройка **Точность значений** позволяет выбрать количество значащих цифр в полях ввода исходных данных и при показе основных результатов в диапазоне от 2 до 8. Некоторые величины выводятся с точностью на единицу большей или на единицу меньшей, чем выбрано в настройке. По умолчанию точность равна 5. Это значение подходит для большинства пользователей.
- Настройка **Точность импорта DXF** дублирует значение допустимой геометрической погрешности, которое также можно настроить в окне свойств геометрической модели. Погрешность задается в долях от габарита модели. Точки,

расстояние между которыми меньше заданной погрешности, сольются в одну.

- При показе картины поля методом цветной заливки ELCUT по умолчанию использует число цветовых градаций, равное 20. Это начальное значение можно изменить настройкой **Число цветов**.
- Настройка **Шаг анимации** относится к задачам поля переменного тока, т.е. к задачам, сформулированным в частотной области. При показе анимированной картины поля по умолчанию используется шаг по фазе между кадрами 5 градусов. Это значение можно настроить здесь.
- Редактор геометрической модели и электрической цепи сохраняют информацию о действиях пользователя для возможного отката назад. Максимальная глубина отката по умолчанию составляет 100 команд. Это значение подходит для большинства пользователей, однако при необходимости его можно изменить настройкой **Глубина отмены команд**. Большая глубина отмены расходует больше оперативной памяти.



## Г Л А В А 2

# Первое знакомство

В этой главе кратко описываются основные сведения об организации программы ELCUT и типы решаемых задач.

Цель этой главы - помочь вам как можно скорее начать работать с ELCUT. Если вы новичок, мы настоятельно рекомендуем вам изучить эту главу. Если вы ещё не установили ELCUT на свой компьютер - сделайте это сейчас. О том, как установить программу ELCUT, смотрите в главе **Приступая к работе**.

## Основные сведения об организации ELCUT

Используя ELCUT, вы работаете с разными типами документов: задачи, геометрические модели, библиотеки свойств материалов и др. Каждый документ открывается в своём отдельном окне внутри главного окна ELCUT. Одновременно можно открыть любое число любых окон. Переходя из окна в окно, вы переключаетесь с одного документа на другой. Только одно окно в каждый момент времени является активным. Вы можете изменять содержание активного документа, используя позиции меню, расположенного сверху главного окна ELCUT. Содержание меню различно для документов разных типов.

Вы можете использовать также панели инструментов и контекстные меню, которые вызываются нажатием правой кнопки мыши на интересующем вас объекте в окне.

ELCUT использует следующие типы документов:

*Описание задачи* соответствует каждой физической задаче, решаемой при помощи ELCUT. Этот документ содержит такие общие характеристики, как тип задачи ("Электростатика", "Магнитостатика", "Теплопередача" и пр.), класс модели (плоская или осесимметричная) и тому подобные, а также имена других документов, ассоциированных с данной задачей. Смотрите подробности об описании задачи в главе **Описание задачи**.

*Геометрическая модель* содержит полное описание геометрии задачи, метки различных её частей и расчетную сетку конечных элементов. Разные задачи могут использовать общую модель (это, в

частности, полезно при решении связанных задач). Смотрите подробности о геометрической модели в главе **Описание геометрии задачи**.

*Физические свойства, или Данные*, различаются для разных типов задач (Свойства для электростатики, свойства для магнитного поля переменных токов и т.д.). Эти документы содержат значения свойств материалов, источников поля и граничных условий для разных помеченных геометрических объектов модели. Документ свойств может быть использован как библиотека материалов для различных задач. Смотрите подробности о физических свойствах в главе **Ввод параметров задачи**.

*Электрическая цепь* содержит схему присоединенной электрической цепи и параметры входящих в цепь элементов. Совместное решение задачи расчета магнитного поля с уравнениями присоединенной электрической цепи возможно в задачах следующих типов:

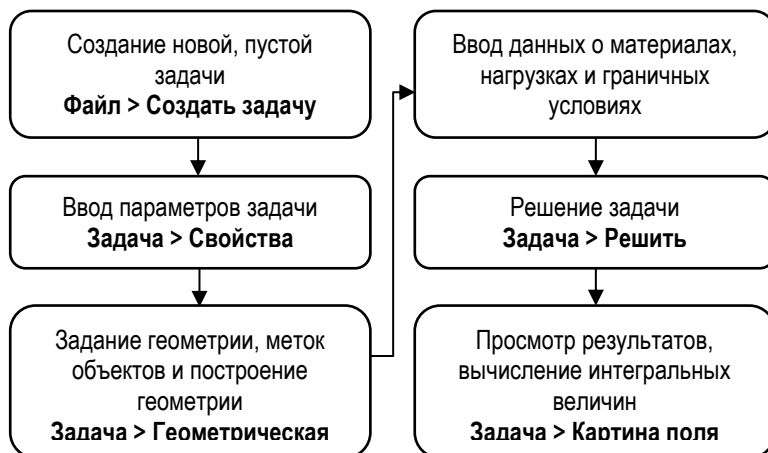
- Магнитное поле переменных токов, и
- Нестационарное магнитное поле.

Чтобы решить задачу, нужно ассоциировать с ней имена как минимум двух документов: модели и физических свойств. Для большего удобства задача может ссылаться на два документа свойств одновременно: один из них, называемый справочник свойств, содержит свойства часто используемых материалов (библиотека материалов), а другой документ содержит данные, специфичные для данной задачи или группы задач.

В процессе решения задачи ELCUT создает еще один файл - файл результатов. Этот файл всегда имеет расширение **.res**, имя, совпадающее с именем файла описания задачи, и помещается в ту же папку, в которой находится файл описания задачи.

Между сеансами работы ELCUT документы сохраняются в файлах по одному файлу для каждого документа. В ходе сеанса вы можете создавать новые документы, открывать и сохранять существующие. Смотрите подробности о том, как получить решение и анализировать результаты в главах **Решение задач** и **Анализ результатов решения**.

Использование этой гибкой архитектуры позволит вам весьма быстро описать и решить вашу задачу или серию задач. Типичная последовательность шагов при решении новой задачи представлена на блок-схеме:



## Создание, открытие и закрытие задач и документов

- Чтобы создать новое описание задачи, выберите команду **Создать задачу** в меню **Файл** (CTRL+N). Затем следуйте указаниям Мастера создания задачи.
- Документы других типов обычно создаются и открываются в контексте ссылающейся на них задачи. Для этого служит окно задачи и меню **Задача**.

Если почему-либо требуется создать или открыть документ вне контекста задачи, это можно сделать командами **Создать файл** и **Открыть файл** из меню **Файл**.

- Чтобы открыть существующее описание задачи, выберите команду **Открыть задачу** (CTRL+O) в меню **Файл**, или перетащите файл в окно ELCUT из проводника Windows.
- Открыть существующий документ ELCUT можно также следующим образом:
  - Дважды щелкнуть на нем в окне проводника или любой другой программы управления файлами; или
  - Перетащить значок нужного документа из проводника в любое место окна ELCUT.

Чтобы закрыть документ, выберите пункт **Заккрыть** в меню **Файл** или щелкните кнопку закрытия в верхнем правом углу рамки окна документа. Если документ был изменен со времени последнего сохранения, ELCUT спросит вас о необходимости сохранить внесенные изменения.

## Приемы управления окнами

ELCUT является многодокументным приложением и позволяет одновременно работать с несколькими документами (описания задач, геометрические модели, физические свойства и др.). Работа с отдельными типами документов будет обсуждаться в специальных главах, а здесь мы опишем общие приемы создания новых или открытия существующих документов, переключения между ними и другие подобные моменты.

В ELCUT в основном встречаются три типа окон:

1. Окно задачи, содержит основную информацию о задаче, особенностях ее постановки и относящихся к задаче документах.
2. Окна документов представляют графическую или табличную информацию о геометрии расчетной области, картине поля, присоединенной электрической цепи и тому подобных.
3. Окна инструментов сообщают вспомогательную информацию и позволяют управлять разнообразными возможностями ELCUT.

Окна разных типов по-разному размещены на экране.

### Окна задач

Окно задачи обычно приклеено к левой границе главного окна ELCUT. Если одновременно открыто несколько задач, их окна складываются в столбик вдоль левого края главного окна, либо накладываются друг на друга в виде вкладок. Вы можете приклеить любое окно задачи к любой границе окна, расположить его в виде вкладки к другому окну задачи или свойств, расположить окна в столбик, в строку, организовать несколько столбцов или строк. Можно также оставить окно плавающим над другими окнами.

Чтобы изменить расположение окна задачи, просто отбуксируете его мышью в нужное место, взяв за полосу заголовка окна. В процессе перетаскивания на экране появятся стрелочки с кнопками. Не отпуская левую кнопку мыши, наведите курсор на любую стрелочку, и ELCUT подсветит предполагаемое расположение окна, которое оно займет, когда вы отпустите кнопку мыши.

### Окна документов

Окна документов (например, окно геометрического редактора, картины поля или схемы электрической цепи) не приклеиваются к границам. Эти окна целиком или частично заполняют остаток свободного места в главном окне ELCUT. Для удобства



переключения между ними вдоль нижней границы главного окна расположены вкладки, подобно панели задач Windows.

Окно документа может быть свернуто в значок, развернуто до максимального размера или принимать свой обычный размер, который вы можете менять, потянув мышью за любой из углов окна. Это может быть полезно, когда вы хотите видеть несколько документов одновременно. Кроме того, вы можете автоматически разложить на экране все несвернутые окна без перекрытия, выбрав позицию **Сверху вниз** или **Слева направо** в меню **Окна**.

Некоторые окна могут быть расщеплены на две или четыре части. Чтобы разделить окно, укажите мышью разделитель - маленький серый прямоугольник, расположенный в верхней части вертикальной полосы прокрутки и в левой части горизонтальной полосы. Когда указатель мыши изменит свою форму, отбуксируйте разделитель в нужное место. Можно также использовать команду **Разделить** в меню **Окна**. Переключаться из одной части окна в другую можно, указав мышью нужную зону или используя клавишу F6.

Чтобы отменить расщепление окна, дважды щелкните на разделителе или отбуксируйте его к границе окна, пока он не исчезнет.

## Окна инструментов

Наконец, окна инструментов – полевой калькулятор, цветная шкала, перечень элементов электрической цепи, - расположены внутри соответствующего окна документа и приклеены к его границе. Подобно окнам задачи, вы можете буксировать и приклеивать инструменты в пределах своего окна документа. Окно инструмента может быть также оставлено плавающим. Тогда его можно отбуксировать также и за пределы родительского окна.

## Окно свойств

Окно свойств можно открыть или закрыть командой **Свойства** в меню **Вид**. Это окно обычно приклеено к окнам задач, либо может быть оставлено плавающим. В окне отображаются свойства текущего объекта (задачи, геометрической модели и тому подобные). Часть свойств приведены для информации (они помечены серым цветом), другие можно изменять прямо в этом окне. Для изменения свойства просто впишите нужное значение, либо выберите его из списка. Измененное значение свойства вступает в силу немедленно.

## Обзор основных типов задач

Здесь мы расскажем вам об основных типах задач, решаемых в ELCUT. Подробную информацию о математической формулировке задач вы можете найти в главе Теоретическое описание.

### Магнитостатика

Расчет магнитного поля применяется при проектировании и исследовании различных устройств, таких как соленоиды, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, реакторы, и тому подобные. Обычно при расчетах магнитного поля представляют интерес такие величины, как магнитная индукция, напряженность магнитного поля, магнитные силы и моменты, индуктивность, а также потокосцепления с различными обмотками.

Пакет ELCUT может применяться для решения линейных и нелинейных задач магнитостатики в плоской и осесимметричной постановке. Используется формулировка задачи относительно векторного магнитного потенциала. При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью, изотропные ферромагнетики, проводники с током, линейные и нелинейные постоянные магниты. Кривые намагничивания ферромагнитных материалов вводятся и редактируются при помощи окна работы с кривыми. Смотри об этом раздел "*Работа с кривыми*" в главе **Ввод параметров задачи**.

**Источники поля:** распределенные и сосредоточенные токи или плотность тока, однородное внешнее поле и постоянные магниты.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

**Результаты расчета:** магнитный потенциал, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, энергия магнитного поля, потокосцепления, собственные и взаимные индуктивности.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнито-механическая задача). Мастер индуктивности помогает вычислять собственную и взаимную индуктивность проводников и катушек. Магнитное состояние

вещества, рассчитанное с учетом кривых намагничивания материалов, может быть запомнено для использования при решении последующих задач. Это позволяет, в частности, вычислять собственные и взаимные дифференциальные индуктивности многообмоточных систем.

## Нестационарное магнитное поле

Данный вид анализа позволяет рассчитывать поле, возбужденное токами произвольной формы и анализировать переходные процессы. Эти задачи возникают при расчете различных машин постоянного и переменного тока, трансформаторов и тому подобные. В задачах расчета нестационарного магнитного поля представляет интерес изменение во времени магнитной индукции, напряженности магнитного поля, индуцированных и сторонних токов, механических сил и моментов, индуктивностей и потокоцеплений.

Нестационарное магнитное поле может моделироваться совместно с присоединенной электрической цепью. Цепь содержит произвольное количество пассивных элементов (резисторов, конденсаторов, катушек) соединенных между собой, с источниками тока и напряжения, а также с массивными проводниками, находящимися в магнитном поле.

**Свойства сред:** воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью, изотропные ферромагнетики, проводники с изменяющимся во времени током, линейные и нелинейные постоянные магниты. Кривые намагничивания ферромагнитных материалов вводятся и редактируются при помощи окна работы с кривыми. Смотри об этом раздел *"Работа с кривыми"* в главе **Ввод параметров задачи**.

Электропроводность материалов может зависеть от температуры. Зависимость электропроводности от температуры задается таблично при помощи окна работы с кривыми. Температуру можно указать отдельно для каждого блока константой или формулой от времени и координат.

**Источники поля:** распределенные и сосредоточенные токи или плотность тока, однородное внешнее поле и постоянные магниты.

В ELCUT есть возможность описывать временные зависимости с помощью формул, используя набор встроенных функций.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

**Результаты расчета:** магнитный потенциал, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, энергия магнитного поля, потокоцепления, собственные и взаимные индуктивности, а также токи и напряжения в ветвях присоединенной электрической цепи.

**Специальные возможности:** Редактор формул, позволяющий описывать практически любой вид источника в функции времени и координат (ток и плотность тока, граничные условия Дирихле и Неймана). Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнито-механическая задача). Омические потери могут быть использованы в качестве источников при расчете нестационарного теплового поля (совмещенная термо-электрическая задача). Можно также использовать связь двух магнитных задач для передачи начальных условий в нестационарную задачу.

## Магнитное поле переменных токов

Данный вид анализа используется для расчета магнитных полей, возбужденных токами, синусоидально изменяющимися во времени и, наоборот, для расчета токов, индуцированных переменным магнитным полем в проводящей среде (вихревых токов). Эти задачи возникают при расчете различных индукторов (в том числе систем индукционного нагрева), соленоидов, электрических машин, и других устройств. Обычно при расчетах магнитного поля переменных токов представляют интерес такие величины, как полный электрический ток (с его сторонней и вихревой компонентами), электрическое напряжение, мощность тепловыделения (омические потери), индукция магнитного поля, напряженность магнитного поля, магнитные силы и их моменты, комплексное сопротивление (импеданс) индуктивность.

Магнитное поле переменных токов может моделироваться совместно с присоединенной электрической цепью. Цепь содержит произвольное количество пассивных элементов (резисторов, конденсаторов, катушек) соединенных между собой, с источниками тока и напряжения, а также с массивными проводниками, находящимися в магнитном поле.

Особый вид задачи магнитного поля переменных токов – нелинейный анализ. Он позволяет оценить с определенной степенью точности поведение систем с ферромагнитными сердечниками, для которых в ином случае потребовался бы гораздо более длительный расчет нестационарного магнитного поля.

При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью или изотропные магнитомягкие материалы, заданные кривой намагничивания, токонесущие проводники с известным напряжением или током.

Электропроводность материалов может зависеть от температуры. Зависимость электропроводности от температуры задается таблично при помощи окна работы с кривыми. Температуру можно указать отдельно для каждого блока константой или формулой от координат. Кроме того, значения температуры в каждой точке могут быть импортированы из совмещенной задачи расчета температурного поля.

Нелинейная формулировка задачи магнитного поля переменных токов позволяет с определенной точностью учесть влияние насыщения ферромагнитных сердечников. Вы задаете стандартную кривую намагничивания для каждого ферромагнитного материала в редакторе кривых. На переменном токе ELCUT использует эквивалентную магнитную проницаемость для каждого значения магнитной индукции. Она вычисляется с таким расчетом, чтобы сохранить среднюю плотность энергии магнитного поля за период. ELCUT автоматически пересчитывает исходную кривую каждого материала для заданной частоты задачи.

В связи с использованными упрощениями, нелинейная задача расчета магнитного поля переменных токов не всегда дает точные локальные значения магнитного поля и вихревых токов в каждой точке модели. Однако, в практических задачах она позволяет получить хорошие оценки для таких интегральных величин как энергия, механическая сила, вращающий момент, потокосцепление.

**Источники поля:** приложенное напряжение, полный ток проводника, плотность тока или однородное внешнее поле.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

**Результаты расчета:** векторный магнитный потенциал, плотность тока, напряжение, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, омические потери, вектор Пойнтинга, энергия магнитного поля, импеданс, собственные и взаимные индуктивности, а также токи и напряжения в ветвях присоединенной электрической цепи.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на проведенных вами

линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнито-механическая задача); а омические потери могут быть использованы в качестве источников тепла при анализе теплового поля (совмещенная термо-электрическая задача). Два мастера помогают вычислить собственную и взаимную индуктивность катушек и импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

## Электростатика

Расчеты электростатического поля используются при проектировании и исследовании высоковольтного оборудования (разрядников, выключателей, элементов линий электропередачи), изоляционных конструкций, кабелей, конденсаторов, а также при анализе распространения электромагнитных-волн в волноводах. Обычно представляют интерес следующие физические величины: электрический потенциал, напряженность поля, электростатическое смещение (индукция), заряд, емкость и электростатическая сила.

ELCUT может применяться для анализа линейных электростатических полей в плоской, осесимметричной и трехмерной постановках. Задача формулируется в виде уравнения Пуассона относительно электрического потенциала. При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной диэлектрической проницаемостью.

**Источники поля:** электроды с заданным потенциалом, распределенные и точечные заряды.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения нормальной составляющей поля (условие Неймана), условие постоянства потенциала на поверхностях изолированных проводников.

**Результаты расчета:** потенциал, напряженность поля, электрическое смещение (индукция), заряд, собственные и взаимные частичные емкости, силы, моменты, энергия: электрического поля.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. В задачу могут быть включены изолированные проводники с заранее неизвестным потенциалом (электростатические экраны). Электрические силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах

конструкции (совмещенная электро-механическая задача). Мастер емкости поможет вам вычислить собственную и взаимную емкость проводников.

## Электрическое поле постоянных токов

Задача расчета электрического поля постоянных токов используется при анализе различных массивных проводящих систем и при расчете сопротивления заземления (утечки). Величины, представляющие интерес при анализе, включают напряжение, плотность тока, мощность тепловыделения (джоулевы потери).

Задача может быть решена в линейной плоской или осесимметричной постановке. Формулировка задачи основана на уравнении Пуассона для электрического потенциала. При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной электропроводностью.

Электропроводность материалов может зависеть от температуры. Зависимость электропроводности от температуры задается таблично при помощи окна работы с кривой. Температуру можно указать отдельно для каждого блока константой или формулой от координат.

**Источники поля:** электроды с заданным потенциалом, сторонние токоподводы.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения нормальной составляющей плотности тока (условие Неймана), условие постоянства потенциала на поверхностях хорошо проводящих включений.

**Результаты расчета:** потенциал, напряженность поля, плотность тока, ток через заданную поверхность, мощность тепловыделения (джоулевых потерь).

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Мощность тепловыделения может быть передана в качестве источника тепла в задачу расчета температурного поля (совмещенная электро-тепловая задача).

## Электрическое поле переменных токов

Задача расчета электрического поля переменных токов используется при анализе электрических полей, вызванных переменными токами и напряжениями в неидеальных

диэлектриках. Этот вид анализа чаще всего применяется при расчете сложных систем изоляции и конденсаторов. Обычно интерес представляют омические потери в диэлектриках, напряжение, компоненты электрического поля, силы, вращающие моменты.

При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, ортотропные материалы с постоянной электропроводностью и диэлектрической проницаемостью.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения поверхностной плотности тока (условие Неймана), условие постоянного заранее неизвестного потенциала на поверхностях проводников. **Результаты расчета:** потенциал, компоненты электрического поля, плотность тока проводимости и смещения, мощность омических потерь в диэлектрике и реактивная мощность, силы и вращающие моменты.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Электрические силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений (совмещенная электро-механическая задача), а электрические потери могут использоваться в качестве источника тепла в задачах теплопередачи (совмещенная электро-тепловая задача).

## Нестационарное электрическое поле

Задача расчета нестационарного электрического поля является обобщением задачи электростатики в следующем смысле:

- Приложенный к электродам потенциал (источник поля) может изменяться во времени;
- Диэлектрик может иметь небольшую проводимость, что позволяет рассчитывать токи утечки;
- Свойства диэлектрика – диэлектрическая проницаемость и электропроводность могут зависеть от напряженности электрического поля.

В отличие от электростатики, заранее известная плотность распределения электрического заряда не может использоваться как источник поля.

Этот вид анализа чаще всего применяется при расчете изоляционных систем под влиянием импульсной нагрузки, для анализа нелинейных и полупроводящих выравнивающих элементов в системах изоляции и конденсаторах. Обычно интерес представляют токи утечки и смещения, омические потери в диэлек-



триках, распределение потенциала и электрического поля, силы, вращающие моменты.

При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** воздух, ортотропные материалы с постоянной или зависящей от поля электропроводностью и диэлектрической проницаемостью.

**Граничные условия:** заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения поверхностной плотности тока (условие Неймана), условие постоянного заранее неизвестного потенциала на поверхностях проводников. **Результаты расчета:** потенциал, компоненты электрического поля, плотность тока проводимости и смещения, мощность омических потерь в диэлектрике и реактивная мощность, силы и вращающие моменты.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Мастер емкостей предназначен для удобного вычисления емкостей отдельных проводников различными способами.

## Теплопередача

Температурный анализ играет заметную роль при проектировании многих механических и электромагнитных систем. Как правило, интерес представляют распределение температуры, температурного градиента, теплового потока и потерь тепла. Используя модуль нестационарной теплопередачи, можно рассчитать тепловой переходный процесс с постоянными во времени граничными условиями.

ELCUT может выполнять линейный и нелинейный стационарный температурный анализ в плоской и осесимметричной постановке. Формулировка задачи основывается на стационарном уравнении теплопроводности с граничными условиями радиационного и конвективного теплообмена. При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** ортотропные материалы с постоянной теплопроводностью, изотропные материалы с теплопроводностью, зависящей от температуры, материалы с теплоемкостью, зависящей от температуры.

**Источники поля:** постоянные и зависящие от температуры объемные источники тепловой мощности, конвективные и радиационные источники, мощность джоулевых потерь, импортированная из электрических и магнитных задач.

**Граничные условия:** заданная температура, заданный тепловой поток на границе, условия радиационного и конвективного теплообмена, а также поверхности с постоянной, заранее неизвестной температурой.

**Результаты расчета:** температура, градиент температуры, плотность теплового потока и интегральные значения теплового потока через заданные поверхности. Для нестационарной задачи: графики и таблицы изменения физической величины в зависимости от времени.

**Специальные возможности:** Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных вами линиях и поверхностях. Распределение температуры может быть передано в задачу расчета механического напряженного состояния (совмещенная термо-механическая задача).

Можно передать распределение температуры в задачу нестационарной теплопередачи, где оно будет использовано в качестве начального распределения температуры.

## Задачи теории упругости

Расчет упруго-напряженного состояния применяется при проектировании большинства электрических или механических конструкций. В задачах теории упругости интерес представляют перемещения, деформации и различные компоненты тензора напряжений.

Пакет ELCUT может решать линейную задачу упругости сплошной среды для плосконапряженного, плоскодеформированного или осесимметричного напряженного состояния. Уравнения записаны в терминах напряжений. При постановке задачи вы можете использовать следующие возможности:

**Свойства сред:** ортотропные и изотропные материалы.

**Источники поля:** сосредоточенные силы, распределенные поверхностные и объемные силы, внешнее давление, термические деформации и силы, импортированные из задач электростатики, электрического поля переменных токов и магнитостатики.

**Граничные условия:** жесткое закрепление с заранее заданным смещением, упругое закрепление (пружинный подвес).

**Результаты расчета:** перемещения, деформации, координатные и главные компоненты тензора напряжений, критерии Мизеса, Треска, Мора-Кулона, Друкера-Прагера, Хилла.

## Г Л А В А 3

# Описание задачи

## Структура базы данных задачи

База данных ELCUT, относящаяся к каждой конкретной задаче, состоит из нескольких частей. Центральной частью этой базы данных является *описание задачи*, которое при записи на диск помещается в файл с расширением **.pbm**. Описание задачи содержит общую информацию о задаче: характер предметной области, разновидность постановки, класс точности расчета и т.д. Кроме этого, описание задачи содержит имена остальных файлов, составляющих базу данных задачи. К их числу относятся файл геометрии модели, имеющий стандартное расширение **.mod** или **.m3d**, файл присоединенной электрической цепи (для цепно-полевых задач) с расширением **.qcr**, и файлы физических параметров, имеющие одно из расширений **.dms**, **.dhe**, **.des**, **.dcf**, **.dec**, **.dtv**, **.dht**, или **.dsa**, в зависимости от предметной области задачи.

Описание задачи может ссылаться на один или два файла физических свойств. Оба файла физических свойств имеют одинаковый формат и отличаются только функциональным назначением. Обычно первый из них содержит данные, относящиеся только к данной конкретной задаче, в то время как второй может использоваться в качестве библиотеки свойств материалов и стандартных граничных условий, общих для целого класса задач.

Размещение базы данных задачи в нескольких файлах позволяет использовать общие файлы геометрии модели или общие файлы физических свойств одновременно в нескольких похожих задачах.

В процессе решения задачи ELCUT создает еще один файл — файл результатов. Этот файл всегда имеет расширение **.res**, имя, совпадающее с именем файла описания задачи, и помещается в ту же папку, в которой находится файл описания задачи.

## Создание задачи

- Чтобы создать новое пустое описание задачи, выберите позицию **Создать** из меню **Файл** и затем укажите **Задача ELCUT** в списке предлагаемых типов документов. Затем введите имя задачи и укажите путь к папке, в которой будут храниться файлы задачи. Затем выберите параметры новой задачи: тип анализа, класс симметрии, точность решения, единицы измерения длины и др.

Можно также создать новую задачу как копию одной из задач, открытых в данную минуту в ELCUT. В этом случае вновь создаваемая задача унаследует все свойства задачи-образца, а файлы модели и свойств будут скопированы, если это окажется необходимым.

- Чтобы открыть существующий документ, выберите позицию **Открыть** из меню **Файл** или перетащите файл в окно ELCUT из Проводника Windows.

Открытая задача отображается в окне описания задачи, которое расположено слева от главного окна ELCUT. В окне описания задачи вы можете задавать параметры задачи, такие как свойства материалов, источники поля и граничные условия. Дерево задачи показывает также имена файлов, на которые ссылается описание задачи. Ветви дерева "Физические свойства" и "Библиотека свойств" содержат списки меток, присвоенных блокам, вершинам и ребрам модели при двумерном моделировании, либо списки меток тел, граней, ребер и вершин модели при трехмерном моделировании.

- Чтобы изменить свойства задачи или имена файлов, выберите **Свойства задачи** в меню **Задача** или в контекстном меню (правая кнопка мыши).
- Чтобы перейти к работе с документом, на который ссылается описание задачи (геометрическая модель или другая задача — источник данных), дважды щелкните на имени файла в дереве, или выберите **Открыть** в контекстном меню, или выберите соответствующий пункт в меню **Задача**.
- Чтобы решить задачу, выберите **Решить задачу** в меню **Задача** или в контекстном меню.
- Чтобы увидеть результат решения, выберите **Анализ результатов** в меню **Задача** или в контекстном меню.

## Ввод параметров задачи

Свойства задачи - Circuit1

Общие Связь задач

Тип задачи: Магнитное поле переменных токов

Единицы длины: Миллиметры

Класс модели: Плоская

Частота:  $f = 100$  Гц

Координаты: Декартовы

$L_z = 1000$  мм

Расчет: Обычный

Файлы:

Геометрия: Circuit1.mod

Свойства: Circuit1.dhe

Справочник:

Цель: Circuit1.qcr

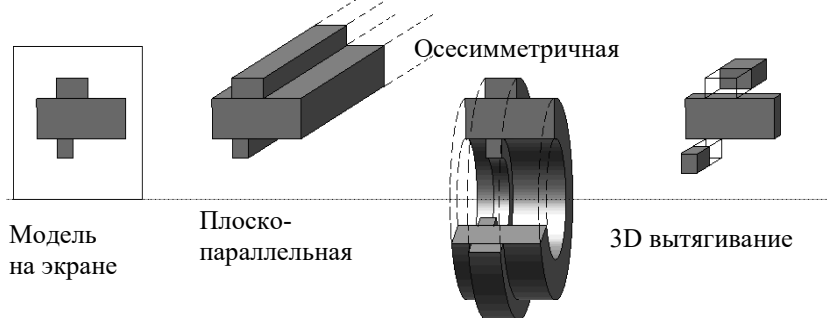
Папка: C:\Users\Public\Documents\EIcut 6.6 Examples

**Тип задачи:** Выберите из списка тип вашей задачи.

**Класс модели:** Выберите класс симметрии модели: плоско-параллельная, осесимметричная, 3D вытягивание или 3D Импорт. Первые два класса модели означают решение двумерной задачи, следующие два класса означают переход к трехмерному моделированию, подробности которого изложены в главе 9.

Для плоско-параллельной модели укажите её длину в направлении оси  $z$  (за плоскость экрана) —  $L_z$ . По умолчанию глубина модели равна одному метру.

Трехмерное представление, при различных классах модели



**Точность расчета:** Выберите подходящую степень точности. Отметим, что большая точность потребует больше времени для решения.

**Формулировка:** Выберите подходящую формулировку для задачи теории упругости в декартовых координатах.

**Частота:** Укажите значение частоты для задачи магнитного поля переменных токов. Обратите внимание, что здесь задается частота  $f$ , а не циклическая (круговая) частота  $\omega$ :  $\omega = 2\pi f$ .

**Файлы:** Введите имена ваших файлов геометрической модели, физических свойств и электрической цепи (там, где она применима). Вы можете использовать длинные имена. Если не указан полный путь, папка отсчитывается относительно файла описания задачи. Кнопка **Обзор** позволяет выбрать файл из любой папки в вашем компьютере или в сетевом окружении.

**Открыть:** Немедленно открывает выделенный файл в новом окне ELCUT.

## Задание связи между задачами

Задачи теории упругости, расчета температурных полей и нестационарного магнитного поля могут содержать данные, полученные при решении других типов задач. Предусмотрены следующие типы связи между задачами:

- Поле температур, обусловленное джоулевыми потерями в задачах электрического или магнитного поля.
- Анализ механических напряжений с учетом рассчитанного распределения температуры.
- Расчет механических напряжений, вызванных магнитными и электрическими силами.
- Запоминание магнитного состояния вещества для использования в последующих, линеаризованных задачах расчета магнитного поля
- Расчет магнитного поля переменных токов с учетом зависимости электропроводности материалов от температуры
- Можно передать начальное состояние в нестационарную задачу из стационарной задачи или из другой нестационарной задачи (в последнем случае нужно указать момент времени).

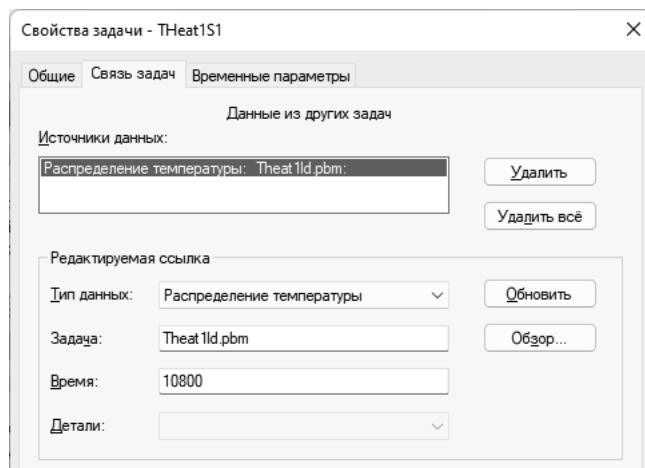
Для работы со связанными задачами перейдите на закладку **Связь задач** в диалоговом окне **Свойства задачи**.

Чтобы добавить связь:

1. Выделите нужный тип данных в раскрывающемся списке **Тип данных**;
2. Введите имя файла задачи-источника данных в поле **Задача** или нажмите кнопку **Обзор** и выберите нужное имя в списке существующих задач;
3. Если источником данных является нестационарная задача теплопроводности, укажите также момент времени. Если

указанный момент времени отсутствует в решении задачи-источника, то будет выбран ближайший из существующих временных слоев;

4. Нажмите кнопку **Добавить** для добавления указанной связи в список источников данных.



Чтобы изменить существующую связь:

1. Выделите нужный тип данных в раскрывающемся списке **Тип данных**;
2. Наберите новое имя задачи-источника или укажите другой момент времени;
3. Нажмите кнопку **Обновить** для обновления связи в списке источников данных.

Чтобы удалить связь:

1. Выделите нужную связь в списке **Источники данных**;
2. Выберите кнопку **Удалить** для удаления этой связи из списка источников данных или воспользуйтесь кнопкой **Удалить все** для удаления всех связей сразу.

Связь задач является частью свойств задачи. Изменения, внесенные в связь, вступают в силу только после нажатия **ОК**, при завершении редактирования свойств задачи. И наоборот, если вы выберете **Отмена** или нажмете клавишу ESC, изменения, внесенные в связь, будут отклонены наравне с изменением других свойств задачи.

## Настройка временных параметров задачи

Перед тем как решать нестационарную задачу, вам необходимо задать временные параметры. Чтобы это сделать, выберите,

пожалуйста, в окне свойств задачи закладку **Временные параметры**.

Свойства задачи - Theat1Id

Общие Связь задач Временные параметры

Интегрирование по времени

Интегрировать по времени до: 10800 (с)

с шагом: 300 (с)

☐ Автоматический выбор шага интегрирования

Вывод решения в файл

Запоминать решение каждые: 600 (с)

Начиная с момента: 0 (с)

Начальная температура: 20 (°C) **f**

**Интегрировать по времени до:** Укажите период времени, который вы хотите просчитать. Расчет всегда начинается с момента времени ноль.

**С шагом:** Укажите величину шага интегрирования. При расчете переходного процесса это наиболее важный временной параметр, контролирующий точность вычислений: чем меньше шаг, тем выше точность. Обычно необходимо не менее 15 – 20 шагов на всем периоде интегрирования. Имеет смысл начать с большого шага интегрирования, а затем постепенно уменьшать его, если после расчета изменение физической величины во времени получилось не очень гладким.

Если вы затрудняетесь сразу указать приемлемые временные параметры, мы рекомендуем вам задать какую-нибудь величину времени интегрирования и установить 5-7 шагов интегрирования. Потом, после решения задачи, постройте график изменения физической величины во времени для нескольких точек геометрической модели. По графику можно судить о том, как быстро идет переходный процесс, и как надо настроить временные параметры задачи.

**Автоматический выбор шага:** Шаг интегрирования по времени вычисляется самой программой.

**Запоминать решение каждые:** Укажите шаг времени, с которым будет вестись запись результатов в файл результатов. Шаг записи должен быть не меньше, чем шаг интегрирования.

**Начиная с момента:** Укажите момент времени, с которого начинается запись результатов в файл результатов. Если ввести ноль, то запись начнется с начального состояния задачи.



**Начальная температура:** Введите значение температуры модели в начальный (нулевой) момент времени. Температуру можно задать числовой константой, или формулой от координат. Если начальная температура не задана, она считается равной нулю. Если одновременно задано значение (формула) начальной температуры и связанная задача, дающая температурное поле в начальный момент времени, то температура, импортированная из связанной задачи, имеет более высокий приоритет.

## Автоматический выбор шага по времени в нестационарных задачах

В нестационарных задачах ELCUT может автоматически выбрать шаг по времени в процессе интегрирования.

Начальное значение шага можно приближенно определить по формуле:

$\Delta t_0 = \min(\xi^2/4\alpha)$ , где  $\xi$  — это "размер" треугольника сетки, а

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C} \quad \text{— для задач теплопередачи,}$$

$$\alpha = \frac{1}{\mu\gamma} \quad \text{— для нестационарных магнитных задач.}$$

Соотношение  $(\xi^2/4\alpha)$  вычисляется для всех треугольников модели, а потом выбирается наименьшее значение для вычисления начального шага.

По мере решения задачи шаг настраивается автоматически по адаптивной схеме.

Следующий шаг вычисляется на основе предыдущего по формуле

$$\Delta t_{n+1} = k\Delta t_n,$$

где  $k$  — масштабирующий коэффициент, изменяющийся от 0.25 до 4.0 (дискретные значения 0.25; 0.5; 1.0; 2.0; 4.0) Коэффициент  $k$  зависит от поведения потенциала и его производной, а также от значений, изменяющихся во времени и пространстве, источников поля и граничных условий.

- Два фактора учитываются при выборе величины коэффициента  $k$ :
- Норма вариации производной по времени на предыдущем шаге для всех узлов сетки:

$$\Delta \bar{u}_n = 2 \frac{\|\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}\|}{\|\dot{u}_n\| + \|\dot{u}_{n-1}\|}$$

- Величина, обратная характеристическому времени:

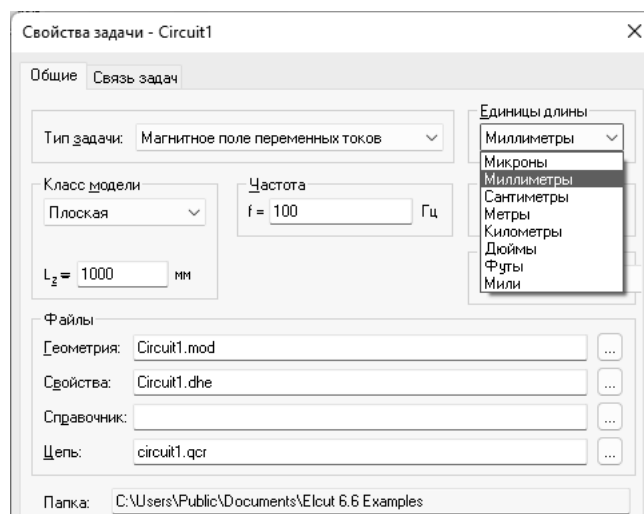
$$\omega_n = \frac{\{\Delta u_n\}^T \{F_n - F_{n-1}\}}{\{\Delta u_n\}^T [K_{T_n}] \{\Delta u_n\}},$$

В задачах теплопередачи  $\{F_n\}$  — это вектор теплового потока за счет теплопроводности, конвекции и радиации. В задачах нестационарного магнитного поля  $\{F_n\}$  — это вектор магнитной индукции,  $u$  — это величина потенциала, а  $K_T$  — это матрица жесткости метода конечных элементов.

Действительная величина коэффициента  $k$  выбирается на основе двух безразмерных характеристик:  $\Delta \bar{u}_n$  и  $2\pi/\Delta t_n \omega_n$ , с использованием заданной таблицы пределов. Для использования на следующем временном шаге выбирается наименьшее значение. Таким образом получается гладкая и точная временная зависимость в каждой пространственной точке модели.

## Выбор единиц измерения длины

ELCUT позволяет использовать разные единицы измерения длины при создании геометрической модели и анализе результатов. Вы можете использовать миллиметры, сантиметры, метры, дюймы, футы и даже километры и мили. Чтобы установить единицы измерения длины, перейдите на закладку **Координаты** в диалоговом окне **Свойства задачи**.



Выбранные единицы длины ассоциируются с каждой отдельной задачей, что дает вам возможность использовать разные единицы для разных задач. Обычно единицы длины выбираются перед началом создания геометрической модели. Впоследствии можно сменить единицы измерения длины, что, разумеется, не окажет влияния на физические размеры модели. Так, если вы создали

модель в виде квадрата со стороной 1 м, затем переключились на сантиметры, вы получите квадрат со стороной 100 см. Чтобы действительно изменить размеры модели, вам следует использовать вариант **Масштабирование** в команде **Передвинуть Выделенное** при работе с геометрической моделью.

Выбор единиц измерения длины не оказывает влияния на единицы измерения других физических величин, для которых всегда используется система СИ. Так, плотность тока всегда измеряется в  $A/m^2$  и никогда в  $A/mm^2$ . Единственная расчетная физическая величина, которая измеряется в выбранных единицах длины — это вектор смещения в задачах теории упругости.

## Полярные и декартовы координаты

Геометрическая модель, физические свойства материалов и граничные условия могут быть заданы в декартовой или полярной системе координат. В нескольких местах ELCUT предоставляет вам выбор системы координат. Используя закладку **Координаты** в диалоге **Свойства задачи**, вы можете определить систему координат, по умолчанию ассоциированную с вашей задачей. Выбор системы координат вы также можете сделать в Редакторе модели и при анализе результатов. Задание ортотропных свойств материалов, некоторых видов нагрузок и граничных условий зависят от выбора системы координат. Вы можете выбрать декартову или полярную систему координат для каждого элемента данных в отдельности и независимо от системы координат, ассоциированной с моделью по умолчанию. Этот выбор осуществляется в диалогах **Ввод физических свойств**.

## Окно свойств задачи

Окно свойств можно открыть или закрыть командой **Свойства** в меню **Вид**. Это окно обычно приклеено к окнам задач, либо может быть оставлено плавающим.

Окно свойств динамически показывает свойства той задачи, которая является текущей в данный момент.

Здесь можно увидеть и настроить общие свойства, относящиеся к задаче в целом, такие как *тип задачи*, *класс модели*, *точность расчета*, имена ассоциированных файлов: *геометрической модели*, *физических свойств*, *электрической цепи* и др. Изменения некоторых свойств задачи приводят к тому, что задачу следует решить заново. В этом случае вы получите предупреждение.

В разделе "Связь задач", чтобы добавить ссылку на задачу-источник, сначала выберите тип импортируемой физической

величины, а потом выберите или впишите имя файла задачи-источника. Имя будет проверено, и, если задача удовлетворяет критериям связи, включено в описание задачи. Чтобы удалить связь задач, просто сотрите имя задачи-источника.

Свойства THeat1S1

Общие

Тип задачи	Теплопередача нестационарная
Класс модели	Плоская
Длина по Z ( $L_z$ ), мм	1000
Расчет	Обычный
Геометрия	Theat1.mod
Физические свойства	Theat1st.dht
Справочник свойств	

Координаты

Единицы длины	Миллиметры
Координаты	Декартовы

Связь задач

Распределение температуры

Задача	Theat1ld.pbm
Время	10800

Добавить связь

Тип новой связи	<нет>
Связываемая задача	

Временные параметры

Интегрировать до	1200
Шаг	100
Автоматический выбор шага	Нет
Начиная с момента	0
Запоминать решения каждые	100
Начальная температура, °C	

## Г Л А В А 4

# Описание геометрии задачи

В этой главе описан процесс создания *геометрической модели*. Выражение *геометрическая модель* или просто *модель* используется при упоминании набора геометрических объектов, относящихся к некоторой проблеме. Модель не только содержит различные геометрические объекты, но и устанавливает связи между ними и свойствами материалов, источниками поля и граничными условиями.

Сведения, изложенные в этой главе, относятся к двумерному моделированию. Подробности трехмерного моделирования содержатся в главе 9. Однако, для понимания приемов построения трехмерной модели знакомство с понятиями двумерной модели весьма полезно, а порой необходимо.

## Терминология

Основными типами геометрических объектов модели являются *вершина*, *ребро* и *блок*.

Каждая *вершина* представляет собой точку на плоскости. Координаты такой точки могут быть введены пользователем вручную или вычислены как координаты пересечения пары рёбер. С каждой вершиной можно связать *шаг дискретизации* и *метку*. Величина шага дискретизации задает примерное расстояние между соседними узлами сетки конечных элементов поблизости от данной вершины. Метка вершины используется для задания, к примеру, линейного источника поля или нагрузки.

Каждое *ребро* представляет собой отрезок прямой или дугу окружности, соединяющие две вершины. Ребра модели не пересекают друг друга. Создаваемое новое ребро разбивается на части каждой лежащей на нем вершиной модели и каждой точкой пересечения с уже существующим ребром модели. В точках пересечений автоматически создаются новые вершины, которые в свою очередь делят на части уже существующие ребра. С каждым ребром может быть связана метка для, например, описания краевого условия.

Каждый *блок* представляет собой связную подобласть плоскости модели, внешняя граница которой образована последовательностью рёбер. Внутри блоков могут находиться дыры. Каждая из границ, отделяющих блок от внутренних дыр, образовывается либо последовательностью рёбер, либо одной изолированной вершиной.

В каждом блоке, входящем в расчетную область, должна быть построена сетка конечных элементов. Кроме этого, поскольку в непомеченных блоках расчет поля не производится даже при наличии сетки конечных элементов, с блоком, входящим в расчетную область, **должна быть** обязательно связана *метка*. Сетку конечных элементов можно построить в любом наборе блоков модели. Её плотность зависит от значений, связанных с вершинами модели, *шагов дискретизации*, которые можно либо рассчитать автоматически, либо задать для отдельных вершин вручную. Связанная с блоком метка, используется для, например, описания физических свойств среды или задания распределенных *источников поля*.

Каждая *метка* представляет собой текстовую строку длиной до 16 символов. Метки позволяют ассоциировать геометрические объекты модели (блоки, ребра и вершины) с численными значениями физических свойств реальных объектов: свойств материалов, нагрузок и граничных условий. Метка не может начинаться с пробела, а пробелы в конце метки игнорируются. Заглавные и строчные буквы считаются различными.

*Шаг дискретизации* задает примерное расстояние между соседними узлами сетки конечных элементов вблизи вершины геометрической модели. Задавая шаги дискретизации, можно управлять густотой сетки конечных элементов и, тем самым, точностью решения в тех или иных частях расчетной области.

## Создание геометрической модели

Создание модели, как правило, происходит в три этапа:

- Ввод геометрических объектов и манипулирование ими;
- Задание свойств сред, источников поля и граничных условий;
- Построение сетки конечных элементов во всех блоках, входящих в расчетную область.

### Создание геометрических объектов

При описании геометрии модели сначала создаются вершины и ребра, ограничивающие блоки с различными физическими свойствами. Для корректировки положения и формы объектов

используются операции перемещения и копирования. Для выполнения операции над несколькими объектами одновременно, эти объекты перед операцией нужно *выделить*.

Свойства сред, источники и граничные условия задаются путем привязывания меток, имеющих соответствующие свойства, к геометрическим объектам.

Сетку конечных элементов можно создавать автоматически. При этом, с учетом размеров геометрических объектов, будет построена гладкая сетка с плавным переходом от мелких элементов к более крупным. Для этого не требуется вводить какую-либо информацию.

Вместо автоматического построения сетки можно регулировать размеры конечных элементов сетки вручную. Для этого нужно указать шаги дискретизации в одной или нескольких вершинах. Значения шагов дискретизации в остальных вершинах будут автоматически построены так, чтобы получить достаточно гладкую сетку.

## Создание нового ребра

Чтобы создать новое ребро:

1. Выберите команду **Режим вставки** в меню **Правка** или команду **Вставка вершин/ребер** в контекстном меню (правая кнопка мыши), либо нажмите кнопку на панели инструментов **Вставлять вершины и ребра** или клавишу INS, чтобы перейти в *режим вставки*.
2. Укажите раствор нового ребра в окне **Раствор дуги** инструментальной панели. Выберите одно из значений, находящихся в выпадающем списке или введите новое значение. Для создания прямолинейного ребра выберите нулевой угол.
3. В начальной точке создаваемого ребра: либо нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская ее, перетащите указатель мыши к конечной точке, либо нажмите клавишу SHIFT и, не отпуская ее, передвиньте указатель к конечной точке с помощью клавиш со СТРЕЛКАМИ. Если один или оба конца нового ребра не совпадают с уже существующими вершинами, недостающие вершины будут автоматически добавлены к модели перед созданием ребра. Если не выключать включенный по умолчанию режим привязки к решетке, новые вершины будут создаваться только в узлах координатной решетки. При перемещении указателя с помощью клавиатуры использование клавиши CTRL позволяет позиционировать его точнее.

## Создание новой вершины

Чтобы создать новую вершину:

1. Выберите команду **Режим вставки** из меню **Правка** или команду **Вставка вершин/ребер** из контекстного меню, либо нажмите клавишу **INS** или кнопку **Вставлять вершины и ребра** на панели инструментов, чтобы перейти в *режим вставки*.
2. Убедитесь, что текущие параметры сетки привязки подходят для ввода координат создаваемых вершин.
3. Используя мышь или клавиши со **СТРЕЛКАМИ**, передвиньте указатель в точку, где нужно создать новую вершину, и нажмите левую кнопку мыши или клавишу **ENTER**.

Или:

1. Выберите **Добавить вершины** из меню **Правка**.
2. Введите координаты новой вершины и нажмите кнопку **Добавить**. Повторяйте до тех пор, пока не введете координаты всех добавляемых вершин.
3. Нажмите кнопку **Закрыть**.

## Дистанция притяжения

Чтобы избежать неразличимых оплошностей при описании геометрии, новые вершины или ребра не могут быть созданы слишком близко от существующих вершин и ребер. Создание новых геометрических объектов контролируется величиной, которую мы обозначаем  $\varepsilon$  и называем *дистанцией притяжения*.

При создании новых вершин и ребер действуют следующие правила.

- Создание новой вершины возможно на расстоянии не менее  $2\varepsilon$  от существующей вершины.
- Новое ребро не может быть добавлено в геометрическую модель, если оно объединяет те же вершины, что и существующее ребро, и расстояние между этими ребрами не превосходит  $\varepsilon$ .
- Если расстояние между новой вершиной и существующим ребром не превосходит  $\varepsilon$ , вершина проектируется на ребро, автоматически разбивая его на две части. Аналогично, при добавлении нового ребра, проходящего на расстоянии не более  $\varepsilon$  от существующей вершины, к модели добавляются два ребра, соединяющихся в этой вершине.

Дистанция притяжения пропорциональна размеру видимой части модели, поэтому, чтобы при создании особенно мелких объектов избежать притягивания различных вершин и ребер друг к другу, нужно предварительно увеличить масштаб изображения.



## Основные операции с геометрическими объектами

### Выделение объектов

Чтобы выделить геометрические объекты:

1. Если включен режим вставки, выключите его, нажав клавишу INS.
2. Если требуется произвести не замену набора выделенных объектов, а добавление новых объектов к ранее выделенным, удерживайте нажатой клавишу CTRL.
3. Щелкните мышью по объекту, если нужно выделить только его, или нажмите правую кнопку мыши за пределами объектов модели и, не отпуская, перетащите её в другое место, если нужно выделить все объекты, полностью находящиеся внутри нарисованной в процессе перетаскивания рамки.

---

*Замечание.* Щелчок внутри блока не выделяет ребра или вершины, принадлежащие к границе этого блока. Аналогично, щелчок в середине ребра не выделяет его концевые вершины. Этот факт может иметь значение для понимания таких операций, как **Удаление**, **Копирование** и **Перемещение**.

---

При необходимости выделить блок вместе с его границей или ребро вместе с его концевыми вершинами постройте рамку вокруг нужных объектов с помощью перетаскивания указателя мыши и отпустите нажатую кнопку.

Можно также использовать команды **Выделить всё** и **Отменить выделение** из меню **Правка** или контекстного меню. Заметим, что можно одновременно выделять объекты разных типов (блоки, рёбра и/или вершины).

Кроме того, при выделении одной из меток в окне описания задачи все геометрические объекты с такой меткой становятся выделенными.

Один и тот же набор выделенных объектов используется со всеми окнами модели. Поэтому, когда модель отображается в нескольких окнах, элементы выделяются во всех этих окнах одновременно.

### Клавиши:

Выделить всё	CTRL+A
Снять выделение	CTRL+D

## Копирование и перемещение объектов

Геометрические объекты с регулярными координатами можно легко создавать путем копирования или перемещения. Чтобы сделать копию, нужно

1. Выделить любой набор объектов (вершин, рёбер и блоков) для копирования.
2. Выбрать команду **Дублировать выделенное** из меню **Правка** или контекстного меню.
3. Когда на экране появится диалог для ввода параметров, выбрать метод преобразования, ввести его параметры и нажать **ОК**.
4. Новые объекты будут встроены в модель и выделены. Со всех остальных объектов модели выделение будет снято.

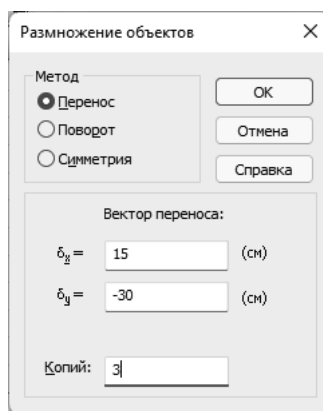
Операция копирования сохраняет все явно заданные свойства исходных объектов, включая метки и шаги дискретизации. Не копируется только сетка конечных элементов - в новых блоках ее не будет.

Первая копия любого объекта модели всегда является результатом выбранного преобразования, примененного к самому объекту. При одновременном создании нескольких копий, каждая из последующих копий является результатом этого преобразования, примененного к предыдущей копии.

Можно также переместить выделенные объекты на новое место, если при этом не изменять топологию модели: а именно, нельзя выносить вершины и ребра из блоков наружу или вносить их внутрь. Чтобы переместить выделенные объекты, выберите команду **Переместить выделенное** из меню **Правка** или контекстного меню. Появится диалог для ввода параметров, похожий на аналогичный диалог, появляющийся при дублировании.

Успешная операция перемещения сохраняет все метки и шаги дискретизации. Сетка конечных элементов сохраняется в блоках, форма которых при перемещении не изменяется.

Любое перемещение, которое изменяет топологию, будет заблокировано, и на экране появится соответствующее сообщение. Поскольку сетка конечных элементов удаляется из изменяющих форму блоков до проверки топологии модели, может случиться, что после блокировки сетка в некоторых блоках исчезнет.



---

*Замечание.* Если результат выполнения команды вас не устраивает, воспользуйтесь командой **Отменить** в меню **Правка**.

---

Операции копирования и перемещения объектов могут быть выполнены путем следующих геометрических трансформаций:

**Смещение** — параллельный перенос выделенных объектов на заданный вектор. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего переноса. Параметры - компоненты вектора смещения.

**Поворот** — поворот выделенных объектов вокруг указанной точки на заданный угол. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего поворота. Параметры - координаты центра и угол поворота в градусах.

**Симметрия** — симметричное отображение выделенных объектов относительно оси симметрии, проходящей через заданную точку под заданным углом к оси абсцисс. Это преобразование применяется только для копирования объектов, причем запросить несколько копий нельзя. Параметры - координаты точки и угол от оси абсцисс до оси симметрии в градусах. Положительное значение угла соответствует направлению против часовой стрелки.

**Масштабирование** — растяжение или сжатие выделенных объектов относительно заданной точки, называемой центром подобия. Это преобразование применяется только для перемещения объектов. Параметры - координаты центра подобия и коэффициент растяжения или сжатия. При растяжении коэффициент больше, а при сжатии - меньше единицы.

Имеется также упрощенный способ перемещения или копирования геометрических объектов – перетаскивание (см. *Перетаскивание объектов*). Этот способ позволяет перемещать объекты не только в пределах одной модели, но и между разными моделями и даже между разными экземплярами программы ELCUT.

## Удаление объектов

Чтобы удалить геометрические объекты:

1. Выделите объекты, которые нужно удалить.
2. Выберите команду **Удалить выделенное** из меню **Правка** или контекстного меню.

Если некоторые из вершин являются точками соприкосновения ровно двух ребер, являющихся продолжениями друг друга, после удаления этих вершин такие ребра склеиваются, превращаясь в единственное ребро.

Удаление любой другой неизолированной вершины всегда влечет за собой удаление всех примыкающих к ней ребер. Поэтому, если некоторые ребра, примыкающие к удаляемым вершинам, не включены в список удаляемых, они подсвечиваются, и пользователю предлагается подтвердить удаление.

Последнее свойство часто используется для "обрезания излишков" построенных ребер модели.

**Пример:** рассмотрим модель, показанную ниже на Рис.1, где радиусу полуокружностей равны 2 и 3, а их общий центр имеет координаты  $(0, 0)$ . Предположим, что нам нужно добавить внутри блока несколько параллельных горизонтальных ребер, расположенных на расстоянии 0.5 друг от друга.

Проще всего сделать это следующим образом:

- Установить фокус в окно модели, щелкнув мышью в любом месте внутри него.
- Выбрать пункт **Сетка привязки** из меню **Вид** и установить **Шаги** равные 0.5.
- Нажать клавишу INS для перехода в *режим вставки*.
- Нажать левую кнопку мыши в точке  $(0,3)$  и перетащить указатель в точку  $(4,3)$ , чтобы создать ребро, соединяющее эти точки.
- Нажать клавишу INS еще раз, чтобы выйти из *режима вставки*.

В результате модель примет вид, показанный на Рис.2.

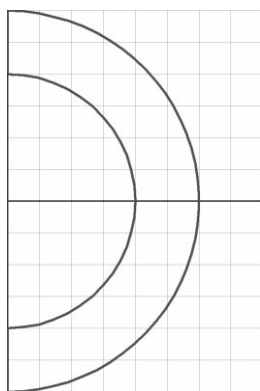


Рис.1

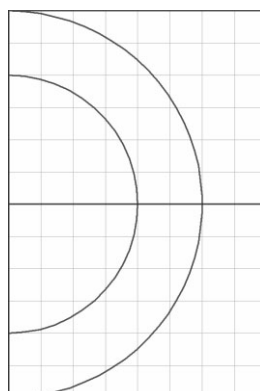


Рис.2

- Выделить новое ребро путем перетаскивания указателя мыши из точки  $(-0.25, 3.25)$  в точку  $(4.25, 2.75)$  с нажатой левой кнопкой.

- Выбрать пункт **Дублировать выделенное** из меню **Правка**, указать ординату вектора переноса  $-0.5$ , а количество **Копий** - 12 и нажать на кнопку **ОК**. В результате модель примет вид, показанный на Рис.3.
- Выделить правые концы горизонтальных ребер путем перетаскивания указателя мыши из точки  $(3.75, 3.25)$  в точку  $(4.25, 3.25)$ .
- Выбрать пункт **Удалить выделенное** из меню **Правка** и нажать кнопку **Да** для подтверждения удаления.
- Выделить левые концы ребер путем перетаскивания указателя мыши из точки  $(0.25, 1.75)$  в точку  $(0.25, 1.75)$  и удалить их аналогично правым концам. В результате модель примет требуемый вид (см. Рис.4).

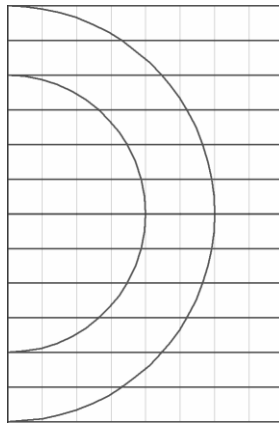


Рис.3

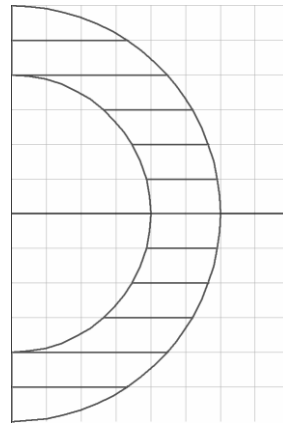


Рис.4

## Клавиша

Удалить                      DEL

## Перетаскивание объектов

### Что можно делать при помощи перетаскивания?

При помощи перетаскивания можно перемещать или копировать любую группу объектов модели - вершин, ребер и/или блоков - в другое место на плоскости модели, а также в другую модель, открытую тем же или другим экземпляром программы ELCUT.

### Как начать перетаскивание?

Перед началом перетаскивания определите, какие объекты нужно перетащить, и выделите их. После этого поместите указатель над одним из выделенных объектов, зажмите клавишу ALT и нажмите одну из кнопок мыши. Форма указателя мыши изменится.

---

*Замечание.* Поместить указатель над выделенным объектом может быть непросто, если включен режим **Привязать к сетке**, а среди выделенных объектов нет блоков. В подобном случае мы советуем поместить указатель над одной из перетаскиваемых вершин.

---

Имейте также в виду, что, если нажать левую кнопку мыши, когда указатель не находится над выделенным объектом, то перетаскивание выполнится не будет: ни форма указателя, ни цвет выделенных объектов не изменяться.

### Точное определение точки сброса

Для визуального контроля над положением сбрасываемых объектов используется **якорь**. Он изображается яркой красной точкой, которая появляется на экране рядом с позицией указателя мыши в начале перетаскивания и исчезает после сброса. Якорь жестко привязан к перетаскиваемым объектам - при перетаскивании и сбрасывании объектов относительное положение этих объектов и якоря не меняется. Поэтому, вектор смещения любого из сброшенных объектов совпадает с вектором смещения якоря в момент сброса, а значит, для контроля положения сбрасываемых объектов достаточно контролировать положение якоря в процессе перетаскивания и сброса.

Начальное положение якоря зависит от:

- расстояния от указателя мыши до ближайшей вершины модели; и
- расстояния от указателя мыши до ближайшего узла сетки привязки, если режим **Привязать к сетке** не выключен.

В частном случае, когда указатель в момент нажатия кнопки находится над одной из вершин модели, начальное положение якоря точно совпадает с положением этой вершины.

При перетаскивании объектов изображающая якорь красная точка движется так, что ее положение в любой момент совпадает либо с положением одной из вершин модели, либо, если режим **Привязать к сетке** не выключен, с положением одного из узлов сетки привязки. При этом текущие координаты якоря отражаются в статусной строке. Это позволяет в процессе перетаскивания визуально контролировать вектор смещения якоря.

**Пример:** требуется переместить группу объектов модели так, чтобы точка с координатами  $(a, b)$  переместилась точно в  $(c, d)$ . Сделайте следующее:

- Если в модели отсутствует вершина с координатами  $(a, b)$ , добавьте ее. Для этого выберите **Добавить вершины** из меню **Правка** и введите координаты в появившемся на экране диалоге.
- Если в модели отсутствует вершина с координатами  $(c, d)$ , добавьте ее аналогичным образом.
- Выделите перемещаемые объекты, включая вершину в точке  $(a, b)$ .
- Установите указатель над вершиной в точке  $(a, b)$  и нажмите левую кнопку мыши. На экране появится якорь в точке  $(a, b)$ .
- Перетащите указатель так, чтобы якорь совпал с вершиной в  $(c, d)$  и отпустите кнопку. Вершина, находившаяся в точке  $(a, b)$  переместится в точку  $(c, d)$ .
- Удалите одну или обе из созданных вершин (в большинстве случаев первая вершина исчезнет после перемещения), если они не нужны для дальнейших операций.

### Визуальные эффекты при перетаскивании

Для наглядности перетаскивание сопровождается следующими визуальными эффектами:

- ярко красной точкой, показывающей положение якоря, координаты которого можно видеть в статусной строке;
- измененной формой указателя мыши, показывающей предполагаемое действие после сброса;
- изображением движущихся ребер;
- сообщением в левой части статусной строки, показывающим режим перетаскивания и способ его изменения.

Форма указателя отражает выбор между перемещением и копированием объектов. При копировании, на указателе можно увидеть знак плюс (+). При перемещении его нет. Как всегда, над местами, где сброс невозможен, вид указателя напоминает дорожный знак "*Стоянка запрещена*".

Движущиеся ребра - это те, которые после сброса окажутся на новом месте. При передвижении со связями сюда, в частности, входят и ребра, связывающие передвигаемые объекты с неподвижными.

---

*Замечание.* Движение изолированных вершин модели визуально не отражается. Это, однако, не означает, что такие вершины не будут передвинуты. Если среди выделенных объектов нет ничего, кроме изолированных вершин, при перетаскивании заметны только движение якоря и указателя мыши.

---

Отражение движущихся ребер и форма указателя изменяются при каждом изменении режима перетаскивания.

## Режимы перетаскивания и результат сброса

Перетаскивание объектов модели может выполняться в разных режимах. Режим, использованный последним, определяет, к какому результату приведет сброс.

Режим перетаскивания определяется состоянием клавиш CTRL и SHIFT в момент сброса. Клавиши CTRL и SHIFT можно нажимать и отпускать в любой момент. Режим, использованный последним, определяет, к какому результату приведет сброс. Для достижения нужного результата сброса выберите режим перетаскивания в соответствии со следующими рекомендациями:

- Чтобы **передвинуть** объекты в пределах исходной модели, **сохраняя связи** между передвигаемыми и стационарными объектами, перетаскивайте с нажатой левой кнопкой мыши и **отпустите управляющие клавиши** перед сбросом;
- Чтобы **передвинуть** объекты в пределах исходной модели, **разрывая связи** между передвигаемыми и стационарными объектами, перетаскивайте с нажатой левой кнопкой мыши и **нажмите SHIFT** перед сбросом;
- Чтобы **копировать** объекты в пределах исходной модели, перетаскивайте с нажатой левой кнопкой мыши и **нажмите CTRL** перед сбросом;
- Чтобы **копировать** объекты **в другую модель**, перетаскивайте с нажатой левой кнопкой мыши и **отпустите управляющие клавиши** перед сбросом;
- Чтобы **передвинуть** объекты **в другую модель**, перетаскивайте с нажатой левой кнопкой мыши и **нажмите SHIFT, отпустив CTRL** перед сбросом. Сохранить связи при перетаскивании в другую модель невозможно.

## Отказ от сброса

Чтобы отказаться от сброса, нажмите либо клавишу ESC на клавиатуре, либо не нажатую кнопку мыши. Кроме этого, перетаскивание не начнется, если отпустить нажатую кнопку мыши, не переместив указатель. В последнем случае будет выполнено действие, соответствующее щелчку соответствующей кнопкой.

## Действия, выполняемые при сбросе

Действие, выполняемое при сбросе, выбирается в зависимости от режима перетаскивания, использованного непосредственно перед сбросом из следующего списка возможных действий:

- Перемещение перетаскиваемых объектов с сохранением связей со стационарными объектами;

или



- Перемещение перетаскиваемых объектов без сохранения связей со стационарными объектами;

или

- Копирование перетаскиваемых объектов.

При перетаскивании выполняемое после сброса действие зависит от последнего режима перетаскивания, использованного перед сбросом.

При копировании перетаскиванием всегда достигается такой же результат, как и при переносе выделенных объектов вместе с якорем с помощью команды **Дублировать выделенное**.

В отличие от этого, результат, достигаемый при передвижении перетаскиванием, может отличаться от результата операции **Передвинуть выделенное**. Вот главные отличия:

- Операция **Передвинуть выделенное** не позволяет передвигать объекты в другую модель. Передвижение перетаскиванием позволяет передвигать объекты в другую модель, разрывая связи передвигаемых объектов со стационарными.
- Операция **Передвинуть выделенное** не позволяет изменять топологию модели - невозможно передвинуть вершину в другой блок или создать новую вершину на пересечении ребер. Передвижение перетаскиванием в пределах одной модели не имеет подобных ограничений.
- Операция **Передвинуть выделенное** всегда сохраняет такие свойства объектов, как метки. Передвижение перетаскиванием иногда может привести к изменению метки.

## Использование отмены после перетаскивания

Операция **Отменить** всегда применяется только к текущей модели. При выполнении операций **Отменить** и **Вернуть** её состояние восстанавливается в соответствии с тем, что хранится в стеке именно этой модели.

Если одновременно открыто несколько моделей, текущей считается модель, показанная в активном окне. Чтобы сделать активным другое окно, щелкните внутри него. При необходимости сохранить набор выделенных объектов модели, щелкните внутри полосы прокрутки ее окна.

Перетаскивание отличается от всех остальных операций над моделью тем, что может изменять сразу две модели. В таком случае, чтобы отменить результат всей операции, необходимо выполнить операцию **Отменить** для каждой из этих моделей. Если же необходимо отменить результат операции только для одной модели, обязательно перед отменой проверьте, окно какой из моделей является активным.

### Перетаскивание в другое окно

В некоторых случаях перетаскивать объекты становится крайне неудобно. Например, так происходит, когда нужно передвигать или копировать достаточно маленькие объекты на достаточно большое расстояние. Неудобство вызывается тем, что невозможно одновременно выделить маленькие исходные объекты и уместить место сброса внутри окна.

Это неудобство легко устраняется при помощи перетаскивания между двумя окнами, показывающими одну и ту же модель. Воспользуйтесь следующим набором действий:

- Откройте второе окно для той же модели, выбрав **Новое окно** из меню **Окна**;
- Расположите окна так, чтобы оба были видны одновременно;
- Увеличьте масштаб первого окна так, чтобы нужные исходные объекты было легко выделить, и выделите их;
- Увеличьте масштаб второго окна так, чтобы видеть место сброса;
- Перетащите выделенные объекты из первого окна во второе.

### Перетаскивание в другую модель

В некоторых отношениях перетаскивание в другую модель отличается от перетаскивания в пределах одной модели. Вот краткий перечень основных различий:

- Нельзя перетаскивать объекты в другую модель, сохраняя связи со стационарными объектами исходной модели.
- Если управляющие клавиши при сбросе отпущены, то при перетаскивании в пределах одной модели объекты передвигаются, а при перетаскивании в другую модель копируются.
- Чтобы отменить результат перетаскивания в другую модель, необходимо дважды, по одному разу для каждой из моделей, выполнить операцию **Отменить**.
- И передвижение, и копирование в другую модель могут сделать принимающую проблему недоопределенной. Это вызывается тем, что при отсутствии меток каких-либо копируемых объектов в принимающей модели эти метки туда автоматически добавляются. Однако свойства добавляемых меток при этом не копируются из исходной проблемы, ввиду чего такие метки становятся неопределенными.
- И передвижение, и копирование в другую модель могут поменять координаты объектов, даже если сброс происходит в пустую модель. Так происходит, когда эти две модели используют различные единицы длины. При перетаскивании всегда сохраняются размеры объектов в реальном мире. Например, объект длиной в 1 м может стать объектом длиной в

100 см, если исходная модель использует в качестве единиц длины метры, а принимающая модель - сантиметры.

## Использование буфера обмена

Буфер Обмена используется при **Копировании** выделенных объектов с последующей **Вставкой** их в другое место той же модели или в другую модель. При этом исходные объекты могут либо оставаться в неприкосновенности, либо **Вырезаться** из того места, где они находились.

Чтобы выполнить одну из этих операций, выберите соответствующий пункт из меню **Правка** или контекстного меню, либо нажмите соответствующую кнопку на панели инструментов, либо воспользуйтесь соответствующей клавишей из списка, приведенного в конце раздела.

Операции **Копировать** и **Вырезать** недоступны при отсутствии выделенных объектов. Операция **Вставить** недоступна при отсутствии в Буфере Обмена объектов, помещенных туда ранее с помощью команды **Копировать** или **Вырезать**.

При одновременной **Вставке** нескольких объектов в модель их относительное расположение сохраняется неизменным. Если модель перед вставкой пуста, даже координаты объектов не меняются. В противном случае, вставляемые объекты помещаются правее всех объектов, существовавших ранее, чтобы одни можно было отделить от других. Это дает возможность легко перетащить вставленные объекты в другое место, и, кроме того, гарантирует неизменность максимального количества свойств - меток и шагов дискретизации.

После операции вставленные объекты выделяются. Выделение всех остальных объектов сбрасывается.

### Клавиши:

Копировать	CTRL+C
Вырезать	CTRL+X
Вставить	CTRL+V

## Команды Отменить/Вернуть

ELCUT предоставляет возможность отменять и возвращать ранее отмененные операции изменения геометрической модели.

Операции, которые могут быть отменены, перечислены в разделе **Отменяемые операции**.

Чтобы отменить последнюю операцию, сделайте активным окно нужной геометрической модели и выберите команду **Отменить**

<название последней сделанной операции> из меню **Правка**. Чтобы вернуть последнюю отмененную операцию, сделайте активным окно нужной геометрической модели и выберите команду **Вернуть** <название последней отмененной операции> из меню **Правка**. ELCUT изменяет пункты меню, показывая, какие именно операции будут отменены или возвращены.

По умолчанию для каждой открытой модели ELCUT позволяет отменить 100 последних выполненных операций. Можно изменять число доступных для отмены операций в пределах от 0 до 100 включительно. Подробное описание этих операций находится в разделе *Настройка отмены*.

### Клавиши:

Отменить            CTRL+Z

Вернуть CTRL+Y

## Настройка отмены

Чтобы иметь возможность отменять и возвращать отмененные операции, ELCUT поддерживает внутренний стек изменений геометрической модели. Самый верхний уровень стека соответствует последней выполненной операции по редактированию модели. ELCUT также хранит текущую позицию в стеке, сдвигаясь к началу стека при вызове команды **Отменить** и в обратном направлении при вызове команды **Вернуть**.

Размер этого внутреннего стека определяет максимальное число операций изменения геометрической модели, которое можно отменить. Когда общее число выполненных изменений начинает превышать размер стека, первая запись в стеке стирается, и всё содержимое смещается на одну позицию вниз, чтобы освободить место для новых изменений. При запуске ELCUT размер стека устанавливается равным 100, что позволяет отменить последние 100 изменений модели.

Хранение сделанных изменений модели заметно увеличивает расход оперативной памяти. Для уменьшения расхода памяти при изменениях модели, ELCUT позволяет изменять размер стека. В любой момент времени можно задать новый размер стека в пределах от 0 до 100 включительно. При установке нулевого размера стека использование команд **Отменить** и **Вернуть** становится невозможным.

Если новый размер стека меньше числа записанных операций, то в этом случае происходит следующее:

- если новый размер стека превышает число позиций, записанных до текущей позиции стека (данные для команд

**Отменить**), удаляется лишь несколько самых верхних позиций стека (данные для команд **Вернуть**), и общее число оставшихся позиций становится равным новому размеру стека;

- если новый размер стека не превышает числа позиций, записанных до текущей позиции стека (данные для команд **Отменить**), сохраняются только позиции, находящиеся в стеке непосредственно под текущей, начиная с неё, (данные для команд **Отменить**). Общее количество операций, к которым можно будет применить команду **Отменить**, будет равно новому размеру стека.

***Пример:*** после запуска ELCUT было выполнено 10 изменений модели, после чего 5 раз была выполнена команда Отмена. Потом размер стека был уменьшен до 7. Тогда только три верхних позиции будут потеряны (данные для команд **Вернуть**). При этом по-прежнему можно будет отменить остальные 5 ранее сделанных операций, а также вернуть 2 ранее отмененные операции. Если же уменьшить размер стека до 2, можно будет лишь отменить 2 последних операции.

## Отменяемые операции

Можно отменять следующие типы операций над моделью (по возможности операции названы так же, как и в меню):

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| • Добавить ребро         | • Импорт DXF             |
| • Добавить вершину       | • Передвинуть выделенное |
| • Построить сетку        | • Вставить               |
| • Вырезать               | • Изменить свойства      |
| • Удалить ребра          | • Уточнить сетку         |
| • Удалить вершины        | • Удалить сетку          |
| • Удалить выделенное     | • Выделить               |
| • Перетащить             | • Выделить всё           |
| • Сбросить               | • Отменить выделение     |
| • Дублировать выделенное |                          |

## Привязка меток к геометрическим объектам

Соответствие между геометрическими элементами модели и приписанными им свойствами материалов, граничными условиями и источниками поля устанавливается с помощью меток.

Чтобы привязать метку к объекту:

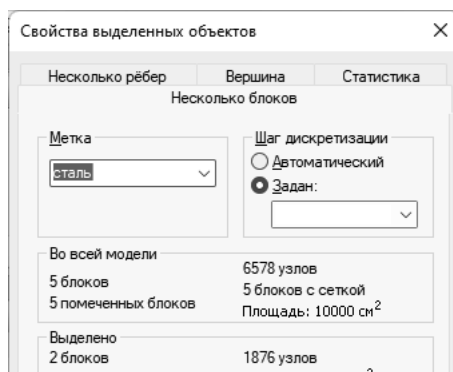
1. Выделите объект.
2. Выберите команду **Свойства** из меню **Правка** или контекстного меню.

3. Введите метку в соответствующем поле диалога и нажмите **ОК**.

Пользуясь разными страницами диалога **Свойства выделенных объектов** можно одновременно задать разные метки для объектов разных типов (блоков, ребер и вершин).

**Клавиша:**

ALT+ENTER



## Технология дискретизации области

После описания геометрии области или её части можно приступить к построению конечно-элементной сетки. Можно построить весьма густую сетку в одних областях и редкую в других, поскольку метод геометрической декомпозиции обеспечивает плавный переход от маленьких элементов к более крупным. Имейте в виду, что вместо ручного управления густотой сетки в областях со значительным изменением поля, можно воспользоваться Адаптивным улучшением сетки (см. главу **“Решение задач”** этого руководства). Густота сетки непосредственно влияет на точность решения в тех или иных частях расчетной области. Сетка должна быть особенно густой в местах сильной неоднородности поля, а также в тех местах расчетной области, где требуется получить наивысшую точность.

При решении задач с несложной геометрией области и для прикидочных расчетов сетка может быть полностью построена в автоматическом режиме. Для этого выберите команду **Построить сетку** из меню **Правка** или контекстного меню, и подходящая сетка конечных элементов будет построена без дополнительной настройки.

Однако, в некоторых случаях качество построенной автоматически сетки может оказаться неудовлетворительным. В таких случаях ELCUT позволяет управлять густотой сетки вручную, задавая шаги дискретизации в определенных вершинах модели. Шаг дискретизации определяет примерное расстояние между соседними узлами сетки, находящимися в окрестности данной вершины. Нет необходимости задавать шаги во всех вершинах модели. Для получения равномерной сетки во всей области задайте шаг дискретизации в одной вершине. Это значение автоматически распространится на все остальные вершины. Если необходима неравномерная сетка, задайте шаги в тех вершинах, где требуется

точность минимальна и максимальна. В этом случае шаги в остальных вершинах автоматически интерполируются вдоль сторон и внутрь блоков таким образом, чтобы обеспечить наиболее плавное изменение размеров ячеек в сетке. Чтобы задать одинаковые шаги дискретизации в нескольких вершинах сразу, выделите эти вершины перед тем, как изменять шаги.

После задания шагов дискретизации можно приступить к построению сетки и после этого переходить к решению проблемы.

Зачастую приходится менять густоту уже построенной сетки, например, если по результатам расчета оказалось, что в каком-нибудь месте необходима большая точность. При изменении шагов дискретизации не забывайте о следующих правилах:

- сетка удаляется автоматически из блоков, примыкающих к вершинам, где изменяется шаг;
- вдоль границ тех блоков, в которых сетка не удаляется, шаги дискретизации не будут подвергнуты автоматическому пересчету, как если бы они были заданы вручную. Поэтому для кардинального изменения густоты сетки сначала удалите ее из всех блоков модели.

Чтобы задать густоту сетки:

1. Выделите вершины, рёбра или блоки, по соседству с которыми требуется установить одинаковое значение шага дискретизации.
2. Выберите команду **Свойства** из меню **Правка** или контекстного меню.
3. Введите значение шага и нажмите **ОК**.

Если при задании шага дискретизации выделены рёбра или блоки, выбранный шаг устанавливается во всех вершинах, расположенных на этих ребрах или границах этих блоков.

Чтобы построить сетку конечных элементов, выполните одно из следующих действий:

- Выберите подходящий вариант из подменю команды **Построить сетку** меню **Правка** или контекстного меню. Сетка будет построена в блоках, соответствующих выбранному варианту подменю.
- Нажмите кнопку **Построить сетку** на панели инструментов модели. В этом случае, часть модели, в которой будет построена сетка, определяется следующим образом:
  - все выделенные блоки, если такие есть;
  - иначе, все помеченные блоки, если такие есть;
  - иначе, все блоки модели.

Чтобы удалить сетку, выполните одно из следующих действий:

- Выберите подходящий вариант из подменю команды **Удалить сетку** меню **Правка** или контекстного меню. Из блоков, соответствующих выбранному варианту, сетка будет удалена;
- Нажмите кнопку **Удалить сетку** на панели инструментов модели. В этом случае, сетка будет удалена из всех выделенных блоков или из всех блоков модели, если выделенных блоков нет.

Меню **Вид** содержит четыре переключателя – **Сетка конечных элементов**, **Декомпозиция области**, **Дискретизация рёбер** и **Шаги дискретизации**, - влияющие на степень видимости дискретизации. Если все они выключены, модель изображается без дискретизации. Этот режим удобен при описании модели и расстановке меток.

Если включён переключатель **Шаги дискретизации**, все заданные вручную шаги дискретизации изображаются в виде окружностей соответствующего радиуса с центрами в соответствующих вершинах.

В режиме **Дискретизация рёбер** разбиение сторон изображается штриховыми метками. Одновременное использование двух последних режимов особенно удобно при расстановке шагов дискретизации.

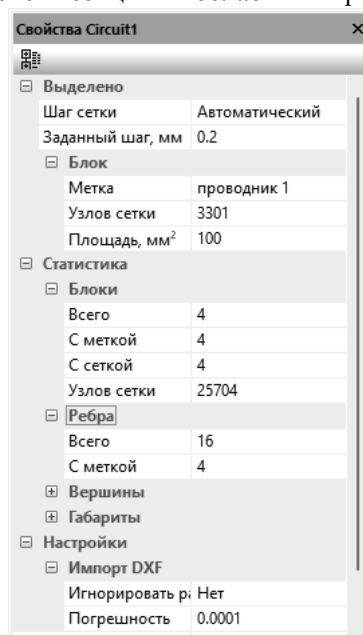
Включение переключателя **Сетка конечных элементов** позволяет наблюдать за процессом построения сетки, в результате которого на экране появляется полностью построенная сетка треугольников.

Включение переключателя **Декомпозиция области** при выключенном переключателе **Сетка конечных элементов** показывает подобласти, получаемые в результате процесса геометрической декомпозиции.

## Окно свойств модели

Окно свойств можно открыть или закрыть командой **Свойства** в меню **Вид**. Это окно обычно приклеено к окнам задач, либо может быть оставлено плавающим.

Окно свойств динамически показывает свойства той модели,





которая является текущей в данный момент.

Здесь можно увидеть статистические свойства, относящиеся к геометрической модели в целом, а также свойства выделенных геометрических объектов (*блоков, ребер, вершин*). Такие свойства как метка объекта и шаг дискретизации можно изменить, вписав новое значение или выбрав его из списка.

Значение метки устанавливается отдельно для каждого типа выделенных геометрических объектов: блоков, ребер, вершин.

Чтобы установить шаг дискретизации, нужно сначала переключить режим в положение "*Задан*", и в появившемся поле "*Заданный шаг*" ввести числовое значение, либо выбрать его из списка.

Введенные значения будут присвоены выделенным объектам немедленно.

## Настройка изображения в окне модели

ELCUT предоставляет следующие способы настройки изображением модели на экране:

- **Масштабирование изображения** позволяет вам увеличить или уменьшить изображение картинки для работы с мелкими и большими объектами.
- **Регулировка видимости деталей модели** облегчает восприятие картинки при настройке модели на разных этапах её создания.
- **Регулировка параметров сетки привязки** делает построение модели, создание вершин и рёбер более быстрым и безопасным.

Имейте в виду, что можно открыть несколько окон для одной и той же модели и настроить их разными способами, например, установить разные масштабы или использовать различные уровни видимости деталей. Чтобы сделать это, выберите команду **Новое окно** из меню **Окна** или воспользуйтесь кнопкой **Новое окно** на панели инструментов

Имеется также возможность расщепить окно модели на две или четыре части, чтобы в каждой из частей можно было установить свой масштаб изображения. Это бывает удобно, например, для того, чтобы наблюдать в крупном масштабе удаленные друг от друга зоны модели, или для того, чтобы одновременно видеть общий вид модели и какую-либо мелкую её часть. Чтобы расщепить окно, воспользуйтесь командой **Разделить** в меню **Окна** либо отбуксируйте в нужное место разделитель – маленький серый прямоугольник в самом верху вертикальной полосы прокрутки или в левом углу горизонтальной полосы. Ликвидировать расщепление окон можно, дважды щелкнув мышью

по ненужной границе либо отбуксировав границу в любую сторону до тех пор, пока она не исчезнет.

## Масштабирование изображения

Чтобы настроить размер окна по размеру модели:

- Нажмите кнопку **Показать всё** на панели инструментов.

Чтобы укрупнить изображение:

1. Нажмите кнопку **Крупнее** на панели инструментов.
2. Нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская, перетащите указатель мыши так, чтобы внутри получившейся рамки содержалась та часть модели, которая должна заполнить окно, после чего отпустите кнопку; или щелкните левой кнопкой мыши внутри окна. Изображение укрупнится в два раза относительно точки, в которой был произведен щелчок.

Чтобы увеличить количество видимых элементов модели:

- Нажмите кнопку **Мельче** на панели инструментов.

Если несколько раз подряд укрупнить изображение окна модели, а потом столько же раз подряд измельчить его, величина масштаба вернется к исходному значению.

### Клавиши:

Укрупнить относительно центра окна CTRL +

Увеличить количество видимых элементов CTRL -

## Сетка привязки

Для изменения параметров сетки выберите команду **Сетка привязки** из меню **Правка** или контекстного меню и установите значения описанных ниже полей диалога в соответствии с собственными потребностями.

Флажок **Показать сетку** включает и выключает видимость сетки привязки.

Флажок **Привязать к сетке** включает и выключает притяжение к узлам сетки. Притяжение означает, что новые вершины создаются только в узлах сетки или в точках

Сетка привязки

☒ Привязать к сетке ☒ Показать сетку

Шаги

По горизонтали: 10 (см)

По вертикали: 10 (см)

☐ Не квадратные ячейки

☒ Масштабировать вместе с окном

Позиция начальной точки

Горизонтальная: 0 (см)

Вертикальная: 0 (см)

OK Отмена

пересечения ребер модели. Это делает построение модели более быстрым, а саму модель более устойчивой.

В полях **Шаги сетки** можно определить расстояния между ближайшими узлами сетки привязки по горизонтали и вертикали. Чтобы использовать разные шаги по горизонтали и по вертикали, взведите предварительно флажок **Не квадратные ячейки**.

Флажок **Не квадратные ячейки** позволяет определить различные шаги сетки привязки по горизонтали и вертикали.

Флажок **Масштабировать вместе с окном** дает возможность изменять зависимость шага сетки от масштаба изображения.

Когда (в частности, по умолчанию) этот флажок взведен, шаги сетки привязки остаются приблизительно постоянными по отношению к координатам экрана.

Когда же этот флажок сброшен, шаги сетки привязки остаются постоянными по отношению к используемым в модели единицам длины.

В полях **Позиции начальной точки** можно задать координаты одного из узлов сетки привязки. Эта возможность позволяет создавать вершины модели, расположенные на регулярных расстояниях относительно заданной точки.

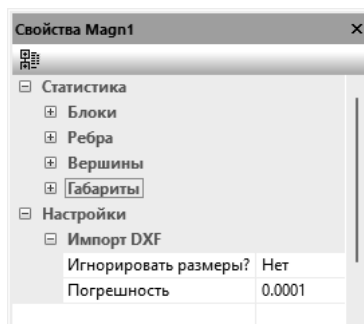
## Обмен данными с другими программами

### Импорт модели из систем автоматизированного проектирования (САПР)

Помимо непосредственного задания геометрии модели средствами графического диалога, имеется возможность импорта геометрической модели или ее части из файла в формате DXF, который можно создать с помощью любой из распространенных систем автоматизированного проектирования. Для этого выберите **Импорт DXF** из меню **Файл**, и после появления диалога выберите или введите имя нужного файла. При необходимости, границы окна модели будут раздвинуты так, чтобы после импорта все элементы модели были видны на экране.

Мы предлагаем также специальную надстройку для импорта в геометрическую модель ELCUT эскизов из *работающей одновременно* программы SolidWorks. Чтобы воспользоваться надстройкой, выберите команду **Импорт из SolidWorks..** из меню **Правка**.

При импорте двумерной геометрии из программ CAD часто возникает необходимость исправить геометрические погрешности импортируемой модели. В частности, некоторые вершины, очень близко расположенные к другим вершинам или ребрам, в действительности должны быть склеены в одну. Решение о необходимости склеивания принимается на основе параметра относительной погрешности (в долях от габарита модели), который можно изменять в окне свойств модели. Для этого предназначен безразмерный параметр **Настройки / Импорт DXF / Погрешность**, который задает геометрический допуск в долях от максимального габарита модели.



Параметр **Игнорировать размеры?** позволяет отключить учет габаритных размеров импортируемого фрагмента, прописанных в DXF-файле. В некоторых случаях эта информация в файле оказывается неверной, что может помешать успешному импорту

## Экспорт модели в системы САПР

Имеется возможность экспортировать всю модель или её фрагменты в файл в формате DXF, который может быть прочитан не только самой программой ELCUT, но и большинством программ САПР. Для этого выберите команду **Экспорт DXF** из меню **Файл** и введите или выберите имя создаваемого файла в появившемся на экране диалоге. При наличии выделенных объектов модели укажите, что нужно экспортировать - всю модель или только выделенные объекты.

Можно также экспортировать сетку конечных элементов модели в текстовый файл, что позволяет выполнить перенос данных в другие программы, реализующие метод конечных элементов. Это, в частности, позволяет использовать ELCUT в качестве генератора сетки для собственного решателя задач.

Полное описание формата такого файла можно найти в справочной системе. Файл содержит информацию о геометрии исходной модели, сетке конечных элементов и метках, привязанных к геометрическим объектам. Имеется утилита для импорта таких файлов в программу MATLAB®, в формате, совместимом с пакетом расширения для работы с дифференциальными уравнениями в частных производных Partial Differential Equations Toolbox (PDE Toolbox).

## Копирование изображения

Содержимое главного окна можно в любой момент скопировать в буфер обмена для последующего использования в любом текстовом редакторе или издательской системе.

- Чтобы скопировать изображение, выберите **Копировать видимую картинку** в меню **Правка**.
- Перейдите в приложение, куда вы хотите вставить изображение, и выберите **Вставить** в меню **Правка**.

## Экспорт изображения в файл

Изображение модели может быть сохранено в файле для последующего использования в других программах, например, для подготовки отчета.

Список поддерживаемых растровых форматов включает BMP, JPEG и PNG.

ELCUT позволяет задать размер картинки с масштабирующим фактором. По умолчанию стоят размеры исходной картинки. Увеличение размеров растровой картинки расходует дисковое пространство, но позволяет получать картинки высокого разрешения, пригодные для публикаций.

**Чтобы сохранить изображение в файле:**

- В окне с нужной Вам картинкой выберите команду **Экспорт картинки** в меню **Файл**. Появится диалог выбора формата и имени выходного файла.
- В поле **Тип файла** выберите нужный формат из списка, а в поле **Имя файла** укажите имя и расположение файла картинки.
- Нажмите кнопку **ОК**.
- Выберите размер картинки в поле **Увеличить картинку**. Можно задать масштабный фактор для увеличения картинки до 20-кратного размера.



## Г Л А В А 5

# Ввод параметров задачи

Чтобы решить задачу, необходимо описать свойства сред, указать источники поля и определить граничные условия. Эти параметры задачи хранятся в файле описания свойств. Связь физических свойств с геометрическими объектами устанавливается путем присвоения меток геометрическим объектам при редактировании модели. О процессе присвоения меток блокам, ребрам и вершинам рассказывает Глава 4 "*Описание геометрии задачи*".

Документ состоит из меток, разделенных на группы.

При двумерном моделировании:

- *метки блоков* описывают свойства материалов и нагрузок в подобластях модели;
- *метки ребер* описывают граничные условия на внешних и, возможно, внутренних поверхностях вашей модели;
- *метки вершин* описывают точечные источники поля и условия закрепления (граничные условия), приложенные к определенным точкам в вашей модели.

При трехмерном моделировании:

- *метки тел* описывают свойства материалов и объемных источников поля в трехмерных телах, составляющих модель;
- *метки граней* описывают граничные условия на внешних и, возможно, внутренних поверхностях модели;
- *метки ребер* описывают граничные условия на внешних и, возможно, внутренних ребрах модели;
- *метки вершин* описывают точечные источники поля и граничные условия, приложенные к определенным точкам модели.

Документы физических свойств различны для разных типов задач. Каждый документ открывается в отдельном окне ELCUT и сохраняется в отдельном файле на диске. Расширения файлов физических свойств также различны для задач разных типов:

Тип задачи	Расширение
Магнитостатическое и нестационарное	.dms











магнитное поле	
Магнитное поле переменных токов	.dhe
Электростатическое поле	.des
Электрическое поле постоянных токов	.dcf
Электрическое поле переменных токов	.dec
Нестационарное электрическое поле	.dtv
Стационарная и нестационарная теплопередача	.dht
Упругие напряжения и деформации	.dsa

- Чтобы создать новый пустой документ физических свойств, выберите **Создать** в меню **Файл** и затем укажите необходимый тип документа в предложенном списке.
- Чтобы открыть существующий документ, выберите позицию **Открыть** в меню **Файл**, или перетащите значок нужного документа из Проводника Windows в окно ELCUT, или, работая в окне описания задачи, дважды щелкните на имени ассоциированного документа физических свойств.

## Ввод свойств материалов и граничных условий

После открытия документа описания физических свойств появится новое окно, отображающее структуру документа в виде дерева. Дерево содержит метки, присвоенные элементам модели.

Значки, помещенные слева от меток, означают следующее:

	Двумерные задачи	Трехмерные задачи
	Метка блока с заданными свойствами материала	Метка тела с заданными свойствами материала
	Метка ребра с заданными значениями граничных условий	Метка грани с заданными значениями граничных условий
	Метка вершины с заданным значением источника поля или граничного условия	Метка ребра с заданными значениями граничных условий
	- нет -	Метка вершины с заданным значением источника поля или граничного условия
 	Упомянутая в модели метка, для которой еще не заданы значения свойств	
 	Пустая метка блока. Соответствующий блок исключается из расчета поля	
 	Метка с естественными граничными условиями и нулевыми источниками поля	



## Создание новой метки

Чтобы создать новую метку:

1. Выберите **Метку блока**, или **Метку ребра**, или **Метку вершины** в меню **Вставить** или перейдите к нужной группе меток в дереве и выберите **Создать метку** в контекстном меню (правая кнопка мыши).
2. В нужной ветви дерева появится новая метка, приглашая ввести имя, которое вы хотите ей присвоить.
3. Просто наберите имя метки и нажмите клавишу ENTER.

## Ввод свойств метки

Чтобы ввести свойства метки:

- Дважды щелкните в списке ту метку, свойства которой вы хотите изменить.
- Или щелкните метку правой кнопкой мыши и затем выберите **Свойства** в контекстном меню.
- Или выделите метку и выберите позицию **Свойства** в меню **Правка**.

Появится диалоговое окно, вид которого зависит от класса решаемой задачи и типа геометрического объекта, которому присвоена данная метка.

Чтобы закончить ввод свойств метки, нажмите **ОК**. Нажатие кнопки **Отмена** приведет к закрытию окна ввода свойств метки без сохранения изменений.

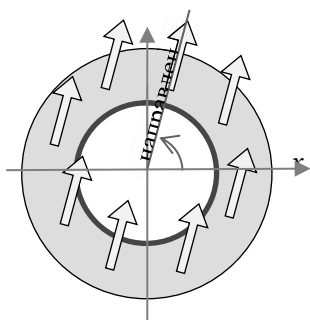
## Ввод свойств метки в задачах магнитостатического и нестационарного магнитного поля

В задаче магнитостатики в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора магнитной проницаемости, полный ток или плотность тока, и коэрцитивная сила постоянного магнита и её направление.

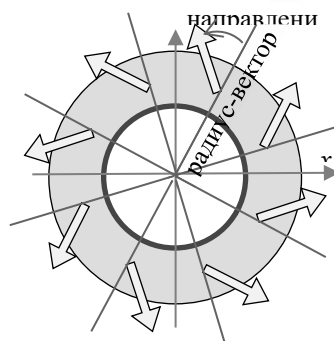
Чтобы задать линейную или осевую намагниченность выберите **Декартовы** или **Полярные** координаты. В случае декартовых координат направление измеряется от оси  $x$ , против часовой стрелки. В случае полярных координат направление измеряется от радиус-вектора.

В нелинейных средах вам надо задать кривую намагничивания вместо магнитной проницаемости. В этом случае отметьте флажок

**Нелинейный материал**, чтобы перейти в редактор кривой намагничивания (В-Н кривая). Если кривая намагничивания уже была определена, диалоговое окно будет иметь кнопку **Кривая В-Н**, которую надо нажать, чтобы перейти в редактор кривой. Подробное описание процесса редактирования кривой приведено в разделе "*Работа с кривыми*" в конце этой главы.



Декартовы координаты



Полярные координаты

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонентов магнитной проницаемости содержит слово **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину магнитной проницаемости, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Свойства метки блока - обмотка

Общие

Магнитная проницаемость

$\mu_z = 1$   $\mu_y = 1$

☒ Относительная ☐ Абсолютная

☐ Нелинейный материал ☐ Анизотропный материал

Координаты

☒ Декартовы ☐ Полярные

Коррелятивная сила магнита

Величина: 0 (А/м) **f**

Направление: 0 (град)

Электропроводность (только для переходных процессов)

$\gamma =$  (См/м) ☐ Зависит от температуры

Температура: (°C)

Источники поля

$j = 1e8$  (А/м<sup>2</sup>) **f**

☒ Плотность тока ☐ Полное число Ампер-витков

Проводники соединены

☒ Параллельно ☐ Последовательно

Если вы хотите задать два разных значения для координатных составляющих тензора магнитной проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропный материал**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

В нестационарных задачах, ELCUT позволяет задавать ненулевую электропроводность для блока. В этом случае в блоке будут рассчитаны вихревые токи. Электропроводность материала может зависеть от температуры. Зависимость задается таблично и автоматически аппроксимируется сплайном.

Чтобы задать электропроводность, зависящую от температуры, установите флажок **Зависит от температуры**, в результате чего откроется окно работы с кривой. Если зависимость электропроводности от температуры уже была задана, вы увидите кнопку **Кривая  $\gamma = \gamma(T)$ ...**, нажатие которой откроет окно для работы с кривой.

Значение температуры для вычисления электропроводности задается для блока константой или формулой в поле **Температура**. Формула задает зависимость температуры от времени и/или координат. Нужно иметь в виду, что независимо от единиц длины, выбранных для данной задачи, в формулах координаты задаются в метрах.

---

*Замечание.* Температуру можно задавать как в градусах Кельвина, так и в градусах Цельсия, но этот выбор должен быть согласован с единицами измерения температуры в кривой зависимости электропроводности от температуры.

---

Ввод источника поля несколько различается для стационарной и нестационарной задачи. Кроме того, в нестационарной задаче могут рассматриваться проводники двух типов – намотанные тонким проводом, или массивные. В первом случае в поле задается электропроводность ноль, и вихревые токи в таком блоке отсутствуют. В массивном проводнике, наоборот, указывается ненулевая электропроводность материала, и тогда в таком блоке будет рассчитано распределение вихревых токов.

Если задача стационарная, или в нестационарной задаче для данного блока указана нулевая проводимость, то источник поля может быть задан в форме плотности тока или полного числа ампер-витков. Если вы задали полный ток, то, в зависимости от вашего выбора, все блоки, имеющие данную метку, рассматриваются либо как один проводник, либо как проводники, соединенные последовательно. В последнем случае проводники несут одинаковый ток, а плотность тока в них обратно пропорциональна площади проводника.

Когда полный ток в проводнике задан в осесимметричной задаче, вы можете дополнительно указать, что плотность тока по сечению распределена обратно пропорционально расстоянию от оси вращения. Это может оказаться полезным при моделировании массивных спиральных катушек, у которых внутренний диаметр существенно меньше наружного.

Плотность тока может быть функцией координат, и, кроме того, плотность тока или полный ток в нестационарной задаче могут быть функцией времени. Для задания физической величины как функции координат или времени, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" в конце этой главы.

В нестационарных задачах для блоков с ненулевой проводимостью источник поля задается в виде приложенного напряжения или полного тока. Напряжение считается приложенным к проводнику в целом, поэтому оно не должно зависеть от координат, но может являться функцией времени.

В свойствах метки ребра можно задать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Граничные условия Дирихле (заданный магнитный потенциал) и Неймана (заданная касательная составляющая напряженности поля) могут зависеть от координат, а для нестационарной задачи еще и от времени. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Вершина в задаче магнитостатики может иметь известный векторный магнитный потенциал или электрический ток, проходящий через эту вершину. Включите один из флажков и введите числовое значение.

В нестационарных электромагнитных задачах можно задать известный векторный магнитный потенциал и линейный ток как функцию времени. Кроме того, они могут также зависеть и от координат. В последнем случае истинное значение граничного

условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой. Чтобы задать зависимость, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "*Формулы*" далее в этой главе.

## Ввод свойств метки в задаче магнитного поля переменных токов

В задаче магнитного поля переменных токов в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора магнитной проницаемости, электропроводность и один из трех возможных источников поля: плотность тока, напряжение, или полный ток.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонентов магнитной проницаемости содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину магнитной

проницаемости, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Если вы хотите задать два разных значения для координатных составляющих тензора магнитной проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропный материал**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Имея дело с нелинейными материалами, вы должны задать кривую намагничивания материала вместо постоянной магнитной проницаемости. Установите флажок **Нелинейный материал**, чтобы открыть окно работы с кривыми намагничивания В-Н. Если В-Н кривая уже была задана, вы увидите кнопку **Кривая В-Н...**, нажав которую вы откроете окно для работы с кривой.

---

*Замечание.* В задачах магнитного поля переменных токов магнитная индукция в каждой точке поля меняется в течение периода. Поэтому магнитная проницаемость нелинейного материала тоже меняется со временем. Для того чтобы рассчитать поле, в нелинейном материале вводится эквивалентная, не зависящая от времени магнитная проницаемость. Её величина подбирается с таким расчетом, чтобы средняя энергия магнитного поля  $(B \cdot H)/2$  за период сохранялась.

---

В редакторе кривых намагничивания вы вводите зависимость В(Н) для постоянного тока. Исходная кривая (на постоянном токе) нарисована на графике сплошной зеленой линией. Пересчитанная кривая для переменного тока показана красным пунктиром.

Введите значение электропроводности материала в поле **Электропроводность** или оставьте нулевое значение для непроводящих материалов. Если электропроводность для некоторого блока равна нулю, то в нём не будет рассчитываться распределение вихревых токов. Тем не менее, и в таком блоке можно задать сторонний ток.

Электропроводность материала может зависеть от температуры. Зависимость задается таблично и автоматически аппроксимируется сплайном. Чтобы задать электропроводность, зависящую от температуры, установите флажок **Зависит от температуры**, в результате чего откроется окно работы с кривой. Если зависимость электропроводности от температуры уже была задана, вы увидите кнопку **Кривая  $\gamma=\gamma(T)$ ...**, нажатие которой откроет окно для работы с кривой.

Значение температуры для вычисления электропроводности задается для блока константой или формулой в поле **Температура**. Формула задает зависимость температуры от координат. Нужно

иметь в виду, что независимо от единиц длины, выбранных для данной задачи, в формулах координаты задаются в метрах.

Температурное поле может быть рассчитано заранее и импортировано в задачу расчета магнитного поля переменных токов. Для этого сформулируйте и решите задачу установившейся или нестационарной теплопередачи на той же геометрической модели и воспользуйтесь механизмом связанных задач.

---

*Замечание:* Температуру можно задавать как в градусах Кельвина, так и в градусах Цельсия, но этот выбор должен быть согласован с единицами измерения температуры в кривой зависимости электропроводности от температуры.

---

В блоках с нулевой электропроводностью в качестве источника поля может быть задана плотность тока или полный ток проводника. В блоке с ненулевой электропроводностью (массивный проводник) источником поля является полный ток или приложенное к проводнику напряжение.

В случае, когда источником поля является заданная плотность тока, ее величина и фаза может зависеть от координат. Для задания функции от координат просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Когда заданы полный ток или напряжение, вы можете указать, являются ли все блоки с данной меткой одним проводником или проводниками, соединенными последовательно. В последнем случае полный ток проводников будет одинаковым, а плотность тока будет найдена после решения задачи.

В случаях, когда расчет поля производится совместно с присоединенной электрической цепью, приложенное напряжение или полный ток для массивного проводника (с ненулевой проводимостью) задать в окне свойств метки нельзя. Вместо этого, поместите все проводящие блоки в электрическую цепь, и графически присоедините к ним источники тока или напряжения с заданными номиналами. В окне свойств метки следует лишь указать параллельное или последовательное соединение отдельных проводников, помеченных данной меткой.

---

*Замечание.* Если не указано, что проводники с заданным полным током соединены последовательно, то считается, что полный ток, заданный в свойствах метки - это *суммарный* ток всех блоков, обозначенных данной меткой.

---

В задаче магнитного поля переменных токов всегда задается амплитудное (пиковое) значение величины для всех параметров, зависящих от времени.

Вкладка "Потери в стали" предназначена для ввода свойств магнитомягкого материала, необходимых для вычисления потерь мощности в нем. Эти свойства необязательны. Если не вводить никаких значений в эти поля, они

Свойства метки блока - стальной экран

Общие Потери в стали

Коэффициенты для потерь в ферромагнетике (не обязательно):

$$P_{\text{iron}} = P_{\text{hyst}} + P_{\text{eddy}} + P_{\text{excess}} \quad (\text{Вт/м}^3)$$

$K_h = 138$  Потери на гистерезис:  $P_{\text{hyst}} = K_h \cdot B^2 \cdot f$

$K_g = 0.048$  Потери от вихр. токов:  $P_{\text{eddy}} = K_g \cdot B^2 \cdot f^2$

$K_e = 6.82$  Добавочные потери:  $P_{\text{ex}} = K_e \cdot (B \cdot f)^{3/2}$

ЗАМЕЧАНИЕ: Потери от вихревых токов вычисляются по указанной формуле только если у материала задана нулевая электропроводность.

останутся нулевыми, и магнитные потери в блоках, помеченных данной меткой, не будут вычисляться. Заданные коэффициенты имеют смысл удельных потерь на единицу объема в Вт/м<sup>3</sup>.

Потери в магнитных материалах возникают по двум основным причинам: омические потери, потери от вихревого тока и потери от периодического перемагничивания материала, пропорциональные площади петли гистерезиса. Если для материала задана ненулевая электропроводность, то потери на вихревые токи учитываются автоматически и для их вычисления не требуются отдельно задавать коэффициенты удельных потерь.

Иначе обстоит дело в магнитных сердечниках, изготовленных из пакета тонких изолированных стальных листов (шихтованные или ламинированные сердечники). В этом случае электропроводность материала должна быть задана нулевой, иначе ELCUT не примет во внимание ламинацию, и вихревые токи будут гораздо сильнее истинных. Несмотря на нулевую электропроводность магнитного материала, потери от вихревых токов в тонких листах, тем не менее, будут возникать. Обычно их учитывают при помощи той или иной эмпирической формулы.

ELCUT использует для вычисления потерь в стали эмпирическую формулу Бертогги:

$$p = k_h \cdot f \cdot B^2 + k_c \cdot f^2 \cdot B^2 + k_e \cdot (f \cdot B)^{1.5}$$

Здесь  $B$  - максимальная за период величина модуля вектора магнитной индукции,  $f$  - частота задачи,  $k_h$ ,  $k_c$ ,  $k_e$  - коэффициенты удельных потерь на единицу объема для данного материала. Значения коэффициентов удельных потерь следует ввести в поля диалогового окна или оставить нулевым для исключения соответствующего компонента потерь из расчета.



Первый член формулы соответствует потерям на гистерезис, второй член - потерям от вихревых токов и третий член учитывает дополнительные магнитные потери, не входящие в первые две разновидности.

Вычисление коэффициентов удельных потерь в стали для данного материала по известным или измеренным данным зависимости удельных потерь от магнитной индукции и частоты  $p_{cm} = f(B, f)$  представляет собой задачу аппроксимации, которая решается за пределами ELCUT. Более подробно с этим вопросом можно ознакомиться на сайте

[www.elcut.ru/glossary/core\\_loss\\_coefficients\\_r.htm](http://www.elcut.ru/glossary/core_loss_coefficients_r.htm)

В свойствах метки ребра можно указать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Значения и фазы граничных условий Дирихле (заданный магнитный потенциал) и Неймана (заданная касательная составляющая напряженности поля) могут зависеть от координат. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Вершина в задаче магнитного поля переменных токов может иметь известный векторный магнитный потенциал или электрический ток, проходящий через

эту вершину. Включите один из флажков и введите числовое значение.

Величины и фазы заданного потенциала и линейного тока могут быть заданы в виде функции координат. В этом случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой.

## Ввод свойств метки в задаче электростатики

В задаче электростатики в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора диэлектрической проницаемости и объемная

плотность электрического заряда.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонент диэлектрической проницаемости содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину диэлектрической проницаемости, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Если вы хотите задать два разных значения для координатных составляющих тензора диэлектрической проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропный диэлектрик**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Источник поля - плотность объемного заряда – может зависеть от координат. Чтобы задать такую зависимость, просто введите формулу в поле данных вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" в конце этой главы.

При работе с трехмерной задачей диэлектрическая проницаемость и объемная плотность стороннего заряда задается в метке тела. Работа со свойствами метки тела аналогична свойствам метки блока с той разницей, что трехмерная модель пока не поддерживает анизотропию свойств, поэтому диэлектрическая проницаемость задается одним числом.

В свойствах метки ребра (а также грани при трехмерном моделировании) можно указать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Значения граничных условий Дирихле (заданный потенциал) и Неймана (заданная касательная составляющая электрической индукции) могут зависеть от координат. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с

Свойства метки ребра - проводник 1

Общие

☒ Потенциал:  $U = U_0$   
 $U_0 = 1$  (В)

☐ Поверхностный заряд:  $D_n = \sigma$  ( $\Delta D_n = \sigma$ )  
 $\sigma = 0$  (Кл/м<sup>2</sup>)

☐ Изолированный проводник (равный неизвестный потенциал)

☐ Четная периодичность:  $U_1 = U_2$   
☐ Нечетная периодичность:  $U_1 = -U_2$

формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Вершина в задаче электростатики может иметь известное значение потенциала или электрического заряда. Включите один из флажков и введите числовое значение.

Свойства метки вершины - заряд

Общие

☐ Потенциал:  $U = U_0$   
 $U_0 = 0$  (В)

☒ Заряд  
 $q = 1.e-9$  (Кл/м)

Величины заданного потенциала и заряда могут быть заданы в виде функции координат. В этом случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой.

## Ввод свойств метки в задаче нестационарного электрического поля

Свойства метки блока в задаче нестационарного электрического поля отличаются от электростатики возможностью указать зависимость диэлектрической проницаемости от напряженности поля. Кроме того, для этого типа задач диэлектрик может обладать небольшой электропроводностью, которая, в свою очередь, может быть постоянной или зависеть от напряженности электрического поля.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонент диэлектрической проницаемости содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового

значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину диэлектрической проницаемости, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Если вы хотите задать два разных

значения для координатных составляющих тензора диэлектрической проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропный диэлектрик**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Если диэлектрическая проницаемость материала зависит от напряженности электрического поля **E**, отметьте флажок **Нелинейная проницаемость**, чтобы перейти в окно редактора кривых. Если кривая нелинейной проницаемости уже была задана для данной метки, в диалоговом окне свойств метки вместо окон для ввода компонент тензора диэлектрической проницаемости будет кнопка с надписью  $\epsilon = \epsilon(E)$ .

Если вы хотите задать два разных значения для координатных составляющих тензора диэлектрической проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропная проницаемость**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Аналогичным образом задается электропроводность диэлектрика, которая, при необходимости, может зависеть от напряженности электрического поля **E**. Если зависимость от поля не задана, то электропроводность может быть анизотропной. В последнем случае, перед вводом значений отметьте флажок **Анизотропная электропроводность**.

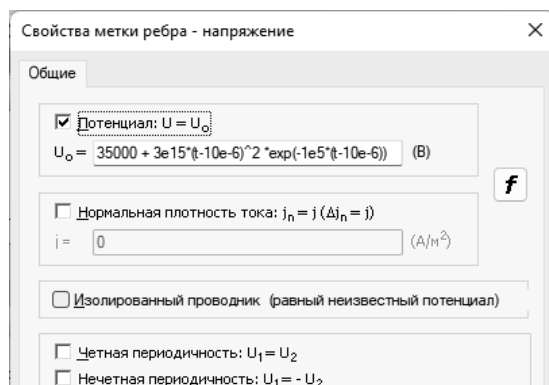
В свойствах метки ребра можно задать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Граничные условия Дирихле (заданный потенциал) и Неймана (заданная нормальная составляющая плотности тока) могут зависеть от координат и от времени. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в

соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

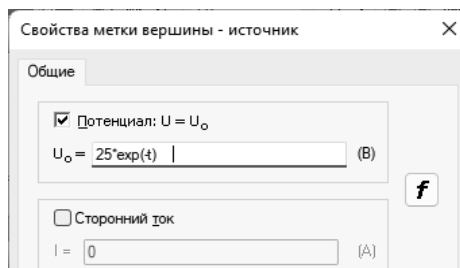
Вершина в задаче нестационарного электрического поля может иметь известный потенциал или электрический ток, проходящий через эту вершину.

Включите один из флажков и введите числовое значение.



Указанные параметры могут быть функциями времени. Кроме того, они могут также зависеть и от координат. В последнем случае истинное значение граничного условия

будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой. Чтобы задать зависимость, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

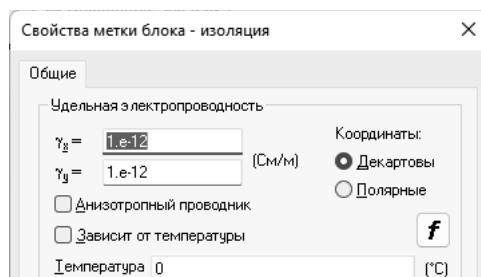


## Ввод свойств метки в задаче электрического поля постоянных токов

В задаче электрического поля постоянных токов в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора удельной электрической проводимости.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонент удельного сопротивления содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле

или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто



введите величину удельного электрического сопротивления, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Если вы хотите задать два разных значения для координатных составляющих тензора электрического сопротивления, сначала отметьте флажок **Анизотропный проводник**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Электропроводность материала может зависеть от температуры. Зависимость задается таблично и автоматически аппроксимируется сплайном.

Чтобы задать электропроводность, зависящую от температуры, установите флажок **Зависит от температуры**, который откроет окно работы с кривой

Если зависимость электропроводности от температуры уже была задана, вы увидите кнопку **Кривая  $\gamma = \gamma(T)$ ...**, нажатие которой откроет окно для работы с кривой.

Значение температуры для вычисления электропроводности задается для блока константой или формулой в поле **Температура**. Формула задает зависимость температуры от координат. Нужно иметь в виду, что независимо от единиц длины, выбранных для данной задачи, в формулах координаты задаются в метрах.

---

*Замечание:* Температуру можно задавать как в градусах Кельвина, так и в градусах Цельсия, но этот выбор должен быть согласован с единицами измерения температуры в кривой зависимости электропроводности от температуры.

---

В свойствах метки ребра можно задать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Значения граничных условий Дирихле (заданный потенциал) и Неймана (заданная нормальная плотность тока) могут зависеть от координат. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами

Свойства метки ребра - проводник 1

Общие

☒ Потенциал:  $U = U_0$   
 $U_0 = 1$  (В)

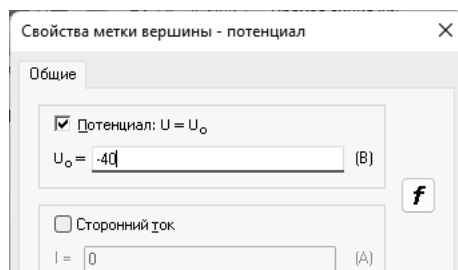
☐ Поверхностный заряд:  $D_n = \sigma$  ( $\Delta D_n = \sigma$ )  
 $\sigma = 0$  (Кл/м<sup>2</sup>)

☐ Изолированный проводник (равный неизвестный потенциал)

☐ Четная периодичность:  $U_1 = U_2$   
☐ Нечетная периодичность:  $U_1 = - U_2$

смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Вершина в задаче электрического поля постоянных токов может иметь известное значение электрического потенциала или стороннего тока. Включите один из флажков и введите числовое значение.

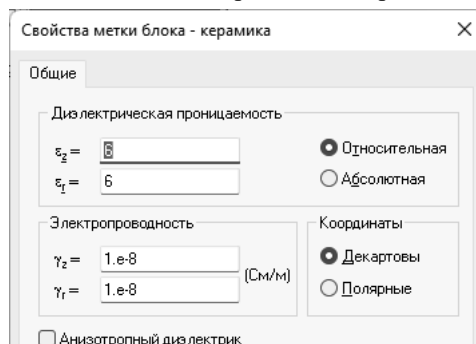


Величины заданного потенциала и стороннего тока могут быть заданы в виде функции координат. В этом случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой.

## Ввод свойств метки в задаче электрического поля переменных токов

В задаче электрического поля переменных токов в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора диэлектрической проницаемости и две компоненты электропроводности.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонентов диэлектрической проницаемости содержит слово **Нет** вместо числового



значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если нужно задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину диэлектрической проницаемости.

Чтобы задать два разных значения для координатных составляющих тензора диэлектрической проницаемости, сначала отметьте флажок **Анизотропный материал**. Результат зависит от выбора системы координат для данной метки – декартовой или полярной.

Если электропроводность для некоторого блока равна нулю, то в нём не будет рассчитываться распределение вихревых токов. Тем не менее, и в таком блоке можно задать сторонний ток.

Электропроводность материала может зависеть от температуры. Зависимость задается таблично и автоматически аппроксимируется сплайном. Чтобы задать электропроводность, зависящую от температуры, установите флажок **Зависит от температуры**, в результате чего откроется окно работы с кривой.

Если зависимость электропроводности от температуры уже была задана, вы увидите кнопку **Кривая  $\gamma=\gamma(T)$ ...**, нажатие которой откроет окно для работы с кривой.

Значение температуры для вычисления электропроводности задается для блока константой или формулой в поле **Температура**. Формула задает зависимость температуры от координат. Нужно иметь в виду, что независимо от единиц длины, выбранных для данной задачи, в формулах координаты задаются в метрах.

Температурное поле может быть рассчитано заранее и импортировано в задачу расчета магнитного поля переменных токов. Для этого сформулируйте и решите задачу установившейся или нестационарной теплопередачи на той же геометрической модели и воспользуйтесь механизмом связанных задач. Если в некотором блоке одновременно имеется импортированное температурное поле и задано значение температуры константой или формулой, то используется импортированное значение температуры.

---

*Замечание:* Температуру можно задавать как в градусах Кельвина, так и в градусах Цельсия, но этот выбор должен быть согласован с единицами измерения температуры в кривой зависимости электропроводности от температуры.

---

В задаче электрического поля переменных токов всегда задается амплитудное (пиковое) значение величины для всех параметров, зависящих от времени.

В свойствах метки ребра можно указать одно из возможных граничных условий. Выберите тип условия и введите числовое значение.

Значения и фазы граничных

Свойства метки ребра - U+

Общие

☒ Потенциал:  $U = U_0$

$U_0 = 5$  (В)

$\varphi = 0$  (град)

☐ Нормальная плотность тока:  $j_n = j(\Delta j_n = j)$

$j = 0$  (А/м<sup>2</sup>)

$\varphi = 0$  (град)

☐ Изолированный проводник (равный неизвестный потенциал)

☐ Четная периодичность:  $U_1 = U_2$

☐ Нечетная периодичность:  $U_1 = -U_2$



условий Дирихле (заданный потенциал) и Неймана (заданная нормальная составляющая плотности тока) могут зависеть от координат. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе **"Формулы"** далее в этой главе.

Подробнее о задании периодических граничных условий смотрите в разделе **"Периодические граничные условия"** далее в этой главе.

Вершина в задаче электрического поля переменных токов может иметь известное значение электрического потенциала или стороннего тока. Включите один из флажков и введите числовое значение

Величины заданного потенциала и стороннего тока могут быть заданы в виде функции координат. В этом случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой.

## Ввод свойств метки в задаче теплопередачи

В задаче теплопередачи в свойствах метки блока задаются две компоненты тензора теплопроводности и объемная плотность тепловыделения. Для нестационарной задачи необходимо также задать теплоемкость и плотность.

Чтобы описать теплопроводность как функцию от температуры, отметьте флажок **Нелинейный материал**. Появится окно редактора кривой для задания зависимости  $\lambda = \lambda(T)$ . Подробное описание процесса редактирования кривой приведено в разделе **"Работа с кривыми"** в конце этой главы.

Объемная плотность тепловыделения также может зависеть от температуры. Чтобы задать это, отметьте флажок **Зависит от температуры**, расположенный рядом с полем объемной плотности тепловыделения. Подробное описание процесса редактирования кривой приведено в разделе **"Работа с кривыми"** в конце этой главы.

Объемная мощность тепловыделения может зависеть от координат, а в нестационарных задачах еще и от времени. Чтобы задать

значение источника в виде функции, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" в конце этой главы.

Теплоемкость может быть задана как постоянная величина или как функция температуры. В последнем случае отметьте флажок **Зависит от температуры**, расположенный рядом с полем теплоемкости.

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонентов теплопроводности содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину теплопроводности, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Если теплопроводность материала различна вдоль разных осей координат, отметьте флажок **Анизотропный материал** и затем введите разные значения в соответствующие поля. Результат будет зависеть от выбора системы координат для данной метки.

В свойствах метки ребра можно задать сразу несколько видов возможных граничных условий.

Выберите тип условия и введите числовое значение. Тепловой поток, конвекция и радиация могут быть заданы одновременно.

Это значит, что тепловой поток с поверхности может отводиться несколькими путями.

Граничные условия первого рода (известная температура), второго рода (известный тепловой поток с поверхности), условия конвекционного и радиационного теплообмена могут зависеть от координат, а в случае нестационарной задачи – еще и от времени. Чтобы задать значение граничного условия в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами см. в разделе **"Формулы"** далее в этой главе.

Вершина в задаче расчета температурного поля может иметь известное значение температуры или представлять собой

линейный источник тепла. Включите один из флажков и введите числовое значение.

Свойства метки вершины - нагрев

Общие

☐ Температура:  $T = T_0$

$T_0 =$  0 (°C)

☒ Источник тепла

$q =$  25 (Вт/м)

f

В нестационарных тепловых задачах можно задать известную температуру вершины и мощность источника тепла как функцию времени. Кроме того, они могут также зависеть и от координат. В последнем случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой. Чтобы задать зависимость, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе **"Формулы"** далее в этой главе.

## Ввод свойств метки в задаче теории упругости

Диалог свойств метки блока для задачи теории упругости в свойствах метки блока содержит три закладки.

### 1. Упругие константы материала

Перед началом ввода свойств новой метки поле компонентов модуля Юнга содержит **Нет** вместо числового значения. Слово **Нет** в этом поле или отсутствие числового значения означает, что блок с этой меткой исключен из расчетной области. Если вы хотите задать свойства среды (и тем самым включить блок в расчет), просто введите величину модуля Юнга, которая автоматически заменит подсвеченное слово **Нет**.

Анизотропный (точнее, ортотропный) материал описывается семью независимыми упругими константами. Если ваш случай именно

таков, прежде чем вводить значения, отметьте флажок **Анизотропия**. В противном случае из семи констант независимыми будут только две. Это касается также и коэффициентов линейного расширения.

Свойства метки блока - металл

Упругие константы    Нагрузки    Допустимые напряжения

Модуль Юнга

$E_x = 2.07e+11$      $E_y = 2.07e+11$      $E_z = 2.07e+11$  (Н/м<sup>2</sup>)

Коэффициент Пуассона

$\nu_{xy} = 0.3$      $\nu_{xz} = 0.3$      $\nu_{yz} = 0.3$

Модуль сдвига

$G_{xy} = 7.9615e+10$  (Н/м<sup>2</sup>)    ☐ Анизотропный материал

☒ Декартовы    ☐ Полярные    OK    Отмена    Справка

## 2. Нагрузки и термические деформации

Компоненты вектора плотности объемной силы (например, центробежной силы) могут зависеть от координат. Чтобы задать значение нагрузки в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

Свойства метки блока - металл

Упругие константы    Нагрузки    Допустимые напряжения

Термические деформации

Коэффициенты теплового расширения

$\alpha_x = 1.11e5$      $\alpha_y = 1.11e5$      $\alpha_z = 1.11e5$  (1/K)

Превышение температуры

$\Delta T = 0$  (°C)    ☐ Анизотропный материал

Объемные силы

$f_x = 0$      $f_y = 5*(x*x + y*y)$  (Н/м<sup>3</sup>)    **f**

☒ Декартовы    ☐ Полярные    OK    Отмена    Справка

Задание вида тепловых нагрузок отличается в одиночных задачах и в связанных термоупругих задачах:

- В одиночных задачах вы задаете разницу температур между деформированным и недеформированным состоянием, которая является постоянной во всех блоках с данной меткой.
- В связанных термоупругих задачах вам надо задать начальную температуру недеформированного состояния для каждого блока отдельно или каждого блока, имеющего тепловую нагрузку.

### 3. Предельно допустимые напряжения

Свойства метки блока - металл

Упругие константы    Нагрузки    Допустимые напряжения

Растяжение

$\sigma_x^* = 1.6e8$      $\sigma_y^* = 1.6e8$     (Н/м<sup>2</sup>)

Сжатие

$\sigma_x^* = 1.6e8$      $\sigma_y^* = 1.6e8$     (Н/м<sup>2</sup>)

Сдвиг

$\tau_{xy}^* =$      $\tau_{xy}^* =$     (Н/м<sup>2</sup>)    ☐ Анизотропия

☒ Декартовы    ☐ Полярные    ОК    Отмена    Справка

Величины допустимых напряжений не влияют на процесс решения. Они используются только при анализе результатов решения для вычисления критериев Мора-Кулона, Друкера-Прагера и Хилла. Вам не нужно задавать допустимые напряжения, если вас не интересуют значения этих критериев.

Свойства метки ребра - нагрузка

Общие

Фиксированное перемещение

☐  $\delta_x =$     +    'x +    'y    (мм)

☐  $\delta_y =$     +    'x +    'y    (мм)

Нормальное давление

$P = 0$     (Н/м<sup>2</sup>)    **f**

Поверхностная сила

$f_x = 0$     (Н/м<sup>2</sup>)

$f_y = -4e8$     (Н/м<sup>2</sup>)

Координаты

☒ Декартовы    ☐ Полярные

В свойствах метки ребра можно задать фиксированное перемещение вдоль одной или обеих координатных осей и поверхностные силы, описываемые как нормальное давление или своими координатными компонентами. Чтобы задать фиксированное перемещение вдоль одной из осей, отметьте соответствующий флажок и введите величину фиксированного перемещения.

Нормальное давление и компоненты поверхностной силы могут зависеть от координат. Чтобы задать значение нагрузки в виде функции, просто введите формулу в соответствующее поле данных. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

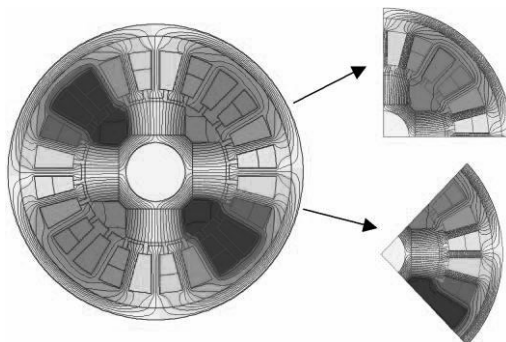
Вершина в задаче теории упругости может быть точкой жесткого или упругого подвеса вдоль одной или обеих координатных осей, или точкой приложения внешней силы. Чтобы задать фиксированное перемещение вдоль одной из осей, отметьте соответствующий флажок и введите величину фиксированного перемещения.

Компоненты силы, приложенной к вершине, могут зависеть от координат. В таком случае истинное значение граничного условия будет вычислено с учетом положения каждой вершины, помеченной данной меткой. Чтобы задать зависимость, просто введите формулу вместо числового значения. Подробнее о работе с формулами смотрите в разделе "**Формулы**" далее в этой главе.

## Периодические граничные условия

Специальный вид граничных условий используется для уменьшения области решения, если в исходной модели присутствует периодическая симметрия (например, полюса в электрической машине). Периодические условия задаются на противоположных сторонах модели и определяют, что значение поля по обе стороны границы либо полностью совпадает (четная периодичность), либо равно по величине и противоположно по знаку. Периодические условия являются более общими условиями, чем условия Дирихле и Неймана, так как они не предполагают, что поле симметрично (отсутствует нормальная компонента) или антисимметрично (отсутствует тангенциальная компонента) на рассматриваемой границе. Обе компоненты могут существовать, но они должны совпадать или быть противоположными.

В отличие от других конечно-элементных пакетов ELCUT не требует, чтобы густота сетки была одинакова на периодической



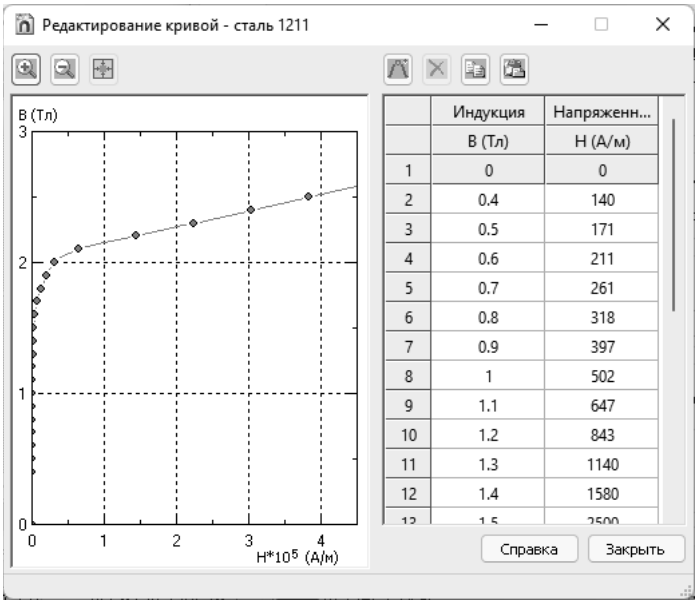
границе и правильно вычисляет значения на ребрах с различной густотой сетки.

Чтобы задать периодическое граничное условие, просто отметьте соответствующий флажок (Четная или Нечетная периодичность) для метки, описывающей свойства ребер на периодической границе.


*Замечание.* Если есть возможность использовать оба условия (симметрии или периодичности), то лучше выбрать симметрию. Этим достигается более высокая скорость счета.

## Работа с кривыми

Физические параметры задачи, описываемые функциональными зависимостями, задаются в виде таблиц, состоящих из двух столбцов: аргумент и функция. Эти таблицы связывают между собой значения каких-либо двух физических величин, например, индукцию и напряженность магнитного поля, или теплопроводность и температуру. Редактирование таблицы сопровождается показом функциональной зависимости в виде графика, где в промежутках между таблично заданными значениями функциональная зависимость интерполируется кубическим сплайном. Именно в таком виде функциональные зависимости поступают на вход модуля, осуществляющего решение задачи.




Чтобы добавить новую точку в таблицу, щелкните мышью левую ячейку в нижней строке таблицы, помеченной **Ещё** или нажмите

кнопку  на панели инструментов. Введите значение аргумента (в нашем примере  $B$ ) и нажмите ENTER. Курсор автоматически перейдет в соседнюю ячейку. Напечатайте там значение функции (в нашем случае  $H$ ) и снова нажмите клавишу ENTER).

Любое значение в таблице можно исправить, просто напечатать новое значение в ячейке.

Вы можете выделить нужные точки либо в таблице, либо на поле графика. Выделенные строки можно скопировать в буфер обмена (CTRL+C). Можно также вставить данные в таблицу из буфера обмена.

Чтобы удалить точку, выделите её в таблице или на графике и нажмите кнопку **Удалить** или клавишу DEL.

Для управления масштабом изображения графика используются кнопки . Чтобы сделать картинку крупнее, нажмите кнопку **Крупнее** и выделите мышью интересующий прямоугольник, либо просто щелкните в область графика. Кнопка **Мельче** делает изображение мельче, а кнопка **Показать всё** настраивает масштаб так, чтобы были видны все точки на графике.

Размер диалогового окна редактора кривой можно менять, растягивая его мышью. Размер и положение окна запоминается на будущее.

Картинку графика можно сохранить в буфере обмена или вывести в файл. Для этого воспользуйтесь контекстным меню, щелкнув в область графика правой кнопкой мыши. Чтобы завершить работу с кривой, нажмите кнопку **Заккрыть** или клавишу ESC. Отметим, что если вы вслед за этим завершите работу с меткой блока клавишей ESC или кнопкой **Заккрыть**, то все изменения в параметрах этой метки, включая кривую, будут аннулированы.

## Единицы измерения температуры

В окне Настройки ELCUT можно выбрать единицы измерения температуры (кельвины, градусы Цельсия или градусы Фаренгейта), действующие на всю программу ELCUT для данного пользователя. Выбранные в настройке единицы измерения температуры распространяются на все задачи ELCUT. Они применяются при показе значений температуры в цифровой и графической форме, но не влияют на сохраненные исходные данные и результаты расчета, которые всегда хранятся в инвариантной форме (в кельвинах).

Если возникает необходимость ввести числовое значение или формулу для температуры в единицах, отличающихся от выбранных в настройке, это можно сделать добавив справа от



значения суффикс вида “**K**” для кельвинов, “**C**” для градусов Цельсия и “**F**” для градусов Фаренгейта.

Здесь значением формулы является температура в кельвинах, а переменная  $x$  означает координату по горизонтальной оси. Обозначение единиц температуры справа от поля ввода автоматически меняется при наличии суффикса.

Разделителем между значением и единицей измерения является запятая. Буква латинская, заглавная или строчная.

Суффикс с единицами измерения показывается в поле ввода только если значение задано формулой и единицы температуры для данного значения отличаются от выбранных по умолчанию.

При смене единиц измерения температуры, или при переносе задачи ELCUT на другой компьютер, где выбранные единицы измерения температуры отличаются, числовые значения будут автоматически пересчитаны в новые единицы, а значения, заданные в виде формул, приобретут суффикс с теми единицами температуры, в которых они были изначально заданы. Тем самым решение задачи сохранит валидность, но картина поля, таблицы и графики будут демонстрироваться в текущих выбранных единицах температуры.

## Формулы

ELCUT позволяет использовать формулы для задания некоторых видов граничных условий и источников поля. Если поле ввода помечено значком **f**, вы можете вводить в это поле как числовое значение, так и формулу.

Формула описывает физическую величину, значение которой зависит от времени, от координат, или от того и другого одновременно. В частности, величины, зависящие от времени, используются при расчете переходных процессов. В ходе решения задачи ELCUT вычисляет значение величины, подставляя в формулу текущие значения координат и времени.

Формула представляет собой математическое выражение, состоящее из чисел, арифметических операций, разделителей, встроенных констант, функций и переменных. Синтаксис формул

☐ Температура:  $T = T_o$   
 $T_o =$   (°C)

☐ Тепловой поток:  $F_n = -q \ (\Delta F_n = -q)$   
 $q =$   (Вт/м<sup>2</sup>)

☒ Конвекция:  $F_n = \alpha \ (T - T_o)$   
 $\alpha =$   (Вт/К·м<sup>2</sup>)  
 $T_o =$   (K)

☐ Радиация:  $F_n = \beta \cdot k_{sb} \cdot (T^4 - T_o^4)$   
 $\beta =$    
 $T_o =$   (°C)

очень прост. Он типичен для большинства алгоритмических языков и стандартных математических выражений.

Когда вместо числового значения вводится формула, ELCUT проверяет синтаксис формулы и сообщает об обнаруженных ошибках. Если синтаксических ошибок не обнаружено, то вычисляется значение формулы, использующее текущие значения переменных. Если в результате вычислений возникли ошибки, то выдается сообщение об ошибке.

### Использование формул

Ниже перечислены все свойства меток, значения которых могут быть заданы формулами.

Задачи магнитостатики:

	$f(x,y)$	$f(t)$
Метка блока		
Плотность тока	+	
Полный ток		
Метка ребра		
Известный векторный магнитный потенциал	+	
Поверхностная плотность тока	+	
Метка вершины		
Известный векторный магнитный потенциал	+	
Поверхностная плотность тока	+	

Задачи нестационарного магнитного поля:

	$f(x,y)$	$f(t)$
Метка блока		
Плотность тока в тонком проводнике	+	+
Полный ток		+
Напряжение, приложенное к массивному проводнику		+
Метка ребра		
Известный векторный магнитный потенциал	+	+
Поверхностная плотность тока	+	+
Метка вершины		
Сосредоточенный ток в вершине	+	+
Известный векторный магнитный потенциал	+	+

Задачи магнитного поля переменных токов (формулы применимы как для амплитуды величины, так и для фазы):

	$f(x,y)$	$f(t)$
Метка блока		
Плотность тока в тонком проводнике	+	
Полный ток в массивном проводнике		
Напряжение, приложенное к массивному		

проводнику		
Метка ребра		
Магнитный потенциал	+	
Касательное поле	+	
Метка вершины		
Магнитный потенциал	+	
Линейный ток	+	

Задачи электростатики:

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)</b>
Метка блока		
Плотность электрического заряда	+	
Метка ребра		
Известный потенциал	+	
Плотность поверхностного заряда	+	
Метка вершины		
Потенциал	+	
Заряд	+	

Задачи электрического поля постоянных токов:

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)</b>
Метка блока		
<i>Не применяется</i>		
Метка ребра		
Известный потенциал	+	
Нормальная к ребру плотность тока	+	
Метка вершины		
Сторонний ток	+	
Потенциал	+	

Задачи электрического поля переменных токов (формулы применимы как для амплитуды величины, так и для фазы):

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)</b>
Метка блока		
<i>Не применяется</i>		
Метка ребра		
Известный потенциал	+	
Нормальная к ребру плотность тока	+	
Метка вершины		
Линейный ток	+	
Потенциал	+	

Задачи нестационарного электрического:

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)</b>
Метка блока		
<i>Не применяется</i>		
Метка ребра		

Известный потенциал	+	+
Нормальная к ребру плотность тока	+	+
Метка вершины		
Линейный ток	+	+
Потенциал	+	+

Задачи теплопередачи:

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)*</b>
Метка блока		
Объемная плотность мощности источника тепла	+	+
Метка ребра		
Известная температура	+	+
Плотность теплового потока	+	+
Коэффициент конвекции и температура омывающей среды	+	+
Коэффициент излучения и температура окружающей среды	+	+
Метка вершины		
Сосредоточенный (линейный) источник тепла	+	+
Известная температура	+	+

\* Величины, зависящие от времени, могут использоваться только в нестационарных задачах теплопроводности.

Задачи теории упругости:

	<b>f(x,y)</b>	<b>f(t)</b>
Метка блока		
Компоненты объемной силы	+	
Разница температур между напряженным и ненапряженным состояниями	+	
Метка ребра		
Фиксированное перемещение может быть линейной функцией координат	+	
Нормальное давление	+	
Компоненты поверхностной силы	+	
Метка вершины		
Внешняя сила	+	
Упругий подвес	+	

## Синтаксис

Формула в ELCUT представляет собой арифметическое выражение. В выражении могут использоваться:

- числовые константы  
целые (Пример: 123)  
с фиксированной точкой (Примеры: 123.45 123. 0.123 .123)  
с плавающей точкой (Примеры: 1e12 5.39e+8 0.1E-12 .2E+2)
- знаки арифметических операций  
+ сложение (Пример: 2+2)

- вычитание (Пример: 3-5)
- \* умножение (Пример: 1.23\*0.12)
- / деление (Пример: 1E5/0.01)
- ^ возведение в степень (Пример: 3.14^2)
- унарные операции
  - + сохранение знака (Пример: +180)
  - изменение знака (Пример: -180)
- встроенные функции
  - abs** - абсолютное значение
  - sign** - знак
  - max** - максимум
  - min** - минимум
  - step** - скачок функции на 1
  - impulse** - отрезок ступенчатой функции
  - sin** - синус
  - cos** - косинус
  - tan** - тангенс
  - asin** - арксинус
  - acos** - арккосинус
  - atan** - арктангенс
  - atan2** - арктангенс от двух аргументов
  - exp** - экспонента
  - log** - натуральный логарифм
  - sqrt** - квадратный корень
  - pow** - степень
  - saw** - пилообразная периодическая функция
- встроенные константы
  - pi** - число  $\pi$
  - e** - число  $e$
- переменные
  - t** - время
  - x** - декартова координата  $x$
  - y** - декартова координата  $y$
  - r** - полярная координата  $r$  (радиус точки)
  - phi** - полярная координата  $\phi$  (полярный угол в градусах)
- круглые скобки, изменяющие порядок выполнения действий
- символы пробела и табуляции

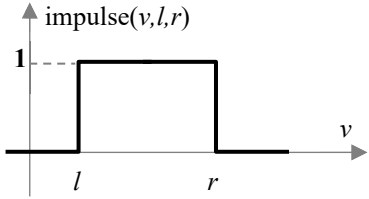
*Замечания:*

1. Числовые константы должны записываться без разделителей групп, с точкой в качестве десятичного разделителя независимо от региональных установок.
2. В числах с плавающей точкой для разделения мантиссы и порядка может использоваться символ "e" или "E".
3. Названия встроенных функций и констант нечувствительны к регистру букв.
4. Любые имена можно заключать в кавычки. Например, записи  $\sin(t)$  и  $"\sin"(t)$  эквивалентны.
5. Порядок выполнения операций традиционный: "^", затем "\*" и "/", затем "+" и "-". Такой порядок может быть изменен круглыми скобками.
6. В любом месте формулы может быть вставлено любое количество пробелов так, чтобы пробелы не разрывали обозначения констант и функций. Значение формулы при этом не изменится.
7. Аргументы функции указываются в круглых скобках после имени функции. Отдельные аргументы разделяются запятыми.

**Константы**

<b>pi</b>	3.141592653589793238462643	Число $\pi$ . Отношение длины окружности к её диаметру.
<b>e</b>	2.718281828459045235360287	Число $e$ . Основание натурального логарифма.
<b>t</b>		Текущее время - зависимость от времени - для задач, продолжающихся во времени (нестационарных).
<b>x</b>	0	Зависимость от $x$ -координаты.
<b>y</b>	0	Зависимость от $y$ -координаты.

Встроенные функции

	Формула	Описание
abs	$abs(v) =  v  = \begin{cases} v, & \text{при } v \geq 0 \\ -v, & \text{при } v < 0 \end{cases}$	Абсолютное значение аргумента.
sign	$sign(v) = \frac{v}{ v } = \begin{cases} 1, & \text{при } v > 0 \\ 0, & \text{при } v = 0 \\ -1, & \text{при } v < 0 \end{cases}$	Знак аргумента.
max	$max(v1, \dots)$	Максимум из всех аргументов. Допускается 2 и более аргументов.
min	$min(v1, \dots)$	Минимум из всех аргументов. Допускается 2 и более аргументов.
step	$step(v) = \begin{cases} 1, & \text{при } v \geq 0 \\ 0, & \text{при } v < 0 \end{cases}$	Ступенчатая функция, равная 0 при отрицательном значении аргумента и равная 1 при неотрицательном значении аргумента. Имеет скачок в точках, в которых аргумент равен 0.
impulse	$impulse(v, l, r) = \begin{cases} 0, & \text{при } v < l \\ 1, & \text{при } l \leq v \leq r \\ 0, & \text{при } v > r \end{cases}$	<div></div> <p>Импульс на отрезке <math>[l, r]</math>. Функция имеет три аргумента, третий аргумент функции должен быть не меньше второго аргумента, в противном случае выдается соответствующее сообщение об ошибке. Функция принимает значение 1, когда первый ее аргумент лежит на отрезке, концы которого определяют второй и третий аргументы, и принимает значение 0 в остальных случаях.</p>

<b>sin</b>	$\sin(v)$	Синус аргумента. Аргумент задается в градусах.
<b>cos</b>	$\cos(v)$	Косинус аргумента. Аргумент задается в градусах.
<b>tan</b>	$\tan(v)$ $v \neq 90^\circ + k \cdot 180^\circ$ , где $k$ - целое число	Тангенс аргумента. Аргумент задается в градусах. Для аргументов вида $90^\circ + k \cdot 180^\circ$ , $k \in \mathbb{Z}$ значение тангенса равно бесконечности, поэтому при вычислении функции будет выдана ошибка.
<b>asin</b>	$\text{asin}(v) = \arcsin(v)$ $-1 \leq v \leq 1$	Арксинус аргумента. Аргумент должен находиться в диапазоне $-1 \leq v \leq 1$ . Результат в градусах в диапазоне от 0 до 360.
<b>acos</b>	$\text{acos}(v) = \arccos(v)$ $-1 \leq v \leq 1$	Арккосинус аргумента. Аргумент должен находиться в диапазоне $-1 \leq v \leq 1$ . Результат в градусах в диапазоне от 0 до 360.
<b>atan</b>	$\text{atan}(v) = \arctan(v)$	Арктангенс аргумента. Результат в градусах в диапазоне от 0 до 180.
<b>atan2</b>	$\text{atan2}(v1, v2) = \arctan(v1/v2)$	Арктангенс отношения двух аргументов. Недопустимая конфигурация аргументов - первый аргумент (числитель) не равен 0, а второй аргумент (знаменатель) равен 0, в этом случае выдается соответствующее сообщение об ошибке. Результат в градусах в диапазоне от 0 до 360. Если оба аргумента равны 0, результат будет равен 0.
<b>exp</b>	$\exp(v) = e^v$	Экспонента аргумента. При вычислении функции может возникнуть ошибка переполнения.



log	$log(v) = \ln(v)$	Натуральный логарифм аргумента. Аргумент должен быть положителен, в противном случае выдается соответствующее сообщение об ошибке.
sqrt	$sqrt(v) = \sqrt{v}$	Квадратный корень из аргумента. Аргумент должен быть неотрицателен, в противном случае выдается сообщение об ошибке.
pow	$pow(v, p) = v^p$	Результат возведения первого аргумента в степень, определяемую вторым аргументом. Недопустимая конфигурация аргументов - первый аргумент (основание) равен 0, а второй аргумент (показатель) отрицателен, в этом случае выдается соответствующее сообщение об ошибке. При вычислении функции может возникнуть ошибка переполнения.
saw	$saw(v, p) = \begin{cases} v/p, & \text{при } 0 \leq v < p \\ saw(v + p), & \text{при } v < 0 \\ saw(v - p), & \text{при } v \geq p \end{cases}$  $saw(v, p, p0) = \begin{cases} \frac{v}{p}, & \text{при } 0 \leq v < p \\ 0, & \text{при } p \leq v < p + p0 \\ saw(v + (p + p0)), & \text{при } v < 0 \\ saw(v - (p + p0)), & \text{при } v \geq p + p0 \end{cases}$	

Пилообразная периодическая функция с периодом  $p$ . Если у этой функции указать три аргумента, третий аргумент будет задавать длину интервала, на котором функция равна 0, при этом период будет равен сумме второго и третьего аргументов.

Второй и третий аргументы функции не могут быть отрицательными, а их сумма (период функции) должна быть положительна.

*Замечание.* Если нужно периодически распространить функцию  $f(t)$ , заданную на отрезке  $(0, p)$ , то это можно записать в виде формулы  $f(\text{saw}(t, p))$ .

## Примеры

В таблице приводятся некоторые примеры формул, которые должны помочь вам в создании ваших собственных выражений. В левом столбце приводятся математические формулы, а в правом - соответствующая запись, пригодная для использования в ELCUT.

Математическая формула	Синтаксис
$100 \cdot t$	<code>100*t</code>
$t \cdot (1-t) \cdot (2-t)$	<code>t*(1-t)*(2-t)</code>
$2t^2 - t - 3$	<code>2*t^2 - t - 3</code>
$e^{-t^2/2}$	<code>exp(-t^2 / 2)</code>
$\log_2 t$	<code>log(t) / log(2)</code>
$\sin t + \cos t$	<code>sin(t) + cos(t)</code>
$200 \cdot \sin(18000 \cdot t + 240)$	<code>200*sin(18000*t+240)</code>
$2^t$	<code>2^t</code>
$\arcsin \sqrt{2}$	<code>asin(sqrt(2))</code>
$\tan \frac{t}{2.4 \cdot 10^{-8}}$	<code>tan(t / 2.4e-8)</code>
$ 2\pi \cdot t $	<code>abs(2*pi*t)</code>
$t, \text{ при } t < 0.5$ $1 - t, \text{ при } t \geq 0.5$	<code>t*step(0.5-t) + (1-t)*step(t-0.5)</code>

$\begin{cases} 0, \text{ при } t < 0 \\ t, \text{ при } 0 \leq t < 0.5 \\ 1 - t, \text{ при } 0.5 \leq t < 1 \\ 0, \text{ при } t \geq 1 \end{cases}$	$t * \text{impulse}(t, 0, 0.5) + (1 - t) * \text{impulse}(t, 0.5, 1)$
$\begin{cases} \sin t, \text{ при } \sin t > \cos t \\ \cos t, \text{ при } \sin t \leq \cos t \end{cases}$	$\max(\sin(t), \cos(t))$
$\begin{cases} \frac{t}{2}, \text{ при } 0 \leq t < 2 \\ \text{периодическая,} \\ \text{с периодом } 2 \end{cases}$	$\text{saw}(t, 2)$
$\begin{cases} 10 \cdot e^{5t}, \text{ при } 0 \leq t < 2 \\ 10, \text{ при } 2 \leq t < 3 \\ \text{периодическая,} \\ \text{с периодом } 3 \end{cases}$	$10 * \exp(5 * \text{saw}(t, 2, 1))$
$\begin{cases} 10 \cdot e^{5t}, \text{ при } 0 \leq t < 2 \\ 0, \text{ при } 2 \leq t < 3 \\ \text{периодическая,} \\ \text{с периодом } 3 \end{cases}$	$10 * \exp(5 * \text{saw}(t, 3)) * \text{impulse}(\text{saw}(t, 3), 0, 2/3)$
$\begin{cases} e^{t-1}, \text{ при } 0 \leq t < 1 \\ e^{1-t}, \text{ при } 1 \leq t < 2 \\ \text{периодическая,} \\ \text{с периодом } 2 \end{cases}$	$\exp(\text{saw}(t, 1, 1) - 1) + \exp(\text{saw}(2 - t, 1, 1) - 1) - \exp(-1)$

## Копирование, переименование и удаление метки

Метку можно скопировать в пределах одного документа физических свойств или из одного документа в другой того же типа.

Чтобы скопировать метку:

1. Щелкните на метке правой кнопкой мыши и затем выберите **Копировать** в контекстном меню.
2. Перейдите в окно, в которое вы хотите поместить копию, и выберите **Вставить** в меню **Правка** или контекстном меню.

Или

1. Перетащите метку мышью в нужное место.

Чтобы удалить метку:

- Щелкните на метке правой кнопкой мыши и затем выберите **Удалить** в контекстном меню.
- Или выделите метку и выберите позицию **Удалить** в меню **Правка**.

Чтобы переместить (удалить в буфер и вставить) метку:

1. Щелкните на метке, которую вы хотите переместить, правой кнопкой мыши и затем выберите **Удалить** в контекстном меню.
2. Перейдите в окно назначения и выберите **Вставить** в меню **Правка** или контекстном меню.

Или

1. Перетащите метку мышью в нужное место, удерживая клавишу SHIFT.

## Г Л А В А 6

# Схемы электрических цепей

В этой главе описан процесс создания *схем электрических цепей*.

ELCUT способен решать задачи магнитного поля переменных токов и нестационарного магнитного поля совместно с присоединенной электрической цепью. Ветви электрической цепи могут содержать пассивные элементы (резисторы, конденсаторы, катушки), источники тока и напряжения, а также блоки ELCUT, представляющие собой массивные проводники, то есть имеющие ненулевую электропроводность.

Схема электрической цепи в ELCUT сохраняется в отдельном файле с расширением **.qcr**. Имя файла схемы упоминается в описании задачи точно также, как файл геометрической модели, физических свойств и пр.

## Электрическая цепь в ELCUT

*Схема электрической цепи* (для краткости мы иногда будем писать просто *электрическая цепь*) состоит из *элементов цепи*, соединенных *проводами*. Элементы цепи могут быть двух видов:

Во-первых, цепь может содержать электрические устройства, такие как резисторы, конденсаторы и т.д. ELCUT позволяет использовать в схеме цепи следующие устройства:

- резисторы
- конденсаторы
- катушки индуктивности
- источники напряжения
- источники тока

Во вторых, для связи с задачей ELCUT в цепь должны быть включены специальные *элементы, обозначающие блоки модели ELCUT*. Они представляют в цепи массивные проводники с током, помещенные в магнитное поле.

---

*Замечание.* Схема должна содержать **все** блоки модели, описывающие массивные проводники, и каждый из них должен входить в схему ровно **один раз**.

---

## Описание схемы цепи

Создание схемы электрической цепи, как правило, включает в себя следующие этапы:

- В схему цепи добавляются необходимые компоненты, такие как резисторы, катушки, источники напряжения и тока и т.д.;
- Задаются свойства этих устройств, такие как сопротивление, индуктивность, номинальное напряжение и т.д.;
- Добавляются элементы, обозначающие блоки модели ELCUT;
- Элементы цепи соединяются проводами (проводится монтаж схемы).

Вы можете изменять уже заданные элементы схемы и провода. В частности, вы можете перемещать объекты цепи, вращать и удалять их. Вы можете выделить несколько объектов и выполнить операцию изменения для всех объектов сразу.

## Добавление устройства в схему цепи

Чтобы добавить новое устройство в схему цепи:

1. С помощью команд меню **Вставить** выберите устройство, которое вы хотите добавить. Вы можете выбрать одну из команд **Резистор**, **Конденсатор**, **Катушку индуктивности**, **Источник напряжения** или **Источник тока**. Вы также можете нажать соответствующую кнопку на панели инструментов.
2. Подведите курсор к тому месту, в котором должен появиться новый элемент и щелкните левой кнопкой мыши.

---

*Замечания:*

- Место, в котором вы щелкнете кнопкой мыши, будет соответствовать левому выводу устройства.
  - При добавлении объектов используется сетка привязки. Это означает, что элементы цепи всегда размещаются так, чтобы их выводы находились в узлах сетки привязки.
  - Иногда бывает удобно добавить новый элемент в середину уже проведенного провода. Это можно сделать одним щелчком мыши. Для этого достаточно перейти в режим добавления элемента, подвести курсор к тому месту провода, в которое вы хотите добавить элемент и щелкнуть левой кнопкой. В результате отрезок провода будет разбит на две части и между ними добавлен новый элемент.
-

## Ввод свойств элементов цепи

Чтобы задать свойства элемента цепи:

- Дважды щелкните по элементу, свойства которого вы хотите изменить.
- Или щелкните элемент правой кнопкой и выберите **Свойства** в контекстном меню.
- Или выделите элемент и выберите **Свойства** в меню **Правка**.

### Ввод свойств для электрических устройств

Для электрических устройств вы можете задать следующие свойства:

**Метка.** В этом поле задается метка элемента цепи. Метка используется для идентификации элемента в диагностических сообщениях и других подобных случаях. Вы можете использовать значение, сгенерированное автоматически при добавлении элемента, но в некоторых случаях бывает удобно задать свою, более понятную и легче запоминающуюся метку. Метки всех элементов в одной цепи должны быть различными.

**Значение.** В зависимости от типа элемента вы должны задать его значение: сопротивление **R**, емкость **C**, индуктивность **L**, напряжение **U** или силу тока **I**.

В качестве значения для источников можно использовать формулы. В частности, для нестационарных задач в качестве значения можно задать формулу, содержащую переменную **t** (время).

**φ (фаза).** Если вы работаете с задачей переменных токов и если вы задаете свойства для источника тока или источника напряжения, то вы должны задать значение фазы для этого источника.

### Ввод свойств для элементов, обозначающих блоки модели ELCUT

Для элементов, обозначающих блоки модели ELCUT можно задать только одно свойство:

**Блок.** В этом поле задается имя блока ELCUT. Выпадающий список показывает все блоки, которые мы можем добавить в цепь, то есть все массивные проводники, использующиеся в модели. Все элементы в одной цепи должны соответствовать разным блокам.

## Добавление в схему цепи элементов, обозначающих блоки ELCUT

Чтобы добавить в схему цепи элемент, обозначающий блок модели:

1. Выберите в меню **Вставить** команду **Блок ELCUT** или нажмите кнопку **Блок ELCUT** на панели инструментов.
2. Поместите курсор в то место, где должен появиться новый элемент и щелкните левой кнопкой мыши.

Или вы можете перетащить метку блока из дерева задачи в окно редактора цепи:

1. Щелкните на метке блока в дереве меток задачи.
2. Не отпуская кнопку мыши, подведите курсор к тому месту, в котором должен появиться новый элемент.
3. Отпустите кнопку мыши.

## Добавление проводов (монтаж схемы)

Чтобы добавить провода в схему цепи:

1. Выберите в меню **Вставить** команду **Провод** или нажмите кнопку **Провод** на панели инструментов.
2. Перетащите курсор от начальной к конечной точке проводки, удерживая нажатой левую кнопку.

---

*Замечания:*

- Провод всегда располагается вертикально или горизонтально. За один раз вы добавляете или вертикальный провод, или горизонтальный провод, или два провода, образующие прямой угол. Для того, чтобы создать проводку более сложной конфигурации, необходимо повторить операцию добавления проводов несколько раз.
  - При добавлении проводов используется сетка привязки. Это означает, что провода всегда размещаются так, чтобы их начальные и конечные точки находились в узлах сетки привязки.
- 

### Как добавить соединение проводов

Для того чтобы добавить в схему цепи соединение проводов, достаточно провести провод так, чтобы его начало или конец находились в точке, через которую уже проходит другой провод. Соединение будет добавлено автоматически.

Если провести провод так, чтобы он пересекался с существующим проводом не в начальной или конечной точке, а в некоторой внутренней, то такие провода будут пересекаться без соединения. Другими словами, такие провода будут не связаны друг с другом.



# Редактирование схемы цепи

## Перемещение и копирование объектов

Чтобы переместить объект схемы цепи (элемент или провод):

1. Подведите курсор к объекту, который вы хотите переместить. Курсор примет форму четырех стрелок, направленных в разные стороны.
2. Нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская кнопку, переместите объект на новое место.

При перемещении провода вы можете одновременно изменить его длину. Для этого:

1. Подведите курсор к концу провода. Курсор примет форму двух стрелок, направленных в разные стороны.
2. Нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская кнопку, переместите конец провода на новое место. При этом изменяется длина провода. Кроме этого, другой конец провода, возможно, будет перемещен в сторону, для того чтобы провод остался горизонтальным или вертикальным.

Вы можете переместить несколько объектов одновременно. Для этого:

1. Выделите объекты, которые вы хотите переместить.
2. Подведите курсор к одному из выделенных объектов.
3. Нажмите левую кнопку мыши и, не отпуская кнопку, переместите выделенные элементы на новое место.

## Перемещение вместе со связанными объектами

Если вы перемещаете объект, соединенный с другими объектами цепи, то эти объекты, возможно, тоже будут перемещены для того, чтобы сохранить связи между ними. Например, при перемещении устройства подсоединенные к нему провода также будут перемещаться и менять свою длину, для того чтобы соединение устройства с проводами не разрывалось.

## Перемещение без связанных объектов

В некоторых случаях удобнее перемещать объекты, не перемещая связанные с ними другие объекты. Например, вы можете захотеть переместить устройство, отсоединив его от проводов. Для этого нажмите клавишу ALT и держите нажатой до конца перемещения (то есть пока не отпустите кнопку мыши).

## Копирование объектов

Вместо перемещения объектов вы можете создать их копии, оставив исходные объекты на своих местах. Для этого нажмите клавишу CTRL и держите нажатой до конца операции (то есть пока не отпустите кнопку мыши).

## Вращение элементов цепи

Вы можете повернуть элемент цепи на 90°, 180° или 270° против часовой стрелки. Для этого:

1. Выделите объекты, которые вы хотите повернуть.
2. В меню **Правка** выберите команду **Повернуть** и затем выберите угол поворота: **На 90°**, **На 180°** или **На 270°**.
3. Вы также можете нажать кнопку **Повернуть на 90°** на панели инструментов несколько раз, чтобы повернуть элемент на нужный угол.

## Удаление объектов

Чтобы удалить объекты цепи:

1. Выделите объекты, которые вы хотите удалить.
2. Выберите команду **Удалить** в меню **Правка** или в контекстном меню.

## Г Л А В А 7

# Решение задач

В этой главе обсуждается запуск процесса решения уже поставленной задачи, и кратко описываются методы, используемые в ELCUT для решения задач.

Для того чтобы задача могла быть решена, должны быть выполнены некоторые условия:

- В документе *описание задачи* заданы тип задачи, класс модели, точность расчета и прочие свойства задачи.
- Документ *геометрическая модель* должен содержать законченную модель с построенной сеткой конечных элементов и метками.
- Свойства каждой метки, использованной в модели, должны быть определены в документе *физические свойства* данной задачи.
- Если задача использует результат решения другой, связанной задачи, в качестве исходных данных, то задача-источник должна быть решена.

Чтобы решить задачу, выберите позицию **Решить** в меню **Задача**. Вы можете пропустить это действие и прямо выбрать позицию **Картина поля** в меню **Задача** или контекстном меню. Если задача еще не была решена, или решение устарело по отношению к другим документам, процесс решения задачи будет запущен автоматически.

Возможно запустить решение нескольких задач друг за другом в пакетном режиме. Выберите **Пакетное решение** в меню **Задача**, и отметьте флажками те задачи, которые вы хотите решить, в списке всех открытых в данную минуту задач. В отличие от процедуры решения, описанной выше, когда вы могли во время решения продолжать работу с моделями, данными или результатами решения, в пакетном режиме все окна ELCUT будут заморожены.

Во время решения задачи специальный индикатор позволит вам наблюдать за продвижением процесса решения задачи. Кнопка **Прервать** на панели индикатора позволяет прервать не в меру затянувшееся решение. Если решается нестационарная задача, то после прерывания последует вопрос о необходимости сохранения накопленных результатов.

Для решения линейных задач используется итерационный метод сопряженных градиентов с предобуславливанием матрицы по методу декомпозиции области. Такой подход позволяет получить беспрецедентно высокую скорость решения при почти линейной зависимости необходимого количества итераций от количества узлов сетки. Критерием завершения итерационного процесса служит достижение заданной точности решения.

Для решения нелинейных задач ELCUT использует метод Ньютона-Рафсона, причем решение линейной задачи на каждой итерации этого метода осуществляется по изложенной ранее схеме. Ускорение процесса решения достигается за счет согласования необходимой точности решения линейной задачи с предварительной оценкой точности, которая может быть достигнута на данной итерации метода Ньютона-Рафсона.

Для решения нестационарных задач ELCUT использует метод Эйлера с постоянным временным шагом с нулевыми начальными условиями или с начальными условиями, экспортированными из другой задачи. Рекомендуется использовать не менее 15-20 временных шагов для всего переходного процесса, чтобы добиться лучшей точности и гладкости решения.

## Адаптивное улучшение сетки

Если задача была однажды решена на грубой сетке конечных элементов, ELCUT может автоматически улучшить построенную сетку, основываясь на ранее полученных результатах решения задачи. В литературе этот процесс иногда называется H-метод или H-refinement. Такая возможность практически исключает необходимость задавать шаг дискретизации вручную, позволяя автоматически измельчать сетку в областях с сильно неоднородным полем.

Вычисление уточненного шага в узле сетки основывается на изменении плотности энергии в окрестности этого узла, которую общепринято считать надежной оценкой локальной погрешности решения. Хотя при этом и невозможно гарантировать какую-либо конкретную точность, улучшенная сетка является оптимальной, обеспечивая наименьшую погрешность при заданном количестве узлов сетки.

Даже при полностью автоматическом построении первоначальной сетки, одного шага адаптивного улучшения достаточно для большинства задач. Адаптивное улучшение сетки возможно для всех представленных в ELCUT типов задач, включая нелинейные и нестационарные задачи.

## Г Л А В А 8

# Анализ результатов решения

В этой главе описываются процедуры всестороннего анализа результатов решения задачи. Изложенные сведения относятся к двумерному моделированию. Приемы анализа трехмерного решения изложены в главе 9.

Чтобы приступить к просмотру и анализу результатов решения задачи, выберите команду **Картина поля** в меню **Задача** или в контекстном меню окна задачи.

ELCUT позволяет представить решение задачи несколькими способами:

- картины поля;
- локальные полевые значения;
- интегральные величины;
- мастера вычисления параметров;
- графики и таблицы в пространстве;
- графики и таблицы во времени;
- таблицы и графики напряжений и токов в элементах присоединенной электрической цепи;
- экспорт таблиц, картинок и всего конечно-элементного решения в другие программы;
- траектории заряженных частиц;
- анимация картины поля.

Любая картинка или физическая величина, отображаемая при анализе результатов решения, может быть скопирована в буфер обмена для дальнейшего использования в каком-нибудь текстовом редакторе или настольной издательской системе.

Анализ решения начинается с того, что ELCUT открывает новое окно, в котором изображается картина вычисленного поля. Поначалу, поле изображается методом, наиболее адекватным типу решенной задачи. Вы можете использовать всю палитру средств визуализации поля, произвольно комбинируя их между собой. Для настройки картины используется команда **Вид > Свойства картины поля**.

# Формирование картины поля на экране

## Отображаемые физические величины

Набор физических величин, которые могут быть отображены в виде картины поля, зависит от типа задачи.

### Задача магнитостатики и нестационарного магнитного поля:

- Векторный магнитный потенциал  $A$  в плоско-параллельной задаче или функция потока  $\Phi = 2\pi r A$  в осесимметричных задачах;
- Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ;
- Вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B}$ , где  $\mu$  — тензор магнитной проницаемости.;
- Магнитная проницаемость  $\mu$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Плотность энергии магнитного поля:

$$w = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) / 2 \quad \text{— в линейном случае,}$$

$$w = \int (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}) \quad \text{— в нелинейном случае.}$$

В нестационарных задачах также вычисляются:

- Плотность полного тока  $j_{\text{полн.}} = j_{\text{сторон.}} + j_{\text{вихр.}}$ ,
- Плотность стороннего тока  $j_{\text{сторон.}}$ ,
- Плотность вихревого тока

$$j_{\text{вихр}} = -\gamma \frac{\partial A}{\partial t},$$

- Удельное тепловыделение  $Q = j^2 / \gamma$ .

### Задача расчета магнитного поля переменных токов:

- Комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала  $A$  (функция потока  $2\pi r A$  в осесимметричном случае);
- Комплексная амплитуда напряжения  $U$ , приложенного к проводнику;
- Комплексная амплитуда плотности полного тока  $j_{\text{полн.}} = j_{\text{сторон.}} + j_{\text{вихр.}}$ , плотности стороннего тока  $j_{\text{сторон.}}$  и плотности вихревого тока  $j_{\text{вихр.}} = -i\omega \gamma A$ .

Все эти комплексные величины могут быть показаны в виде мгновенных, действующих или максимальных (амплитудных) значений.

Так, комплексная величина  $z = z_0 e^{i(\omega t + \varphi_z)}$  может быть показана как:

- мгновенное значение при данной фазе  $\varphi_0 = -\omega t_0$

$$z_{\varphi_0} = \operatorname{Re}[z_0 e^{i(\varphi_z - \varphi_0)}] = z_0 \cos(\varphi_z - \varphi_0);$$

- максимальное значение  $z_0$ ;
- действующее значение  $z_{\text{RMS}} = z_0 / \sqrt{2}$

*Замечание.* При анализе мгновенных значений задается фаза в градусах, значение которой применяется ко всем показываемым величинам. При необходимости получения мгновенных величин в заданный момент времени  $t$ , например, для сопоставления результатов расчета поля переменных токов с нестационарным расчетом, пересчет производится по формуле

$$\varphi_0 = -\omega t_0 = -360^\circ f t_0$$

где  $f$  – частота магнитного поля в задаче, Гц, время  $t$  задается в секундах. Полученная таким образом фаза в градусах используется в постпроцессоре. Наличие в этой формуле знака «минус» может показаться необычным и не интуитивным, тем не менее, это необходимо для обеспечения общности понятия «фаза» при задании источников и граничных условий с одной стороны, и при анализе мгновенных значений – с другой. Так, предположим, что заданное в Редакторе Данных напряжение источника имеет фазу  $30^\circ$ . Это означает, в соответствии с комплексным представлением  $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , что мгновенное значение достигает максимума в момент времени  $\omega t = -30^\circ$ . При этом будет естественным потребовать, чтобы в постпроцессоре мгновенное значение достигало максимума также в момент  $\omega t = -30^\circ$ , или при фазе, равной  $+30^\circ$ , в полном соответствии с вышеприведенной формулой.

- Комплексный вектор магнитной индукции  $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$
- Комплексный вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B}$ , где  $\mu$  — тензор магнитной проницаемости.

Комплексный вектор может быть показан в виде мгновенных, действующих или максимальных значений.

- Среднее и максимальное значение удельной мощности тепловыделения

$$Q = \frac{1}{\gamma} j^2 + k_h \cdot f \cdot B^2 + k_c \cdot f^2 \cdot B^2 + k_e \cdot (f \cdot B)^2$$

- Среднее и максимальное значение плотности энергии магнитного поля  $w = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2$ ;
- Среднее значение вектора Пойнтинга (плотность потока энергии)  $\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$ ;
- Среднее значение вектора плотности силы Лоренца  $\mathbf{F} = [\mathbf{j} \times \mathbf{B}]$ ;
- Магнитная проницаемость  $\mu$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);

- Электрическая проводимость  $\gamma$ .

Кроме того, если задача решается совместно с учетом присоединенной электрической цепи, то в окне цепи отображаются следующие величины:

- Действующее  $I$ , амплитудное  $I_{Abs}$ , мгновенное (при выбранной фазе) и комплексное ( $I_{Re}$ ,  $I_{Im}$ ) значения тока в ветвях цепи;
- Действующее  $U$ , амплитудное  $U_{Abs}$ , мгновенное (при выбранной фазе) и комплексное ( $U_{Re}$ ,  $U_{Im}$ ) значение падения напряжения на элементе цепи;
- Заданное значение параметра (сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$ , емкости  $C$ ) для пассивных элементов цепи.

### Задача электростатики:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}U$ ;
- Тензор градиента электрического поля  $\mathbf{G} = \mathbf{grad} \mathbf{E}$ ;
- Вектор смещения электрического поля  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ;
- Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  (для анизотропного материала — наибольшая компонента тензора);
- Плотность энергии электрического поля  $w = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) / 2$ .

### Задача нестационарного электрического поля:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор плотности тока утечки (активной плотности тока)  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ ;
- Вектор плотности тока смещения (реактивной плотности тока)  $\mathbf{j}_a = \partial(\epsilon \mathbf{E}) / \partial t$ ;
- Удельная мощность джоулевых (омических) потерь  $Q = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}U$ ;
- Тензор градиента электрического поля  $\mathbf{G} = \mathbf{grad} \mathbf{E}$ ;
- Вектор смещения электрического поля  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ;
- Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  (для анизотропного материала — наибольшая компонента тензора);
- Электропроводность  $\gamma$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Плотность энергии электрического поля  $w = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) / 2$ .

### Задача расчета электрического поля постоянных токов:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}U$ ;
- Вектор плотности тока  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ ;
- Электропроводность  $\gamma$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Омические потери в единице объема  $w = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ .



### Задача расчета электрического поля переменных токов:

- Комплексная амплитуда электрического потенциала  $U$ ;
- Комплексный вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad}U$
- Комплексный вектор электрического смещения  $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ ;
- Комплексный вектор активной  $\mathbf{j}_{\text{активн}} = \gamma\mathbf{E}$ , реактивной  $\mathbf{j}_{\text{реактивн}} = i\omega\varepsilon\mathbf{E}$ , и кажущейся  $\mathbf{j}_{\text{кажущ.}} = \mathbf{j}_{\text{активн}} + \mathbf{j}_{\text{реактивн}}$  плотности тока;

Все комплексные величины могут быть показаны в виде мгновенных, действующих или максимальных значений.

Например, комплексная величина  $z = z_0 e^{i(\omega t + \phi_z)}$  может быть показана как:

- Мгновенное значение при данной фазе  $\phi_0 = \omega t_0$   

$$z_{\phi_0} = \text{Re}[z_0 e^{i(\phi_0 + \phi_z)}] = z_0 \cos(\phi_0 + \phi_z);$$
- Максимальное значение  $z_0$ ;
- Действующее значение,  $z_{\text{RMS}} = z_0 / \sqrt{2}$ .
- Среднее и максимальное значение активной  $Q_a = \mathbf{j}_{\text{активн}} \cdot \mathbf{E}$ , реактивной  $Q_r = \mathbf{j}_{\text{реактивн}} \cdot \mathbf{E}$ , и кажущейся  $Q = \mathbf{j}_{\text{кажущ.}} \cdot \mathbf{E}$  удельной мощности;
- Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Электрическая проводимость  $\gamma$  (наибольшая компонента в анизотропной среде).

### Задача теплопередачи:

- Температура  $T$ ;
- Вектор плотности теплового потока  $\mathbf{F} = -\lambda \cdot \text{grad}(T)$ ;
- Теплопроводность  $\lambda$  (наибольшая компонента в анизотропной среде).

### Задача теории упругости:

- Вектор перемещения  $\delta$ ;
- Компоненты тензора деформаций  $\varepsilon$  и главные деформации;
- Компоненты тензора напряжений  $\sigma$  и главные напряжения;
- Критерий прочности Мизеса (потенциальная энергия формоизменения):

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]},$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  — главные напряжения, упорядоченные по убыванию.

- Критерий прочности Треска (максимальное сдвиговое напряжение):

$$\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_3;$$

- Критерий прочности Мора-Кулона:

$$\sigma_v = \sigma_1 - \chi \sigma_3,$$

где  $\chi = [\sigma+]/[\sigma-]$ ,  $[\sigma+]$  и  $[\sigma-]$  — предельно допустимые напряжения растяжения и сжатия соответственно.

- Критерий прочности Друкера-Прагера:

$$\sigma_e = (1 + \sqrt{\chi})\sigma_i - \frac{\sqrt{\chi} - \chi}{1 + \sqrt{\chi}} \bar{\sigma} + \frac{1}{[\sigma-]} \left( \frac{1 - \sqrt{\chi}}{1 + \sqrt{\chi}} \cdot \bar{\sigma} \right)^2$$

где

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]};$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

- Коэффициент запаса прочности по Хиллу для ортотропных материалов:

$$C_{th} = \frac{\sigma_1^2}{X_1^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{X_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{12}^2},$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\tau_{12}$  — вычисляемые напряжения в материале и,

$$X_1 = X_1^T, \text{ если } \sigma_1 > 0; \quad X_1 = X_1^C, \text{ если } \sigma_1 < 0;$$

$$X_2 = X_2^T, \text{ если } \sigma_2 > 0; \quad X_2 = X_2^C, \text{ если } \sigma_2 < 0;$$

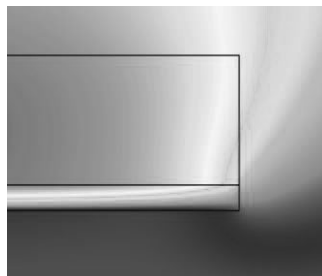
$$S_{12} = S_{12}^+, \text{ если } \tau_{12} > 0; \quad S_{12} = S_{12}^-, \text{ если } \tau_{12} < 0,$$

Коэффициент запаса прочности по Хиллу вычисляется только для тех материалов, для которых были заданы допустимые напряжения (о редактировании свойств метки блока смотрите раздел "*Ввод параметров задачи*"). Если какая-либо пара допустимых напряжений не задана (равна 0), то индекс Хилла будет вычисляться без учета этих напряжений.

## Возможности представления картины поля

Есть несколько возможностей представления картины поля:

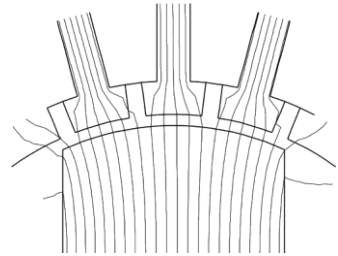
- Цветная карта показывает распределение выбранной физической величины. Цветная карта сопровождается цветовой шкалой, показывающей



соответствие между цветом и значением физической величины.

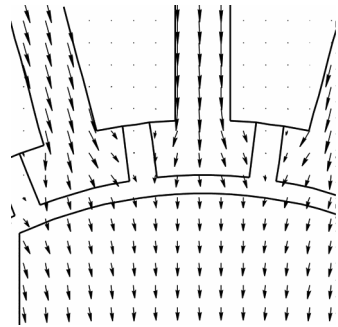
Вы можете настраивать цветную карту, изменяя количество цветовых градаций и границы диапазона выбранной величины. Цветная карта может быть изображена в виде градаций серого цвета.

- Линии поля. Это изотермы для температурного поля, линии равного потенциала для электростатического поля и линии магнитного потока (силовые линии) для магнитного поля.



Управление картиной линий поля сводится к заданию расстояния между соседними линиями. Это расстояние измеряется в единицах соответствующего потенциала.

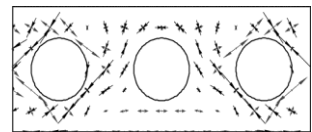
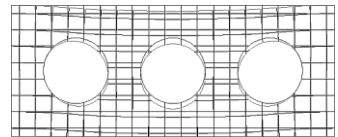
- Векторы — семейство прямолинейных направленных отрезков, изображающих величину и направление векторной физической величины. Векторы начинаются в узлах координатной сетки с квадратными ячейками.



Вы можете менять шаг сетки и масштабный коэффициент для выбранной векторной физической величины.

Следующие возможности используются для представления картины поля специально в задачах теории упругости:

- Измененная форма тела и деформированная граница изображают изменение формы тела в виде исходной и деформированной координатной сетки с квадратными ячейками.
- Тензоры напряжений изображаются в виде семейства пар собственных векторов, отражающих направление главных осей, величины и знаки главных напряжений (голубым цветом отображается растяжение, красным — сжатие);



Изменяйте **Шаг сетки** для настройки густоты координатной сетки, используемой при выводе измененной формы тела, семейств векторов и тензоров.

Можно выводить на экран картину поля сразу несколькими способами для получения наиболее ясного представления.

Вы можете одновременно работать с несколькими разными картинками поля для одной и той же задачи. Чтобы открыть новое окно, выберите **Новое окно** в меню **Окна** или воспользуйтесь соответствующей кнопкой на панели инструментов. Можно также разделить одно окно на две или четыре части, настроив картину поля в каждой из частей отдельно. Чтобы разделить окно на части, воспользуйтесь командой **Разделить** в меню **Окна** или отбуксируйте в нужное место разделитель окна – маленький серый прямоугольник в начале линейки прокрутки.

Если задача моделирует физический процесс, развивающийся во времени, изображение картины поля имеет следующие особенности:

- Для нестационарных задач картина поля изображает некоторый фиксированный момент времени, по умолчанию — последний. Изображаемый момент времени можно задать в окне **Текущая фаза/Время** панели инструментов. Смена момента времени воздействует также на окно полевого калькулятора и другие окна анализа решения (таблицы, графики).
- В задачах, где поле синусоидально изменяется со временем (магнитное и электрическое поле переменных токов), на картине поля могут представлены:
  1. Действующие значения, или
  2. Пиковые (амплитудные) значения, или
  3. Мгновенные значения при выбранной фазе.

Выбор одного из трех вариантов (режимов) показа осуществляется в диалоге **Свойства картины поля** (команда **Вид / Свойства картины поля**), либо в выпадающем меню панели инструментов справа от окна текущей фазы:

## Формирование картины поля

После того, как задача решена, в окне анализа результатов отображается картина поля, используемая по умолчанию. Чтобы изменить вид картины поля, выберите команду **Свойства картины поля** в меню **Вид**.

Показанный на рисунке диалог используется в задачах магнитостатики.

Чтобы выбрать желаемый вид картины поля, отметьте соответствующий флажок.

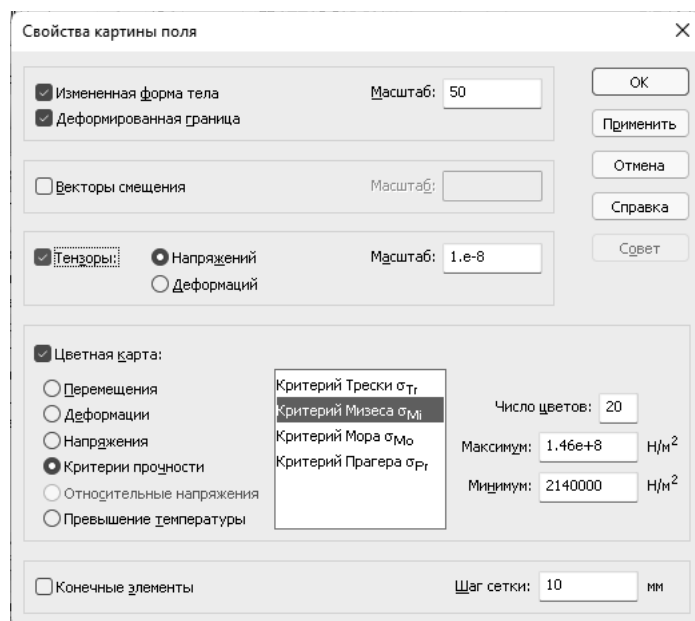
Вы можете выбрать любую комбинацию видов изображения картины поля. Если не выбран ни один из видов, на экране будут нарисованы только контуры геометрической модели.

Здесь вы также можете указать пределы изменения физической величины и число цветов, используемых при построении цветной карты. При выборе какого-либо поля редактирования пределов можно воспользоваться кнопкой **Совет** для установки наиболее подходящего значения предела. Помните, что наиболее подходящие величины для полей **Минимум** и **Максимум**, вычисляются для видимой в данный момент на экране части изображения.

В задачах переменных токов линии равного потенциала и векторы рисуются при заданной фазе. Вы можете сами задать значение фазы. Для получения наиболее ясной картины поля вы можете

одновременно построить линии равного потенциала и векторы для фазы, сдвинутой по отношению к данной на  $90^\circ$ .

Диалоговое окно **Свойства картины поля** для задачи теории упругости дополнительно позволяет изображать семейство тензоров напряжений или деформаций.



Длина векторов, кроме вектора смещения, определяется соответствующей физической величиной, умноженной на масштабирующий фактор, и размером шага сетки. Похожий подход используется для тензоров напряжения и деформации. В отличие от других векторов, величина вектора смещения не зависит от шага сетки. Он определяется безразмерным масштабирующим коэффициентом, равенство которого единице означает, что смещение будет показано в натуральную величину.

Цветная карта превышения температуры в задачах теории упругости отображает распределение температуры, которое определил пользователь в свойствах меток блоков, или импортированное из задачи теплопроводности. В последнем случае температура показывается только в тех блоках, где она использовалась для расчета механических напряжений.

Нажатие кнопки **ОК** приведет к перерисовке картины поля на экране. Кнопка **Отмена** закрывает диалоговое окно без каких-либо изменений картины поля и параметров.

Кроме диалогового окна **Свойства картины поля** есть и другие способы управления изображением поля на экране. Так, в окне цветовой шкалы движением мыши с нажатой левой кнопкой можно сузить диапазон изменения изображаемой физической величины,

или вернуться к диапазону по умолчанию двойным щелчком мыши в зоне цветной шкалы. В панели калькулятора (смотрите раздел "*Панель калькулятора*") двойным щелчком мыши над именем физической величины можно выбрать её в качестве изображаемой при помощи цветной карты. Контекстное меню (правая кнопка мыши) в этом окне также содержит некоторое подмножество команд управления изображением.

Если настройка картины поля и контура интегрирования представляет интерес для последующих сеансов работы, текущие настройки можно сохранить командой **Файл > Сохранить состояние**. Чтобы применить сохраненные настройки к текущей картине поля выберите команду **Файл > Восстановить состояние**.

## Масштабирование

Масштабирование картины поля выполняется аналогично масштабированию в окне модели.

Чтобы сделать изображение крупнее:

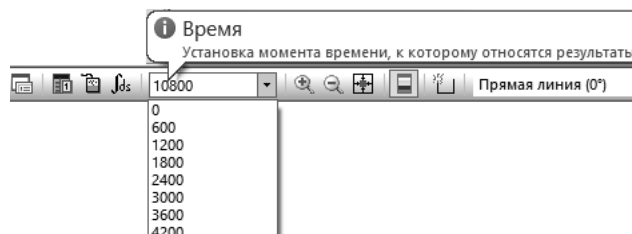
1. Нажмите кнопку **Крупнее** на панели инструментов.
2. Перемещая мышью с нажатой левой кнопкой, выделите прямоугольник, который после отпускания кнопки займет окно целиком.

Чтобы увидеть более обширную часть изображения:

- Нажмите кнопку **Мельче** на панели инструментов модели.
- Или нажмите кнопку **Показать всё** на панели инструментов, чтобы увидеть картину поля целиком так крупно, как это возможно.

## Выбор момента времени

В нестационарных задачах картина поля изображается для определенного момента времени. В окне на панели инструментов выводится текущий момент времени. Вы можете выбрать другой момент времени в выпадающем списке. При первом показе отображается конечный момент времени.



Картины поля, графики и таблицы пересчитываются автоматически при изменении момента времени. Но шкала при этом изменяться не будет.

В задачах поля переменных токов в этом же окне можно установить текущее значение фазы в градусах для показа картины поля в выбранный момент времени

## Анимация

Некоторые типы задач моделируют физические процессы, развивающиеся во времени. Это могут быть либо процессы, гармонические во времени (магнитное и электрическое поле переменных токов), либо нестационарные процессы (электромагнитные и тепловые).

Картину поля для таких задач можно анимировать. Для этого нужно воспользоваться командой **Анимация** в меню **Вид** или кнопкой на панели инструментов.

При включении анимации справа от кнопки **Анимация** появляются две дополнительные кнопки для ускорения или замедления движения картинка.

Текущий момент времени (текущее значение фазы) также отображается в окне **Время/фаза** на панели инструментов.

При включении анимации сначала происходит накопление кадров. В это время изображение на экране может двигаться медленно, и кнопки ускорения/замедления не имеют эффекта. Когда время (фаза) пробежит весь свой диапазон, накопление кадров закончится, и изображение будет двигаться с удобной для глаз скоростью. Масштаб времени при показе движущейся картинка не связан с модельным временем, а выбирается из соображений удобства восприятия.

Анимация автоматически прекращается, когда пользователь предпринимает действия, меняющие состав картины поля.

## Панель калькулятора

Панель калькулятора обычно причалена к левому краю окна картины поля.

Чтобы открыть панель калькулятора, выберите команду **Калькулятор** в меню **Вид** или щелкните на соответствующей кнопке на панели инструментов. Панель калькулятора также откроется при выборе команд **Локальные значения**, **Интегральные значения** или **Мастер...** в меню **Вид**.



Панель калькулятора организована в виде нескольких деревьев, корневые элементы которых соответствуют различным видам числовых данных. Среди них:

- **Локальные значения** отображают различные полевые характеристики в указанных Вами точках расчетной области;
- **Интегральный калькулятор** перечисляет характеристики, которые могут быть вычислены интегрированием по заданной линии, поверхности или объему;
- **Мастер индуктивности** запускает мастер, который поможет вам вычислить собственную или взаимную индуктивность катушек или проводников,
- **Мастер емкости** запускает мастер, который проведет вас через этапы, необходимые для вычисления собственной или взаимной емкости проводников в задачах электростатики,
- **Мастер импеданса** запускает мастер, позволяющий вычислить импеданс (комплексное сопротивление переменному току) проводника в задачах магнитного поля переменных токов.

Чтобы открыть перечисленные наборы числовых данных, дважды щелкните мышью на соответствующем заголовке в дереве или выберите его и нажмите ENTER.

Панель калькулятора изначально причалена к левому краю окна картины поля. Чтобы изменить его ширину, отбуксируйте влево или вправо серую полосу, отделяющую панель от остального окна. Вы можете причалить панель к правому краю окна картины поля, или сделать его плавающим, как обычное окно. Для этого щелкните на заголовке окна и оттащите его в нужное место.

Вы можете выделить одну или несколько строк в панели калькулятора (не обязательно подряд) и отбуксировать их в любую программу, поддерживающую интерфейс "перетащить-и-сбросить" (практически любой текстовый процессор или электронная таблица). Чтобы выделить более одного пункта, при выделении удерживайте клавишу SHIFT (выделение нескольких строк подряд) или CTRL (случайное выделение). Можно также пользоваться контекстным меню (правая кнопка мыши). Оно предоставляет удобное подмножество команд для манипулирования картиной поля в соседнем окне.

В нестационарных задачах все величины в интегральном калькуляторе посчитаны для того момента времени, которому соответствует изображенная картина поля.

## Просмотр локальных значений поля

Чтобы получить значения физических величин, характеризующих поле в указанных точках, выберите команду **Локальные значения** в меню **Вид** или в контекстном меню окна картины поля.

Чтобы ввести координаты пробной точки с клавиатуры, выберите мышью любое из значений координат и затем щелкните по нему мышью еще раз (через некоторый промежуток времени, чтобы не спутать это действие с двойным щелчком мыши) или выберите команду **Координаты точки** в контекстном меню. Вы можете вводить декартовы или полярные координаты.

Чтобы выйти из этого режима, закройте окно локальных значений или выберите команду **Локальные значения** еще раз.

Содержимое окна локальных значений может быть скопировано в буфер обмена, например, для вывода на печать или для передачи в другую программу. Для этого воспользуйтесь командой **Копировать в буфер** в контекстном меню. Чтобы увидеть и скопировать ровно те строки, которые вам нужны, вы можете раскрывать и свертывать отдельные ветви дерева значений.

## Анализ присоединенной электрической цепи

Если решается полевая задача с присоединенной электрической цепью, то для просмотра и анализа доступны данные о токах и напряжениях во всех ветвях.

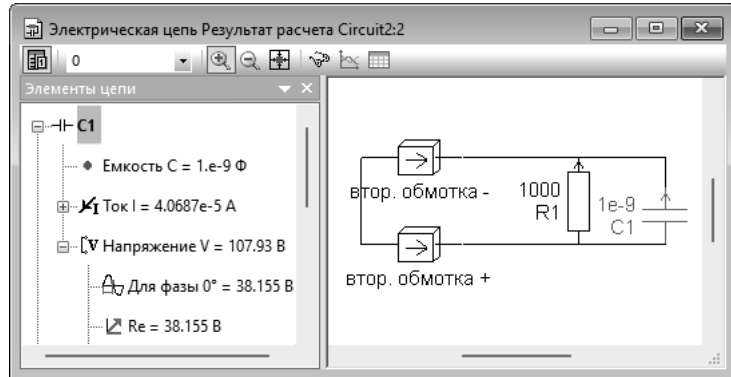
Чтобы открыть окно просмотра результатов расчета электрической цепи, воспользуйтесь командой **Электрическая цепь** в меню **Вид** картины поля или соответствующей кнопкой на панели инструментов.

В результате появится окно, разделенное на две части. Правая панель содержит схему электрической цепи, а вертикальная панель слева — список элементов цепи. Панель со списком элементов цепи может быть отключена и включена снова командой **Элементы цепи** в меню **Вид**.

В окне электрической цепи можно увидеть действующее значение тока в элементе цепи и падение напряжения на нем во всплывающем окне, которое появляется, если подвести указатель мыши к элементу и немного подождать. Более подробные сведения о режиме элемента цепи доступны в панели списка элементов.

Каждый элемент списка представлен своим обозначением (отображается полужирным шрифтом) и двумя или тремя семействами значений. Для всех элементов выводится ток и

падение напряжения, а для пассивных элементов и источников — также значение номинала.



Выделение элементов цепи в списке и на схеме цепи автоматически синхронизируется.

Элементу цепи соответствуют несколько строчек в списке. Все строки, кроме первой, по умолчанию скрыты. Для раскрытия списка нужно щелкнуть мышью маленький символ + (плюс) слева от элемента.

В задачах переменного магнитного поля для тока и напряжения в каждой ветви цепи выводится действующее значение, мгновенное значение при выбранном фазовом угле и компоненты комплексного значения в алгебраической и тригонометрической формах.

В списке элементов цепи можно выделить любое количество строк и поместить их в буфер обмена (команда **Копировать** в меню **Правка**). Выделенные строки можно также отбуксировать в другую программу, например в текстовый редактор или процессор электронных таблиц.

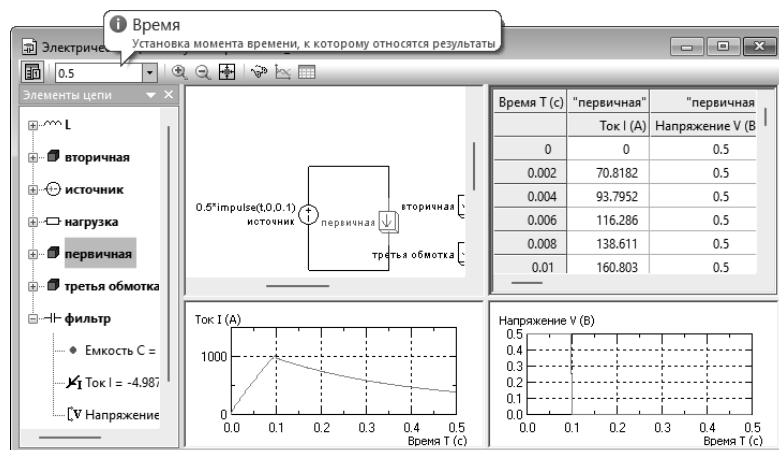
## Графики тока и напряжения для элементов электрической цепи

Если нестационарная магнитная задача решается совместно с присоединенной электрической цепью, то окно результатов расчета цепи содержит до четырех видов:

- Схема электрической цепи;
- График зависимости токов в выделенных элементах цепи от времени;
- График зависимости напряжения выделенных элементов цепи от времени;
- Таблица токов и напряжений во всех элементах электрической цепи.

Каждый из дополнительных видов (кроме схемы цепи) может быть включен или выключен. Виды можно располагать в окне горизонтально, вертикально или таблицей.

Схема цепи присутствует всегда. Остальные разделы можно включать и выключать по необходимости при помощи меню **Вид**. Границы разделов можно двигать. Если высоты или ширины окна недостаточно для размещения всех разделов, один или оба графика могут быть свернуты. Этот факт визуально заметен по двойной горизонтальной рамке, разделяющей разделы.



Двигая мышью горизонтальную границу между разделами, можно изменить соотношение высот. Если высоты окна недостаточно для размещения всех трех разделов, один или оба графика могут быть свернуты. Этот факт визуально заметен по двойной горизонтальной рамке, разделяющей разделы.

Соответствие между элементами и описывающими их кривыми можно установить по цвету кривой и цвету соответствующих ему строк в списке элементов. Изменение состава выделенных элементов (в списке в левом столбце либо на рисунке схемы цепи) приводит к обновлению графиков.

Имеется возможность увеличить или уменьшить масштаб изображения на графике при помощи кнопок на панели инструментов . Нажатие кнопки увеличения (со значком +) меняет форму курсора, после чего можно отметить интересующую прямоугольную зону в окне перетаскиванием мыши.

Изображение на каждом из графиков можно скопировать, распечатать на принтере или сохранить в файле. Для этого используйте команды в контекстном меню графика (правая кнопка мыши).

## Мастер вычисления параметров

Общепотребительные электротехнические параметры могут быть вычислены с помощью мастера. Эти вычисления можно сделать и обычным способом с использованием имеющихся интегральных величин, однако мастер позволит вам получить результат быстрее и во многих случаях избежать трудоемких процедур, таких как ручное построение контура интегрирования и арифметические операции с комплексными числами.

В настоящее время ELCUT предоставляет три мастера:

- **Мастер индуктивности** вычисляет собственные и взаимные индуктивности проводников и катушек в магнитных задачах постоянных и переменных токов,
- **Мастер емкости** вычисляет собственные и взаимные емкости проводников в задачах электростатики,
- **Мастер импеданса** вычисляет импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

Для запуска мастера выберите команду **Мастер** в меню **Вид** или дважды щелкните на соответствующей строчке в панели калькулятора. Если панель калькулятора открыта в момент запуска мастера, все вычисленные им величины будут показаны и запомнены в дереве значений. Вы сможете запустить мастер повторно с любой страницы, дважды щелкнув на соответствующем значении в дереве.

Некоторые из мастеров предоставляют альтернативные способы вычисления необходимых параметров. Каждый из путей отображается на панели калькулятора отдельной ветвью дерева.

### Мастер индуктивности

Мастер индуктивности помогает вычислять собственную и взаимную индуктивность проводников и катушек в задачах магнитного поля переменных и постоянных токов.

Если модель содержит несколько проводящих контуров, обтекаемых различными токами, потокоцепление с одним из них может быть вычислено по формуле

$$\phi_k = L_{kk} \cdot i_k + \sum_n M_{nk} \cdot i_n,$$

где  $L_{kk}$  — собственная индуктивность контура  $k$ ,  $M_{nk}$  — взаимная индуктивность между контурами  $n$  и  $k$ ,  $i_k$  — полный ток в контуре  $k$ .

С другой стороны, энергия, запасенная во всем объеме магнитного поля, также выражается через токи контуров и их индуктивности как

$$W = \frac{1}{2} \left( \sum_k L_{kk} \cdot i_k^2 + \sum_{n \neq k} M_{nk} \cdot i_n \cdot i_k \right)$$

Перед использованием мастера индуктивности вы должны сформулировать задачу таким образом, чтобы все источники поля (объемные, поверхностные или линейные токи) кроме одного, были отключены (равнялись нулю). В модели также не должно быть постоянных магнитов. В этом случае формулы, выписанные выше, примут предельно простой вид, и мы можем выразить искомую индуктивность как

$$L = \Phi / i,$$

где  $\Phi$  — потокосцепление с обмоткой, возбуждаемое током  $i$ , или

$$L = 2W / i^2,$$

где  $W$  — энергия магнитного поля, и  $i$  — единственный ток.

Первый из этих подходов дает собственную индуктивность, если измеряется потокосцепление с той же катушкой, которая возбуждает поле, либо взаимную индуктивность, если речь идет о двух разных катушках. Второй (энергетический) подход позволяет определить только собственную индуктивность.

Стартовая страница мастера приглашает вас выбрать один из двух описанных подходов. Сделав выбор, нажмите кнопку **Далее**.

Вторая страница мастера индуктивности позволяет определить, какие блоки модели представляют поперечное сечение вашего проводника или катушки. В общем случае каждая катушка представлена в плоскости поперечного сечения модели двумя блоками — прямым и обратным проводами. Если в модели представлен только один из проводников, то второй обратный провод может подразумеваться как расположенный симметрично прямому проводу, либо как бесконечно удаленный и потому не оказывающий влияния на распределение магнитного поля.

Мастер вычисления индуктивностей

### Вычисление потокоцепления

Здесь Вы определите потокоцепление с обмоткой

Выберите блок (блоки), представляющие каждую из сторон катушки. Используйте метку "Симметрично" если только одна из сторон катушки представлена в модели, а вторая сторона подразумевается симметричной. Не забудьте указать число витков.

Если никакая комбинация помеченных блоков не представляет Вашу катушку, заранее постройте замкнутый контур вокруг нее, и выберите позицию "Ваш контур" в списке.

Левая сторона катушки

проводник 2

Число витков:

1

Помеченные блоки

--Симметричн  
 воздух  
 стальной экра

Правая сторона

проводник 1

<< Выбрать

Убрать >>

Выбрать >>

<< Убрать

Потокоцепление: (Вб)

Φ = 1.2617e-6

< Назад

Далее >

Отмена

Справка

Чтобы определить каждую сторону катушки, просто укажите мышью соответствующую строку (строки) в списке **Помеченные блоки** и отбуксируйте её (их) в один из боковых списков. Можно также пользоваться кнопками **Выбрать** и **Убрать**. Не имеет значения, какую из сторон катушки вы назовете **Левой стороной**, а какую **Правой стороной**. Если в модели представлена только одна из сторон катушки, отбуксируйте строку **Симметрично** в противоположный список, если обратный провод расположен симметрично прямому (за пределами модели), или оставьте этот список пустым, если обратный провод расположен далеко и не влияет на распределение электромагнитного поля.

Вы можете указать и отбуксировать несколько строк одновременно (не обязательно подряд), если поперечное сечение вашей катушки расщеплено на несколько блоков.

Введите **Число витков** катушки, если их несколько.

В результате любого вашего действия со списками или изменения числа витков значение в поле **Потокоцепление** автоматически изменится, будучи вычисленным по формуле:

$$\phi = N \cdot \left( \frac{\int_L A \, ds}{\int_L ds} - \frac{\int_R A \, ds}{\int_R ds} \right) \quad \text{— для плоской задачи,}$$

$$\phi = 2\pi N \cdot \left( \frac{\int_R r A \, ds}{\int_R ds} - \frac{\int_L r A \, ds}{\int_L ds} \right) \quad \text{— для осесимметричной задачи;}$$

где  $A$  — векторный магнитный потенциал;  $R$  и  $L$  обозначают левую и правую сторону катушки соответственно,  $r$  — радиус точки (расстояние от оси вращения).

Для плоской задачи поттокосцепление и индуктивность вычисляются на один погонный метр осевой длины, независимо от выбранных единиц измерения длины.

Завершив вычисление поттокосцепления, нажмите кнопку **Далее**.

На странице **Вычисление тока** вы можете указать ток, возбуждающий магнитное поле, и задать число витков в катушке.

The screenshot shows a software window titled "Мастер вычисления индуктивностей" (Master of Inductance Calculation). The current step is "Вычисление тока" (Current Calculation), with the instruction: "Здесь Вы определяете ток, возбуждающий магнитное поле." (Here you determine the current that excites the magnetic field).

On the left, there is explanatory text: "Выберите один или несколько объемных, поверхностных или линейных токов, представляющих катушку, которая возбуждает магнитное поле." (Select one or more volume, surface, or linear currents representing the coil that excites the magnetic field). It also provides instructions for coils represented by two blocks with opposite current directions.

On the right, a tree view under "Объемные токи" (Volume currents) shows two selected items: "проводник 1 (I = 1 A)" and "проводник 2 (I = 1 A)".

At the bottom, there are input fields: "Число витков: n = 1" and "Ток: I = 1 (A)".

Navigation buttons at the bottom include "< Назад", "Далее >", "Отмена", and "Справка".

## Мастер емкости

Мастер емкости поможет вам вычислить собственную и взаимную емкость проводников.

Если в модели имеется несколько проводников, заряд каждого из них может быть определен как:

$$q_k = C_{kk} \cdot U_k + \sum_n C_{nk} \cdot U_n$$

где  $C_{kk}$  — собственная емкость проводника  $k$ ,  $C_{nk}$  — взаимная емкость между проводниками  $n$  и  $k$ ,  $U_k$  — электрический потенциал проводника  $k$ .

С другой стороны, энергия электрического поля также выражается через емкости и заряды как:

$$W = \frac{1}{2} \left( \sum_k \frac{q_k^2}{C_{kk}} + \sum_{n \neq k} \frac{q_n \cdot q_k}{C_{nk}} \right)$$



и через емкости и потенциалы:

$$W = \frac{1}{2} \left( \sum_k C_{kk} \cdot U_k^2 + \sum_{n \neq k} C_{nk} \cdot U_n \cdot U_k \right)$$

Прежде чем воспользоваться мастером емкостей, вы должны сформулировать задачу таким образом, чтобы все источники поля (пространственные, поверхностные или линейно распределенные заряды или ненулевые значения потенциала) кроме одного были выключены. В этом случае уравнения, выписанные выше, предельно упрощаются, и вы можете узнать величину емкости, если известны любые две из следующих трех величин: заряд, потенциал, запасенная энергия.

Формулируя задачу электростатики для расчета емкости, вы можете приложить к проводнику известный потенциал и измерить наведенный заряд, либо наоборот. Измерение заряда чуть более сложно, чем измерение потенциала. Для этого вам потребуется построить замкнутый контур интегрирования, окружающий ваш проводник (но не касающийся его поверхности) перед запуском мастера емкости.

Простейший способ постановки задачи для расчета емкости состоит в том, чтобы задать граничное условие **Изолированный проводник** на поверхности проводника и поместить электрический **Заряд** произвольной ненулевой величины в любой вершине на его поверхности.

На странице **Электроды** вы определяете, емкость каких электродов (проводников) необходимо вычислить.

The screenshot shows a software window titled "Мастер вычисления емкостей" (Master of capacitance calculation). The active tab is "Электроды" (Electrodes). The text inside says: "Здесь Вы сможете указать электроды, образующие Ваш" (Here you will be able to specify the electrodes forming your). Below this, there is a list of conductors to choose from: "Поверхностные проводники" (Surface conductors), "Земля (U = 0 В)" (Ground (U = 0 V)), "проводник 1 (U = 1 В)" (conductor 1 (U = 1 V)), and "проводник 2 (U = 0 В)" (conductor 2 (U = 0 V)). The "проводник 1" option is currently selected. To the left of the list, there is explanatory text: "Выберите из списка проводник(и), емкость которых Вы собираетесь вычислять." (Select from the list the conductor(s) whose capacitance you are going to calculate.) and "Если Вы выберете несколько проводников, их потенциалы будут просуммированы с учетом знака." (If you select several conductors, their potentials will be summed taking into account the sign). At the bottom right, there is a field for "Потенциал: U = 1 (В)" (Potential: U = 1 (V)). At the very bottom, there are four buttons: "< Назад" (Back), "Далее >" (Next), "Отмена" (Cancel), and "Справка" (Help).

Электроды перечислены в списке, организованном в виде двух ветвей дерева – пространственные (объемные) проводники и линейные проводники (если есть).

Если надо вычислить емкость конденсатора, состоящего из двух электродов, выберите оба электрода. При выборе нескольких электродов их потенциалы будут суммироваться с учетом знака.

Результатом любых ваших действий со списком будет автоматическое изменение значения в поле **Потенциал**. Закончив выбор электродов, нажмите кнопку **Далее**.

Страница **Заряд** поможет вам определить заряд электрода и энергию электрического поля, запасенную во всей расчетной области.

The screenshot shows a software window titled "Мастер вычисления емкостей" (Master of capacitance calculation). The current page is titled "Заряд" (Charge) and has the subtitle "Здесь Вы определяете заряд конденсатора" (Here you determine the charge of the capacitor). The text on the page explains that to continue calculating capacitance, the user must know the charge of the capacitor or the energy stored in the electric field. It instructs the user to select a known charge from a list on the right. The list on the right contains one item: "проводник 1 (Q = 1.e-9 Кл)". Below the list, the "Заряд: Q =" field is set to "1.e-9" with the unit "(Кл)". At the bottom, there is a button "Вычислить энергию" (Calculate energy) and the "Энергия W =" field is set to "4.6893e-11" with the unit "(Дж)". Navigation buttons at the bottom include "< Назад" (Back), "Далее >" (Next), "Отмена" (Cancel), and "Справка" (Help).

Справа находится список всех значений заряда, которые вы задали на электродах. Если, формулируя задачу, вы пошли по пути задания потенциалов, а не зарядов на электродах, то единственный способ вычислить заряд, наведенный на проводнике, состоит в том, чтобы построить замкнутый контур, окружающий электрод, не соприкасающийся с ним. В этом случае вы должны построить контур перед запуском мастера.

Выбирая одну или несколько строк из списка, вы получите результирующее значение заряда в поле **Заряд**.

## Мастер импеданса

Мастер импеданса позволяет вычислить импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току). Это несложное вычисление выполняется на одной странице. Для вычисления импеданса и его действительной и мнимой частей

(активного и реактивного сопротивления соответственно), мастер импеданса делит напряжение на ток:

$$Z = U/I, \quad R = \operatorname{Re}[Z], \quad X_L = \operatorname{Im}[Z], \quad L = X_L / 2\pi f,$$

где  $Z$  — абсолютное значение импеданса и  $f$  — частота.



Если вы укажете в списке несколько строк, мастер будет рассматривать эти проводники как соединенные параллельно, если падения напряжения на них одинаковы, или соединенные последовательно в противном случае.

## Редактирование контуров

Контуром называется направленная ломаная линия, состоящая из отрезков прямых и дуг окружностей (включая рёбра модели).

Контуры в ELCUT используются для:

- Построения графиков физических величин вдоль контура (смотрите раздел "*Графики*");
- Вычисления линейных, поверхностных и объемных (для замкнутых контуров) интегралов (смотрите раздел "*Вычисление интегралов*");
- Табличного вывода распределения поля вдоль контура на экран, в буфер обмена и в текстовый файл (смотрите раздел "*Таблицы физических величин вдоль контура*");
- Гармонического анализа пространственного распределения поля вдоль контура (смотрите справочную систему ELCUT).

Правила, действующие для контуров, заключаются в следующем:

- Контур не может пересекать сам себя.
- Замкнутые и разомкнутые контуры различаются.

- Замкнутые многосвязные контуры используются только для вычисления интегралов.

Контур изображается при помощи направленных отрезков и дуг либо, если он замкнут и положительно ориентирован (против часовой стрелки), — в виде залитого цветом многоугольника.

ELCUT позволяет создавать и модифицировать контур в окне картины поля. Для работы с контуром используются следующие операции:

*Добавление линий:* присоединяет отрезок прямой или дугу окружности к контуру. Дуга задается своим угловым размером (нулевой угол обозначает отрезок) и двумя конечными точками. Контур может начинаться любой линией, а к существующему контуру можно добавить линию, начинающуюся в конце предыдущей. Нельзя добавить линию к замкнутому контуру.

Есть два способа добавления линий к контуру: Выберите команду **Добавить (Линия...)** из меню **Контур** или контекстного меню и затем перемещайте мышь с нажатой левой кнопкой к концу будущей линии. Или выберите команду **Ввод линий** из меню **Контур** или контекстного меню и вводите координаты конечных точек и угловой размер дуги с клавиатуры.

*Добавление рёбер:* добавляет ребро модели к контуру. Контур может начинаться любым ребром, а к существующему контуру можно добавить ребро, начало которого совпадает с концом контура. Ребро не может быть добавлено, если контур замкнут или если конечная точка контура не является вершиной модели.

Чтобы добавить рёбра, выберите команду **Добавить (Линия/Ребро)** в меню **Контур** или контекстном меню и затем укажите мышью примыкающие друг к другу рёбра.

*Добавление блоков:* рассматривая текущий замкнутый контур как границу некоторой области, добавляет к ней (или вычитает из неё) блок модели в теоретико-множественном смысле.

Чтобы добавить блок, выберите команду **Добавить (Блок)** из меню **Контур** или контекстного меню и затем указывайте мышью нужные блоки.

*Замкнуть контур:* соединяет начало и конец разомкнутого контура отрезком или дугой, в зависимости от текущего значения угла раствора дуги на панели инструментов.

*Сменить направление:* изменяет направление контура на противоположное.

*Удалить всё:* удаляет контур целиком.

В зависимости от текущего состояния контура некоторые операции редактирования могут быть запрещены.

Направление контура имеет значение в следующих случаях:

- При вычислении объемных интегралов область интегрирования берется слева от контура.
- При вычислении поверхностных интегралов положительная нормаль направлена направо от контура.
- Начальная точка контура имеет нулевую координату по оси абсцисс при построении графиков и выводе в таблицу.
- Если изображаемая на графике или интегрируемая величина определена с обеих сторон контура и при этом принимает различные значения слева и справа от него, используется значение с правой стороны.

## Графики

Распределение физических величин поля вдоль контура может быть изображено на графике. Чтобы открыть окно графика, выберите команду **График** в меню **Вид** или контекстном меню окна картины поля, в котором вы уже задали контур.

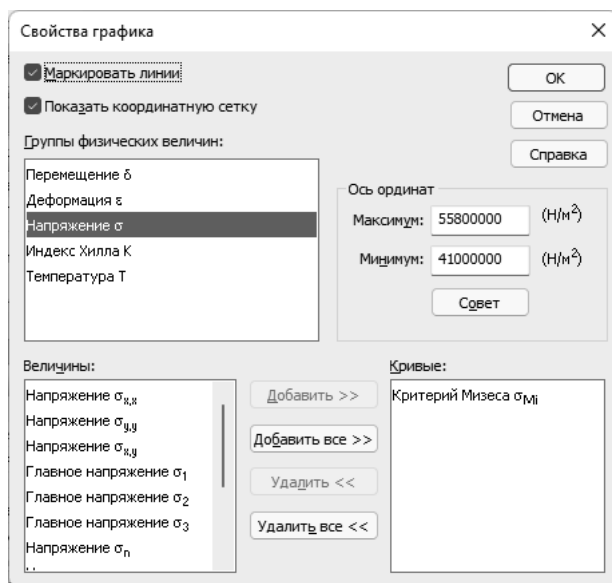
В окне графика вы можете:

- Выбирать отображаемые величины при помощи команды **Свойства графика** из меню **Вид** или контекстного меню.
- Изменять масштаб изображения.
- Выводить на экран или принтер таблицу соответствия между цветом кривой на графике и изображаемой физической величиной (легенду).
- Копировать изображение из окна графика в буфер обмена.
- Открывать несколько окон графиков для одного контура.

## Выбор изображаемых величин

На графике могут быть одновременно изображены несколько физических величин с одинаковыми единицами измерения. В соответствии с этим величины разбиты на группы. Полный список величин включает все величины, которые можно отобразить в картине поля (смотрите раздел "*Отображаемые физические величины*"), а также нормальные и тангенциальные компоненты векторов.

Когда вы выберете нужную группу величин, в списке **Кривые** появятся величины, которые будут показаны на графике, а в списке **Величины** — все доступные, но не выбранные величины. Вы можете использовать кнопки, расположенные между этими списками, для перемещения величин из одного списка в другой или перемещать величины двойным щелчком мыши.



Вы можете также вводить значения **Максимума** и **Минимума** диапазона по оси ординат. Используйте кнопку **Совет** для расчета оптимального диапазона для выбранного набора величин.

В задаче расчета магнитного поля переменных токов комплексные величины могут быть отображены своими мгновенными (при данной фазе), амплитудными или действующими значениями.

Вы можете включить или выключить координатную сетку и маркеры кривых. Последний режим поможет вам различать совпадающие кривые.

## Вычисление интегралов

ELCUT вычисляет линейные, поверхностные и объемные интегралы. В плоско-параллельных задачах контур определяет цилиндрическую (в обобщенном смысле) поверхность бесконечной длины, или объем этого цилиндра для вычисления объемного интеграла. Таким образом, *в плоско-параллельных задачах поверхностные и объемные интегралы вычисляются на единицу глубины*. В осесимметричном случае контур определяет тороидальную поверхность и, соответственно, объем внутри этой поверхности для вычисления объемного интегрирования.

Положительным направлением контура считается направление против часовой стрелки. Направление контура учитывается следующим образом:

- Для объемных интегралов область интегрирования лежит слева от контура.
- Для поверхностных интегралов положительный вектор нормали направлен направо от контура.
- Если интегрируемая функция принимает разные значения справа и слева от контура, то используется правое значение.

Такие интегральные величины, как механическая сила, вращающий момент и электрический заряд представляют реальные физические величины только в том случае, когда контур замкнут. Тем не менее, эти интегралы вычисляются также и для незамкнутых контуров.

Для вычисления интегральных характеристик используйте команду **Интегральные значения** в меню **Вид** или контекстном меню (правая кнопка мыши). Или, если панель калькулятора в этот момент открыта, дважды щелкните строку **Интегральный калькулятор**. Если контур интегрирования уже построен, в панели калькулятора появится список имеющихся интегральных характеристик. Этот список будет разным в зависимости от того, замкнут или разомкнут ваш контур. Если контура еще нет, вместо списка появится сообщение, приглашающее вас его построить. Вы можете увидеть значение интегральной величины, нажав квадратную серую кнопку около его названия или дважды щелкнув само название. Будучи однажды вычисленным, интегральное значение пересчитывается автоматически всякий раз, когда вы изменяете контур.

Некоторые интегралы требуют замкнутого контура, ориентированного по часовой стрелке, иначе такие интегралы не имеют физического смысла и не появляются в списке. Построив контур, вы можете выбирать интегральные величины из списка. Чтобы открыть перечисленные наборы числовых данных, дважды щелкните мышью на соответствующем заголовке в дереве или выберите его и нажмите ENTER. Вы можете скопировать вычисленное значение в буфер обмена командой **Копировать в буфер** из контекстного меню.

Для вычисления механических сил и моментов в задачах электростатики или магнитостатики, а также электрического заряда, тока или теплового потока область интегрирования может быть выбрана многими разными способами. Единственное требование состоит в том, что поверхность, по которой вычисляется интеграл, должна охватывать все нужные тела и не включать никаких ненужных тел или источников поля. Важно иметь в виду, что результат будет наиболее точен, если вы

проведете поверхность интегрирования как можно дальше от зон сильной неоднородности поля, таких как источники поля или поверхности проводящих или ферромагнитных тел.

При вычислении потокоцепления, напротив, область интегрирования должна точно совпадать с поперечным сечением нужной обмотки.

В следующих разделах приводятся все интегральные величины с формулами. Для каждой интегральной величины указана также константа для вызова интегральной величины в функции *GetIntegral* (о программном доступе к ELCUT при помощи технологии ActiveField см. справочную систему ELCUT).

Геометрические обозначения в формулах имеют следующий смысл:

- **n** – единичный вектор нормали к контуру;
- **t** – единичный вектор касательной к контуру;
- **r** – радиус-вектор точки.

**Область интегрирования обозначается следующим образом:**

- **L** – интегрирование вдоль контура;
- **S** – интегрирование по поверхности, образуемой движением контура.

В плоско-параллельной задаче поверхность создается движением контура вдоль оси  $z$  на расстояние  $L_z$  (осевая длина задачи, равная по умолчанию 1 м), в осесимметричной – вращением его вокруг горизонтальной оси.

- **S<sub>C</sub>** – интегрирование по плоской поверхности, натянутой на замкнутый контур.
- **V** – интегрирование по объему внутри поверхности **S**. Чтобы определить объем, контур должен быть замкнутым.

## Статическое и нестационарное магнитное поле

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе магнитного поля: механическая сила и момент, потокоцепление, магнитный поток, магнитодвижущая сила (МДС), потокоцепление, энергия поля.

В формулах используются следующие обозначения:

- **B** – вектор индукции магнитного поля;
- **H** – вектор напряженности магнитного поля;
- **A** –  $z$ -компонента векторного магнитного потенциала;
- **B(H)** – кривая насыщения ферромагнитного материала. Предполагается изотропный материал, в котором направления векторов **B** и **H** совпадают.



Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Пондеромоторная сила qfInt_MaxwellForce	$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_s \begin{pmatrix} \mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \\ + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \\ - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \end{pmatrix} ds,$ <p>Суммарная магнитная сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме.</p>
Вращающий момент qfInt_MaxwellTorque	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_s \begin{pmatrix} [\mathbf{r} \times \mathbf{H}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \\ + [\mathbf{r} \times \mathbf{B}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \\ - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \end{pmatrix} ds$ <p>Суммарный момент магнитных сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме.</p> <p>В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где <math>\mathbf{F}</math> — это полная сила, а <math>\mathbf{r}_0</math> — радиус-вектор точки.</p>
Потокосцепление на один виток qfInt_FluxLinkage	$\Psi = \frac{\oint A ds}{S_c} \quad \text{— в плоскопараллельном случае;}$ $\Psi = \frac{2\pi \oint (rA) ds}{S_c} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$ <p>Интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а <math>S_c</math> обозначает площадь этого поперечного сечения.</p> <p>Если в качестве контура интегрирования выбрано поперечное сечение одного проводника, то вычисляется потокосцепление с витком, обратный провод проходит вне области, занятой полем.</p>
Магнитодвижущая сила qfInt_KGrad_t_dl	$F = \int_L (\mathbf{H} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Магнитодвижущая сила (МДС)</p>

	<p>вычисляется как циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль контура.</p> <p>По закону Ампера, МДС вдоль замкнутого контура равна полному току, пронизывающему контур.</p>
<p>Магнитный поток</p> <p>qfInt_Grad_n_ds</p>	$\Phi = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Магнитный поток через поверхность, заданную контуром.</p>
<p>Энергия магнитного поля</p> <p>qfInt_MagneticEnergy</p>	$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dv$ <p>— в линейном случае;</p> $W = \int \left( \int_0^B H(B') dB' \right) dv$ <p>— в нелинейном случае.</p>
<p>Коэнергия магнитного поля</p> <p>qfInt_MagneticCoenergy</p>	$W_{co} = \int_V \left( \int_0^H B(H') dH' \right) dv$ <p>— в нелинейном случае.</p> <p>Для линейной задачи коэнергия равна энергии магнитного поля.</p>
<p>Линеаризованная энергия поля</p> <p>qfInt_ElectrostaticEnergy</p>	$W_{lin} = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) dv$ <p>В линейных задачах совпадает с энергией магнитного поля.</p>
<p>Поверхностная энергия</p> <p>qfInt_GradKGrad_n_ds</p>	$W_s = \frac{1}{2} \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) ds$ <p>Интегрирование производится по поверхности S, образованной движением контура.</p>

Средний потенциал поверхности qfInt_Potential_ds	$A_s = \frac{1}{S} \int_S A ds$
Средний потенциал по объему qfInt_Potential_dv	$A_v = \frac{1}{V} \int_V A dv$
Средняя индукция по объему qfInt_Grad_dv	$\mathbf{B}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{B} dv$
Средняя напряженность по объему qfInt_KGrad_dv	$\mathbf{H}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{H} dv$
Средний квадрат индукции по объему qfInt_Grad2_dv	$B_a^2 = \frac{1}{V} \int_V B^2 dv$
Средний квадрат напряженности qfInt_KGrad2_dv	$H_a^2 = \frac{1}{V} \int_V H^2 dv$
Интеграл от индукции по контуру qfInt_Grad_t_dl	$x = \int_L (\mathbf{B} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Циркуляция вектора магнитной индукции по контуру.</p>
Поверхностный интеграл от напряженности qfInt_KGrad_n_ds	$x = \int_S (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Поток вектора напряженности магнитного поля через поверхность, заданную контуром.</p>
<b>Только для нестационарных задач:</b>	
Полный ток qfInt_Jtotal	$I = \int_{S_c} j_{\text{полн.}} ds$ <p>Полный ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур. <math>j_{\text{полн.}}</math> — плотность полного тока.</p>

Сторонний ток qfInt_Jextern	$I = \int_{S_c} j_{\text{сторон.}} ds$ <p>Сторонний ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур.</p> <p><math>j_{\text{сторон.}}</math> — плотность стороннего тока.</p>
Вихревой ток qfInt_Jeddies	$I = \int_{S_c} j_{\text{вихр.}} ds$ <p>Вихревой ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур.</p> <p><math>j_{\text{вихр.}}</math> — плотность вихревого тока.</p>
Мощность тепловыделения qfInt_Power	$P = \oint_V \frac{1}{\gamma} j_{\text{полн.}}^2 dv$ <p>Мощность джоулевых потерь в объеме, ограниченном контуром.</p> <p><math>\gamma</math> — электропроводимость материала,  <math>j</math> — плотность тока.</p>

### Магнитное поле переменных токов

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе магнитного поля: вихревой, сторонний и полный ток, механическая сила и момент, потокосцепление, магнитный поток, магнитодвижущая сила (МДС), потокосцепление, энергия поля.

В формулах используются следующие обозначения:

- **$\mathbf{B}$**  — комплексный вектор индукции магнитного поля;
- **$\mathbf{H}$**  — комплексный вектор напряженности магнитного поля,
- $j_{\text{полн.}}, j_{\text{вихр.}}, j_{\text{сторон.}}$  — комплексные значения плотности полного, вихревого и стороннего тока;
- $A$  —  $z$ -компонента комплексного векторного магнитного потенциала.
- $\gamma$  — удельное электрическое сопротивление;

Напомним, что в задачах магнитного поля переменных токов используются комплексные величины, изображающие синусоидально меняющиеся со временем реальные физические параметры. Поэтому, интегральные величины могут иметь разную природу, а именно:

- **Комплексная величина**, имеющая амплитуду и фазу (ток, потокосцепление, МДС).
- **Комплексный вектор**, представляющий вектор, конец которого за временной период описывает эллипс (индукция,

- напряженность магнитного поля). Для комплексных векторов отображается амплитуда (отдельно по каждому координатному компоненту), фаза и коэффициент поляризации.
- **Квадратичная величина** (мощность омических потерь, энергия поля и т.п.). Такая величина пульсирует с двойной частотой вокруг некоторого среднего значения. Отображается среднее значение, фаза и размах пульсаций.
  - **Квадратичный вектор** (механическая сила и т.п.). Представляет собой вектор, изменяющий свою величину и направление с двойной частотой относительно среднего значения. Вычисляется среднее значение вектора (длина, угол, координатные компоненты), а также размах колебаний. Последний необходим, например, для оценки предельного значения механической силы за период.

Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Полный ток qfInt_Itotal	$I = \int_{S_c} j_{\text{полн.}} ds$ <div>Комплексная величина Полный ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур.</div>
Сторонний ток qfInt_Jextern	$I = \int_{S_c} j_{\text{сторон.}} ds$ <div>Комплексная величина Сторонний ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур.</div>
Вихревой ток qfInt_Jeddies	$I = \int_{S_c} j_{\text{вихр.}} ds$ <div>Комплексная величина Вихревой ток через плоскую поверхность, натянутую на замкнутый контур.</div>
Мощность тепловыделения qfInt_Power	$P = \oint_V \frac{1}{\gamma} j_{\text{полн.}}^2 dv$ <div>Квадратичная величина Мощность джоулевых потерь в объеме, ограниченном контуром.</div>

	$\gamma$ – электрическая проводимость материала.
Потери в стали qfInt_Steinmetz	$P = \int_V \left[ \begin{array}{l} k_h \cdot f \cdot B^2 \\ + k_c \cdot f^2 \cdot B^2 \\ + k_e \cdot (f \cdot B)^{\frac{3}{2}} \end{array} \right] dv,$ <p>где <math>B</math> – амплитуда индукции, а коэффициенты <math>k_h, k_c, k_e</math> задаются пользователем в свойствах метки блока.</p>
Поток мощности qfInt_EnergyFlow	$P_S = \int_S (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Квадратичная величина Поток вектора Пойнтинга через поверхность. Равен энергии, переносимой через поверхность <math>S</math> в единицу времени. Здесь вектор <math>\mathbf{S}</math> – это вектор Пойнтинга <math>\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]</math> (не путать с поверхностью интегрирования <math>S</math>).</p>
Полная пондеромоторная сила qfInt_MaxwellForce	$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S \left( \begin{array}{l} \mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \\ + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \\ - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \end{array} \right) ds$ <p>Квадратичный вектор. Вычисляет силу, действующую на тела, расположенные внутри поверхности, путем интегрирования тензора Максвелла по поверхности.</p>
Полный вращающий момент qfInt_MaxwellTorque	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S \left( \begin{array}{l} [\mathbf{r} \times \mathbf{H}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \\ + [\mathbf{r} \times \mathbf{B}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \\ - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \end{array} \right) ds$ <p>Квадратичная величина. Вычисляет вращающий момент, действующий на тела, расположенные внутри поверхности, путем интегрированием тензора Максвелла. В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где</p>

	$\mathbf{F}$ — это полная сила, а $\mathbf{r}_0$ — радиус-вектор точки.
Сила Лоренца qfInt_LorentzForce	$\mathbf{F} = \int_V [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] dv$ <p>Квадратичный вектор. Сила Лоренца, действующая на проводники с током, расположенные внутри объема интегрирования.</p>
Вращающий момент силы Лоренца qfInt_LorentzTorque	$\mathbf{T} = \int_V [\mathbf{r} \times [\mathbf{j} \times \mathbf{B}]] dv.$ <p>Квадратичная величина. Момент силы Лоренца. См. замечание относительно полного вращающего момента.</p>
Энергия магнитного поля qfInt_MagneticEnergy	$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dv$ <p>Квадратичная величина. Энергия вычисляется по указанной формуле, как для линейных, так и нелинейных задач.</p>
Потокосцепление на один виток qfInt_FluxLinkage	$\Psi = \frac{\oint A ds}{S_C} \quad \text{— в плоскопараллельном случае;}$ $\Psi = \frac{2\pi \oint (rA) ds}{S_C} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$ <p>Комплексная величина. Интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а <math>S_C</math> обозначает площадь этого поперечного сечения.</p> <p>Если в качестве контура интегрирования выбрано поперечное сечение одного проводника, то вычисляется потокосцепление с витком, обратный провод проходит вне области, занятой полем.</p>
Магнитодвижущая сила qfInt_KGrad_t_dl	$F = \int_L (\mathbf{H} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Комплексная величина. Магнитодвижущая сила (МДС)</p>

	<p>вычисляется циркуляция напряженности магнитного поля вдоль контура.</p> <p>По закону Ампера, МДС по замкнутому контуру равна полному току, пронизывающему контур.</p>
<p>Магнитный поток</p> <p>qfInt_Grad_n_ds</p>	$\Phi = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Комплексная величина. Магнитный поток через поверхность, заданную контуром.</p>
<p>Поверхностная энергия</p> <p>qfInt_GradKGrad_n_ds</p>	$W_s = \frac{1}{2} \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) ds$ <p>Квадратичная величина. Интегрирование производится по поверхности S, образованной движением контура.</p>
<p>Средний потенциал поверхности</p> <p>qfInt_Potential_ds</p>	$A_s = \frac{1}{S} \int_S A ds$ <p>Комплексная величина</p>
<p>Средний потенциал по объему</p> <p>qfInt_Potential_dv</p>	$A_v = \frac{1}{V} \int_V A dv$ <p>Комплексная величина</p>
<p>Средняя индукция по объему</p> <p>qfInt_Grad_dv</p>	$\mathbf{B}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{B} dv$ <p>Комплексный вектор.</p>
<p>Средняя напряженность по объему</p> <p>qfInt_KGrad_dv</p>	$\mathbf{H}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{H} dv$ <p>Комплексный вектор</p>
<p>Средний квадрат индукции по объему</p> <p>qfInt_Grad2_dv</p>	$B_a^2 = \frac{1}{V} \int_V B^2 dv$ <p>Квадратичная величина</p>
<p>Средний квадрат напряженности</p> <p>qfInt_KGrad2_dv</p>	$H_a^2 = \frac{1}{V} \int_V H^2 dv$ <p>Квадратичная величина</p>



Интеграл от индукции по контуру qfInt_Grad_t_dl	$x = \int_L (\mathbf{B} \cdot \mathbf{t}) dl$ Комплексное число. Циркуляция вектора магнитной индукции по контуру.
Поверхностный интеграл от напряженности qfInt_KGrad_n_ds	$x = \int_S (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}) ds$ Комплексное число. Поток вектора напряженности магнитного поля через поверхность, заданную контуром.

*Замечание.* Пондеромоторная сила включает в себя силу, действующую на ферромагнитные тела и силу Лоренца, действующую только на проводники с током. Если ферромагнитная компонента отсутствует или пренебрежимо мала, мы рекомендуем вычислять электромагнитную силу как силу Лоренца. Точность её вычисления менее чувствительна к выбору контура интегрирования, и вы можете просто выбрать блок, соответствующий проводнику, для вычисления силы. При вычислении полной пондеромоторной силы такой выбор контура приведет к весьма неточным результатам, и мы рекомендуем избегать соприкосновения контура с границами раздела сред, как описано раньше в этой главе.

### Электростатика:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе электрического поля: электрический заряд, механическая сила и момент, разность потенциалов, поток электрической индукции, энергия поля.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля;
- $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции (электрического смещения),
- $U$  – потенциал.

Название, константа ActiveField	Формула и описание
Электрический заряд qfInt_KGrad_n_ds	$q = \oint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \, ds$ <p>Суммарный электрический заряд, заключенный в заданном объеме, может быть вычислен как поток вектора электрического смещения по замкнутой поверхности, охватывающей нужный объем.</p>
Механическая сила qfInt_MaxwellForce	$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Суммарная электрическая сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме.</p>
Вращающий момент qfInt_MaxwellTorque	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} [\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Суммарный момент электрических сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме.</p> <p>В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где <math>\mathbf{F}</math> — это полная сила, а <math>\mathbf{r}_0</math> — радиус-вектор точки.</p>
Энергия электрического поля qfInt_ElectrostaticEnergy	$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) dv$ <p>Энергия электрического поля в заданном объеме.</p>
Поверхностная энергия qfInt_GradKGrad_n_ds	$W_S = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) ds$

<p>Разность потенциалов qfInt_Grad_t_dl</p>	$\Delta U = \int_L (\mathbf{E} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Разность потенциалов между концами контура может быть вычислена как циркуляция вектора напряженности вдоль контура.</p>
<p>Средний потенциал поверхности qfInt_Potential_ds</p>	$U_S = \frac{1}{S} \int_S U ds$
<p>Средний потенциал по объему qfInt_Potential_dv</p>	$U_V = \frac{1}{V} \int_V U dv$
<p>Средняя напряженность по объему qfInt_Grad_dv</p>	$\mathbf{E}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{E} dv$ <p>Средний вектор напряженности поля в заданном объеме.</p>
<p>Среднее смещение по объему qfInt_KGrad_dv</p>	$\mathbf{D}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{D} dv$ <p>Средний вектор электрического смещения в заданном объеме.</p>
<p>Средний квадрат напряженности qfInt_Grad2_dv</p>	$E_a^2 = \frac{1}{V} \int_V E^2 dv$
<p>Средний квадрат смещения qfInt_KGrad_dv</p>	$D_a^2 = \frac{1}{V} \int_V D^2 dv$
<p>Интеграл от смещения вдоль линии qfInt_KGrad_t_dl</p>	$x = \int_L (\mathbf{D} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Циркуляция вектора электрического смещения вдоль контура.</p>
<p>Поверхностный интеграл от напряженности qfInt_Grad_n_ds</p>	$x = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Поток напряженности электрического поля через поверхность, заданную контуром.</p>

### Нестационарное электрическое поле:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе электрического поля: электрический заряд, ток проводимости и ток смещения через поверхность, мощность джоулевых потерь в указанном объеме, механическая сила и момент, разность потенциалов, поток электрической индукции, энергия поля.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля;
- $\mathbf{j}, \mathbf{j}_d$  – плотность тока проводимости и смещения;
- $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции (электрического смещения),
- $U$  – электрический потенциал.

Название, константа ActiveField	Формула и описание
Электрический заряд qfInt_KGrad_n_ds	$q = \oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} ds$ <p>Суммарный электрический заряд, заключенный в заданном объеме, может быть вычислен как поток вектора электрического смещения по замкнутой поверхности, охватывающей нужный объем.</p>
Ток проводимости через поверхность qfInt_Jactive	$I_{\text{активн.}} = \int_S (\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Ток проводимости (утечки) через заданную поверхность.</p>
Ток проводимости через поверхность qfInt_Jreactive	$I_{\text{реактивн.}} = \int_S (\mathbf{j}_d \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Ток смещения через заданную поверхность</p>
Активная мощность qfInt_PowerActive	$P_{\text{активн}} = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dv$ <p>Мощность джоулевых потерь, выделяющихся в заданном объеме.</p>
Механическая сила qfInt_MaxwellForce	$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Суммарная электрическая сила,</p>

	действующая на тела, заключенные в заданном объеме.
<p>Вращающий момент</p> <p>qfInt_MaxwellTorque</p>	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} [\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Суммарный момент электрических сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме.</p> <p>В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где <math>\mathbf{F}</math> — это полная сила, а <math>\mathbf{r}_0</math> — радиус-вектор точки.</p>
<p>Энергия электрического поля</p> <p>qfInt_ElectrostaticEnergy</p>	$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) dv$ <p>Энергия электрического поля в заданном объеме.</p>
<p>Поверхностная энергия</p> <p>qfInt_GradKGrad_n_ds</p>	$W_S = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) ds$
<p>Разность потенциалов</p> <p>qfInt_Grad_t_dl</p>	$\Delta U = \int_L (\mathbf{E} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Разность потенциалов между концами контура может быть вычислена как циркуляция вектора напряженности вдоль контура.</p>
<p>Средний потенциал поверхности</p> <p>qfInt_Potential_ds</p>	$U_S = \frac{1}{S} \int_S U ds$
<p>Средний потенциал по объему</p> <p>qfInt_Potential_dv</p>	$U_V = \frac{1}{V} \int_V U dv$

Средняя напряженность по объему qfInt_Grad_dv	$\mathbf{E}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{E} dv$ <p>Средний вектор напряженности поля в заданном объеме.</p>
Среднее смещение по объему qfInt_KGrad_dv	$\mathbf{D}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{D} dv$ <p>Средний вектор электрического смещения в заданном объеме.</p>
Средний квадрат напряженности qfInt_Grad2_dv	$E_a^2 = \frac{1}{V} \int_V E^2 dv$
Средний квадрат смещения qfInt_KGrad_dv	$D_a^2 = \frac{1}{V} \int_V D^2 dv$
Поверхностный интеграл от напряженности qfInt_Grad_n_ds	$\chi = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Поток напряженности электрического поля через поверхность, заданную контуром.</p>
Интеграл от смещения вдоль линии qfInt_KGrad_t_dl	$\chi = \int_L (\mathbf{D} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Циркуляция вектора электрического смещения вдоль контура.</p>

### Электрическое поле постоянных токов:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе электрического поля постоянных токов в проводящей среде: электрический ток через заданную поверхность, мощность омических потерь в заданном объеме.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля;
- $\mathbf{j}$  — вектор плотности тока;
- $\mathbf{D}$  — вектор электрической индукции (электрического смещения);
- $U$  — электрический потенциал.

Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Ток через поверхность qfInt_KGrad_n_ds	$I = \int_S (\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Суммарный ток через поверхность, заданную контуром.</p>
Мощность тепловыделения в объеме qfInt_GradKGrad_dv	$W = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dv$ <p>Суммарная мощность джоулевых потерь в объеме, заданным контуром.</p>
Разность потенциалов qfInt_Grad_t_dl	$\Delta U = \int_L (\mathbf{E} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Разность потенциалов между точками конца и начала контура может быть вычислена, как циркуляция напряженности электрического поля вдоль контура</p>
Тепловыделение на поверхности qfInt_GradKGrad_n_ds	$W_S = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) ds$
Средний потенциал поверхности qfInt_Potential_ds	$U_S = \frac{1}{S} \int_S U ds$
Средний потенциал по объему qfInt_Potential_dv	$U_V = \frac{1}{V} \int_V U dv$
Средняя напряженность по объему qfInt_Grad_dv	$\mathbf{E}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{E} dv$
Средняя плотность тока по объему qfInt_KGrad_dv	$\mathbf{j}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{j} dv$
Средний квадрат напряженности qfInt_Grad2_dv	$E_a^2 = \frac{1}{V} \int_V E^2 dv$

Средний квадрат плотности тока qfInt_KGrad2_dv	$j_a^2 = \frac{1}{V} \int_V j^2 dv$
Поверхностный интеграл от напряженности qfInt_Grad_n_ds	$x = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) ds$ Поток вектора напряженности поля через поверхность, заданную контуром.
Интеграл от плотности тока вдоль линии qfInt_KGrad_t_dl	$x = \int_L (\mathbf{j} \cdot \mathbf{t}) dl$ Циркуляция плотности тока вдоль контура

### Электрическое поле переменных токов:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе электрического поля переменных токов в проводящей среде: электрический ток (активный, реактивный и кажущийся) через заданную поверхность, среднее значение активной, реактивной и кажущейся мощности потерь в заданном объеме, энергия электрического поля, механические силы и моменты, действующие на тела со стороны электрического поля.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\mathbf{E}$  – комплексный вектор напряженности электрического поля;
- $\mathbf{D}$  – комплексный вектор электрического смещения (электрической индукции),
- $\mathbf{j}_{\text{активн.}}$  – комплексный вектор плотности активного тока,
- $\mathbf{j}_{\text{реактивн.}}$  – комплексный вектор плотности реактивного тока,
- $\mathbf{j}_{\text{кажущ.}}$  – комплексный вектор плотности кажущегося тока,
- $U$  – комплексный электрический потенциал.

Напомним, что в задачах электрического поля переменных токов используются комплексные величины, изображающие синусоидально меняющиеся со временем реальные физические параметры. Поэтому, интегральные величины могут иметь разную природу, а именно:

- **Комплексная величина**, имеющая амплитуду и фазу (ток, разность потенциалов).
- **Комплексный вектор**, представляющий вектор, конец которого за временной период описывает эллипс (напряженность поля, плотность тока). Для комплексных векторов отображается амплитуда (отдельно по каждому



- координатному компоненту), фаза и коэффициент поляризации.
- **Квадратичная величина** (мощность потерь, энергия поля и т.п.). Такая величина пульсирует с двойной частотой вокруг некоторого среднего значения. Отображается среднее значение, фаза и размах пульсаций.
  - **Квадратичный вектор** (механическая сила и т.п.). Представляет собой вектор, изменяющий свою величину и направление с двойной частотой относительно среднего значения. Вычисляется среднее значение вектора (длина, угол, координатные компоненты), а также размах колебаний. Последний необходим, например, для оценки предельного значения механической силы за период.

Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Ток через поверхность qfInt_Jactive	$I_{\text{активн.}} = \int_S (\mathbf{j}_{\text{активн.}} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Комплексная величина. Активный ток через поверхность, заданную контуром.</p>
Реактивный ток через поверхность qfInt_Jreactive	$I_{\text{реактивн.}} = \int_S (\mathbf{j}_{\text{реактивн.}} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Комплексная величина. Реактивный ток через поверхность, заданную контуром.</p>
Кажущийся ток через поверхность qfInt_Japparent	$I_{\text{кажущ.}} = \int_S (\mathbf{j}_{\text{кажущ.}} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Комплексная величина. Кажущийся ток через поверхность, заданную контуром.</p>
Активная мощность qfInt_PowerActive	$P_{\text{активн.}} = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}_{\text{активн.}}) dv$ <p>Квадратичная величина. Мощность джоулевых потерь, выделяющихся в заданном объеме.</p>
Реактивная мощность qfInt_PowerReactive	$P_{\text{рекативн.}} = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}_{\text{реактивн.}}) dv$ <p>Квадратичная величина. Реактивная мощность, выделяющаяся в заданном объеме.</p>

Кажущаяся мощность qfInt_PowerApparent	$P_{\text{кажущ.}} = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}_{\text{кажущ.}}) dv$ <p>Квадратичная величина. Кажущаяся мощность, выделяющаяся в заданном объеме.</p>
Механическая сила qfInt_MaxwellForce	$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Квадратичный вектор. Сила, действующая со стороны электрического поля на тела, находящиеся внутри заданного объема. Вычисляется путем интегрирования тензора Максвелла по поверхности, ограничивающей объем.</p>
Вращающий момент qfInt_MaxwellTorque	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S \begin{pmatrix} [\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) \\ + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \\ - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \end{pmatrix} ds$ <p>Квадратичная величина. Суммарный момент электрических сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме.  В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где <math>\mathbf{F}</math> — это полная сила, а <math>\mathbf{r}_0</math> — радиус-вектор точки.</p>
Энергия электрического поля qfInt_ElectrostaticEnergy	$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) dv$ <p>Квадратичная величина. Энергия электрического поля в заданном объеме.</p>
Поверхностная энергия qfInt_GradKGrad_n_ds	$W_S = \int_S (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) ds$ <p>Квадратичная величина.</p>

Разность потенциалов qfInt_Grad_t_dl	$\Delta U = \int_L (\mathbf{E} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Комплексная величина. Разность потенциалов между концами контура может быть вычислена как циркуляция вектора напряженности поля вдоль контура.</p>
Средний потенциал поверхности qfInt_Potential_ds	$U_S = \frac{1}{S} \int_S U ds$ <p>Комплексная величина</p>
Средний потенциал по объему qfInt_Potential_dv	$U_V = \frac{1}{V} \int_V U dv$ <p>Комплексная величина</p>
Средняя напряженность по объему qfInt_Grad_dv	$\mathbf{E}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{E} dv$ <p>Комплексный вектор. Средний вектор напряженности поля в заданном объеме.</p>
Среднее смещение по объему qfInt_KGrad_dv	$\mathbf{D}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{D} dv$ <p>Комплексный вектор Средний вектор электрического смещения в заданном объеме.</p>
Средний квадрат напряженности qfInt_Grad2_dv	$E_a^2 = \frac{1}{V} \int_V E^2 dv$ <p>Квадратичная величина.</p>
Средний квадрат смещения qfInt_KGrad2_dv	$D_a^2 = \frac{1}{V} \int_V D^2 dv$ <p>Квадратичная величина.</p>
Электрический заряд qfInt_KGrad_n_ds	$Q_S = \int_S (\mathbf{D} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Комплексная величина. Электрический заряд внутри объема, ограниченного контуром, может быть вычислен как поток вектора электрического смещения через его замкнутую поверхность.</p>

Интеграл от смещения вдоль линии qfInt_KGrad_t_dl	$x = \int_L (\mathbf{D} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Комплексная величина. Циркуляция вектора электрического смещения вдоль контура.</p>
---	--

### Теплопередача:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе температурного поля: тепловой поток, средняя температура.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\mathbf{G}$  – вектор градиента температуры;
- $\mathbf{F}$  – вектор плотности теплового потока,
- $T$  – температура.

Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Тепловой поток qfInt_KGrad_n_ds	$\Phi = \int_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Поток тепла через заданную поверхность:</p>
Разница температур qfInt_Grad_t_dl	$\Delta T = \int_L (\mathbf{G} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Разница температур между конечной и начальной точками контура может быть вычислена как циркуляция вектора градиента температуры вдоль контура.</p>
Средняя температура поверхности qfInt_Potential_ds	$T_s = \frac{1}{S} \int_S T ds$
Средняя температура по объему qfInt_Potential_dv	$T_v = \frac{1}{V} \int_V T dv$
Средний по объему градиент температуры qfInt_Grad_dv	$\mathbf{G}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{G} dv$ <p>Средний вектор градиента температуры в заданном объеме.</p>

Средняя плотность теплового потока qfInt_KGrad_dv	$\mathbf{F}_a = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{F} dv$ <p>Средний вектор плотности теплового потока в заданном объеме.</p>
Средний квадрат градиента температуры qfInt_Grad2_dv	$G_a^2 = \frac{1}{V} \int_V G^2 dv$
Средний квадрат плотности потока qfInt_KGrad_dv	$F_a^2 = \frac{1}{V} \int_V F^2 dv$
Интеграл от плотности теплового потока qfInt_KGrad_t_dl	$x = \int_L (\mathbf{F} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Циркуляция вектора плотности теплового потока вдоль контура.</p>
Поверхностный интеграл от grad(T) qfInt_Grad_n_ds	$x = \int_S (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Поток градиента температуры через поверхность, заданную контуром.</p>

### Задачи теории упругости:

Основные интегральные величины, вызывающие интерес при анализе поля упругих напряжений и деформаций: сила, вращающий момент.

В формулах используются следующие обозначения:

- $\sigma$  – тензор напряжений.

Название, константа ActiveFied	Формула и описание
Сила qfInt_Force	$\mathbf{F} = \oint_S (\sigma \cdot \mathbf{n}) ds$ <p>Суммарная сила, действующая на объем, заключенный внутри замкнутой поверхности.</p>

Момент qfInt_Torque	$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] ds$ <p>Полный вращающий момент относительно начала координат, приложенный к объему, заключенному внутри замкнутой поверхности.</p> <p>В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси <math>z</math>, в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю.</p> <p>Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения <math>[\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0]</math>, где <math>\mathbf{F}</math> — это полная сила, а <math>\mathbf{r}_0</math> — радиус-вектор точки.</p>
Удлинение qfInt_lengthen	$\Delta L = \int_L (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{t}) dl$ <p>Относительное удлинение контура.</p>

## Таблицы физических величин вдоль контура

ELCUT может выводить в табличной форме полевые величины в точках, распределенных вдоль заданного контура. Чтобы открыть окно таблицы, выберите команду **Таблица** в меню **Вид** или в контекстном меню окна картины поля, в котором вы уже создали контур.

В окне таблицы можно:

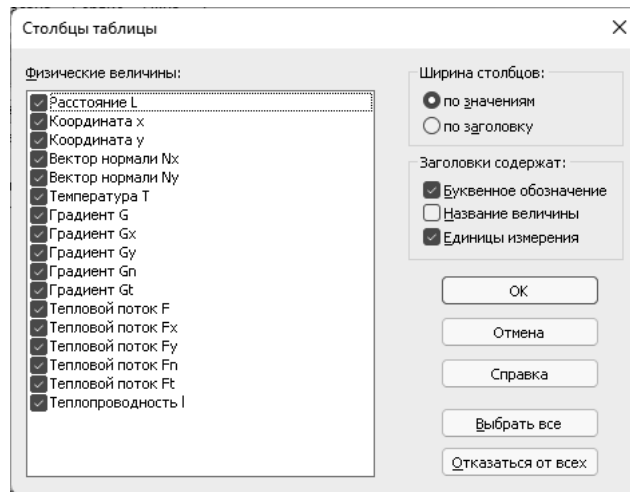
- Выбирать необходимые физические и геометрические величины (столбцы) для включения в таблицу. Для этого используйте команду **Столбцы** в меню **Вид** или контекстном меню.
- Регулировать распределение точек (строк таблицы) вдоль контура при помощи команды **Строки** в меню **Вид** или контекстном меню окна таблицы.
- Добавить дополнительную точку (строку таблицы) на указанном расстоянии от начала контура при помощи команды **Создать** в меню **Правка** или контекстном меню.
- Копировать в буфер обмена выделенные строки или таблицу целиком. В последнем случае (если выделены все строки

таблицы) копируются также и заголовки столбцов. Чтобы скопировать только заголовки, щелкните правой кнопкой мыши в каком-нибудь месте заголовка и выберите команду **Копировать заголовков** в появившемся контекстном меню;

- Выводить таблицу на печать или сохранять ее в текстовом файле.

## Столбцы

Чтобы изменить набор отображаемых столбцов или их заголовки, выберите команду **Столбцы** в меню **Вид** или из контекстного меню (правый щелчок мыши) в окне таблицы. Появится диалоговое окно **Столбцы таблицы**.



В левой части диалогового окна содержится список столбцов. Установите флажок рядом с названием столбца, чтобы сделать его видимым. Чтобы не показывать столбец, снимите флажок напротив названия столбца. С помощью кнопок **Выделить всё** и **Отказаться от всех** можно показать или спрятать сразу все столбцы.

Состояние флажков в разделе **Заголовки содержат** определяет вид заголовков таблицы.

Переключатель **Ширина столбцов** определяет, будет ли ширина столбцов выбрана по содержимому столбца или по заголовку столбца.

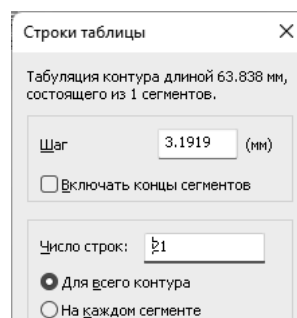
ELCUT применяет выбранные настройки сразу ко всем столбцам. Чтобы изменить ширину отдельного столбца, передвиньте его правую границу (в заголовке столбца).

## Строки

Чтобы заполнить таблицу строками, содержащими значения, посчитанные в отдельных точках контура, выберите команду **Строки** из меню **Вид** или из контекстного меню (щелчок правой кнопкой мыши) окна таблицы. На экране появится диалог **Строки таблицы**.

В диалоге возможно определить число строк двумя способами. Задайте размер шага по контуру или просто введите число строк.

Чтобы использовать фиксированный шаг, введите значение шага в поле **Шаг табуляции**.



Если флажок **Всегда включать концы линий** включен, ELCUT добавляет концы всех сегментов контура в таблицу. Новый шаг начинается от конца предыдущего сегмента. Поле **Число строк** автоматически обновляется при вводе шага табуляции.

В зависимости от положения переключателя введенное число строк определяет или общее число строк в таблице (включено **Для всего контура**), или число строк для каждой части составного контура (включено **На каждой линии**).

При разбиении контура ELCUT использует последние введенные данные диалога.

Кроме автоматического разбиения контура, вы можете добавлять и удалять строки в таблице вручную, используя команду контекстного меню.

## Таблицы и графики во времени

В ELCUT есть несколько способов анализа данных изменяющихся во времени.

- Вы можете увидеть картину поля для выбранного момента времени.
- Посмотреть зависимости локальных и интегральных величин во времени на графике от времени.
- Все изменяющиеся физические величины в данной точке могут быть показаны в табличной форме.
- Картина поля может стать подвижной, отражая изменения поля со временем в некотором условном временном масштабе.



## График во времени

В нестационарных задачах вы можете анализировать графики изменения физических величин во времени. Графики строятся как для локальных величин поля в указанных точках, так и для интегральных величин, вычисленных для текущего контура. Чтобы открыть новый график во времени выберите позицию меню **График во времени**.

- Если вы выберете команду **График во времени** в меню **Вид** при открытой картине поля, то появится пустой график во времени с открытым диалоговым окном **Кривые на графике во времени**.
- Если же вы правым щелчком мыши по картине поля откроете контекстное меню, и там выберете команду **График во времени**, то появится график во времени для той точки, которую вы указали мышью.
- Если команда **График во времени** выбрана в контекстном меню окна калькулятора, то в зависимости от того, произошел ли щелчок над локальным или интегральным значением, на графике появится кривая для выбранной величины.

В окне графика во времени одновременно могут быть показаны кривые для нескольких точек. В свою очередь, для каждой точки вы можете указать индивидуальный набор физических величин (кривых на графике). Физические величины разделены на группы по их размерности, например, температура, градиент температуры и тепловой поток. Нельзя одновременно показать на одном графике изменение во времени физических величин из разных групп.

При показе интегральных значений, на графике присутствует только одна физическая величина. Для векторных величин изображаются три кривые, соответствующие модулю и координатным компонентам.

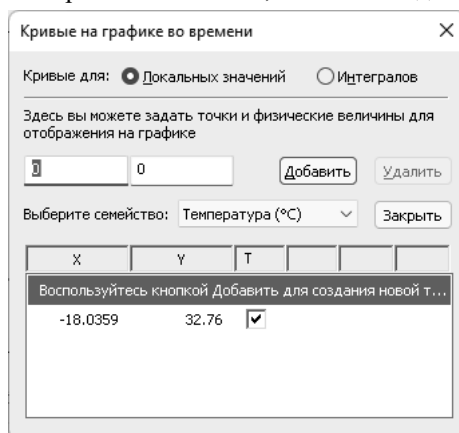
Контекстное меню графика позволяет переключаться между группами локальных физических величин или переходить от локальных величин к интегральным и обратно.

## Кривые на графике во времени

Воспользуйтесь диалогом **Свойства графика** (команда **Свойства графика** в меню **Вид**), чтобы работать с точками и кривыми.

На графике могут быть кривые как для локальных величин поля в указанных точках, так и для интегральных величин, вычисленных интегрированием по текущему контуру. Для переключения между интегральными и локальными величинами воспользуйтесь кнопочным переключателем в верхней части диалогового окна.

В режиме локальных величин, чтобы добавить точку, щелкните мышью на самой первой строчке в списке, затем введите координаты точки в соответствующие поля сверху и нажмите кнопку **Добавить**. Если выделить точку в списке, то можно изменить её координаты, а также включить и выключить те физические величины, которые нужно показать на графике.



В выпадающем списке **Выберите семейство** вы можете переключаться между различными семействами кривых. Кроме того, нужное семейство кривых можно выбрать в контекстном меню окна графика или окна обозначений.

В режиме интегральных величин можно выбрать нужную величину из списка. Если список пуст, следует закрыть диалоговое окно, вернуться в окно картины поля, построить или изменить контур интегрирования, и затем открыть диалог **Свойства графика** снова.

## Таблица во времени

Для нестационарных задач изменение физических величин во времени может быть представлено в форме таблицы. Каждая строка таблицы соответствует определенному моменту модельного времени. Столбцы, в зависимости от режима, содержат либо локальные величины в указанной точке поля, либо интегральные величины, вычисленные интегрированием по контуру в окне картины поля.

Время (с)	T (°C)	G (К/м)	Gx (К/м)	Gy (К/м)	F (Вт/м²)
0	20	0	0	0	0
600	25.8389	28.5643	-28.0993	5.13295	714.107
1200	31.537	41.1916	-37.6489	16.7127	1029.79
1800	35.571	49.9709	-41.3829	28.0098	1249.27
2400	38.2563	56.5606	-43.152	36.5651	1414.02
3000	40.0134	61.2474	-44.1203	42.4811	1531.19

Чтобы открыть окно таблицы выберите команду **Таблица во времени** в меню **Вид** или в контекстном меню.

Таблица открывается в режиме интегральных значений, если в окне картины поля есть контур, и в режиме локальных значений для точки  $(0, 0)$  в противном случае.

В верхнем левом углу таблицы расположен переключатель между локальными и интегральными величинами. Если выбран режим локальных величин (**Значения в точке**), то следом расположены два поля для ввода координат интересующей точки модели. Отредактировав координаты, нажмите кнопку **ОК** справа.

## Изменение видимости легенды

Легенда показывает соответствие между цветом на картине поля и значением физической величины, а для графиков показывает соответствие между кривыми и физическими величинами.

Чтобы включить или выключить легенду, щелкните в меню **Вид** или в контекстном меню: **Обозначения** для графика и **Цветовая шкала** для картины поля.

## Траектории заряженных частиц

### Основы теории

Работая с задачами электростатики, вы можете вычислить и построить траектории заряженных частиц в электрическом поле. Для вычисления траекторий используются следующие данные:

- Рассчитанное электростатическое поле;
- Свойства частицы: заряд, масса, начальная скорость или энергия. Вектор начальной скорости может не лежать в плоскости модели;
- Свойства эмиттера: координаты (начальная точка вылета для всех частиц), ограничения по углу вылета, общее число траекторий в пучке.

Просматривая результаты, вы увидите:

- проекции пучка траекторий на плоскость модели;
- кинематические параметры в каждой точке траектории: скорость, ускорение, пройденный путь и затраченное на полет время.

При вычислении траекторий приняты следующие допущения:

- не учитываются релятивистские эффекты;
- электростатическое поле внутри конечного элемента изменяется линейно;

- пространственный заряд пучка не учитывается в уравнениях движения (аппроксимация бесконечно малым током);
- физические свойства эмиттера не учитываются, таким образом, все частицы в пучке имеют одинаковые точку вылета и кинетическую энергию.

В соответствии со сделанными допущениями мы можем описать траекторию  $(x(t), y(t), z(t))$  заряженной частицы в двумерном электростатическом поле  $\mathbf{E}(x, y)$  с помощью системы дифференциальных уравнений Ньютона:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{q}{m} \cdot E_x(x, y) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{q}{m} \cdot E_y(x, y) \\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

Сведем систему из трех дифференциальных уравнений второго порядка к шести уравнениям первого порядка и добавим дополнительное уравнение, задающее длину  $l(t)$  траектории в момент времени  $t$ :

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2},$$

В ELCUT ведется интегрирование полученной системы уравнений с использованием метода Мерсона-Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага. Численное интегрирование прекращается непосредственно перед границей конечного элемента. В последней точке внутри элемента производится экстраполяция траектории с помощью первых трех членов разложения Тейлора относительно времени. Полученное уравнение решается с помощью формулы Тартагилья-Кордано и учитывает возможные уменьшения порядка уравнения в однородных или нулевых полях.

## Работа с траекториями частиц

Чтобы начать работать с траекториями, выберите команду **Траектории частиц** из меню **Вид** при открытой картине поля в задаче электростатики. На экране появится диалоговое окно, в котором можно задать параметры пучка частиц и посмотреть результаты расчета.

В закладке **Частица** можно изменять параметры пучка. Внесенные изменения обрабатываются по нажатию клавиши **Применить**.

В закладке вы можете выбрать тип частицы из списка или задать её заряд и массу вручную. Также можно задать абсолютную величину начальной скорости частицы или её кинетическую энергию.

Закладка **Эмиттер** позволяет указывать параметры монохроматического точечного эмиттера.

В поле **Кол-во траекторий** можно задать общее число траекторий в пучке. Чем больше вы зададите траекторий, тем больше времени потребуется для расчета и построения.

**Координаты источника** определяют координаты точечного эмиттера. Вы можете ввести координаты вручную или щелкнуть курсором в окне результатов.

**Диапазон углов вылета** определяет верхнюю и нижнюю границы для угла вылета. Угол вылета измеряется между направлением вектора скорости и направлением горизонтальной оси, против часовой стрелки. Предполагается, что угол между направлением вылета и плоскостью модели одинаковый для всех частиц в пучке.

**Остановить расчет, когда частица пролетит сквозь NNNN конечных элементов.** Величина, введенная в поле, ограничивает число конечных элементов, через которые может пролететь частица. Это ограничение помогает избежать расчета бесконечных петель для замкнутых траекторий.

Каждый раз, когда вы нажимаете кнопку **Применить** или щелкаете курсором в окне результатов, ELCUT пересчитывает траектории и обновляет картинку.

В закладке **Кинематические параметры** показаны кинематические параметры движущейся частицы. Параметры соответствуют частице, движущейся по траектории, которая в данный момент выбрана (подсвечена на экране). Выбирается

ближайшая к курсору кривая. Вы можете зафиксировать выбранную траекторию, если при движении курсора мыши будете удерживать нажатой клавишу SHIFT.

Вычисляются длина траектории, общее время полета, скорость и ускорение частицы в данной точке траектории (помечена крестиком на экране). Текущая точка определяется положением курсора на экране.

Свойства текущей траектории		
Угол вылета	Время (с)	Путь (см)
27	2.3353e-7	13.5981

Кинематические параметры в текущей точке					
Положение		Скорость (м/с)		Ускорение (м/с <sup>2</sup> )	
x	10.1934	v <sub>x</sub>	522403	a <sub>x</sub>	-1.17147e+11
y	10.2145	v <sub>y</sub>	269269	a <sub>y</sub>	-4.20608e+9
z	0	v <sub>z</sub>	0	a <sub>z</sub>	0

Время (с)	Путь (см)
4.29833e-8	2.53711

Удерживайте кнопку SHIFT, чтобы не менять траекторию

Применить    Отмена    Справка

## Вывод результатов расчета поля

Помимо широких возможностей анализа результатов расчета поля внутри пакета ELCUT, вы можете также вывести данные для использования или дальнейшего анализа в другие программы.

Основные способы вывода таковы:

- Вывод картины поля, графиков, таблиц, схемы цепи и цветовой шкалы на печать;
- Помещение содержимого любого окна в буфер обмена;
- Вывод картины поля, графиков, схемы цепи в файл в виде рисунка в векторном или растровом формате.
- Буксировка мышью выделенных строк из таблиц, полевого калькулятора и списка элементов электрической цепи в другую программу, например, текстовый или табличный процессор;
- Сохранение таблицы распределения поля вдоль контура в текстовом файле или вывод его на печать (смотрите раздел *"Таблицы физических величин вдоль контура"*);
- Экспорт распределения поля во всей расчетной области в двоичный или текстовый файл.

## Печать результатов анализа

Вы можете сразу напечатать картину поля или график на локальном или сетевом принтере в том виде, в котором вы видите его на экране, с сохранением масштаба и пределов отображаемых величин.

- Чтобы напечатать изображение, выберите **Печать** в меню **Файл**. Появится диалоговое окно, в котором вы сможете

выбрать принтер, настроить его параметры, указать размеры листа бумаги, его ориентацию.

- Чтобы увидеть, как будет выглядеть изображение на бумаге, выберите **Предварительный просмотр** в меню **Файл**. Чтобы указать размер листа бумаги и его положение, выберите **Макет страницы**.

## Копирование картинок

Вы можете копировать картину поля или график в том виде, как вы его видите в главном окне, в буфер обмена для последующего использования в любом текстовом редакторе или издательской системе.

- Чтобы копировать изображение, выберите **Копировать картинку** в меню **Правка**.
- Перейдите в приложение, куда вы хотите вставить изображение, и выберите **Вставить** в меню **Правка**.

ELCUT может помещать в буфер обмена картинку в одном из следующих форматов: WMF, EMF и BMP.

При вставке изображения в другую программу, она автоматически выберет подходящий формат. Некоторые программы предоставляют пользователю выбор желательного формата, например в Microsoft Office можно использовать команду **Специальная вставка** (Paste Special).

## Вывод картинок в файл

Вы можете сохранить содержимое большинства графических окон ELCUT в файле в виде векторного или растрового рисунка. Кроме того, картинка может быть помещена в буфер обмена Windows.

Сохранять в файл можно картину геометрической модели, картину поля, графики, схему электрической цепи. Масштаб и состав изображения будет таким, каким вы его видите на экране.

Каждый из способов представления картинки — векторный или растровый — имеет свои сравнительные преимущества и недостатки. Окончательный выбор зависит от того, какими программами вы будете обрабатывать картинки, экспортированные из ELCUT.

Векторное представление картинки может быть сохранено в формате Windows метафайл (WMF) или Расширенный Windows метафайл (EMF). Более поздний формат EMF обычно лучше совместим с современными Windows-программами.

Список поддерживаемых растровых форматов включает BMP, GIF, TIFF, JPEG и PNG.

Если вы не знаете, какой формат предпочесть, выберите BMP, когда необходимо максимальное качество картинки (без сжатия), GIF — когда нужна картинка минимального размера, JPEG или PNG в компромиссных случаях, и, наконец, TIFF для лучшего взаимодействия с программами верстки публикаций.

Если выбран один из растровых форматов, ELCUT предоставляет возможность задать ширину и высоту результирующего изображения в пикселях. По умолчанию предполагаются действительные размеры копируемого окна. Увеличение размеров растровой картинки расходует дисковое пространство, но позволяет получать картинки высокого разрешения, пригодные для публикаций.

#### Чтобы сохранить картинку в файл:

- В окне с нужной вам картинкой выберите команду **Экспорт картинки** в меню **Файл**. Появится диалог выбора формата и имени выходного файла.
- В поле **Тип файла** выберите нужный формат из списка, а в поле **Имя файла** укажите имя и расположение файла картинки.
- Нажмите кнопку **ОК**.
- Если выбран один из растровых форматов, появится окно **Свойства картинки**. В нем можно задать желательную высоту и ширину картинки, либо согласиться с предложенным вариантом. При выводе в формат JPEG можно также выбрать степень сжатия картинки в виде целого числа в диапазоне от 1 до 100. Большее число соответствует более качественной картинке, которая займет больше места на диске.

## Экспорт поля в файл

Если возможностей ELCUT для анализа решения полевой задачи недостаточно, или решение используется в качестве исходных данных для другой программы, вы можете вывести результаты расчета в текстовый или двоичный файл. Для этого выберите команду **Экспорт поля...** в меню **Файл**.

В ответ откроется окно **мастера экспорта поля**, который предложит выбор между двумя способами вывода:

- Вывод полевых величин в узлах прямоугольной решетки, наложенной на всю расчетную область или ее часть;
- Вывод сетки конечных элементов вместе со значениями поля в каждом узле треугольного конечного элемента.

### Экспорт в узлах прямоугольной решетки

Используя этот метод экспорта, вы получаете широкие возможности управления форматом и объемом файла. Вторая страница мастера экспорта поля позволяет выбрать размеры



решетки и ее шаги по осям абсцисс и ординат, а также перечень физических величин, помещаемых в файл в каждом узле решетки. Можно также заказать вывод строки заголовка, содержащей размеры всех частей файла для удобства последующего чтения этого файла. Отдельный переключатель определяет поведение процедуры экспорта внутри отверстий в расчетной области.

Третья страница мастера предназначена для настройки параметров файла вывода, а также его имени и расположения.

### **Экспорт в вершинах конечных элементов**

Вывод поля вместе с конечно-элементной сеткой рассчитан на взаимодействие с программами, которые учитывают специфику метода конечных элементов. Вы не имеете возможности управлять составом информации, помещаемой в файл, что облегчает разработку программ чтения таких файлов.

Полное описание формата файла, который создается этим способом вывода можно найти в справочной системе. Он хранит информацию об исходной геометрии задачи, сетке конечных элементов и вычисленном решении.

Пример экспорта картины поля из ELCUT в MATLAB® можно найти на нашем интернет сайте [www.elcut.ru](http://www.elcut.ru).

## **Дополнительные возможности анализа**

Часть полезных функций анализа результатов расчета реализована в форме надстроек, которые являются необязательными компонентами ELCUT. Подробнее о способах подключения надстроек и работе с ними рассказано в главе "Надстройки".

### **Гармонический анализ распределения поля вдоль контура**

Распределение физических величин вдоль контура может быть исследовано путем разложения в ряд Фурье. При этом предполагается, что построенный в окне результатов контур является либо периодом пространственного распределения, либо половиной периода.

Результатом вычисления являются амплитуды и фазы гармоник пространственного распределения любой из вычисляемых ELCUT физических величин для данного типа задачи. Графически результат может быть представлен в виде таблицы, спектральной диаграммы амплитуд и фаз, а также в виде графика, одновременно показывающего исходную кривую и результат ее приближения выбранным количеством младших гармоник.

Надстройка гармонического анализа вызывается командой **Гармонический анализатор** в меню **Вид**. Предварительно в окне картины поля должен быть построен контур.

Дальнейшая информация об использовании надстройки гармонического анализа доступна в справочной системе надстройки (кнопка **Справка**).

## Вычисление матрицы частичных емкостей системы проводников

Если в системе больше двух проводников, то их поведение и взаимное влияние описывается матрицей частичных собственных и взаимных емкостей.

Заряд каждого проводника выражается через его собственный потенциал и потенциалы других проводников соотношением:

$$\begin{aligned} q_1 &= b_{11} \cdot U_1 + b_{12} \cdot U_2 + \dots + b_{1n} \cdot U_n \\ q_2 &= b_{21} \cdot U_1 + b_{22} \cdot U_2 + \dots + b_{2n} \cdot U_n \\ &\dots \\ q_n &= b_{n1} \cdot U_1 + b_{n2} \cdot U_2 + \dots + b_{nn} \cdot U_n, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$q_1, q_2, \dots, q_n$  – заряды проводников,

$U_1, U_2, \dots, U_n$  – потенциалы проводников,

$b_{ij}$  — коэффициенты электростатической индукции, или частичные емкости относительно земли. Они имеют размерность емкости.

На практике часто требуется заменить систему проводников их эквивалентной схемой, в которой каждая пара проводников заменяется конденсатором специально подобранной емкости. Такому представлению соответствует система уравнений (2), где заряды проводников выражены через разности потенциалов между данным телом и другими проводниками, в том числе и землей:

$$\begin{aligned} q_1 &= c_{11} \cdot (U_1 - 0) + c_{12} \cdot (U_1 - U_2) + \dots + c_{1n} \cdot (U_1 - U_n) \\ q_2 &= c_{21} \cdot (U_2 - U_1) + c_{22} \cdot (U_2 - 0) + \dots + c_{2n} \cdot (U_2 - U_n) \\ &\dots \\ q_n &= c_{n1} \cdot (U_n - U_1) + c_{n2} \cdot (U_n - U_2) + \dots + c_{nn} \cdot (U_n - 0) \end{aligned} \quad (2)$$

Форма записи (2) удобна тем, что коэффициенты  $c_{ij}$  всегда положительны и допускают естественную интерпретацию их как емкости конденсаторов эквивалентной схемы. Так коэффициенты  $c_{ii}$  соответствуют вкладу в заряд проводника, вносимому его собственным потенциалом, то есть собственной емкости проводника. Коэффициент  $c_{ij}$  при разных  $i$  и  $j$  отражает часть заряда  $i$ -ого проводника, обусловленную разницей потенциалов между

ним самим и проводником с номером  $j$ , иначе говоря, эквивалентен емкости конденсатора, образованного проводниками  $i$  и  $j$ . Они носят название *частичные емкости*.

Заметим также, что обе матрицы симметричны, то есть  $c_{ij} = c_{ji}$ .

Для вычисления собственных и частных емкостей системы проводников используется метод, основанный на вычислении энергии электростатического поля.

$$W = 1/2 \cdot (q_1 \cdot U_1 + q_2 \cdot U_2 + \dots + q_n \cdot U_n) \quad (3)$$

Воспользуемся уравнениями (1) для того, чтобы исключить заряды проводников из (3), выразив их через потенциалы:

$$\begin{aligned} W = 1/2 \cdot ( & \\ U_1 \cdot (b_{11} \cdot U_1 + b_{12} \cdot U_2 + \dots + b_{1n} \cdot U_n) + & \\ U_2 \cdot (b_{21} \cdot U_1 + b_{22} \cdot U_2 + \dots + b_{2n} \cdot U_n) + & \\ \dots\dots\dots & \\ U_n \cdot (b_{n1} \cdot U_1 + b_{n2} \cdot U_2 + \dots + b_{nn} \cdot U_n) ); & \end{aligned}$$

Для того чтобы найти коэффициенты  $b_{ji}$ , воспользуемся следующим приемом. Сначала решим серию из  $n$  задач, в каждой из которых пробный потенциал (100 В) приложен только к одному из проводников, а все прочие заземлены (потенциал равен нулю). Выражение для энергии электрического поля примет вид:

$$W_i = 1/2 \cdot b_{ii} \cdot U_i^2.$$

Таким образом, получим значения собственных коэффициентов электростатической индукции.

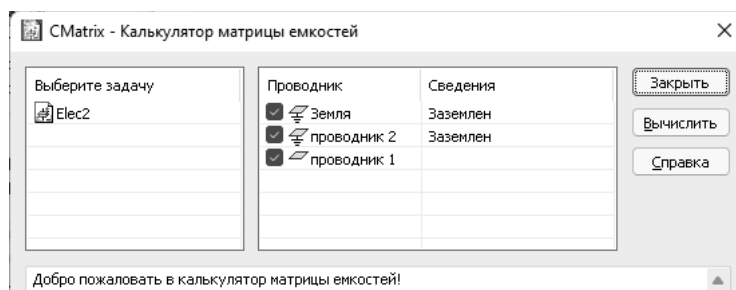
Теперь для каждой пары проводников  $(i, j)$  решим задачу, в которой пробный потенциал приложен к этим двум проводникам, а прочие заземлены. Запишем уравнение энергии:

$$W_{ij} = b_{ij} \cdot U_i \cdot U_j$$

Всего таких задач будет  $n \cdot (n + 1) / 2$ .

Итак, для нахождения матрицы коэффициентов электростатической индукции  $b_{ij}$  в системе из  $n$  проводников достаточно решить  $n \cdot (n + 1) / 2$  задач. Целью решения каждой задачи является вычисление полной энергии электрического поля. Зная значения коэффициентов индукции  $b_{ij}$ , нетрудно перейти к частичным емкостям  $c_{ij}$ .

Настройка вычисления матрицы емкости может быть запущена командой **Матрица емкостей** из меню **Сервис**. Если в этот момент в ELCUT открыта хотя бы одна задача электростатики, то появится окно калькулятора емкостей, верхняя часть которого приведена на рисунке:



В левом списке выберите интересующую вас задачу. При этом в списке проводников (справа) появится перечень всех меток ребер и вершин, которые ELCUT трактует как проводники. Значки слева от имени меток соответствуют значкам ребра и вершины ELCUT.

Щелчком мыши в колонке **Сведения** вы можете установить или снять заземление любого из проводников. Заземление означает, что потенциал соответствующего проводника равен нулю и для него не вычисляются частичные емкости.

Убрав флажок слева от имени метки, можно исключить её из расчета. Исключение означает, что метка не будет участвовать в вычислении матрицы емкостей, но, в отличие от заземления, ей не будет приписан нулевой потенциал.

Сформировав список проводников, участвующих в расчете, нажмите кнопку **Вычислить** и дождитесь результата.

В окне результатов под заголовком **Список проводников** перечислены проводники с присвоенными им порядковыми номерами.

Далее идут результаты вычисления энергии в частных задачах, сначала в столбик, а затем в форме верхне-диагональной матрицы.

Далее под заголовком приводится матрица коэффициентов электростатической индукции, и ниже, под заголовком **Собственные и взаимные частичные емкости** — матрица собственных и частичных емкостей. Чтобы найти соответствие между номером проводника и его меткой, пользуйтесь списком проводников (выше).

Любой текст из окна результатов можно скопировать в буфер обмена (CTRL+C или команда **Копировать** в контекстном меню).

# Работа с трехмерными задачами

## Введение

В этом разделе читатель найдет детальное описание подсистем ELCUT, связанных с формулированием и решением трехмерных задач. Техника работы с трехмерными задачами во многом опирается на понятия и приемы работы с двумерной геометрической моделью, свойствами материалов, граничными условиями и источниками поля. Поэтому предполагается, что читатель имеет некоторый опыт решения двумерных задач в ELCUT. Если это не так, рекомендуем сначала ознакомиться с приемами решения двумерных задач, описанных в главах 2, 3, 4, 5 этого руководства, видео-уроков, разобранных примеров с пошаговым описанием и других учебных материалов, размещенных на сайте ELCUT (<https://elcut.ru>).

Более 20 лет ELCUT служит для решения двумерных задач электромагнитного поля, теплопроводности, а также упругих напряжений и деформаций. Двумерные задачи еще долго будут в центре внимания инженеров и исследователей, позволяя быстро понять особенности распределения поля в модели и выявить ее критические точки. Тем не менее, иногда учет реальной трехмерной геометрии модели жизненно необходим даже для приближенной оценки картины поля и его параметров. ELCUT позволяет легко построить упрощенную трехмерную модель, основываясь на привычных пользователю приемах работы. Эта возможность предоставлена только для решения задач электростатики, электрического поля постоянных токов и стационарной теплопередачи.

Математическая формулировка задачи, дифференциальные уравнения поля в частных производных, граничные условия и вычисляемые физические величины приводятся в первой части руководства в главе 10 «Теоретическое описание» в соответствующих разделах.

Выбор двумерного или трехмерного моделирования зависит от выбранного класса модели: классы *Плоская* и *Осесимметричная*

означают двумерное моделирование, классы *3D Вытягивание* и *3D Импорт* — трехмерное моделирование.

Последовательность действий для постановки и решения трехмерной задачи такая же как в двумерном случае:

- Создаем новую задачу ELCUT, приписывая ей класс модели *3D Вытягивание* или *3D Импорт*.
- Для задачи с классом модели *3D Вытягивание* строим геометрию модели в привычном редакторе модели — сначала в плоскости  $XY$ , затем сообщаем двумерным объектам высоту, или  
для задачи с классом модели *3D Импорт* импортируем геометрическую модель в формате STEP (ISO 10303), заранее созданную в подходящей CAD-программе.
- Строим сетку конечных элементов автоматически, при желании вмешиваясь в управление ее густотой.
- Присваиваем геометрическим объектам — телам, граням, ребрам и вершинам — текстовые метки.
- Задаем для помеченных объектов физические свойства материалов, граничные условия задачи и источники поля.
- Запускаем автоматический процесс решения задачи.
- Дождавшись завершения, открываем окно трехмерной картины поля, в котором выбираем наиболее выразительные виды, получаем значения локальных и интегральных физических величин.

Трехмерная модель состоит из тел с разными физическими свойствами и окружающего их пространства. Как и в двумерном случае, трехмерная модель ELCUT всегда должна быть пространственно ограничена: для решения открытых задач (без естественно очерченной внешней границы расчетной области) такую границу нужно построить искусственно на достаточном расстоянии от других тел модели.

## Построение трехмерной модели вытягиванием

Трехмерная модель, построенная методом вытягивания из плоского эскиза, основывается на двумерном эскизе в плоскости  $XY$ . Эскиз ничем не отличается от обычной геометрической модели для решения плоскопараллельной задачи. Он создается в редакторе модели ELCUT. Любая сделанная прежде модель может послужить эскизом для трехмерной модели.

Для превращения двумерного эскиза в трехмерную модель ELCUT использует вытягивание плоских объектов в направлении оси  $Z$  (в

дальнейшем это направление иногда называется **вертикальным**), придавая им атрибут “высота”. Вытягивание вершины порождает вертикальное ребро. Вытягивание ребра порождает поверхность — плоскую или цилиндрическую, перпендикулярную плоскости эскиза  $XU$ . Вытягивание плоского блока порождает трехмерное тело в форме обобщенного цилиндра с образующей, перпендикулярной плоскостью  $XU$ .

Каждый объект эскиза — вершину, ребро или блок — можно вытягивать несколько раз на разную высоту вверх или вниз, создавая слоистую структуру. Как и в двумерных задачах, каждому трехмерному объекту можно приписать метку. Для каждого из тел это обязательно, а для поверхностей, ребер и вершин нужно лишь тогда, когда на этих объектах заданы граничные условия (например, известный потенциал), или источники поля (плотность электрического заряда). Присваивая одинаковые метки разным телам, мы логически объединяем их в одно тело — таким образом геометрическая модель может стать значительно богаче, чем просто “слоеный пирог”.

## Построение трехмерной модели путем импорта геометрии

Трехмерная геометрическая модель краевой задачи может быть построена также путем импорта геометрической модели из файла в формате STEP (ISO 10303 — the Standard for the Exchange of Product Model Data). Многие программы трехмерного автоматизированного проектирования обеспечивают возможность экспорта геометрической модели в STEP-файл. Для того, чтобы воспользоваться импортом нужно присвоить задаче класс модели *3D Импорт*. В этом случае файл геометрической модели получит стандартное расширение **.m3d**, и в начале работы с геометрией она будет пустой, после чего следует импортировать подходящий STEP-файл.

# Двумерные и трехмерные задачи

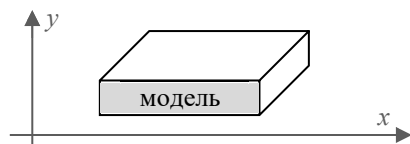
## Двумерные задачи

Большинство типов полевых задач, решаемых пакетом ELCUT, формулируются в двумерной постановке, то есть в **плоско-параллельном** или **осесимметричном** приближении.

### Плоско-параллельные задачи

**Плоско-параллельное приближение** означает, что геометрия модели, граничные условия, источники поля, свойства материалов

и, следовательно, рассчитанное поле, зависят от координат  $X$  и  $Y$ , но не зависят от координаты  $Z$ .

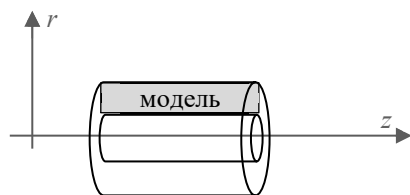


В плоскости экрана мы работаем с поперечным сечением модели (на рис. ниже — заштриховано), поскольку в силу трансляционной симметрии все поперечные сечения одинаковы, независимо от значения координаты  $Z$ .

### Осесимметричные задачи

**Осесимметричное приближение** используется для фигур вращения.

Введем цилиндрическую систему координат  $(r, z, \theta)$  таким образом, чтобы ось  $Z$  совпадала с осью вращения. В ELCUT ось вращения  $Z$  всегда совпадает с осью абсцисс, т.е. направлена горизонтально вправо.



Осесимметричное приближение означает, что геометрия модели, граничные условия, источники поля, свойства материалов и, следовательно, рассчитанное поле, зависят от координат  $Z$  и  $R$ , но не зависят от координаты  $\theta$ .

То есть, если рассечь модель плоскостью, проходящей через ось вращения  $Z$  и рассмотреть в этом сечении полуплоскость с одной стороны от оси, то все такие сечения будут одинаковы, вне зависимости от выбранной плоскости сечения (т.е. от угловой координаты  $\theta$ ).

В плоскости экрана мы работаем с верхней полуплоскостью аксиального сечения модели (на рис. выше — заштриховано), поскольку в силу осевой симметрии все такие сечения одинаковы, независимо от значения угловой координаты  $\theta$ .

Выбор между плоско-параллельным, осесимметричным или трехмерным моделированием осуществляется назначением подходящего класса модели при вводе параметров задачи.

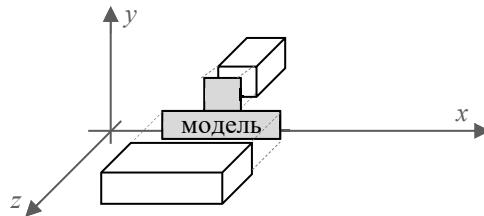


## Трехмерные задачи

В **трехмерных задачах** геометрия модели, свойства материалов, источники поля и граничные условия могут зависеть от всех трех пространственных координат  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

В ELCUT трехмерная геометрия задачи строится одним из следующих способов:

- Путем вытягивания (экструзии) плоских фигур из плоскости  $XY$  в направлении оси  $Z$  на указанную высоту. Каждый объект из плоскости может быть вытянут на разную высоту несколько раз, что позволяет построить сложную многослойную трехмерную фигуру.



Такой подход построения трехмерных тел позволяет при помощи хорошо знакомых по двумерному моделированию простых приемов быстро построить трехмерную модель. Тем не менее, подходу с вытягиванием присущи некоторые геометрические ограничения, которые будут преодолены в следующих версиях пакета ELCUT.

- Путем импорта трехмерной геометрии через STEP-файл, созданный подходящей CAD-программой. Импортированная геометрия может быть дополнена окружающей областью.

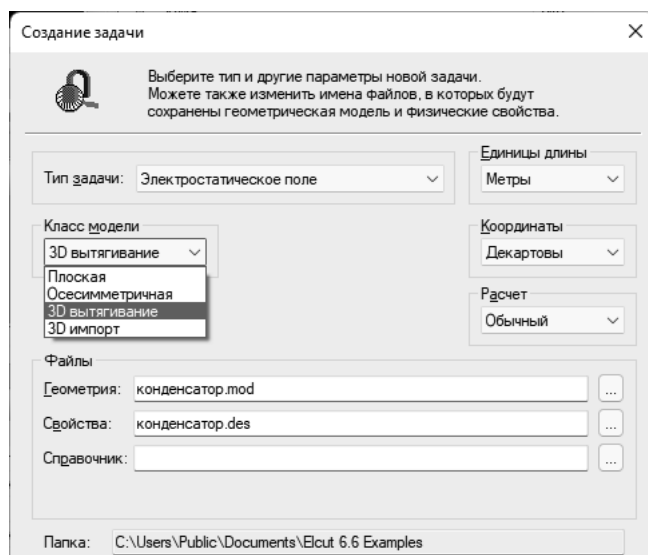
Независимо от того, каким способом была создана трехмерная геометрия, следующими шагами будут присвоение меток геометрическим объектам и генерация трехмерной сетки с возможностью управления ее густотой путем присвоения вершинам желательных шагов дискретизации.

## Описание задачи — придание трехмерных свойств

Выбор между двумерным и трехмерным моделированием осуществляется при установке класса модели в окне свойств задачи. К трехмерным задачам относятся классы *3D Вытягивание* и *3D Импорт*. Если существующей задаче, у которой имеется

некоторая геометрическая информация, назначен класс *3D Импорт*, то геометрическая информация теряется.

В противоположность этому, если класс задачи *3D Вытягивание* назначается существующей задаче, которая была ранее сформулирована как двумерная, то происходит однократный импорт двумерной информации в трехмерную модель. В таком случае ELCUT назначает всем блокам модели одну и ту же высоту в направлении оси  $Z$ , которая выбирается равной параметру  $L_Z$  (осевая длина) плоско-параллельной задачи, и по умолчанию равна одному метру.



Итак, единственное необходимое действие для придания задаче трехмерных свойств — выбрать позицию **3D вытягивание** либо **3D импорт** из списка **Класс модели** в окне свойств задачи.

Позиции 3D вытягивание и 3D импорт доступны только в задачах электростатики, электрического поля постоянных токов и стационарной теплопередаче.

## Геометрическая модель в трехмерной подсистеме

Для работы с геометрическим описанием задачи и сеткой конечных элементов в ELCUT используется **Редактор модели**. Предполагается, что читатель имеет некоторое знакомство с приемами создания двумерной модели: добавление точек и линий, присвоение геометрическим объектам меток, управление густотой сетки конечных элементов при помощи шагов (см. Главу 4).

## Создание модели вытягиванием

Создание геометрической модели вытягиванием в трехмерной подсистеме (далее — трехмерная модель) начинается с тех же самых шагов, однако, по сравнению с двумерным случаем, перед запуском процесса решения необходимо выполнить следующие дополнительные действия:

1. Обеспечить связь модели с трехмерной задачей. Для этого достаточно, чтобы трехмерная задача, ссылающаяся на эту модель, была открыта. Если такой задачи нет, выполнение последующих шагов невозможно.
2. Для каждого вытягиваемого двумерного объекта подготовить параметры его вытягивания.
3. Построить трехмерную модель вытягиванием двумерной модели по вертикали (в направлении оси  $Z$ ).
4. Присвоить некоторым из полученных объектов трехмерной модели текстовые метки, позволяющие связать с ними те или иные физические свойства.

### Параметры вытягивания объектов двумерной модели

При вытягивании по вертикали, объект двумерной модели — блок, ребро или вершина — превращается в один или несколько объектов трехмерной модели следующей размерности: блок — в тела, ребро — в вертикальные грани, вершина — в вертикальные ребра.

Вытягиваемый объект двумерной модели мы будем называть источником данного вытягивания. Все горизонтальные сечения объектов, вытянутых из одного источника, одинаковы, причем их проекции на плоскость двумерной модели совпадают с этим источником. Промежутков между соседними объектами, вытянутыми из одного источника, нет. Другими словами, объекты, вытянутые из одного источника, выглядят так, как будто каждый из них поставлен на предыдущий, а граница между двумя соседями совпадает со смещенным по вертикали источником.

Понятно, что единственными параметрами такого вытягивания объекта двумерной модели являются высоты уровней, на которых будут находиться горизонтальные границы вытянутых из него объектов трехмерной модели. Когда такая высота задана, мы будем говорить, что соответствующий ей уровень приписан к источнику вытягивания.

Ввиду отсутствия вертикальных промежутков между вытянутыми соседями количество объектов, вытягиваемых из одного источника, всегда на единицу меньше количества приписанных к этому источнику уровней. Поэтому, чтобы провести вытягивание объекта

двумерной модели, необходимо приписать к нему хотя бы два уровня.

---

*Примечание:* если какой-либо уровень приписан к некоторому объекту двумерной модели положительной размерности (т.е. к блоку или ребру), он автоматически приписывается ко всем объектам его границы. Размерность граничных объектов всегда меньше, чем размерность исходного объекта. В частности, если ребру приписан уровень на высоте 10, то обоим концевым вершинам этого ребра автоматически приписывается уровень на высоте 10. Если блоку приписан уровень на высоте 0, то всем его граничным ребрам, а значит, и всем его граничным вершинам, автоматически приписывается уровень на высоте 0.

---

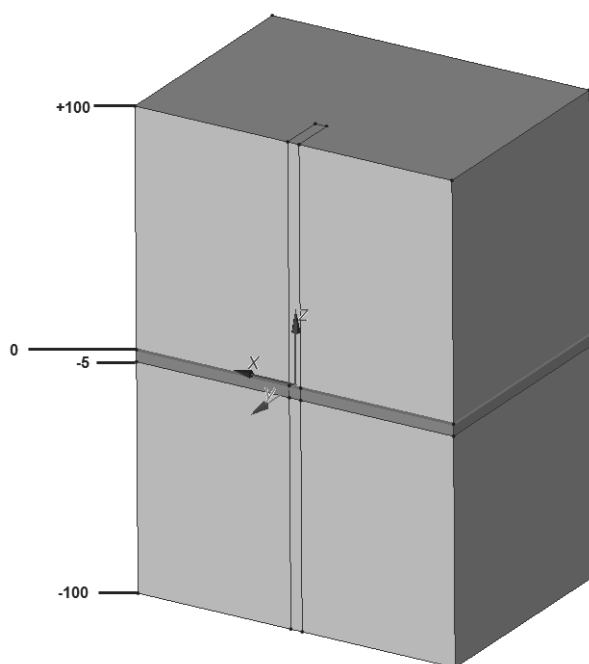


Рис. Пример назначения параметров вытягивания

### Изменение параметров вытягивания объектов двумерной модели

В первую очередь необходимо показать на экране окно свойств геометрической модели. Если она не показана, щелкните левой кнопкой мыши произвольное место окна модели и выберите пункт **Свойства** в меню **Вид**.

Для изменения параметров вытягивания одного или нескольких объектов, выделите эти объекты — в окне свойств модели появится группа **Выделено**, где показаны все типы выделенных объектов (вершины, ребра и/или блоки) (см. рис. ниже). При этом к

свойствам выделенных объектов наибольшей размерности будет добавлена группа **Уровни**, в которой представлены высоты всех уровней, приписанных хотя бы к одному из выделенных объектов, и дополнительный элемент **Добавить уровень**. Высоты представленных уровней всегда располагаются в порядке возрастания снизу-вверх.

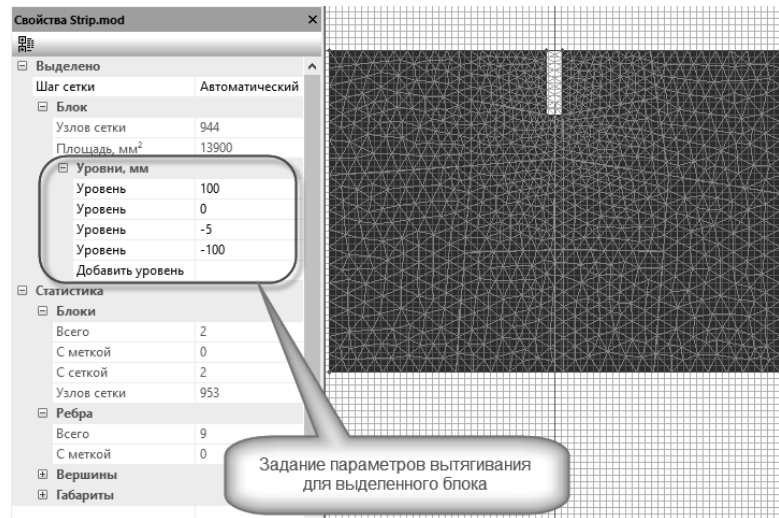


Рис. Выделенный блок двумерной модели и окно свойств для трехмерной задачи.

С уровнями можно выполнять действия трех типов:

- **Добавить новый уровень** — для этого достаточно ввести новую высоту в правое поле строки **Добавить уровень**. При желании, новое значение можно выбрать из выпадающего списка, содержащего высоты всех уровней модели на данный момент.  
В результате такого действия уровень с введенной высотой приписывается к тем из выделенных объектов, к которым раньше он приписан не был.
- **Изменить высоту существующего уровня** — для этого достаточно ввести новую высоту вместо старой. При желании, новое значение можно выбрать из выпадающего списка, содержащего высоты всех уровней модели на данный момент.  
В результате такого действия высота уровня меняется для тех выделенных объектов, к которым он уже был приписан. К остальным объектам уровень с такой высотой **не** приписывается. У тех выделенных объектов, к которым уровень с новой высотой уже был приписан раньше, изменяемый уровень просто удаляется. Например, если блоку приписаны уровни с высотами 1, 2 и 3, то после изменения высоты 2 на 3 приписаны к этому блоку будут уровни с

высотами 1 и 3.

Ввиду того, что высоты уровней всегда располагаются в порядке возрастания снизу-вверх, изменяемый уровень может переместиться в другое место списка.

- **Удалить существующий уровень** — для этого достаточно оставить поле с его высотой пустым. В результате такого действия ни к одному из выделенных объектов этот уровень приписан больше не будет.

---

*Примечание:* в некоторых случаях не удастся удалить уровень или изменить его высоту из-за того, что соответствующее поле в решетке свойств защищено от изменений.


Это происходит тогда, когда уровень приписан к соседнему объекту большей размерности. Например, если какой-то уровень автоматически распространился на вершину со смежного с ней ребра или блока, нельзя его удалить или изменить его высоту для этой вершины, оставив без изменений уровни этого ребра или блока.

Такое изменение можно выполнять только для того из соседей, размерность которого максимальна (размерность блока — 2, ребра — 1, а вершины — 0). В этом случае изменение автоматически распространяется на всю его границу. Например, если уровень приписан к ребру и автоматически распространился на его концевые вершины, изменять его можно только для ребра, но это изменение автоматически распространится и на вершины.

---

## Переход к трехмерному виду модели

Построение трехмерной геометрии путем вытягивания геометрических элементов двумерного эскиза в направлении оси Z осуществляется в момент перехода в трехмерный вид редактора модели.

После того, как параметры вытягивания подготовлены, его можно выполнить, выбрав команду **3D** в меню **Вид** или нажав кнопку  (2D/3D представление) в панели инструментов редактора модели.

В некоторых случаях вытягивание не может завершиться успешно. Для успеха необходимо выполнение следующих условий:

- а) Должен существовать хотя бы один блок двумерной модели, где построена сетка конечных элементов и приписано не менее двух уровней.
- б) Ни у одного блока двумерной модели с построенной сеткой конечных элементов количество приписанных уровней не должно быть равно 1.

Если какое-то из этих условий не выполнено, выдается сообщение об ошибке, причем в случае **б**. блоки, где условие не выполняется, выделяются.

В случае успеха в окне появляется представление построенной трехмерной модели, в которую входят тела, вытянутые из блоков, для которых выполняется условие **а**), и объекты меньших размерностей, находящиеся на границах этих тел.

## Создание модели импортированием

Для задачи с классом модели **3D импорт** вновь созданная модель не содержит никаких геометрических объектов. Первым шагом работы с моделью является импорт геометрии из заранее заготовленного STEP-файла. Формат STEP (ISO 10303 — the Standard for the Exchange of Product Model Data).

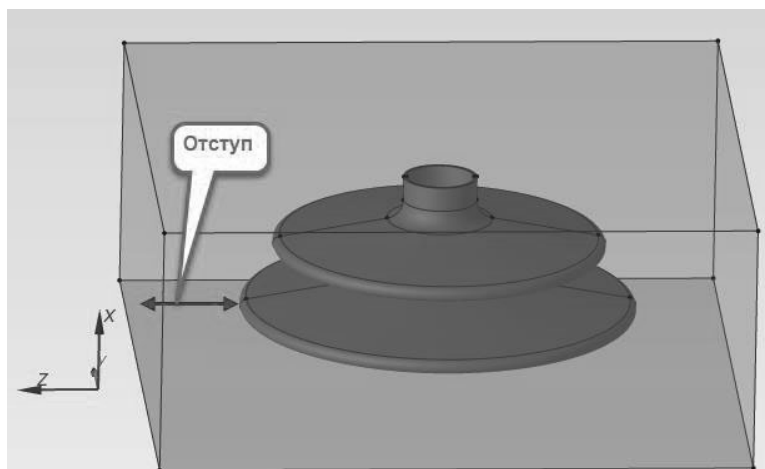
Работа над трехмерной моделью начинается с создания задачи ELCUT с классом геометрии "3D импорт". Как обычно, при создании задачи выбирается имя файла геометрической модели, которое для данного класса задач будет иметь расширение **.m3d**. Двойной щелчок по имени файла модели в дереве задачи открывает окно редактора модели в его трехмерном виде. Далее следует щелкнуть кнопку "Импорт STEP" на панели инструментов трехмерного редактора модели, выбрать нужный файл (обычно с расширением **.step** или **.stp**) и нажать кнопку "Открыть".

### Окружающая область

Для задач с классом модели "3D импорт" импортированные через STEP-файл геометрические объекты при необходимости могут быть дополнены *окружающей областью*.

Окружающая область представляет собой прямоугольный параллелепипед, ориентированный по осям координат. Размеры окружающей области выбираются автоматически так, чтобы она полностью охватывала все прочие геометрические объекты с заданным отступом. Величина отступа граней окружающей области от крайних точек модели задается пользователем в процентах от максимального габаритного размера модели.

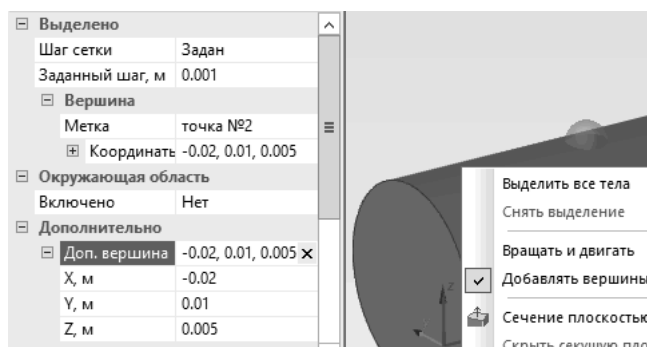
Для управления окружающей областью служит секция "**Окружающая область**" в окне свойств геометрической модели. Окружающую область можно включить и выключить, а также задать необходимый отступ в процентах от габарита модели. По умолчанию выбирается значение отступа 50%.



Будучи включенной, окружающая область обладает всеми свойствами геометрического объекта. Её внутренней полости необходимо присвоить метку, например, "воздух". Её граням и ребрам также может быть присвоены метки для последующего назначения граничных условий. Поскольку окружающая область заслоняет прочие объекты модели, ее целесообразно сделать прозрачной (как на рисунке выше), либо невидимой при помощи контекстного меню.

### Дополнительные вершины в трехмерной модели

В редакторе трехмерной модели, полученной путем импорта геометрии из CAD, на панели инструментов добавлена кнопка **Добавлять Вершины** для перехода в режим вставки дополнительных вершин. Клавиатурное сокращение INS работает, как переключатель между режимом вставки и обычным режимом. При переходе в режим вставки курсор меняет форму на перекрестье.



В режиме вставки, когда курсор находится над подсвеченной гранью или подсвеченным ребром, нажатие левой кнопки мыши приводит к созданию дополнительной вершины модели. Список




всех дополнительных вершин содержится в окне свойств в разделе **Дополнительно**.

Каждую из дополнительных вершин можно удалить нажатием кнопки **[X]** справа от заголовка, или изменить её координаты. Пользователь изменяет координаты дополнительной вершины, редактируя численные значения по одному, или несколько значений сразу, и завершает редактирование нажатием клавиши **ENTER**.

В списке **Дополнительно** отражаются координаты, введенные пользователем, в то время как истинные координаты могут быть перевычислены с тем, чтобы вершина по-прежнему находилась на той же грани (ребре), где она была изначально создана. Истинные координаты вершины отображаются в окне свойств в разделе **Выделено / Вершина / Координаты**, когда дополнительная вершина выделена.

Дополнительные вершины обычно используются для более точного управления густотой сетки. Для этого дополнительной вершине может быть присвоен желательный шаг сетки конечных элементов. Дополнительная вершина также может иметь метку и ассоциированное с меткой граничное условие или источник поля.

## Трехмерный вид редактора модели

Увидеть трехмерную модель и присвоить метки ее элементам можно в 3D-режиме редактора модели. Для перехода в трехмерное представление редактора модели выберите команду **3D** в меню **Вид** или нажмите кнопку  (2D/3D Представление) на панели инструментов редактора модели.

Работа с изображением в трехмерном виде редактора модели (вращение, панорамирование, масштабирование, скрытие отдельных объектов и выделение объектов) подробно обсуждается в следующем параграфе.

## Работа с трехмерным изображением

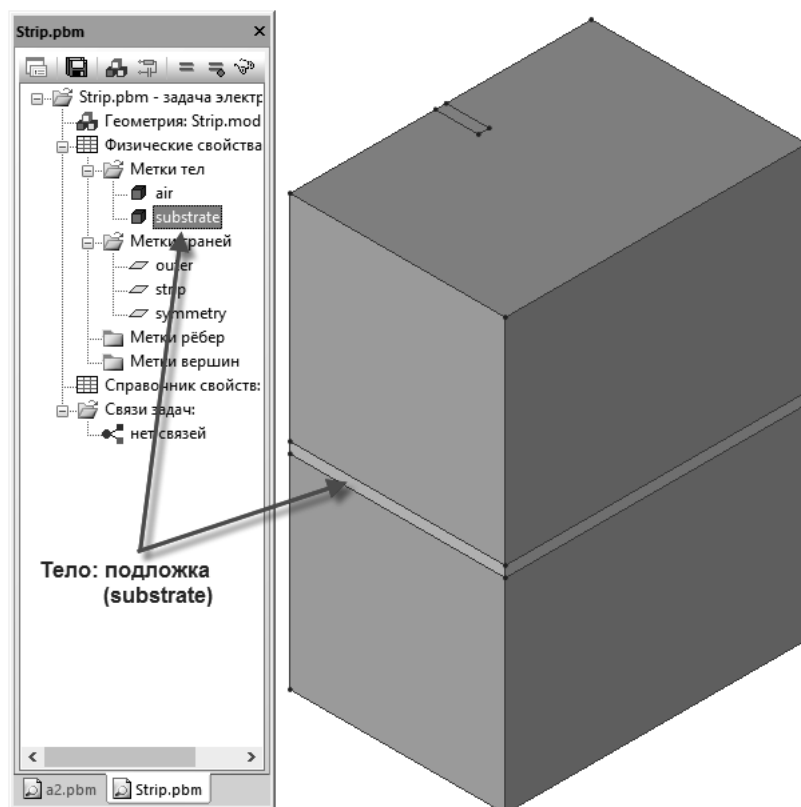
В ELCUT трехмерные изображения используются для показа трехмерного вида геометрической модели и результатов решения трехмерной задачи. В обоих случаях используются одинаковые приемы рассматривания изображения и манипулирования им.

Для получения полной информации о геометрии трехмерного тела можно:

- рассматривать модель с разных сторон (вращение);
- передвигать по поверхности экрана (панорамирование);

- увеличивать и уменьшать масштаб изображения (масштабирование),
- прятать отдельные части модели (скрытие), чтобы увидеть то, что находится за ними.
- включать для отдельных элементов режим прозрачности.
- выделять отдельные элементы модели: тела, грани, ребра, вершины.
- рассекать модель плоскостью, чтобы рассмотреть или выделить заслоненные тела, либо структуру объемной сетки конечных элементов.

Окно трехмерного изображения взаимодействует со списком меток в окне описания задачи.



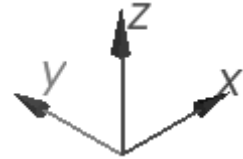
Если выделить метку тела (грани, ребра, вершины) в окне описания задачи, все тела (грани, и т.д.), помеченные выбранной меткой, окажутся выделенными в трехмерном окне. И обратно — выделение тела в трехмерном окне вызывает подсвечивание его метки в окне описания задачи.

Большинство операций с трехмерным изображением выполняется движением указателя мыши с нажатой левой или правой кнопкой мыши. Для некоторых операций, кроме того, нужно до начала

движения мыши нажать одну или несколько клавишей-модификаторов на клавиатуре.

Произвольно вращая мышью изображение в трехмерном окне легко заблудиться — потерять контроль над тем, какая часть модели и с какой стороны видна на экране. В этом случае можно вернуться к одному из predetermined видов, воспользовавшись кнопками на панели инструментов камеры.

Для удобства ориентации в пространстве внизу слева от трехмерного изображения нарисована система координатных осей, которая поворачивается вместе с изображением.



## Управление изображением: вращение, перемещение, масштабирование

Для получения полной информации о геометрии трехмерного тела можно:





- Рассматривать модель с разных сторон (вращение);
- Передвигать по поверхности экрана (панорамирование);
- Увеличивать и уменьшать масштаб изображения (масштабирование),
- Прятать отдельные части модели (скрытие), чтобы увидеть то, что находится за ними.
- Выделять отдельные элементы модели: тела, грани, ребра, вершины.

Большинство этих операций выполняется движением указателя мыши с нажатой левой или правой кнопкой мыши. Для некоторых операций, кроме того, нужно до начала движения мыши нажать одну или несколько клавишей-модификаторов на клавиатуре.

В зависимости от того, какая кнопка мыши нажата во время движения, мы будем называть его левым или правым.

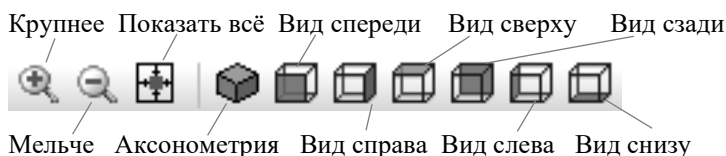
Управление изображением в трехмерном окне посредством движения мыши

Движение мыши с нажатой кнопкой	При нажатой клавише на клавиатуре	Действие	Форма курсора
Левой	нет	Вращение модели на экране, соответствующее	

		движению указателя мыши. Позволяет рассмотреть модель с разных сторон	
Левой	SHIFT	Перемещение модели в направлении движения указателя.	
Левой	CTRL	Вращение модели относительно оси, перпендикулярной плоскости экрана	
Левой	SHIFT + CTRL	Масштабирование изображения: при движении вверх масштаб увеличивается, при движении вниз — уменьшается.	
Правой	нет	При движении мыши с нажатой правой кнопкой на экране отображается прямоугольная рамка, которая после отпускания кнопки используется для выделения геометрических объектов.  Если конечная точка движения ЛЕВЕЕ начальной, выделяются все объекты, КРОМЕ тех, которые целиком расположены ВНЕ рамки.  Если конечная точка ПРАВЕЕ начальной, выделяются все объекты, которые целиком расположены ВНУТРИ нее	

Перечисленные приемы работы мышью дают возможность произвольно управлять масштабом изображения и положением камеры относительно объекта. Кроме того, имеются несколько

фиксированных настроек изображения, управляемых кнопками на панели инструментов камеры:



В заключение этого обзора перечислим все способы управления масштабом изображения:

1. Вращение колеса мыши вперед увеличивает масштаб, вращение назад — уменьшает его. При этом точка, в которой находится указатель мыши, остается неподвижной.
2. Нажав на панели инструментов кнопку (Крупнее) мы можем просто щелкнуть в модель — тогда масштаб увеличится вдвое, — либо скольжением с нажатой левой кнопкой мыши нарисовать на экране прямоугольник, который после окончания скольжения займет всю площадь окна.
3. Нажатие кнопки (Мельче) отменяет последнее увеличение масштаба. Если нечего отменять, масштаб изображения уменьшается вдвое.
4. Кнопка (Показать всё) устанавливает масштаб так, чтобы вся модель помещалась в окно.
5. Движение мыши с нажатой левой кнопкой и клавишами SHIFT+CTRL вверх увеличивает масштаб, а движение вниз — уменьшает его.
6. Клавиатурные команды:

**CTRL +** (клавиши CTRL и плюс) увеличивают масштаб вдвое;

**CTRL -** (клавиши CTRL и минус) увеличивают масштаб вдвое;

**CTRL 0** (клавиши CTRL и ноль) устанавливает масштаб так, чтобы вся модель поместилась в окно.

## Выделение трехмерных объектов

В трехмерном окне изображены трехмерные геометрические объекты: тела, грани, ребра, вершины. Каждый из объектов может находиться в обычном или в выделенном состоянии. Выделение объекта требуется для того, чтобы изменить его свойства (присвоить метку и т.п.), либо спрятать тело, чтобы увидеть объекты, расположенные за ним.

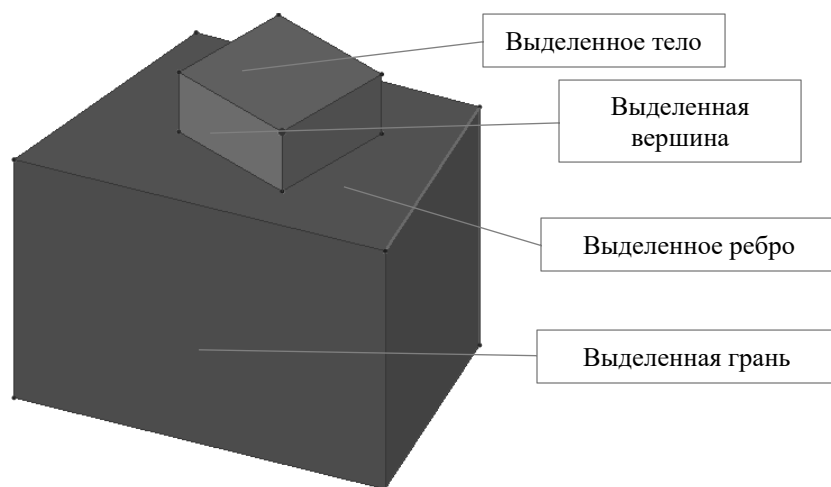


Рис. Примеры выделения геометрических объектов.

Выделить объект можно следующими способами:

1. Щелкнуть объект левой кнопкой мыши. Когда указатель мыши проходит над некоторым объектом, последний подсвечивается — это позволяет заранее понять, что именно будет выделено при щелчке.

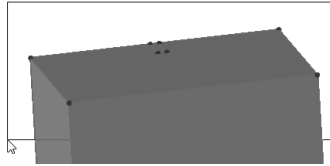
Первый щелчок в грань вызывает выделение грани. Повторный щелчок в ту же грань выделяет тело, которому принадлежит грань. Каждый следующий повторный щелчок в грань вызывает переключение между режимом выделения граней и тел.

Чтобы выделить несколько объектов, нужно при щелчке мыши держать нажатой клавишу CTRL. При этом выделяются объекты той же размерности (грани или тела соответственно).

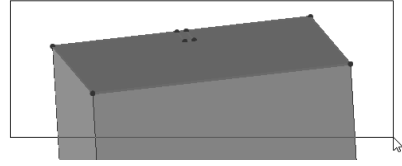
2. Щелкнуть мышью метку объекта в окне задачи — в этом случае выделяются все объекты данной размерности, помеченные выбранной меткой.
3. Выделить группу объектов резиновым прямоугольником. Для этого используется жест перетаскивания правой кнопкой мыши. В зависимости от направления перетаскивания выделение работает по-разному:
  - а. Перетаскивание слева направо вызывает выделение только тех объектов, которые оказываются целиком внутри прямоугольника.
  - б. Перетаскивание справа-налево вызывает выделение объектов, находящихся строго внутри прямоугольника и объектов, которые пересекаются сторонами прямоугольника.

Ниже приведен пример выделения прямоугольником справа-налево и слева-направо:

Движение справа налево



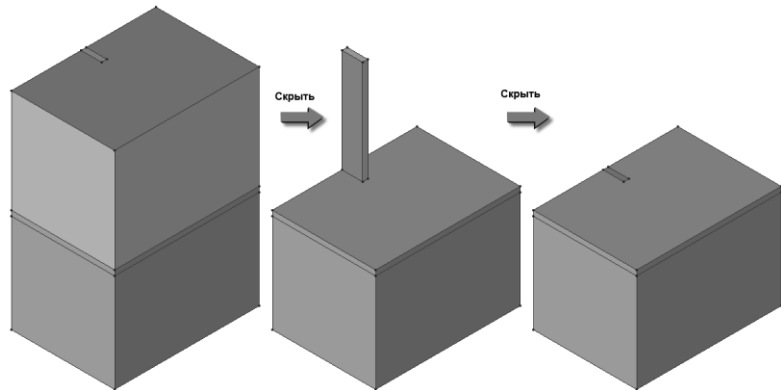
Движение справа налево



## Скрытые и прозрачные тела

Иногда, для того чтобы разглядеть некоторый объект, нужно сделать невидимым другие тела, которые его заслоняют.

Чтобы скрыть тело или группу тел, нужно выделить их и выбрать команду **Скрыть** в меню **Вид** или в контекстном меню (правая кнопка мыши). Там же имеются команды **Скрыть всё** и **Скрыть всё кроме этого**.

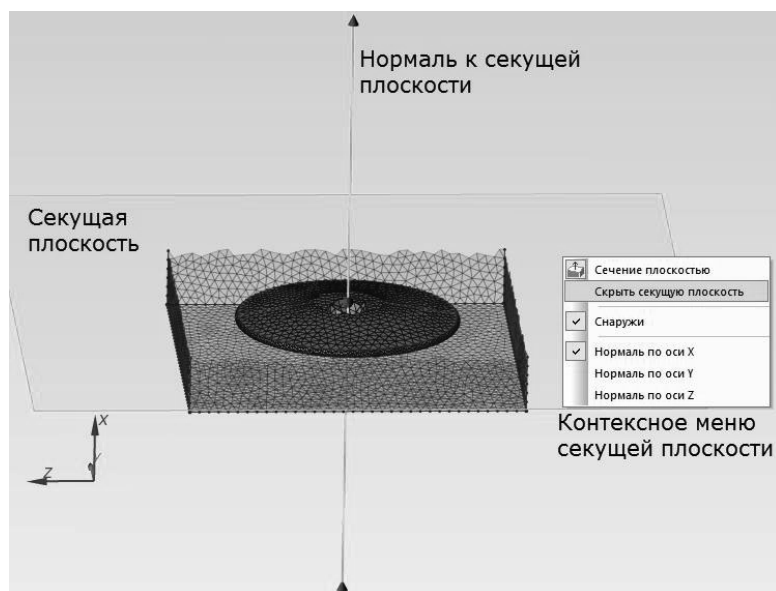


Чтобы вернуть на место скрытые объекты, используются команды **Показать скрытое** или **Показать всё скрытое**, в меню **Вид** или в контекстном меню.

В трехмерном виде редактора модели тело, заслоняющее другие объекты, можно не только временно спрятать, но и сделать полупрозрачным. Для этого используется команда **Прозрачное тело** в контекстном меню. Для отключения прозрачности используйте команду **Сплошное тело** в том же контекстном меню. Прозрачность не обеспечивает возможность выделить щелчком мыши тело, расположенное позади прозрачного тела. Чтобы сделать это, нужно либо скрыть заслоняющее тело, либо воспользоваться секущей плоскостью, сделав её невидимой.

## Сечение модели плоскостью

Для того, чтобы разглядеть внутренние полости модели, или ее элементы, заслоненные другими объектами, можно использовать сечение модели плоскостью.



Для включения/выключения сечения плоскостью нажмите кнопку **Секущая плоскость** на панели управления трехмерным видом окна редактора модели, либо используйте команду **Сечение плоскостью** в меню **Вид**.

Положением секущей плоскости можно управлять следующими способами:

- Перетаскивая мышью секущую плоскость вдоль ее нормали;
- Перетаскивая мышью нормаль к секущей плоскости;
- Выбирая в контекстном меню одно из фиксированных положений нормали секущей плоскости вдоль осей координат;
- Позиция контекстного меню **Снаружи** позволяет выбрать, с какой стороны от секущей плоскости будет нарисован остаток тела модели.

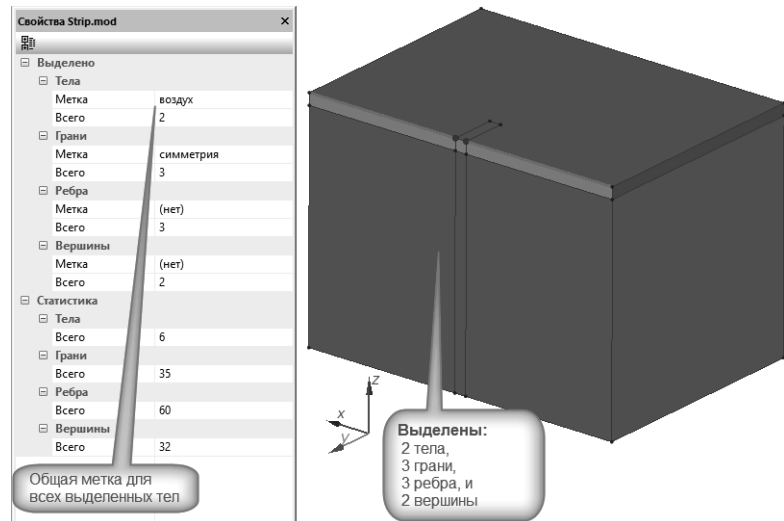
Если секущая плоскость мешает разглядеть или выделить заслоненный ею объект, изображение плоскости можно временно спрятать при помощи команды **Скрыть секущую плоскость** в контекстном меню секущей плоскости или в меню **Вид**.



## Присвоение текстовых меток объектам трехмерной модели.

Присвоение текстовых меток объектам трехмерной модели выполняется после ее построения вытягиванием по вертикали.

Для того, чтобы присвоить какому-то объекту (блоку, грани, ребру или вершине) метку, выделите его в окне трехмерной модели — в окне свойств появится группа **Выделено**, в соответствующей подгруппе которой (**Блоки**, **Грани**, **Ребра** или **Вершины**) будет отражено название текущей метки выделенного объекта.



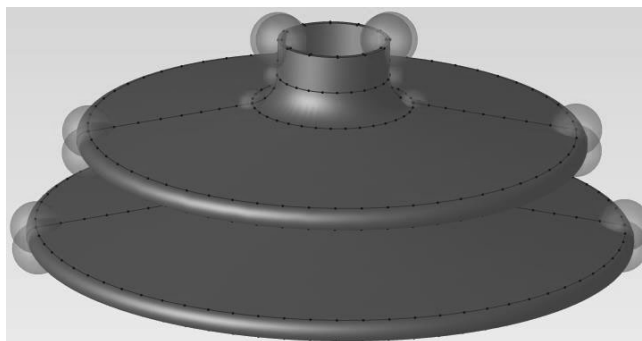
Можно заменить его, введя новое название на клавиатуре или выбрав его из выпадающего списка, где содержатся названия всех меток, определенных в задаче для объектов такой размерности. В начале списка находится специальное значение, выбор которого приводит к удалению метки выделенного объекта. Свойства любой определенной в задаче метки можно просмотреть, найдя ее в дереве задачи.

Для того, чтобы присвоить одну и ту же метку нескольким геометрическим объектам одинаковой размерности, выделите все эти объекты и введите название метки в той подгруппе группы **Выделено**, которая относится к объектам этой размерности.

## Управление густотой трехмерной дискретизации

Трехмерная сетка конечных элементов в ELCUT строится полностью автоматически. Точность решения краевой задачи с одной стороны, и необходимое время счета и объем оперативной памяти с другой стороны, зависят от качества сетки конечных

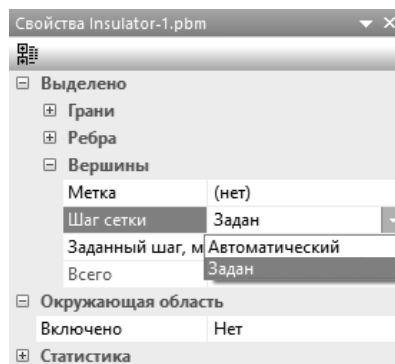
элементов, ее густоты в разных частях модели и общего числа элементов. При решении больших задач может потребоваться найти компромисс между точностью и сложностью. Для этого можно воспользоваться управлением густотой сетки.



Как и в двумерных задачах, управление густотой сетки сводится к назначению некоторым вершинам модели желательного значения шага сетки вокруг нее. Если пользователь не назначил шаг той или иной вершине, он будет вычислен автоматически с учетом остальных шагов.

Для назначения шага дискретизации нужно сначала выделить нужные вершины щелчком мыши или прямоугольной рамкой (см. Выделение трехмерных объектов), затем в окне свойств модели выбрать значение "Задан" в поле **Шаг сетки** и ввести величину шага в текущих единицах длины модели в поле "Заданный шаг".

Введенное значение визуализируется в окне модели полупрозрачной сферой, если включен режим визуализации шагов дискретизации. Для включения/выключения шага визуализации используйте кнопку **Шаги** на панели инструментов или команду **Скрыть/показать шаг** в меню **Вид**.



## Трехмерная сетка конечных элементов

Решение задачи методом конечных элементов предполагает предварительную дискретизацию всего пространства модели на замкнутые непересекающиеся области пространства простой формы — конечные элементы. ELCUT использует тетраэдры первого порядка в качестве конечных элементов для трехмерного анализа.

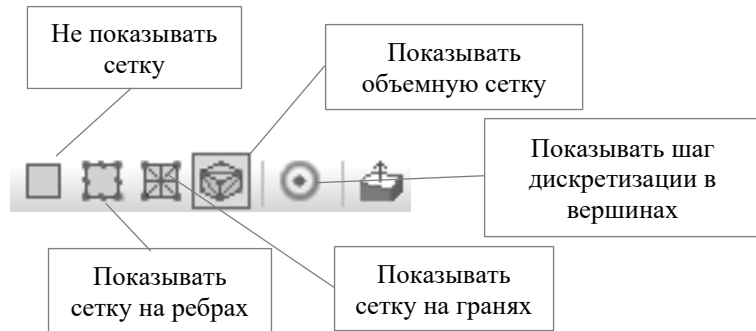
Триангуляция, т.е. процесс разбиения геометрического объекта на конечные элементы, выполняется полностью автоматически, прозрачно для пользователя. Продвинутые пользователи могут, тем не менее, управлять густотой генерируемой сетки и визуально контролировать результат. Важность управления в том, что точность решения дифференциальных уравнений поля в частных производных методом конечных элементов и стоимость решения в терминах времени счета и оперативной памяти, в значительной степени определяются качеством сетки. Управление густотой сетки имеет целью достижение оптимального компромисса между точностью решения и его стоимостью.

Триангуляция выполняется в следующей последовательности:

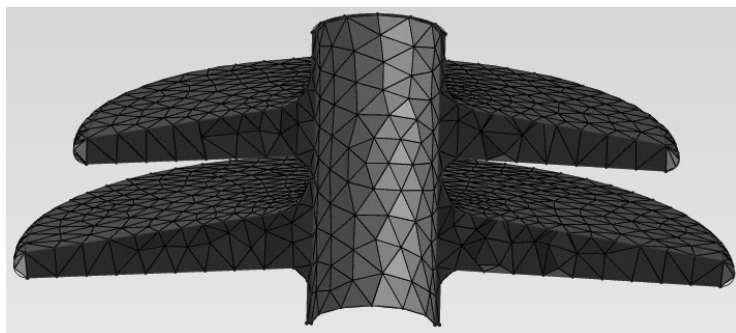
- Автоматический алгоритм вычисляет оптимальный шаг сетки во всех вершинах модели, где пользователь не указал желательное значение шага;
- Строится одномерная дискретизация на всех ребрах модели;
- Грани модели разбиваются на плоские треугольники;
- Каждое тело модели разбивается на тетраэдры;

Описанный четырехэтапный процесс позволяет получить качественную дискретизацию пространства модели с контролируемой густотой, причем сетки всех размерностей получаются согласованными.

Панель управления редактора модели позволяет контролировать процесс создания сеток разной размерности и их видимость:



Если, при выборе кнопки показа дискретизации той или иной размерности, сетка еще не построена, она будет сгенерирована автоматически. Объемную сетку удобнее рассматривать при помощи сечения модели плоскостью.




Изредка может возникнуть необходимость полностью удалить сетку конечных элементов всех размерностей. Это можно сделать с помощью команды **Удалить сетку** в меню **Правка**.

## Свойства тел и граничные условия в трехмерных задачах


Редактирование физических данных, привязанных к тому или иному геометрическому объекту, начинается с двойного щелчка мышью по имени метки соответствующего объекта в окне задачи.

В отличие от двумерных задач, дерево меток содержит четыре ветви: метки тел, метки граней, метки ребер и метки вершин.

## Решение трехмерной задач

Решение задачи в ELCUT начинается выбором команды **Решить** в меню **Задача** или нажатием кнопки  на панели инструментов задачи. Процесс решения также может быть инициирован командой **Картина поля** в меню **Задача**, при условии, что анализируемая задача еще не была решена или решение устарело.

## Анализ результатов


Решение задачи в ELCUT начинается выбором команды **Картина поля** в меню **Задача** или нажатием кнопки  на панели инструментов задачи.

Для анализа результатов решения трехмерной задачи в ELCUT имеются следующие возможности:

- Демонстрация картины поля разными способами:
  - Цветная раскраска поверхностей в соответствии со значением выбранной физической величины,
  - Изображение геометрии модели с помощью ребер,
  - Изображение сетки конечных элементов на видимых поверхностях,

- Картина векторного поля в виде ориентированных и масштабированных направленных отрезков,
- Картина скалярного поля в виде облака окрашенных в разные цвета небольших шариков
- Поверхности равного потенциала
- Семейство параллельных друг другу секущих плоскостей, окрашенные в соответствии со значениями выбранной физической величины.
- Сечение модели плоскостью, положением которой можно интерактивно управлять.
- Двумерная картинка распределения поля в секущей плоскости
- График выбранной физической величины вдоль выделенного ребра (рёбер)
- Значения поля в выбранной точке. Нужную точку можно указать мышью на картине поля или ввести три координаты.
- Интегральные величины, вычисленные интегрированием по объему выделенных тел или по их внешней поверхности.




## Окно результатов расчета

Окно результатов расчета появляется на экране в ответ на команду **Картина поля** в меню **Задача** или нажатие кнопки  на панели инструментов задачи.

Окно результатов расчета содержит следующие элементы:

- Окно картины поля со значком координатной системы и цветовой шкалой;
- Панели инструментов (вверху): панель инструментов картины поля и панель камеры
- Панели полевого калькулятора (слева): панель настроек, панель локальных значений и панель интегралов

Панели полевого калькулятора предназначены для вывода и ввода числовой информации. Изначально они расположены стопкой у левой границы окна результатов. Всю стопку панелей калькулятора или каждую панель в отдельности можно перетащить мышью в нужное место, причалить к любой границе окна результатов либо оставить плавающим. Активация мышью любой из трех панелей полевого калькулятора переводит окно результатов расчета в соответствующий режим:

- Просмотр картины поля (курсор имеет форму 
- Вычисление локальных значений поля в указанной точке (курсор приобретает вид 
- Вычисление интегральных величин по выделенным телам и их внешним поверхностям (форма курсора: ).

Кроме того, в окне картины поля имеется изображение трехмерной системы координат, которая, поворачиваясь вместе с движением камеры относительно модели, дает представление о текущей ориентации, и цветовая шкала, демонстрирующая соответствие между цветом и значением физической величины.

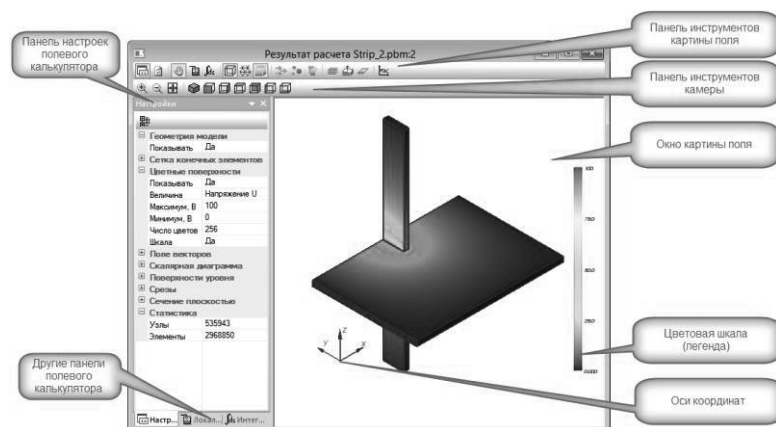


Рис. Окно результатов расчета

## Управление показом результатов расчета

Показом результатов решения можно управлять командами меню **Вид**, многие из которых также повторены кнопками на панели инструментов.

**Верхняя группа команд** переключает панели полевого калькулятора, которые сложены стопкой слева от изображения картины поля. Этих панелей три:

1. Панель настроек изображения;
2. Панель локальных значений поля, и
3. Панель интегральных характеристик

**Группа команд в средней части меню** включает и выключает отдельные способы изображения поля, называемые *презентациями*. Все презентации, за небольшими исключениями, можно включать и выключать независимо друг от друга, формируя на экране наиболее выразительную картинку. При открытии окна картины поля включены две презентации: *геометрия модели* (в виде ребер синего цвета) и *цветная заливка* видимых граней модели, в которой цвет соответствует уровню отображаемой физической величины.

Большинство презентаций имеют настроечные параметры, которые управляют изображением. Все параметры настройки собраны в панели **Настройка**, где они сгруппированы по видам презентаций.



Рис. Команды меню **Вид** для управления показом результатов решения



Группа команд в нижней части меню управляет видимостью отдельных тел. Нередко, для того чтобы разглядеть что-то полезное, приходится сначала спрятать что-то ненужное.







## Способы показа картины поля (презентации)

Картина рассчитанного поля может быть графически изображена разными способами. Каждый отдельный способ показа, называемый в дальнейшем **презентацией**, имеет свои индивидуальные параметры настройки. Большинство презентаций можно по желанию комбинировать на одной картинке, кроме небольшого числа взаимоисключающих презентаций.



Включить и выключить индивидуальную презентацию можно нажатием соответствующей кнопки на панели инструментов картины поля. Другой способ включения — раскрыть в панели настроек полевого калькулятора ветку, соответствующую выбранной презентации и в поле **Показывать** выбрать из списка вариант **Да** или **Только это**.

Список презентаций в окне трехмерной картины поля включает:

	Элементы геометрии: ребра модели
	Сетка конечных элементов

	Цветные поверхности
	Поле векторов
	Скалярная диаграмма
	Поверхности равного уровня
	Параллельные сечения — срезы
	Сечение модели плоскостью

Кроме трехмерных презентаций имеются еще два способа показа поля в отдельных окнах пониженной размерности:

	Картина поля в секущей плоскости
	Одномерная картинка: График распределения поля вдоль ребра

Для получения выразительной и информативной картины поля неизбежно потребуются манипуляции с изображением: вращение, перемещение и масштабирование (см. раздел *Управление изображением*), а также скрытие ненужных или заслоняющих тел (см. раздел *Скрытие объектов*). Эти операции, а также выделение геометрических объектов в окне картины поля выполняются также, как в трехмерном виде редактора модели.

Слева, среди панелей полевого калькулятора, расположена панель настроек. В ней собраны все параметры настройки, сгруппированные по видам презентаций.

На рис. ниже показана картина поля, содержащая 5 презентаций: геометрия модели, цветные поверхности, поле векторов, скалярная диаграмма и сечение плоскостью. Слева от картины поля расположена панель настроек, где включенные презентации обведены красным кружком.



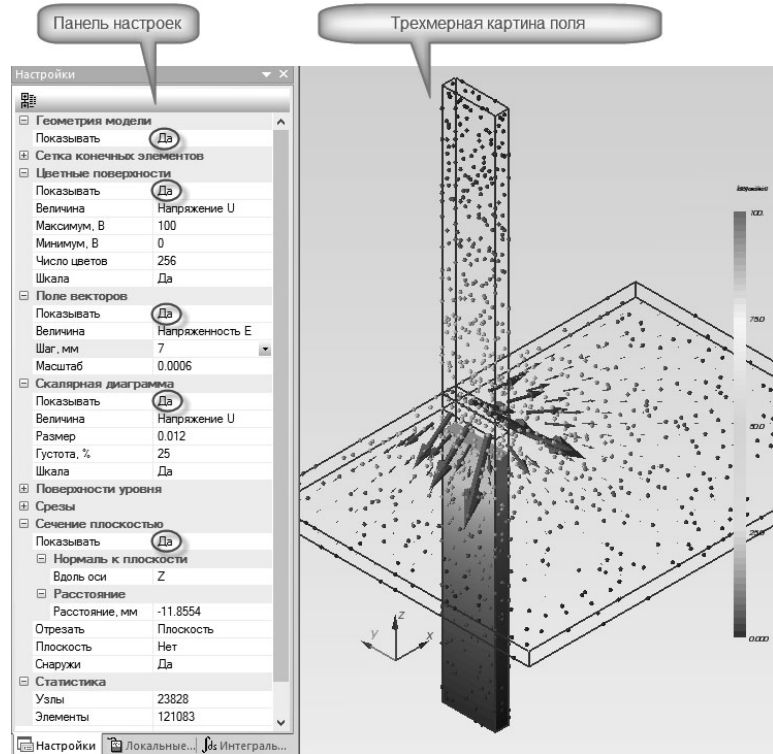


Рис. Картина поля и панель ее настроек

Окно настройки для каждой презентации содержит одно или несколько полей. Поля расположены в столбик друг под другом, каждое поле занимает одну строку. Слева расположено название поля, справа — его значение. В зависимости от типа поля, его значение можно выбирать из списка, вводить или и то и другое.

Первый параметр настройки, имеющийся у всех презентаций — поле **Показывать**, которое может принимать значения **Да**, **Нет** и **Только это**. В последнем случае данная презентация остается на экране, а все остальные — исчезают.

Сведения об остальных параметрах каждой из презентаций изложены в разделах, описывающих данную презентацию.

Далее в этой главе разбираются отдельные презентации и способы управления ими.

### Цветовая шкала (легенда)

У тех презентаций, которые цветом кодируют различные уровни поля, предусмотрен показ цветовой шкалы.


При нажатии правой кнопки на шкале 3D постпроцессора, появляется контекстное меню для автоматического уточнения

диапазона физической величины, использованной при построении цветной карты.

- Команда **Диапазон для всей модели** активна всегда. Она восстанавливает диапазон величины, вычисленный по всем активным телам модели (который устанавливается по умолчанию).
- Команда **Диапазон для видимых тел** активна всегда. Она вычисляет диапазон по всем видимым телам. Тело считается видимым, если видна хотя бы одна его грань. Если все тела видимы, то эта команда аналогична **Диапазон для всей модели**.
- Команда **Диапазон для выделенных объектов** активна при наличии выделенных тел и/или граней. Диапазон вычисляется по всем выделенным объектам.



### Элементы геометрии: ребра и сетка конечных элементов

Презентация **Геометрия модели** включена по умолчанию и изображает ребра исходной геометрической модели. Для включения и выключения геометрии модели используется кнопка  на панели инструментов картины поля. Параметров настройки у этой презентации нет.

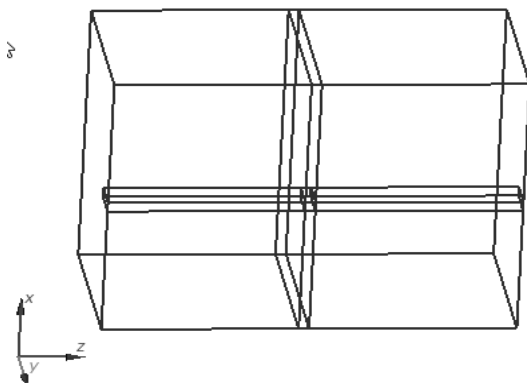



Рис. Презентация “Геометрическая модель”

Презентация **Сетка конечных элементов** показывает на видимых поверхностях модели сетку конечных элементов. Для включения и выключения сетки конечных элементов используется кнопка  на панели инструментов картины поля. Параметров настройки у этой презентации нет.

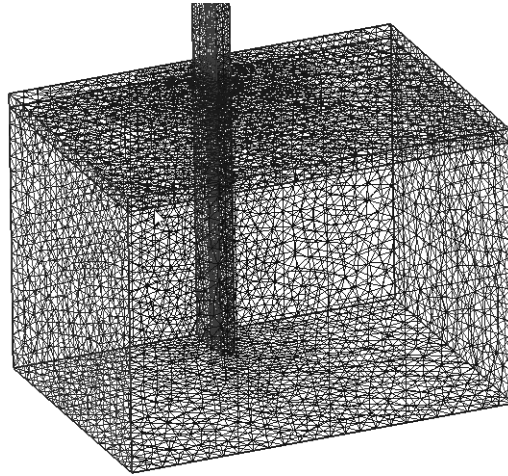



Рис. Презентация “Сетка конечных элементов”

### Цветные поверхности

Презентация **Цветные поверхности** включена по умолчанию и изображает распределение выбранной физической величины по видимым поверхностям модели в виде цветной карты, в которой каждому значению физической величины соответствует некоторый цвет. Для включения и выключения цветных поверхностей используется кнопка  на панели инструментов картины поля.

Настройки цветных поверхностей включают в себя следующие параметры:

1. Выбор скалярной физической величины для раскраски из списка. По умолчанию для задачи электрического поля используется электрический потенциал  $U$ , в температурных задачах — температура  $T$  и т.п. Список возможных величин включает потенциал, модули векторных полевых характеристик и их координатные компоненты, а также свойства среды (диэлектрическая проницаемость и т.п.).
2. Минимальное и максимальное значение величины для настройки цветовой шкалы. По умолчанию соответствует максимальному и минимальному значению поля в расчетной области
3. Число цветов, по умолчанию равно 256.
4. Показывать или не показывать цветовую шкалу.

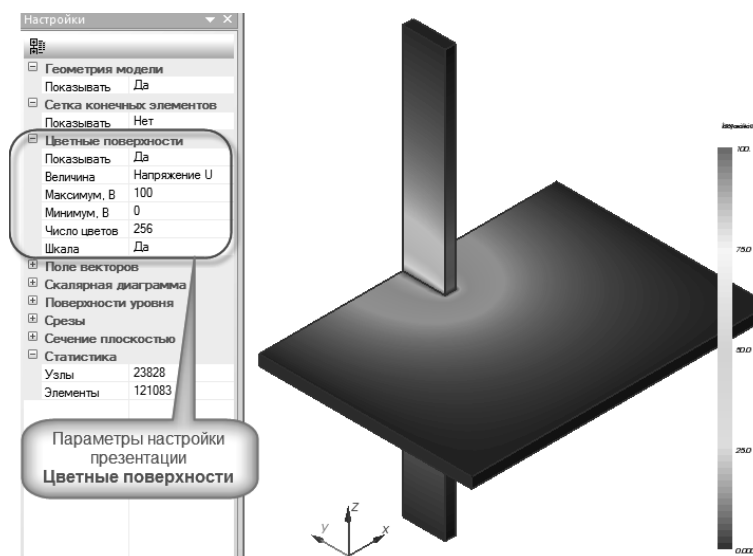



Рис. Презентация “Цветные поверхности”.

## Поле векторов

Векторная диаграмма изображает распределение векторной величины в пространстве. Расчетная область покрывается невидимой равномерной сеткой из точек с заданным шагом. Затем в каждой точке сетки рисуется вектор в виде направленного отрезка (стрелочки). Направление стрелочки совпадает с направлением выбранного вектора, а длина стрелочки соответствует модулю векторной величины в выбранном масштабе.

Для включения и выключения поля векторов используется кнопка  на панели инструментов картины поля.

---

*Предупреждение:* презентация **Поле векторов** может потреблять заметное количество компьютерных ресурсов (память, процессорное время). Поэтому выбирать параметры, увеличивающие нагрузку, нужно с осторожностью, постепенно наращивая значение. Предпочтительно выбирать рекомендуемые параметры из списка.

---

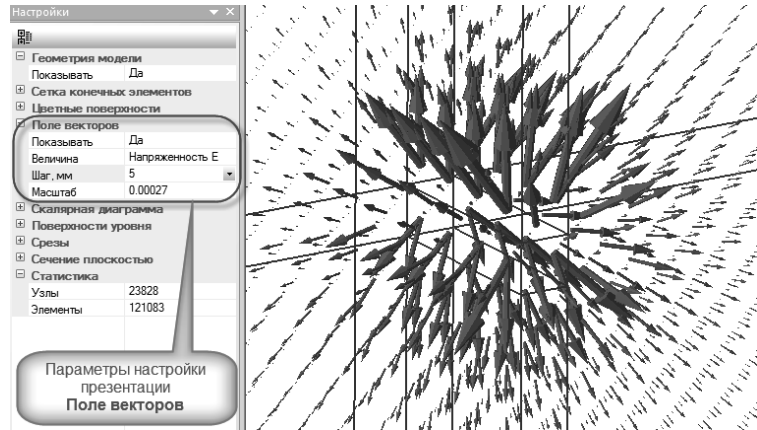



Рис. Презентация “Поле векторов”

Настройки поля векторов включают в себя следующие параметры:

1. Выбор векторной физической величины из списка.
2. Пространственный шаг равномерной сетки, в каждой точке которой рисуется стрелочка. Можно выбрать одно из трех предложенных в выпадающем списке значений (рекомендуется), либо ввести собственное числовое значение.
3. Масштабный фактор, управляющий длиной стрелочек. Рекомендуется выбрать одно из предложенных значений, но можно ввести и иное значение.

Чтобы презентация “Поле векторов” была лучше видна на экране, рекомендуется отключить презентацию “Цветные поверхности”. Однако, окончательное решение остается за пользователем.

### Скалярная диаграмма

**Скалярная диаграмма** похожа на “Поле векторов”, но предназначена для визуализации пространственного распределения скалярной величины. Значение физической величины передается цветом, но, в отличие от “цветных поверхностей” раскрашиваются не грани модели, а маленькие цветные шарики, расположенные в узлах сетки конечных элементов. Для включения и выключения скалярной диаграммы используется кнопка  на панели инструментов картины поля.

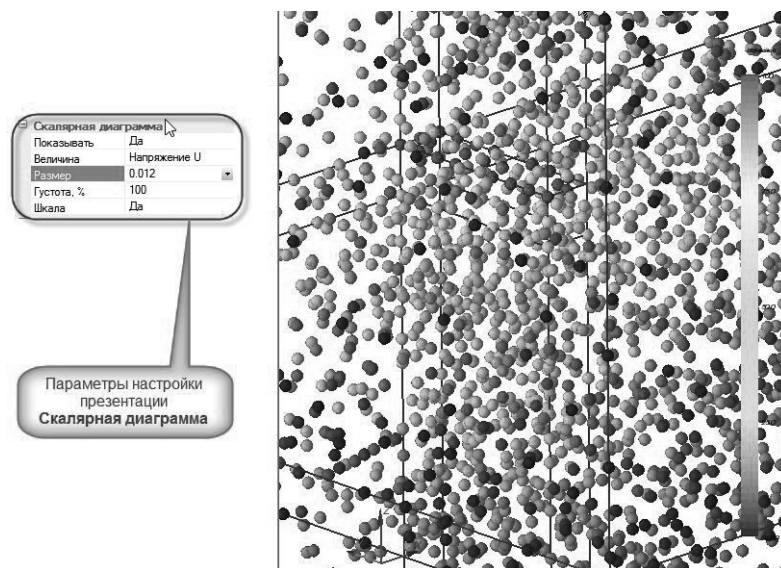


Рис. Презентация “Скалярная диаграмма”

Если конечных элементов много, то для рисования цветных шариков используются не все, а случайно отобранные узлы с таким расчетом, чтобы общее количество шариков не превысило 10 000.


Настройки скалярной диаграммы включают в себя следующие параметры:

1. Выбор скалярной физической величины из списка.
2. Размер шарика. Можно выбрать одно из шести предложенных в выпадающем списке значений (рекомендуется), либо ввести собственное числовое значение.
3. Показатель густоты, управляющий количеством шариков. Исчисляется в процентах от общего числа вершин сетки конечных элементов. Рекомендуется выбрать одно из 6-ти предложенных значений или ввести иное. Выбор показателя густоты равный 100% не обязательно означает, что число шариков будет равно числу вершин, поскольку оно не может превышать максимума 10 000 шариков.
4. Показывать или не показывать цветовую шкалу (легенду)

Чтобы презентация “скалярная диаграмма” была лучше видна на экране, рекомендуется отключить презентацию “Цветные поверхности”. Иногда информативную картинку удастся получить, сочетая скалярную диаграмму с полем векторов.

### Поверхности равного уровня

Презентация **Поверхности равного уровня** изображает поверхности равного потенциала. Поверхности могут быть монохромными или окрашенными в соответствии со значением

потенциала. При этом, по определению, каждая отдельная поверхность будет целиком окрашена в один цвет. Для включения и выключения поверхностей равного потенциала используется команда **Поверхности равного уровня** в меню **Вид** или кнопка  на панели инструментов картины поля.

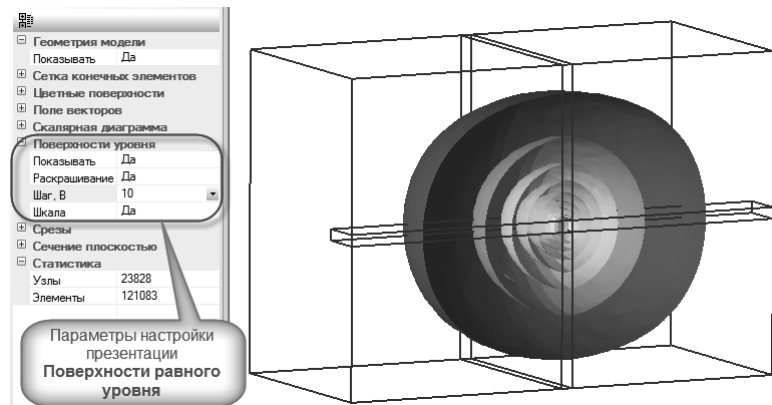


Рис. Презентация “Поверхности равного потенциала”

Выбор физической величины для показа в виде поверхностей равного уровня не предусмотрен — это всегда потенциал  $U$  в электрических задачах, температура  $T$  в задачах теплопроводности и т.п.


Настройки скалярной диаграммы включают в себя следующие параметры:

Раскрашивать или нет поверхности в соответствии со значением потенциала

Шаг потенциала  $\Delta U$  между соседними поверхностями

Показывать или не показывать цветовую шкалу (если включена раскраска поверхностей).

### Сечение модели плоскостью, двумерная картина поля

Презентация **Секущая плоскость** позволяет рассечь модель плоскостью произвольной ориентации. В результате рассечения цветные поверхности будут нарисованы только с одной стороны от секущей плоскости и на ней самой. На другие презентации (скалярная диаграмма, поле векторов, поверхности равного уровня и т.п.) секущая плоскость не действует. Для включения и выключения секущей плоскости используется команда **Сечение плоскостью** в меню **Вид** или кнопка  на панели инструментов картины поля.

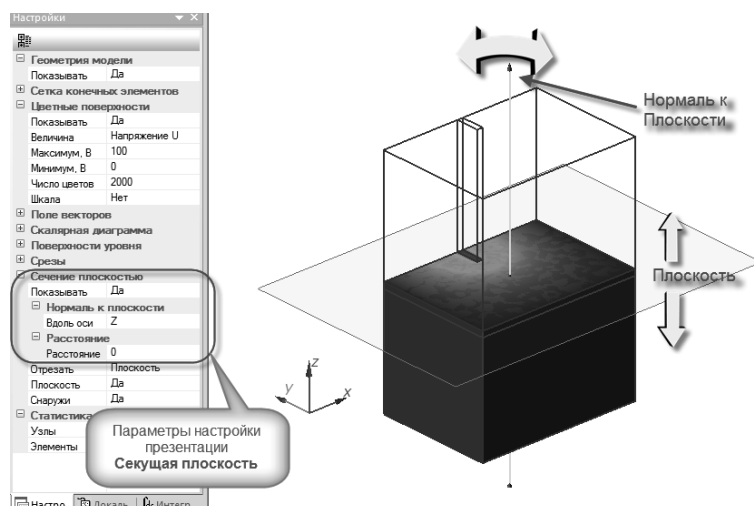


Рис. Презентация “Секущая плоскость”

По сравнению с другими рассмотренными презентациями, презентация секущая плоскость имеет следующие особенности:

- При включении презентации появляется интерактивные элементы — полупрозрачная плоскость и нормаль к ней, которые можно тянуть мышью с нажатой левой кнопкой в желательном направлении. Плоскость можно перетаскивать параллельно самой себе вдоль нормали, а нормаль, в свою очередь, можно наклонять и поворачивать относительно точки пересечения с плоскостью.
- Презентация “секущая плоскость” строит осмысленное изображение не автономно, а воздействуя на другие презентации — цветные поверхности и сетку конечных элементов.

Настройки секущей плоскости включают следующие параметры:

1. Положение нормали к плоскости. Можно выбрать из списка **вдоль оси** направление нормали вдоль одной из координатных осей **X**, **Y** или **Z**, либо общее положение. В последнем случае появляются три поля для ввода координат вектора нормали  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$ .
2. Расстояние от плоскости до начала координат, если нормаль к плоскости параллельна одной из координатных осей, либо тройка координат некоторой точки на плоскости  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$ .

Положение секущей плоскости в пространстве полностью определяется направлением вектора нормали и координатами любой точки, принадлежащей плоскости.



3. Параметр **Отрезать** управляет построением сечения при помощи секущей плоскости. Он может принимать значения **Нет**, **Плоскость** или **Тетраэдр**:

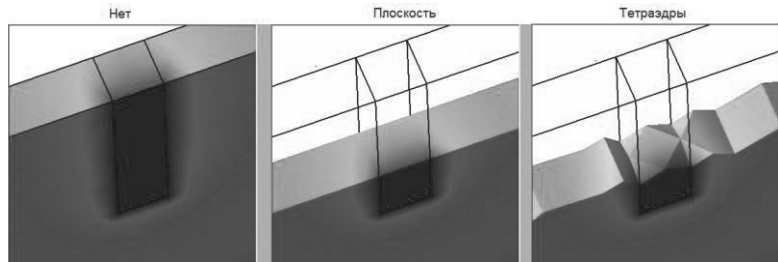


Рис. Влияние параметра **Отрезать** на построение сечения

4. Параметр **Плоскость** со значениями **Да/Нет** включает выключает видимость плоскости и ее нормали. По умолчанию видимость секущей плоскости включена. Когда плоскость приведена в желаемое положение, ее видимость удобно отключить, чтобы вернуться к стандартному способу манипулирования изображением жестами мыши.
5. Параметр **Снаружи** со значениями **Да/Нет** выбирает с какой стороны от плоскости расположена видимая часть сечения.

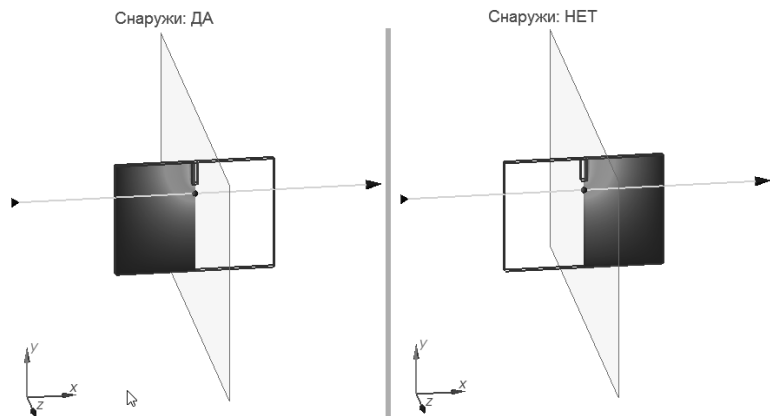



Рис. Влияние параметра **Снаружи** на построение сечения

### Картина поля в секущей плоскости

Когда включена презентация **секущая плоскость**, картину поля в плоскости сечения можно рассматривать двумя способами: в трехмерном виде, как показано в предыдущем разделе, или в отдельном окне. Окно двумерной картины поля в секущей плоскости включается кнопкой  на панели инструментов. Эта кнопка активна, когда включена презентация “секущая плоскость”.

Двумерное окно картины поля во многом похоже на своего трехмерного собрата. Он содержит панель инструментов, две панели полевого калькулятора, изначально расположенные стопкой у левого края окна, и окно картины поля с осями координат и цветовой шкалой.

Принципы управления изображением в двумерном окне, такие же как в окне трехмерной картины поля. Изображение также состоит из отдельно включаемых/отключаемых презентаций — **геометрия модели**, **сетка конечных элементов**, **цветная заливка** и **изолинии** (линии равного потенциала).

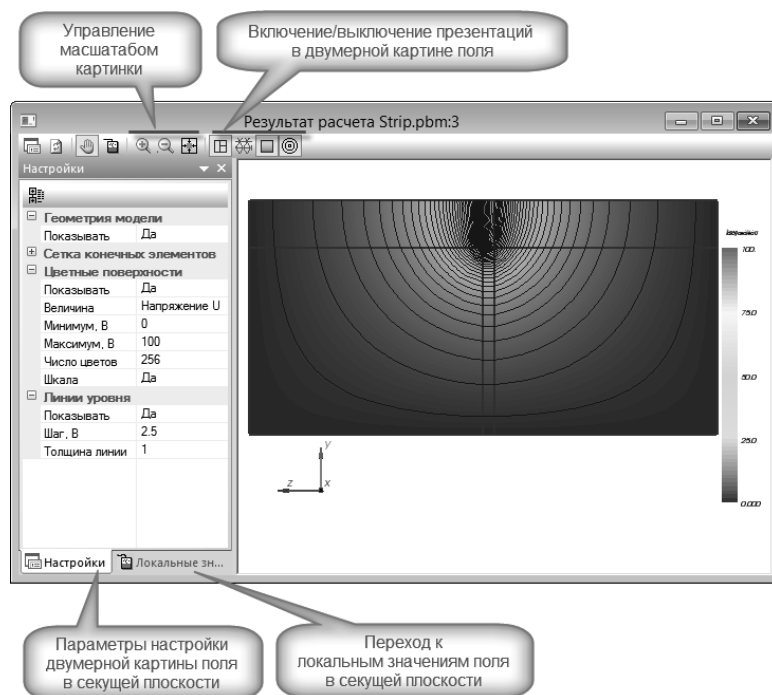



Рис. Двумерная картина поля в секущей плоскости

На рис. изображены три презентации двумерного поля: геометрия модели, цветная заливка и изолинии. Жесты мышью для управления картиной поля такие же как в трехмерном окне за некоторыми очевидными исключениями: модель нельзя вращать, секущая плоскость всегда расположена в плоскости окна.

В секущей плоскости можно просматривать локальные значения поля, примерно так же, как это делается в трехмерном окне.


Вкладка **Интегральный калькулятор** в двумерном окне предназначена для вычисления интегральных величин по всей плоскости сечения, например, поток вектора через сечение. Вычисление поверхностных интегралов производится по всем видимым телам, попавшим в плоскость сечения.

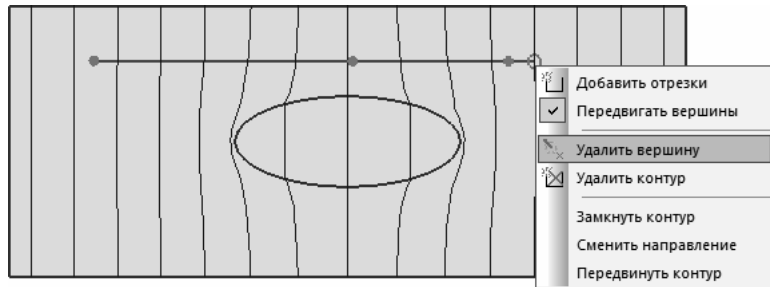
Распределение поля в плоскости сечения может быть показано также на графике или в таблице. Таблица и график показывают поле вдоль контура — ломаной линии из одного или нескольких отрезков.

Когда контур готов, нажмите одну из кнопок  на панели инструментов для перехода в окно таблицы или графика. Если окно таблицы или графика уже открыто, нажатие одной из кнопок **1D График** или **1D Таблица** изменить содержимое так, чтобы оно соответствовало текущему контуру.

### Контур для графиков и таблиц

Контур, представляющий собой плоскую ломаную линию, составленную из одного или нескольких отрезков, используется для построения графика или таблицы распределения поля.

Чтобы начать построение контура, щелкните кнопку  на панели инструментов. Курсор изменит форму на перекрестье. Щелкните мышью для создания начальной вершины контура, затем тяните мышь до следующей вершины. Каждый щелчок левой кнопкой мыши создает новую вершину контура. Щелчок правой кнопкой мыши создает последнюю вершину контура. Последняя вершина может совпасть с начальной, тогда контур будет замкнутым.



После создания последней вершины контура, он переходит в состояние, позволяющее перетаскивать мышью существующие вершины или создавать новые вершины на ребрах. Для перетаскивания вершины нужно подвести курсор мыши к вершине, так, чтобы она изменила цвет, и перетащить указатель с нажатой правой кнопкой мыши. Если проделать то же самое со средней точкой отрезка контура, будет создана новая промежуточная вершина.

Когда указатель мыши находится над контуром, нажатие правой кнопки мыши вызывает контекстное меню с командами, относящимися к редактированию контура:

- Две верхние позиции выбирают один из двух альтернативных режимов контура: добавление новых отрезков к концу ломаной линии, либо перетаскивание существующих вершин.

Следующая пара команд позволяет удалить выделенную вершину, либо контур целиком.

- Контур всегда имеет направление, то есть известно, какая из вершин является первой, а какая — последней. Направление контура можно поменять на противоположное при помощи команды **Сменить направление**.
- Команда передвинуть контур позволяет перетаскивать мышью контур целиком, как единое целое.

Команды контекстного меню для работы с контуром продублированы также в меню **Контур**.

### Множественные параллельные сечения — срезы

Во многих случаях, более полную картину характера распределения поля можно получить, рассматривая поле не в единственной плоскости сечения, а на нескольких параллельных сечениях. Для этого используется презентация **Параллельные сечения (Срезы)**. Для включения и выключения параллельных сечений используется команда **Параллельные сечения** в меню **Вид** или кнопка на панели инструментов картины поля.

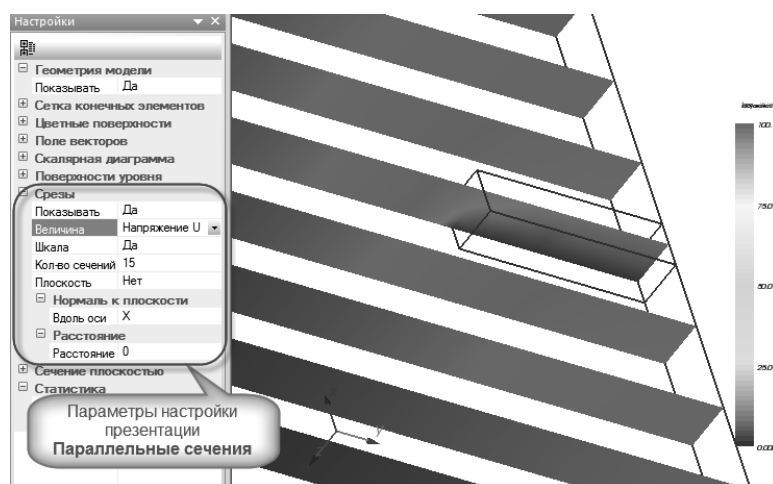


Рис. Презентация Множественные сечения (срезы)


Аналогично презентации **секущая плоскость**, при включении параллельных сечений появляются интерактивные органы управления — плоскость и нормаль к ней, перетаскиванием которых можно установить нужную ориентацию семейства секущих плоскостей.

В параллельных сечениях изображается цветная заливка выбранной физической величины. При включении параллельных сечений, цветные поверхности автоматически выключаются, чтобы не заслонять срезы.

Настройки параллельных сечений включают в себя следующие параметры:

1. Выбор физической величины для изображения на срезах методом цветной заливки. Список доступных величин включает все имеющиеся скалярные характеристики.
2. Показывать или спрятать цветовую шкалу.
3. Количество одновременно видимых параллельных сечений. Можно выбрать значение из списка (рекомендуется), либо ввести собственное значение.
4. Поле **Плоскость** со значениями **Да/Нет** включает и выключает видимость секущей плоскости и нормали к ней.
5. Две группы полей **Нормаль к плоскости** и **Расстояние** или **Точка на плоскости** предназначены для управления положением плоскостей сечения в пространстве. Их смысл полностью аналогичен настройкам **секущей плоскости**.

## Графики

Распределение полевых величин вдоль выделенных ребер модели или вдоль контура может быть показано на графике. Окно графика появляется в ответ на команду **1D График** в меню **Вид** или нажатие кнопки .

На графике изображается распределение выбранной физической величины вдоль выделенного ребра (последовательности ребер) или вдоль контура. Когда контур или набор выделенных ребер в окне картины поля изменяется, график автоматически перерисовывается. Чтобы показать на графике распределения полевых величин вдоль нескольких ребер, эти ребра должны образовывать связную несамопересекающуюся пространственную ломаную линию. Начало ломаной может совпадать с концом, другие типы пересечения не допускаются.

Над полем графика расположена панель инструментов, которая содержит:






-   Стандартные кнопки управления масштабом.
-  Панель легенды позволяет выбрать физическую величину (величины) для показа на графике. Радио-кнопки предоставляют выбор между семействами величин, раскрывающийся набор флажков позволяет включить/выключить конкретную величину внутри семейства. Панель легенды путем перетаскивания можно приклеить к любому краю окна графика или оставить плавающей
-  Кнопка возврата к окну картины поля, породившему данный график. Если график вычерчен вдоль выделенных ребер, кнопка активирует окно трехмерной картины поля. Если

график вычерчен вдоль плоского контура, кнопка активирует окно двумерного сечения, в котором построен контур

-  Кнопка перехода к окну таблицы, содержащей распределение физических величин вдоль ребер или контура

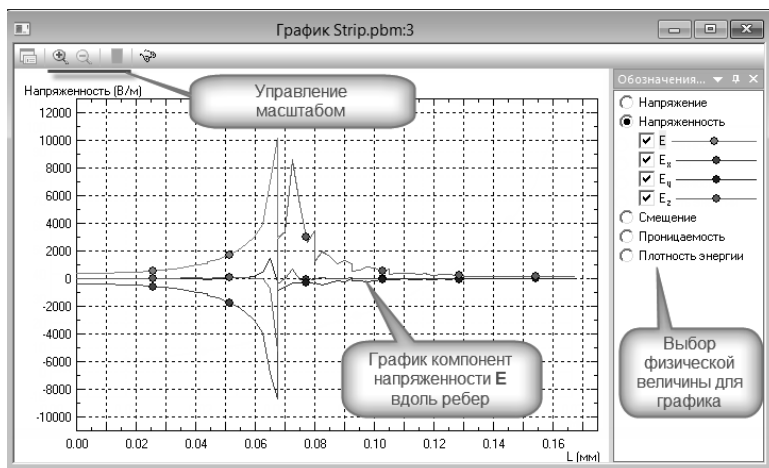




Рис. График компонент вектора напряженности поля  $E$  вдоль пары соприкасающихся ребер.

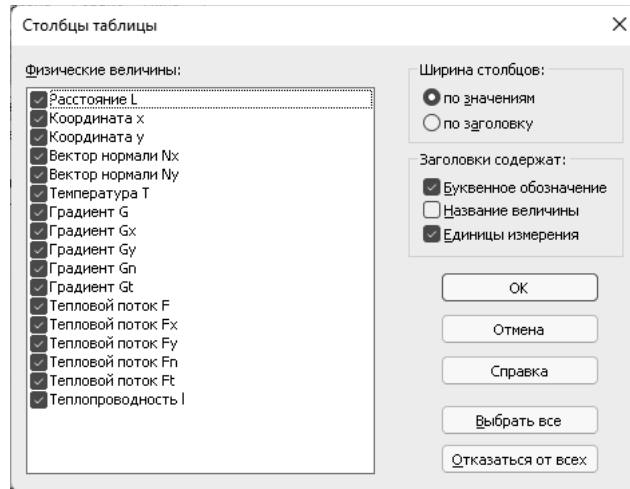
Щелчок правой кнопкой мыши внутри окна графика вызывает контекстное меню.


## Таблицы

Информация о распределении физических величин вдоль выделенных ребер или вдоль контура может быть представлена не только на графике, но и в таблице. Окно таблицы вызывается нажатием кнопки  на панели инструментов окна трехмерной картины поля (таблица вдоль выделенных ребер), либо на панели инструментов окна двумерного сечения (таблица вдоль контура).

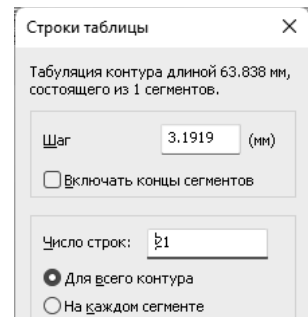
Строками таблицы являются точки геометрической модели задачи, равномерно распределенные вдоль контура или группы выделенных ребер. Столбцами таблицы являются значения физических величин.

Набором столбцов таблицы можно управлять нажатием кнопки  на панели инструментов таблицы или в контекстном меню, при помощи диалогового окна Столбцы таблицы





Для выбора количества строк таблицы нужно нажать кнопку  на панели инструментов, в результате чего появится диалоговое окно Строки таблицы.

Количество строк в таблице можно задать непосредственно, либо введя желаемый шаг между точками в текущих единицах длины модели, измеренный вдоль контура. Если контур содержит несколько отрезков, либо выделено несколько ребер модели, диалог содержит дополнительные возможности по заданию разного шага на разных сегментах, и обязательному включению в таблицу концов каждого сегмента.



## Вычисление локальных полевых характеристик

Локальными значениями поля называются физические величины, характеризующие поле, вычисленные в заданной точке пространства.

Для получения локальных значений поля в заданной точке пространства, нужно перейти в режим **Локальные значения** полевого калькулятора. Это делается нажатием кнопки  на панели инструментов, или выбором закладки **Локальные значения** в панели полевого калькулятора, или командой **Локальные значения** в меню **Вид**. При этом курсор примет форму .

Каждый щелчок мышью в точку на поверхности модели приводит к обновлению полей координат и значений поля. Координаты точки пространства для вычисления локальных полевых величин могут быть также введены непосредственно в поля закладки локальных значений.

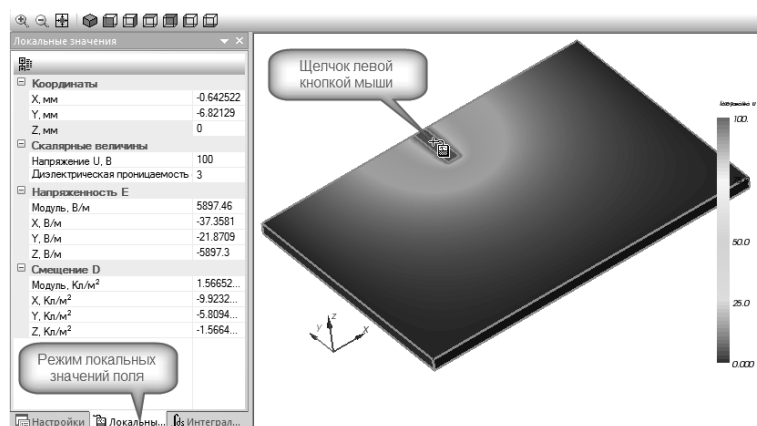


Рис. Режим локальных значений поля

В верхней части панели расположены три поля **X**, **Y** и **Z** для ввода координат пробной точки. Эти поля допускают ввод нужных значений. Обратно, при щелчке мышью в некоторую точку в окне картины поля, координаты **X**, **Y** и **Z** в панели автоматически обновляются.

## Вычисление интегралов

Наряду с локальными значениями поля ELCUT способен вычислять интегральные величины, такие как заряд, механическую силу и энергию электрического поля.

Областью интегрирования для объемных интегралов являются выделенные тела, а для поверхностных интегралов — выделенные грани, либо сечение трехмерной модели плоскостью.

В задачах электростатики вычисляются следующие интегральные величины:

- Электрический заряд тела вычисляется как интеграл от потока вектора электрического смещения **D** через замкнутую поверхность, окружающую тело.

$$q = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s}$$

- Энергия электрического поля вычисляется как интеграл от плотности энергии поля по объему тела.



$$w = 1/2 \int_V \mathbf{E} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{v}$$

- Сила, действующая на тело со стороны электрического поля вычисляется как интеграл от потока тензора натяжения Максвелла  $\mathbf{T}$  через замкнутую поверхность, окружающую тело.

$$\mathbf{f} = \oint_S \mathbf{T} \cdot d\mathbf{s}$$

В задачах электрического поля постоянных токов вычисляются следующие интегральные величины:

- Ток через заданную поверхность

$$I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$$

вычисляется, как интеграл от плотности тока  $\mathbf{J}$  через замкнутую поверхность, окружающую тело.

В задачах теплопередачи вычисляются следующие интегральные величины:

- Тепловой поток через заданную поверхность

$$\Phi = \oint_S \lambda \cdot \text{grad } T \, d\mathbf{s}$$

вычисляется как интеграл от плотности теплового потока  $\Phi$  через замкнутую поверхность, окружающую тело.

Поверхностные интегралы также могут вычисляться по плоскости сечения трехмерной модели. Областью интегрирования в этом случае является поверхность всех видимых тел, попавших в сечение. Включая/выключая видимость отдельных тел, можно управлять областью интегрирования. Результат показывается во вкладке **Интегральный калькулятор** в окне двумерного сечения.

Режим вычисления интегралов включается нажатием кнопки  $\int_{ds}$  на панели инструментов, или выбором закладки **Интегральный калькулятор** в панели полевого калькулятора, или командой **Интегральные значения** в меню **Вид**. При этом курсор примет форму  $\int_{ds}$ .

Все известные интегральные величины вычисляются интегрированием по выделенным в данный момент телам (или их внешним границам). Каждое изменение в составе выделенных тел вызывает автоматическое перевычисление интегралов.



## Г Л А В А 10

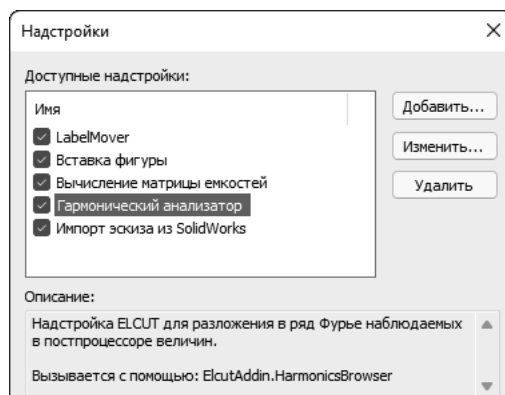
# Надстройки

Надстройки – это вспомогательные программы или компоненты, служащие для добавления в ELCUT новых возможностей. С помощью надстроек можно добавить дополнительные пункты в меню, кнопки на панели инструментов и т.д.

Чтобы посмотреть список надстроек, доступных на вашем компьютере:

1. Выберите команду **Надстройки** в меню **Сервис**.
2. Вы увидите список надстроек. Чтобы получить более подробную информацию об одной из надстроек, выберите ее в списке. Более подробная информация появится в окне **Описание**.

Надстройки можно отключать и включать. Если Вы не планируете использовать какие-то надстройки, Вы можете отключить их. Отключение надстройки не удаляет ее с Вашего компьютера; Вы можете снова включить ее позднее.



Чтобы отключить или включить надстройку:

1. Выберите команду **Надстройки** в меню **Сервис**.
2. Установите флажки около той или тех надстроек, которые надо включить.
3. Уберите флажки около той или тех надстроек, которые надо отключить.
4. Нажмите **ОК**.

## Надстройки, поставляемые в составе ELCUT

В состав комплекса программ ELCUT входят следующие надстройки:

- **Добавить фигуру.** Простая надстройка, позволяющая быстро добавлять в модель некоторые наиболее часто встречающиеся геометрические фигуры (прямоугольник, круг и эллипс).
- **LabelMover.** Простая программа параметрического анализа.

Используя LabelMover, можно изучить, как решение некоторой задачи зависит от изменения ее геометрической модели или от изменения физических свойств входящих в нее объектов.

LabelMover обеспечивает несколько видов анализа: серийные расчеты, статистический анализ и оптимизацию. При выполнении серийных расчетов LabelMover способен решать несколько задач параллельно, используя максимальное число процессорных ядер, имеющихся в вашем компьютере.

- **Гармонический анализ.** Эта надстройка позволяет получить гармоники (фазы и амплитуды для разложения в ряд Фурье) вдоль заданного контура. Гармоники вычисляются для любой величины, поддерживаемой ELCUT.
- **Импорт эскизов SolidWorks.** Эта надстройка позволяет копировать геометрические объекты из эскиза SolidWorks в геометрическую модель ELCUT. Для использования этой надстройки на машине пользователя должен быть установлен пакет SolidWorks.
- **Вычисление частичных емкостей.** Автоматически вычисляет матрицу собственных и взаимных частичных емкостей в системе из нескольких проводников. Для этого формируется и решается серия задач электростатики, в каждой из которых вычисляется полная энергия электрического поля.

## Некоторые более сложные возможности

### Добавление, удаление и редактирование свойств надстроек

С помощью команды **Надстройки** в меню **Сервис** можно выполнить некоторые более сложные операции.

- Вы можете зарегистрировать программу или компоненту в качестве надстройки. Для этого нажмите кнопку **Добавить** и задайте свойства надстройки в появившемся диалоге.
- Вы можете изменить свойства надстройки, такие, например, как текст меню, кнопка на панели инструментов, клавиши для

быстрого вызова и т.д. Для этого выберите надстройку в списке, нажмите кнопку **Изменить** и поменяйте свойства надстройки в появившемся диалоге.

- Вы можете удалить надстройку из списка доступных надстроек. Для этого выберите надстройку в списке и нажмите кнопку **Удалить**. Удаление надстройки из списка не удаляет саму надстройку с вашего диска.

Как правило, все эти возможности имеет смысл использовать, только если Вы создадите свои собственные надстройки. Если Вы работаете только со стандартными надстройками, входящими в состав ELCUT, то, скорее всего, у Вас не будет необходимости обращаться к этим операциям.

## Программирование надстроек

Вы можете легко создать свои собственные надстройки. Создавать надстройки можно с использованием любого языка программирования, который поддерживает работу с COM (Visual Basic, C#, Visual C++, Delphi и т.д.).

Создав свои собственные надстройки, можно автоматизировать часто повторяющиеся операции, и заметно облегчить и упростить работу с ELCUT. Попробуйте!

Чтобы получить более подробную информацию о программировании надстроек, используйте раздел **Программирование надстроек** в справке по ActiveField.

## Диалог Параметры надстройки

В этом диалоге можно задать следующие поля:

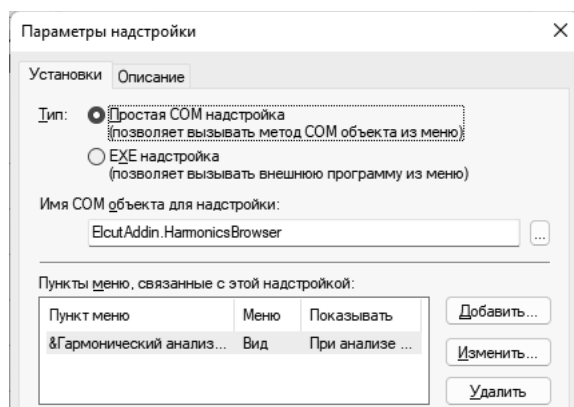
### Установки

**Тип.** Выберите один из двух вариантов: **Простая COM надстройка** или **EXE надстройка**.

Если выбран тип **Простая COM надстройка**, то Ваша надстройка должна быть COM сервером (EXE или DLL). Такая надстройка будет вызываться из ELCUT с помощью технологии COM.

Если выбран тип **EXE надстройка**, то в качестве надстройки можно указать любой EXE файл. Этот EXE файл будет запускаться каждый раз, когда Вы выбираете соответствующий пункт меню.

**Имя COM объекта для надстройки** или **Командная строка для вызова надстройки**. Для COM надстройки укажите в этом поле имя объекта. Для EXE надстройки задайте в этом поле имя EXE файла. Также можно указать в этом поле параметры командной строки.



### Пункты меню, связанные с этой надстройкой

В этом списке перечислены пункты меню, связанные с надстройкой. Как правило, с надстройкой связывается один пункт меню. Но для более сложных надстроек можно связать с одной надстройкой несколько пунктов меню.

- Для того, чтобы добавить пункт меню, нажмите **Добавить**.
- Для того, чтобы удалить пункт меню, нажмите **Удалить**.
- Для того, чтобы изменить свойства пункта меню, нажмите **Изменить**.

### Описание

**Имя.** В этом поле рекомендуется задать понятное пользователю имя для надстройки.

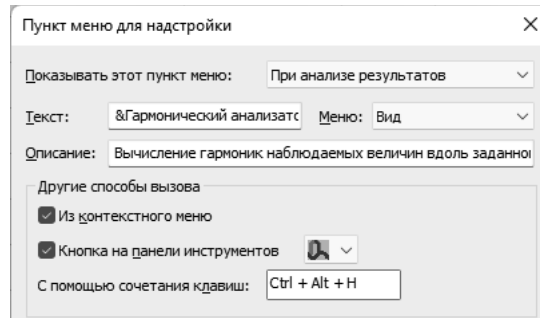
**Описание.** В этом поле рекомендуется задать краткое описание надстройки.

## Диалог Пункт меню для надстройки

В этом диалоге можно задать следующие поля:

**Показывать этот пункт меню.** Вы можете указать, в каких случаях должен быть доступен этот пункт меню:

- **Всегда** – пункт меню будет доступен всегда.
- **При редактировании модели** – пункт меню будет доступен только в редакторе модели.
- **При анализе результатов** – пункт меню будет доступен только в постпроцессоре (то есть, только когда мы просматриваем результаты расчетов).



**Текст.** В этом поле нужно задать текст пункта меню.

**Меню.** Вы можете выбрать, к какому из выпадающих меню ELCUT будет добавлен этот пункт.

**Описание.** В этом поле можно задать краткое описание того, что делает этот пункт меню. Это описание будет показываться в статусной строке ELCUT.

**Другие способы вызова:**

**Из контекстного меню.** Если выбран этот флажок, то данный пункт меню будет доступен также и из контекстного меню (вызываемого нажатием правой кнопки мыши).

**Кнопка на панели инструментов.** Если выбран этот флажок, то для данного пункта меню будет добавлена кнопка на панели инструментов. В качестве иконы для этой кнопки можно указать одну из икон из выпадающего списка рядом с флажком.

**С помощью сочетания клавиш.** В этом поле можно задать сочетание клавиш для быстрого вызова этого пункта меню.





# Теоретическое описание

Цель этой главы – познакомить с основными положениями теории, на которой построен метод конечных элементов, используемый в ELCUT для расчета полей. Глава содержит описание основных математических уравнений, также рассматриваются различные граничные условия и способы их реализации в ELCUT.

ELCUT позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции (потенциала), а также задачи расчета напряженно-деформированного состояния твердого тела (плоские напряжения, плоские деформации, осесимметричные нагрузки). Рассматриваются три основных класса двумерных задач: плоские, плоско-параллельные и осесимметричные.

Плоские задачи обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах. Они решаются в двумерной прямоугольной системе координат.

Плоскопараллельные постановки используют декартову систему координат  $x, y, z$ , причем предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля неизменны в направлении оси  $z$ . Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости  $x, y$ , называемой *плоскостью модели*. Принято, что ось  $x$  направлена слева направо, а ось  $y$  - снизу вверх.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат  $r, \theta, z$ . Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью проводится в плоскости  $r, z$  (точнее в полуплоскости  $r \geq 0$ ). Ось вращения  $Z$  направлена слева направо, ось  $r$  - снизу вверх.

Геометрическая конфигурация задачи определяется как набор подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не

пересекающиеся между собой иначе как по границе. Каждой подобласти приписан определенный набор физических свойств. Мы будем использовать термины *блок* для полигональной подобласти, *ребро* для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков и *вершина* для концов рёбер и изолированных точек. Рёбра, отделяющие расчетную область от остальной части плоскости, составляют *внешнюю границу* расчетной области. Все остальные рёбра являются *внутренними границами*.

Далее будет описана детальная математическая формулировка задач расчета магнитных и электрических полей для переменных и постоянных токов, задач теплопередачи и задач теории упругости.

## Магнитостатика

Задачи магнитостатики могут быть решены в линейной и нелинейной постановках. Источником поля могут служить сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, постоянные магниты, а также внешние магнитные поля.

При решении этих задач используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  - вектор магнитной индукции). В рассматриваемых задачах вектор индукции  $\mathbf{B}$  всегда лежит в плоскости модели ( $xz$  или  $yz$ ), а вектор плотности стороннего тока  $\mathbf{j}$  и векторный потенциал  $\mathbf{A}$  перпендикулярны к ней. Отличны от нуля только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоско-параллельном случае или  $j_\theta$  и  $A_\theta$  в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как  $j$  и  $A$ . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j + \left( \frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right);$$

а для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j + \left( \frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right),$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ), составляющие коэрцитивной силы  $H_{cx}$  и  $H_{cy}$  ( $H_{cz}$  и  $H_{cr}$ ), а также плотность тока  $j$  - постоянные величины в пределах каждого из блоков модели.

---

*Замечание.* В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ( $\mu_x = \mu_y$  или  $\mu_z = \mu_r$ ) и задаются зависимостью  $B-H$ , представленной кубическим сплайном.

---

## Источники поля

Источники поля могут быть заданы в блоках, на рёбрах или в отдельных вершинах модели. В магнитостатике под источниками поля понимаются сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, а также постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости  $xу$  ( $zr$ ), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре, соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью. Пространственно распределенный ток описывается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле:

$$j = n \cdot I / S,$$

где  $n$  - количество витков катушки,  $I$  - полный ток, и  $S$  - площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же полное число ампер-витков, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

## Граничные условия

При построении модели на внутренних и внешних границах области допустимы следующие виды граничных условий.

**Условие Дирихле**, задающее на части границы известный векторный магнитный потенциал  $A_0$  в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например, на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, ELCUT позволяет задать условие Дирихле как функцию координат. Этот подход позволяет

моделировать внешнее однородное поле путем задания ненулевой нормальной компоненты магнитной индукции на любом прямолинейном отрезке границы.

---

*Замечание.* Чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. А если область представляет собой набор физически не связанных подобластей, то хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

---

**Условие Неймана** имеет вид

$$\begin{aligned} H_t &= \sigma && \text{на внешних границах,} \\ H^+_t - H^-_t &= \sigma && \text{на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $H_t$  - тангенциальная компонента напряженности поля, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, и  $\sigma$  - линейная плотность поверхностного тока. Если  $\sigma$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

---

*Замечание.* Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

---

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие нулевого потока** используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока  $rA = \text{const}$  в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле, и сверхпроводников. В этом случае последние следует описать с помощью условия Дирихле.

## Постоянные магниты

Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в ELCUT как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении, ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой  $H_c$  направленной вдоль оси  $x$ , может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен  $H_c$ , а по нижней границе равен  $-H_c$ .

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы, так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. Магнитная проницаемость постоянного магнита определяется формулой:

$$B = \mu(B) \cdot (H + H_c); \quad \mu(B) = \frac{B}{H + H_c}$$

Следует учитывать, что определенная таким образом функция  $\mu(B)$  отличается от аналогичной зависимости для того же материала без собственной намагниченности. Если у Вас отсутствуют данные, описывающие кривую размагничивания реального магнита, то в качестве приближения можно использовать кривую соответствующего материала. Если используется подобное приближение, и рабочая точка магнита лежит в области малых  $H$ , а не малых  $B$ , то рекомендуется вместо коэрцитивной силы, использовать величину

$$H'_c = \frac{1}{\mu(B_r)} B_r,$$

где  $B_r$  - остаточная индукция магнита.

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов расчета магнитного поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Векторный магнитный потенциал  $A$  (функция потока  $rA$  в осесимметричном случае);
- Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{— для плоско-параллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{— для осесимметричного поля;}$$

- Вектор напряженности магнитного поля

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B},$$

где  $\mu$  - тензор магнитной проницаемости.

### Интегральные величины:

- Суммарная магнитная сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, окружающей заданный объем, а  $\mathbf{n}$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности;

- Суммарный момент магнитных сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{H}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{B}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки интегрирования.

В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси  $z$ , в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат, момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{F}$  - это полная сила, а  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки.

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dv \quad \text{— в линейном случае;}$$

$$W = \int \left( \int_0^B H(B') dB' \right) dv \quad \text{— в нелинейном случае.}$$

- Потокосцепление на один виток обмотки

$$\Psi = \frac{\oint A ds}{S} \quad \text{— в плоскопараллельном случае;}$$

$$\Psi = \frac{2\pi \oint (rA) ds}{S} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а  $S$  обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на единицу длины в осевом направлении.

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.

## Вычисление индуктивностей

Чтобы вычислить собственную индуктивность катушки, задайте ток только в ней и убедитесь, что все прочие токи выключены. После решения задачи откройте окно анализа результатов и вычислите потокосцепление с контуром, совпадающим с поперечным сечением катушки. После того, как Вы сделали это, искомая собственная индуктивность может быть получена по формуле:

$$L = \frac{n\Psi}{I},$$

где  $n$  - число витков катушки,  $\Psi$  - потокосцепление,  $I$  - ток в каждом из витков катушки.

Взаимная индуктивность двух катушек может быть найдена таким же образом. Отличие от предыдущего случая состоит лишь в том, что ток должен быть задан в одной из двух катушек, а потокосцепление вычисляться с другой из них.

$$L_{12} = \frac{n_2 \Psi_2}{I_1},$$

В плоско-параллельном случае каждая катушка должна быть представлена как минимум двумя проводниками с равными и противоположно направленными токами. В одних случаях оба проводника присутствуют в модели, в других только один из проводников включается в модель, а второй замещается граничным условием  $A = 0$  на плоскости симметрии задачи. Если магнитная система симметрична, индуктивность может быть получена, основываясь только на потокоцеплении с одним проводником. Результат следует удвоить, чтобы учесть второй проводник. Если модель не симметрична, то полная индуктивность может быть получена добавлением аналогичных слагаемых, соответствующих каждому проводнику. Заметьте, что ток должен быть включен во всех проводниках, представляющих данную катушку.

В плоско-параллельных задачах индуктивность вычисляется на единицу длины в направлении оси  $z$ .

## Нестационарное магнитное поле

Задача расчета нестационарного магнитного поля представляет собой общий случай расчета магнитного и электрического полей, вызванных переменными токами (синусоидальные, импульсные и др.), постоянными магнитами, или внешним магнитным полем, в линейной и нелинейной (ферромагнитной) среде, с учетом вихревых токов (поверхностный эффект).

Формулировка задачи может быть получена из уравнений Максвелла для векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  - вектор магнитной индукции) и скалярного электрического потенциала  $U$  ( $\mathbf{E} = -\text{grad } U$ ,  $\mathbf{E}$  - вектор напряженности электрического поля):

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{j} + \text{rot } \mathbf{H}_c,$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \cdot \text{grad } U$$

где  $\mu^{-1}$  - тензор, обратный тензору магнитной проницаемости, и  $\gamma$  - электропроводность. В соответствии со вторым уравнением, полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{стор.}} + \mathbf{j}_{\text{вихр.}}$$

где

$$\mathbf{j}_{\text{стор.}} = -\sigma \cdot \text{grad } U,$$

$$\mathbf{j}_{\text{вихр}} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$



Если задача расчета нестационарного магнитного поля решается совместно с присоединенной электрической цепью, то уравнение ветви электрической цепи, содержащей массивный проводник в магнитном поле выглядит следующим образом:

$$I = \frac{U}{R} - \gamma \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds$$

где  $U$  - разность потенциалов на концах массивного проводника,  $R$  - омическое сопротивление постоянному току

В рассматриваемых задачах вектор индукции  $\mathbf{B}$  всегда лежит в плоскости модели ( $xu$  или  $zr$ ), в то время как вектор плотности электрического тока  $\mathbf{j}$  и векторный потенциал  $\mathbf{A}$  перпендикулярны к ней. Отличны от нуля только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоскопараллельном случае или  $j_\theta$  и  $A_\theta$  в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как  $j$  и  $A$ . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -j_{\text{стор}} + \left( \frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right);$$

а для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -j_{\text{стор}} + \left( \frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right),$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ), составляющие коэрцитивной силы  $H_{cx}$  и  $H_{cy}$  ( $H_{cz}$  и  $H_{cr}$ ) - постоянные величины в пределах каждого из блоков модели. Сторонняя составляющая тока  $j_{\text{стор}}$  предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ( $\sim 1/r$ ) в осесимметричном случае.

---

*Замечание.* В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ( $\mu_x = \mu_y$  или  $\mu_z = \mu_r$ ) и задаются зависимостью  $B(H)$ , представленной кубическим сплайном.

---

Решение нестационарных задач происходит с нулевого момента времени. При этом начальное значение поля предполагается нулевым во всей области. Возможен перенос начального состояния из другой задачи (стационарной или нестационарной).

## Источники поля

Источники поля могут быть заданы в блоках, на рёбрах или в отдельных вершинах модели. В нестационарной электромагнитной задаче под источниками поля понимаются сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, напряжение, приложенное к

концам проводника, а также постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости  $xу$  ( $zr$ ), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре, соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

Пространственно распределенный ток описывается по-разному, в зависимости от того, представляет ли интерес расчет вихревых токов (проводник) или нет (проводимость равна 0). В последнем случае ток задается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле:

$$j = n \cdot I / S,$$

где  $n$  - число витков,  $I$  - полный ток, и  $S$  - площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же значение полного тока, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

Пространственно распределенный ток можно задать несколькими способами. В массивном проводнике Вы можете определить либо полный ток, либо напряжение, приложенное к проводнику. В плоской задаче падение напряжения задается на единицу глубины модели, в осесимметричном случае имеется в виду напряжение на один виток проводника. Ненулевое напряжение, приложенное к проводнику, в осесимметричной задаче означает, что проводник имеет радиальный разрез, к противоположным сторонам которого приложено напряжение. На практике эту возможность удобно применять для описания известного напряжения, приложенного к кольцевой обмотке с массивными проводниками. В этом случае реальное напряжение на зажимах обмотки следует разделить на число её витков. Нулевое приложенное напряжение означает, что концы проводника соединены накоротко.

Напряжение, ток и плотность тока могут быть заданы как функции времени. Это позволяет проводить анализ с использованием самых разных источников поля, периодических и нет.

## Граничные условия

На внешних и внутренних границах расчетной области могут быть заданы следующие граничные условия.

**Условие Дирихле**, задающее на части границы известный векторный магнитный потенциал  $A_0$  в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например, на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, ELCUT позволяет задать условие Дирихле как функцию координат. Этот подход позволяет моделировать внешнее однородное поле путем задания ненулевой нормальной компоненты магнитной индукции на любом прямолинейном отрезке границы.

---

*Замечание.* Чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. А если область представляет собой набор физически не связанных подобластей, то хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

---

**Условие Неймана** имеет вид

$$\begin{aligned} H_t &= \sigma && \text{- на внешних границах,} \\ H_t^+ - H_t^- &= \sigma && \text{- на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $H_t$  - тангенциальная компонента напряженности поля, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, и  $\sigma$  - линейная плотность поверхностного тока. Если  $\sigma$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

---

*Замечание.* Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

---

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие нулевого потока** используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока  $\nabla A = \text{const}$  в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

---

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле, и сверхпроводников. В этом случае последние следует описать с помощью условия Дирихле.

---

## Постоянные магниты

Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в ELCUT как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении, ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой  $H_c$ , направленной вдоль оси  $x$ , может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен  $H_c$ , а по нижней границе равен  $-H_c$ .

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы, так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. Магнитная проницаемость постоянного магнита определяется формулой:

$$B = \mu(B) \cdot (H + H_c); \quad \mu(B) = \frac{B}{H + H_c}$$

Следует учитывать, что определенная таким образом функция  $\mu(B)$  отличается от аналогичной зависимости для того же материала без

собственной намагниченности. Если у Вас отсутствуют данные, описывающие кривую размагничивания реального магнита, то в качестве приближения можно использовать кривую соответствующего материала. Если используется подобное приближение, и рабочая точка магнита лежит в области малых  $H$ , а не малых  $B$ , то рекомендуется вместо коэрцитивной силы, использовать величину

$$H'_c = \frac{1}{\mu(B_r)} B_r,$$

где  $B_r$  - остаточная индукция магнита.

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов расчета магнитного поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Векторный магнитный потенциал  $A$  (функция потока  $rA$  в осесимметричном случае);
- Напряжение  $U$ , приложенное к проводнику;
- Плотность полного тока  $j_{пол.} = j_{стор.} + j_{вихр.}$ , плотности стороннего тока  $j_{стор.}$  и плотности вихревого тока

$$j_{вихр} = -\gamma \frac{\partial A}{\partial t}$$

- Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B} = \text{rot } A$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{— для плоско-параллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{— для осесимметричного поля;}$$

- Вектор напряженности магнитного поля

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B},$$

где  $\mu$  - тензор магнитной проницаемости.

- Удельная мощность тепловыделения

$$Q = \frac{1}{\gamma} j^2$$

- Плотность энергии магнитного поля  $w = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2$ ;
- Магнитная проницаемость  $\mu$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Электрическая проводимость  $\gamma$ .

**Интегральные величины:**

- Ток через заданную поверхность и его сторонняя и вихревая компоненты

$$I = \int j \, ds$$

- Мощность тепловыделения в объеме

$$P = \int_V \frac{1}{\gamma} j^2 \, dv$$

- Суммарная магнитная сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) \, ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности окружающей заданный объем, а  $\mathbf{n}$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности;

- Суммарный момент магнитных сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{H}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{B}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) \, ds,$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки интегрирования.

В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси  $z$ , в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат, момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{F}$  - это полная сила, а  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки.

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \, dv \quad \text{— в линейном случае;}$$

$$W = \int \left( \int_0^B H(B') \, dB' \right) \, dv \quad \text{— в нелинейном случае.}$$

- Потокосцепление на один виток обмотки

$$\Psi = \frac{\oint A \, ds}{S} \quad \text{— в плоскопараллельном случае;}$$

$$\Psi = \frac{2\pi \oint (rA) \, ds}{S} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а  $S$  обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на единицу длины в осевом направлении.

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.

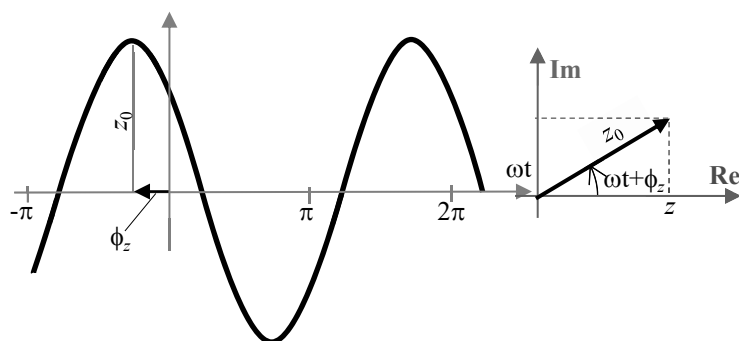
## Магнитное поле переменных токов

Анализ магнитного поля переменных токов состоит в расчете электрического и магнитного поля, возбужденного приложенными переменными (синусоидально изменяющимися во времени) токами или внешним переменным полем.

Изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрические токи изменяются как

$$z = z_0 \cos(\omega t + \phi_z),$$

где  $z_0$  амплитудное (максимальное) значение  $z$ ,  $\phi_z$  — фазовый угол, и  $\omega$  — угловая частота.



Представление гармонически изменяющейся величины при помощи комплексного числа существенно облегчает анализ. Действительная и мнимая части комплексного числа

$$z = z_0 e^{i(\omega t + \phi_z)}, \quad i = \sqrt{-1}$$

сдвинуты по фазе на 90 градусов по отношению друг к другу, так что их линейная комбинация может представлять произвольный фазовый угол.

В зависимости от фазового сдвига между двумя осциллирующими компонентами вектора, вектор может вращаться по часовой стрелке или в противоположном направлении, либо колебаться вдоль некоторого направления. В общем случае конец вектора описывает

эллипс. Главные полуоси эллипса соответствуют максимальным значениям векторной величины. Отношение длин меньшей и большей полуосей определяет коэффициент поляризации вектора. Последний предполагается положительным при вращении вектора против часовой стрелки и отрицательным в противоположном случае. Нулевой коэффициент соответствует линейной поляризации вектора.

Полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем

$$\mathbf{j}_{\text{полн.}} = \mathbf{j}_{\text{стор.}} + \mathbf{j}_{\text{вихр.}}$$

Если задача расчета переменного магнитного поля решается совместно с присоединенной электрической цепью, то уравнение ветви электрической цепи, содержащей массивный проводник в магнитном поле, выглядит следующим образом:

$$I = \frac{U}{R} - \gamma \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds$$

где  $U$  - разность потенциалов на концах массивного проводника,  $R$  - омическое сопротивление постоянному току

Задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала  $\mathbf{A}$  ( $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  - вектор магнитной индукции). Вектор магнитной индукции предполагается лежащим в плоскости модели ( $xz$  или  $yz$ ), в то время как вектор плотности электрического тока  $\mathbf{j}$  и векторный магнитный потенциал  $\mathbf{A}$  ортогональны к нему. Только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоской постановке и  $j_\theta$  и  $A_\theta$  в осесимметричном случае отличны от нуля. Будем обозначать их просто  $j$  и  $A$ . Уравнение для плоской задачи запишется как

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}}$$

и для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}},$$

где электропроводность  $\gamma$  и компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ) постоянны в пределах каждого блока модели. Сторонняя составляющая тока  $j_{\text{стор.}}$  предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ( $\sim 1/r$ ) в осесимметричном случае.



---

*Замечание.* ELCUT позволяет использовать нелинейные материалы с магнитной проницаемостью, зависящей от интенсивности магнитного поля (магнито-мягкие ферромагнетики). В этом приближении используется специально модифицированная кривая намагничивания ферромагнитного материала. Автоматический пересчет кривой намагничивания  $B(H)$  выполняется с таким расчетом, чтобы сохранялась средняя энергия магнитного поля за период. Редактор кривой намагничивания (*"Работа с кривыми"* в Глава 5) для данного типа задач показывает одновременно исходную и пересчитанную кривые.

---

Описанная формулировка не учитывает член  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  в формуле закона Ампера, т.е. пренебрегает плотностью тока смещения. Обычно плотность тока смещения не оказывает заметного влияния до мегагерцовых диапазонов частот.

---

*Замечание.* Постоянные магниты не могут быть учтены в задачах данного типа. Здесь предполагается, что все величины, описывающие поле в любой его точке, изменяются во времени синусоидально. Постоянные магниты привнесли бы в систему постоянный во времени магнитный поток.

---

## Источники поля

Источники поля могут быть заданы в блоках, на рёбрах или в отдельных вершинах модели. Источники поля могут включать объемную, поверхностную или линейную плотность тока, а также напряжение, приложенное к проводникам.

Точечный источник в плоскости  $xy$  означает линейный ток в осевом направлении. В осесимметричном случае точечный источник соответствует тонкому кольцевому проводнику, перпендикулярному плоскости модели. Плотность тока, заданная на ребре модели, соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Она определяется заданием граничного условия Неймана на ребре модели.

Пространственно распределенный ток можно задать несколькими способами. В массивном проводнике можно определить либо полный ток, либо напряжение, приложенное к проводнику. В плоской задаче падение напряжения задается на единицу глубины модели, в осесимметричном случае имеется в виду напряжение на один виток проводника. Ненулевое напряжение, приложенное к проводнику, в осесимметричной задаче означает, что проводник имеет радиальный разрез, к противоположным сторонам которого приложено напряжение. На практике эту возможность удобно применять для описания известного напряжения, приложенного к

кольцевой обмотке с массивными проводниками. В этом случае реальное напряжение на зажимах обмотки следует разделить на число её витков. Нулевое приложенное напряжение означает, что концы проводника соединены накоротко.

Различные блоки модели, в которых задано одно и то же значение полного тока или приложенного напряжения, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае в каждом проводнике протекает один и тот же полный ток, а напряжение, если оно задано, трактуется как приложенное к зажимам всей группы последовательно соединенных проводников.

---

*Замечание.* Смысл нулевого полного тока и нулевого приложенного напряжения различен. Нулевое напряжение означает, что концы проводника замкнуты накоротко, а нулевой ток описывает разомкнутый проводник.

---

Источник поля может быть задан также и в непроводящей среде. Это полезно для описания тока в обмотке, намотанной тонким проводом, в которой вихревыми токами можно пренебречь. В таких блоках Вы можете задать как суммарный ток, так и плотность тока, смотря по тому, что окажется удобнее. Плотность тока в катушке может быть получена из уравнения

$$j = n \cdot I / S,$$

где  $n$  - число витков,  $I$  - полный ток, и  $S$  - площадь поперечного сечения катушки.

---

*Замечание.* Чтобы правильно описать катушку, намотанную тонким проводом, плотность стороннего тока  $j_{\text{стор.}}$  в непроводящих областях предполагается равномерной как в плоской, так и в осесимметричной задачах. Её поведение различается в массивных проводниках, где плотность тока в осесимметричной задаче считается распределенной как  $1/r$  в осесимметричном случае.

---

## Граничные условия

На внешних и внутренних границах расчетной области могут быть заданы следующие граничные условия.

**Условие Дирихле** задает известное значение векторного магнитного потенциала  $A_0$  в вершинах или на рёбрах модели. Это условие определяет нормальную компоненту вектора магнитной индукции. Зачастую это условие используется для задания отсутствия нормальной составляющей индукции, например, на оси симметрии или на удаленных границах области. Кроме того, ELCUT позволяет задать условие Дирихле как функцию координат. Этот подход позволяет моделировать внешнее однородное поле

путем задания ненулевой нормальной компоненты магнитной индукции на любом прямолинейном отрезке границы.

---

*Замечание.* Чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. А если область представляет собой набор физически не связанных подобластей, то хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

---

**Условие Неймана** имеет следующий вид

$$\begin{aligned} H_t &= \sigma && \text{- на внешних границах,} \\ H_t^+ - H_t^- &= \sigma && \text{- на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $H_t$  - тангенциальная компонента напряженности магнитного поля, индексы "+" и "-" обозначают величины слева и справа от границы, а  $\sigma$  - линейная плотность поверхностного тока. Если значение  $\sigma$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Этот вид граничного условия часто используется на внешней границе области, которая является плоскостью магнитной антисимметрии задачи (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным граничным условием, т.е. оно предполагается заданным по умолчанию на всех участках внешней границы, где явно не указаны иные виды граничных условий.

---

*Замечание.* Нулевое граничное условие Дирихле предполагается по умолчанию на оси вращения в осесимметричных задачах.

---

Если на плоскости симметрии задачи необходимо задать поверхностный ток, и эта плоскость является внешней границей расчетной области, то действительное значение плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие нулевого потока** используется для описания сверхпроводящего материала, в который не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал на поверхности таких сверхпроводников имеет постоянное (неизвестное заранее) значение ( $rA = \text{const}$  в осесимметричном случае), так что внутренность сверхпроводника исключается из рассмотрения.

---

*Замечание.* Если поверхность сверхпроводника имеет общие точки с каким-либо ребром (или узлом), где задано условие Дирихле, вся поверхность будет считаться описанной условием Дирихле, с заданным значением магнитного потенциала.

---

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов расчета магнитного поля переменных токов, ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала  $A$  (функция потока  $rA$  в осесимметричном случае);
- Комплексная амплитуда напряжения  $U$ , приложенного к проводнику;
- Комплексная амплитуда плотности полного тока  $j_{\text{полн.}} = j_{\text{стор.}} + j_{\text{вихр.}}$ , плотности стороннего тока  $j_{\text{стор.}}$  и плотности вихревого тока  $j_{\text{вихр.}} = -i\omega\gamma A$ ;
- Комплексный вектор магнитной индукции  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{— для плоско-параллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{— для осесимметричного поля;}$$

- Комплексный вектор напряженности магнитного поля

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B},$$

где  $\mu$  - тензор магнитной проницаемости;

- Среднее и максимальное значение удельной мощности тепловыделения

$$Q = \frac{1}{\gamma} j^2 + k_h \cdot f \cdot B^2 + k_c \cdot f^2 \cdot B^2 + k_e \cdot (f \cdot B)^{\frac{3}{2}}$$

- Среднее и максимальное значение плотности энергии магнитного поля  $w = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} / 2$ ;
- Среднее значение вектора Пойнтинга (плотность потока энергии)  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ ;
- Среднее значение вектора плотности силы Лоренца  $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ;
- Магнитная проницаемость  $\mu$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Электрическая проводимость  $\gamma$ .

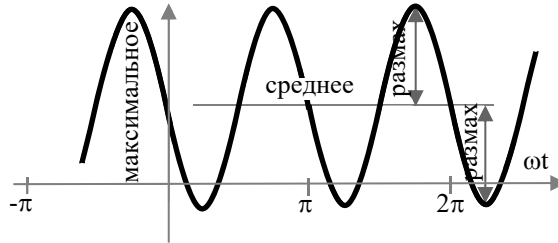
### Интегральные величины:

- Комплексная амплитуда тока через заданную поверхность и её сторонняя и вихревая компоненты.

$$I = \int j \, ds$$

- Среднее и максимальное значение мощности тепловыделения в объеме. А также размах колебаний

$$P = \int \frac{1}{\gamma} j^2 dv$$



- Потери в стали

$$P_{Fe} = \frac{1}{\gamma} j^2 + k_h \cdot f \cdot B^2 + k_c \cdot f^2 \cdot B^2 + k_e \cdot (f \cdot B)^{\frac{3}{2}}$$

где  $B$  – амплитуда индукции, а коэффициенты  $k_h, k_c, k_e$  задаются пользователем в свойствах метки блока.

- Среднее и максимальное значение энергии магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dv$$

- Среднее и максимальное значение потока электромагнитной мощности (потока вектора Пойнтинга) через заданную поверхность

$$S = \int (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) ds$$

- Среднее значение пондеромоторной (полной магнитной) силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{H}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем, а  $\mathbf{n}$  означает вектор единичной внешней нормали к поверхности.

- Среднее и максимальное значение вращающего момента пондеромоторной силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{H}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{B}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})) ds,$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки интегрирования.

- Среднее значение и амплитуда колебательной части силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \int_V [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] dv.$$

- Среднее и максимальное значение вращающего момента силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \int_V [\mathbf{r} \times [\mathbf{j} \times \mathbf{B}]] dv.$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки интегрирования.

Вектор вращающего момента параллелен оси  $z$  в плоской постановке и тождественно равен нулю в осесимметричном случае. Момент вычисляется относительно начала координат. Момент относительно любой другой точки может быть получен добавлением слагаемого  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{F}$  - это полное значение силы и  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки.

---

*Замечание.* Магнитное поле порождает силы, действующие на проводники с током и ферромагнитные тела. Сила, действующая на проводники известна под названием силы Лоренца, в то время как сила, вычисленная путем интегрирования тензора Максвелла, включает в себя обе компоненты (полная магнитная сила).

---

Область интегрирования определяется как разомкнутый или замкнутый контур в плоскости модели, состоящий из отрезков и дуг окружностей.

## Вычисление импеданса

Импедансом в теории переменных токов называется комплексный коэффициент пропорциональности между комплексными значениями тока и напряжения,  $V = Z \cdot I$ . Его действительная часть представляет собой активное сопротивление проводника, вычисленное с учетом эффекта вытеснения тока (поверхностный эффект). Мнимая часть импеданса есть индуктивность, умноженная на угловую частоту  $\omega$ .

$$Z = R + i\omega L$$

Поскольку значения напряжения и тока можно легко получить в окне анализа результатов расчета, импеданс вычисляется путем деления напряжения на ток по правилам комплексной арифметики. Пусть  $V$  и  $I$  - амплитудные значения напряжения и тока, и  $\varphi_V$  и  $\varphi_I$

фазы этих величин. Тогда активное сопротивление вычисляется как:

$$R = \frac{V}{I} \cos(\varphi_V - \varphi_I),$$

и индуктивность

$$L = \frac{V}{I \cdot 2\pi f} \sin(\varphi_V - \varphi_I).$$

Чтобы вычислить взаимную индуктивность между двумя проводниками, можно задать ненулевой полный ток в одном из них, оставить концы второго проводника разомкнутыми (т.е. задать нулевой полный ток) и измерить напряжение, развиваемое на концах второго проводника под действием тока, протекающего в первом.

---

*Замечание.* Поскольку в плоском случае напряжение прикладывается и измеряется на единицу осевой длины, вычисленный импеданс также будет вычисляться на единицу длины в осевом направлении.

---

## Электростатика

Электростатические задачи описываются уравнением Пуассона относительно скалярного электрического потенциала  $U$  ( $\mathbf{E} = -\text{grad}U$ ,  $\mathbf{E}$  - вектор напряженности электрического поля). Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\rho,$$

для осесимметричных задач:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \varepsilon_r r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\rho,$$

и для трехмерных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\rho,$$

где компоненты тензора электрической проницаемости  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  или  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_r$  а также плотность распределенного заряда  $\rho$  - постоянные величины в пределах блоков модели. В трехмерных задачах анизотропия электрической проницаемости не поддерживается.

## Источники поля

ELCUT обеспечивает возможность задать электрический заряд в телах, на поверхностях, на рёбрах и в отдельных вершинах модели.

В плоских задачах заряд, заданный в конкретной точке плоскости  $xy$ , описывает заряженную струну, проходящую через эту точку перпендикулярно к плоскости модели, и задается своей линейной плотностью. В осесимметричном случае заряд в вершине описывает заряженную окружность вокруг оси симметрии или точку на оси симметрии. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник поля, заданный в вершине, всегда характеризуется полным зарядом. Для заряженной окружности полный заряд связан с линейной плотностью соотношением  $q = 2\pi r \cdot \rho$ . Линейная плотность заряда на ребре модели соответствует заряженной поверхности в трехмерном мире. Такое ребро описывается поверхностной плотностью заряда и задается при помощи граничного условия Неймана для ребра. Плотность заряда, ассоциированного с блоком, соответствует объемному заряду.

## Граничные условия

На внутренних и внешних границах области допустимы следующие виды граничных условий:

**Условие Дирихле** задает наперед известное значение электрического потенциала  $U_0$  в вершине или на ребре модели (например, на обкладках конденсатора). Этот вид граничного условия также может применяться на внешней границе области, совпадающей с плоскостью электрической антисимметрии задачи (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Величина  $U_0$  на ребре модели может быть задана в виде линейной функции координат. Параметры задающей линейной функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция  $U_0$  была непрерывна в точках соприкосновения границ.

---

*Замечание.* Для того, чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

---

**Условие Неймана** определяется следующими соотношениями:

$$D_n = \sigma \quad \text{— на внешней границе,}$$

$$D_n^+ - D_n^- = \sigma \quad \text{— на внутренней границе,}$$

где  $D_n$  - нормальная компонента электрического смещения, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно,  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда. Если  $\sigma$  принимает нулевое значение, граничное условие называется однородным, что означает отсутствие нормальной компоненты



напряженности электрического поля. Этот вид граничного условия часто используется на внешней границе области, являющейся следом плоскости симметрии задачи. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех рёбрах внешней границы, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности заряда следует разделить пополам.

**Граничное условие равного потенциала** используется для описания изолированных проводников, помещенных в электрическое поле, которые имеют постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

---

*Замечание.* Ребро, на котором задано условие равного потенциала, не должно соприкасаться с рёбрами или вершинами, на которых задано условие Дирихле. В этом случае ребро с постоянным потенциалом следует описать при помощи условия Дирихле с подходящим значением потенциала.

---

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов расчета электрического поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad } U$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \quad \text{— в плоском или трехмерном случае;}$$

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

- Тензор градиента напряженности электрического поля  $\mathbf{G} = \text{grad } \mathbf{E}$

$$G_{xx} = \frac{\partial E_x}{\partial x}, G_{yy} = \frac{\partial E_y}{\partial y}, G_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$G_{zz} = \frac{\partial E_z}{\partial z}, G_{rr} = \frac{\partial E_r}{\partial r}, G_{zr} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial E_r}{\partial z} \right) \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

а также его главные компоненты  $G_1$  и  $G_2$ .

- Вектор электрического смещения  $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ , где  $\varepsilon$  - тензор диэлектрической проницаемости.

**Интегральные величины:**

- Суммарный электрический заряд, заключенный в заданном объеме

$$q = \oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \, ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности окружающей заданный объем, а  $\mathbf{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности.

- Суммарная электрическая сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) \, ds,$$

- Суммарный момент электрических сил, действующих на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) \, ds,$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки интегрирования.

Вектор момента направлен параллельно оси  $z$  в плоско-параллельном случае, а в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент рассматривается относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен прибавлением слагаемого  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0$ , где  $\mathbf{F}$  - это полная сила, а  $\mathbf{r}_0$  - радиус-вектор точки.

- Энергия электрического поля

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \, dv$$

В плоско-параллельной постановке интегральные характеристики вычисляются на единицу длины расчетной области в направлении оси  $z$ .

Область интегрирования задается в плоскости модели замкнутым или разомкнутым контуром, состоящим из отрезков и дуг окружностей.

**Вычисление емкости**

Можно предложить несколько способов вычисления емкости проводника или системы проводников при помощи ELCUT. Наиболее простой из них основывается на измерении потенциала

проводника, порожденного известным зарядом. Чтобы рассчитать емкость проводника, установите на его поверхности граничное условие равного потенциала, задайте произвольное ненулевое значение заряда в любой из вершин на его поверхности (фактически заряд растечется по поверхности проводника) и выключите все прочие источники поля в модели. Решив задачу, откройте окно анализа результатов и узнайте значение потенциала в любой точке на поверхности проводника. Искомая емкость может быть вычислена по формуле

$$C = \frac{q}{U},$$

где  $q$  - электрический заряд проводника, а  $U$  - его потенциал.

Чтобы измерить взаимную емкость пары проводников, поместите заряд на один из них и измерьте потенциал на другом. Все прочие источники поля должны быть выключены, а на поверхностях обоих проводников следует задать граничное условие равного потенциала.

$$C_{12} = \frac{q_1}{U_2}.$$

Вычисление матрицы собственных и взаимных частичных емкостей в системе из нескольких проводников обсуждается в разделе *“Вычисление матрицы частичных емкостей системы проводников”*.

## Задачи электрического поля постоянных токов

ELCUT позволяет рассчитывать распределение электрического потенциала и тока в системах проводников. Эти задачи описываются уравнением Пуассона для скалярного электрического потенциала  $U$  (предполагается, что вектор плотности тока лежит в плоскости модели).

Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \gamma_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) = 0,$$

и для осесимметричного случая:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \gamma_r r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0,$$

и для трехмерных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0,$$

где компоненты тензора электропроводности  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  или  $\gamma_z$ ,  $\gamma_r$  - постоянные величины в пределах блоков модели. В трехмерных задачах анизотропия электропроводности не поддерживается

Вектор плотности тока  $\mathbf{j}$  определяется уравнением  $\mathbf{j} = -\gamma \cdot \text{grad } U$ , где  $\gamma$  – тензор электропроводности.

## Источники поля

В задачах протекания тока под источниками поля понимаются сторонние токи, заданные на границах проводника. В рамках комплекса ELCUT источники поля могут быть заданы вдоль рёбер и в отдельных вершинах модели. Плотность тока, заданная в точке плоскости  $xu$ , соответствует токоподводу в виде тонкого проводника, перпендикулярного плоскости модели. Он описывается своей линейной плотностью тока. В осесимметричном случае источник, заданный в вершине, описывает токоподвод в виде тонкого кольца с осью, совпадающей с осью симметрии задачи или точечный токовый ввод, если точка лежит на оси вращения. В этих двух случаях источник описывается величиной подводимого тока. Для кольцевого токоподвода полное значение тока связано с его линейной плотностью соотношением  $I = 2\pi r \cdot \sigma$ . Задание поверхностной плотности тока на рёбрах в плоскости модели эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

## Граничные условия

В задачах электрического поля постоянных токов на внешних и внутренних рёбрах модели могут быть заданы следующие виды граничных условий.

**Условие Дирихле** задает известное значение электрического потенциала  $U_0$  на рёбрах или в вершинах модели. Значение  $U_0$  на ребре может быть задано в виде линейной функции от координат. Параметры задающей линейной функции могут варьироваться от ребра к ребру, но должны быть подобраны так, чтобы избежать разрывов функции  $U_0$  в точках соприкосновения границ.

---

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

---

**Условие Неймана** имеет вид:

$$j_n = j$$

- на внешней границе,

$$j_n^+ - j_n^- = j \quad - \text{ на внутренней границе,}$$

где  $j_n$  - нормальная компонента вектора плотности тока, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно,  $j$  в правой части выражений - плотность стороннего тока. Если  $j = 0$ , граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие нормальной составляющей напряженности и часто применяется для описания плоскости симметрии. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех ребрах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие равного потенциала** задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

---

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равного потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

---

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов задачи электрического поля постоянных токов ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad } U$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \quad \text{— в плоском или трехмерном случае;}$$

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

- Вектор плотности тока  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ , где  $\gamma$  - тензор электропроводности.

**Интегральные величины:**

- Электрический ток через заданную поверхность

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} ds,$$

где  $\mathbf{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности.

- Мощность тепловыделения в заданном объеме

$$W = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dv.$$

В плоско-параллельной постановке интегральные характеристики вычисляются на единицу длины расчетной области в направлении оси  $z$ .

Область интегрирования задается в плоскости модели замкнутым или разомкнутым контуром, состоящим из отрезков и дуг окружностей.

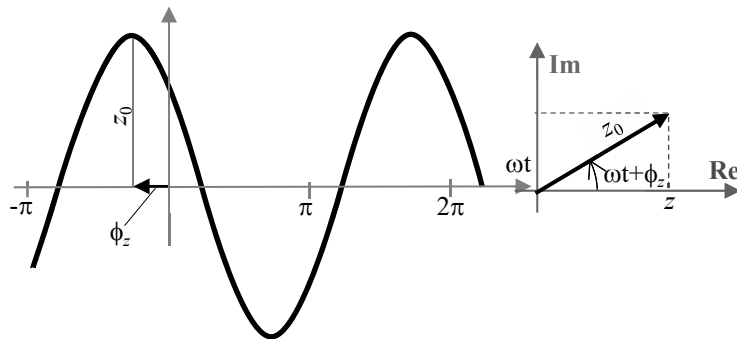
## Электрическое поле переменных токов

При анализе электрического поля переменных токов можно рассчитать электрическое поле, токи утечки и потери в проводниках и неидеальных диэлектриках в переменном электрическом поле.

Как и в задаче расчета магнитного поля переменных токов, изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрического тока изменяются во времени как

$$z = z_0 \cos(\omega t + \phi_z),$$

где  $z_0$  — амплитудное (максимальное) значение  $z$ ,  $\phi_z$  — фазовый угол, и  $\omega$  — угловая частота.



Представление гармонически изменяющейся величины при помощи комплексного числа существенно облегчает анализ. Действительная и мнимая части комплексного числа

$$z = z_0 e^{i(\omega t + \phi_z)}, \quad i = \sqrt{-1}$$

сдвинуты по фазе на 90 градусов по отношению друг к другу, так что их линейная комбинация может представлять произвольный фазовый угол.

В зависимости от фазового сдвига между двумя осциллирующими компонентами вектора, вектор может вращаться по часовой стрелке или в противоположном направлении, либо колебаться вдоль некоторого направления. В общем случае конец вектора описывает эллипс. Главные полуоси эллипса соответствуют максимальным значениям векторной величины. Отношение длин меньшей и большей полуосей определяет коэффициент поляризации вектора. Последний предполагается положительным при вращении вектора против часовой стрелки и отрицательным в противоположном случае. Нулевой коэффициент соответствует линейной поляризации вектора.

Формулировка задачи основана на уравнении Пуассона, описывающего электростатическое поле ( $\nabla \cdot \varepsilon \mathbf{E} = \rho$ ), и уравнении растекания токов в проводящей среде ( $\nabla \cdot \mathbf{j} = -i\omega\gamma$ ) при учете закона Ома,  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ . В результате уравнение для электрического потенциала  $U$  приобретает вид:

$$\nabla \left( \left[ \varepsilon - \frac{i\gamma}{\omega} \right] \nabla U \right) = 0;$$

где электропроводность  $\gamma$  и компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_y$  ( $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_r$ ) постоянны внутри каждого блока модели.

## Источники поля

В задачах электрического поля переменных токов источниками поля могут быть сторонние токи или напряжения, приложенные к границам проводников. ELCUT дает возможность задать поверхностную плотность стороннего тока на ребре или линейный ток в отдельной вершине модели.

Плотность тока, заданная в конкретной точке плоскости  $x, y$ , соответствует линейному проводнику с током, который перпендикулярен плоскости модели и характеризуется линейной плотностью тока. В осесимметричном случае вершина представляет кольцевой проводник вокруг оси симметрии или точечный проводник на оси симметрии. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник поля, заданный в вершине, всегда

характеризуется полным током. Для кругового проводника полный ток связан с линейной плотностью тока соотношением  $I = 2\pi r \cdot \sigma$ .

Задание поверхностной плотности тока на рёбрах в плоскости модели эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана. Поверхностная плотность тока задается своей фазой и амплитудой.

## Граничные условия

На внешних и внутренних границах расчетной области могут быть заданы следующие граничные условия.

**Условие Дирихле** задает известное значение электрического потенциала  $U_0$  на рёбрах или в вершинах модели. Значение  $U_0$  на ребре может быть задано в виде функции от координат. Параметры задающей линейной функции могут варьироваться от ребра к ребру, но должны быть подобраны так, чтобы избежать разрывов функции  $U_0$  в точках соприкосновения границ.

---

*Замечание.* Чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать условие Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. Если область представляет собой набор физически не связанных подобластей (компонент связности), то условие Дирихле должно быть задано хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

---

**Условие Неймана** имеет вид:

$$\begin{aligned} j_n &= j && \text{— на внешних границах,} \\ j_n^+ - j_n^- &= j && \text{— на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $j_n$  – нормальная компонента плотности тока, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, и  $j$  в правой части уравнения – плотность внешнего тока. Если  $j$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Этот вид граничного условия, в частности, описывает границу, являющуюся плоскостью симметрии модели. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие равного потенциала** задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей



проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

*Ограничение.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равного потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов задачи электрического поля переменных токов ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Комплексная амплитуда электрического потенциала  $U$ ;
- Комплексный вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad}U$

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

- Комплексный вектор
  - активной  $\mathbf{j}_{\text{активн.}} = \gamma \mathbf{E}$ ,
  - реактивной  $\mathbf{j}_{\text{реактивн.}} = i\omega\epsilon\mathbf{E}$  и
  - кажущейся  $\mathbf{j}_{\text{кажущ.}} = \mathbf{j}_{\text{активн.}} + \mathbf{j}_{\text{реактивн.}}$  плотности тока;
- Среднее и амплитудное значение удельной мощности
  - активной (Джоулевой)  $Q_{\text{активн.}} = \mathbf{j}_{\text{активн.}} \cdot \mathbf{E}$ ,
  - реактивной  $Q_{\text{реактивн.}} = \mathbf{j}_{\text{реактивн.}} \cdot \mathbf{E}$ , и
  - кажущейся  $Q_{\text{кажущ.}} = \mathbf{j}_{\text{кажущ.}} \cdot \mathbf{E}$ ;
- Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);
- Электропроводность  $\gamma$  (наибольшая компонента в анизотропной среде).

### Интегральные величины:

- Комплексная амплитуда тока (активная  $I_{\text{активн.}}$ , реактивная  $I_{\text{реактивн.}}$  и кажущаяся  $I_{\text{кажущ.}}$ ) через заданную поверхность

$$I = \int_S (\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}) ds$$

где  $\mathbf{n}$  – вектор единичной нормали.

- Среднее и максимальное значение активной  $P_{\text{активн.}}$ , реактивной  $P_{\text{реактивн.}}$  и кажущейся  $P_{\text{кажущ.}}$  мощности в заданном объеме

$$P = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dv$$

- Среднее и максимальное значение электрической силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем, а  $\mathbf{n}$  – вектор единичной внешней нормали.

- Среднее и максимальное значение вращающего момента электрической силы, действующего на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) ds,$$

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор точки интегрирования.

В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси  $z$ , в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат. Величина момента относительно произвольной точки может быть получена добавлением векторного произведения  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0$ , где  $\mathbf{F}$  - это полная сила, а  $\mathbf{r}_0$  - радиус-вектор точки.

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде замкнутого контура, состоящего из отрезков и дуг окружностей.

## Нестационарное электрическое поле

Нестационарное электрическое поле является наиболее общей формулировкой задачи расчета электрического поля в отсутствии магнитных полей. В этой постановке источники поля (напряжения или токи) могут быть произвольными функциями времени, и электрические свойства материалов могут зависеть от напряженности электрического поля.

Формулировка нестационарной задачи похожа на формулировку задачи электрического поля переменных токов. Уравнение для электрического потенциала  $U$  имеет вид:

$$-\nabla \cdot [\sigma(E) \cdot \nabla U] - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot [\varepsilon(E) \cdot \nabla U] = 0$$

где электропроводность  $\gamma$  и диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  могут зависеть от напряженности электрического поля  $E$  или быть анизотропными.

## Источники поля

Источниками нестационарного электрического поля могут быть внешние токи или напряжения, заданные на границах проводников. ELCUT позволяет задать внешнюю плотность тока на ребрах и в отдельных вершинах модели.

Плотность тока, заданная в точке плоскости  $xu$ , соответствует токоподводу в виде тонкого проводника, перпендикулярного плоскости модели. Он описывается своей линейной плотностью тока. В осесимметричном случае источник, заданный в вершине, описывает токоподвод в виде тонкого кольца с осью, совпадающей с осью симметрии задачи или точечный токовый ввод, если точка лежит на оси вращения. В этих двух случаях источник описывается величиной подводимого тока. Для кольцевого токоподвода полное значение тока связано с его линейной плотностью соотношением  $I = 2\pi r \cdot \sigma$ . Задание поверхностной плотности тока на рёбрах в плоскости модели эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

## Граничные условия

В задачах нестационарного электрического поля на внешних и внутренних рёбрах модели могут быть заданы следующие виды граничных условий.

**Условие Дирихле** задает известное значение электрического потенциала  $U_0$  на рёбрах или в вершинах модели. Значение  $U_0$  может быть задано в виде функции от времени и/или от координат. Параметры задающей функции могут варьироваться от ребра к ребру, но должны быть подобраны так, чтобы избежать разрывов функции  $U_0$  в точках соприкосновения границ.

---

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

---

**Условие Неймана** имеет вид:

$$\begin{aligned} j_n &= j && \text{— на внешней границе,} \\ j_n^+ - j_n^- &= j && \text{— на внутренней границе,} \end{aligned}$$

где  $j_n$  - нормальная компонента вектора плотности тока, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно,  $j$  в правой части выражений - плотность стороннего тока. Если  $j = 0$ , граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие нормальной составляющей напряженности и часто применяется для описания плоскости симметрии. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех рёбрах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

**Граничное условие равног потенциала** задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

---

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равног потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

---

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов задачи нестационарного электрического поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Скалярный электрический потенциал  $U$ ;
- Вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad}U$
- Тензор градиента напряженности электрического поля  $\mathbf{G} = \text{grad } \mathbf{E}$

$$G_{xx} = \frac{\partial E_x}{\partial x}, G_{yy} = \frac{\partial E_y}{\partial y}, G_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$G_{zz} = \frac{\partial E_z}{\partial z}, G_{rr} = \frac{\partial E_r}{\partial r}, G_{zr} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial E_r}{\partial z} \right) \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

а также его главные компоненты  $G_1$  и  $G_2$ .

- Вектор плотности тока проводимости  $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ , и тока смещения  $\mathbf{j}_d = \partial(\epsilon \mathbf{E})/\partial t$ ;
- Удельная мощность омических потерь  $Q = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ ;

- Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(E)$ ;
- Электропроводность  $\gamma(E)$ .

**Интегральные величины:**

- Электрический ток (проводимости  $I_{\text{активн.}}$ , смещения  $I_{\text{реактивн.}}$ ) через заданную поверхность

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} \, ds,$$

где  $\mathbf{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности.

- Активная и реактивная мощность  $P_{\text{активн.}}$ ,  $P_{\text{реактивн.}}$ , выделяющаяся в заданном объеме

$$P = \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) \, dv.$$

- Механическая сила, действующая со стороны электрического поля на тела внутри заданного объема

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{E}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + \mathbf{D}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - \mathbf{n}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) \, ds,$$

где интеграл вычисляется по внешней поверхности, ограничивающей заданный объем, и  $\mathbf{n}$  - единичный вектор внешней нормали.

- Момент силы действующей со стороны электрического поля на тела внутри заданного объема

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S ([\mathbf{r} \times \mathbf{E}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{D}](\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) - [\mathbf{r} \times \mathbf{n}](\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})) \, ds,$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки интегрирования.

Вектор момента направлен параллельно оси  $z$  в плоско-параллельном случае, а в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент рассматривается относительно начала координат. Момент относительно произвольной точки может быть получен прибавлением слагаемого  $\mathbf{F} \times \mathbf{r}_0$ , где  $\mathbf{F}$  - это полная сила, а  $\mathbf{r}_0$  - радиус-вектор точки.

## Расчет температурного поля

ELCUT позволяет решать задачи теплопередачи (стационарные и нестационарные) в линейной и нелинейной постановках.

При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности в одном из видов:

для линейных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_r r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q \quad \text{— в трехмерном случае;}$$

для нелинейных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q(T) - c(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q(T) - c(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

где:

$T$  - температура;

$t$  - время;

$\lambda_{x(y,z,r)}$  - компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке);

$\lambda(T)$  - теплопроводность, как функция температуры, представленная кубическим сплайном (анизотропия не поддерживается в нелинейной постановке);

$q$  - удельная мощность тепловыделения, в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры;

$c(T)$  - удельная теплоемкость, в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры;

$\rho$  - плотность.

В стационарной задаче последнее слагаемое в правой части уравнений равно нулю.

Все параметры уравнений в линейной постановке постоянны в пределах каждого блока модели.

## Источники тепла

ELCUT позволяет задать источники тепла в блоках, рёбрах или отдельных вершинах модели. Источник, заданный в конкретной точке плоскости  $xу$ , описывает нагреватель в виде струны, следом которой служит данная точка плоскости, и задается мощностью тепловыделения на единицу длины. В осесимметричном случае точечный источник поля представляет нагреватель в виде окружности вокруг оси симметрии или точечный источник, расположенный на оси. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник в осесимметричном случае всегда описывается полной тепловой мощностью, которая для окружности связана с линейной плотностью тепловыделения соотношением  $q = 2\pi r \cdot q_l$ . Источник тепла, заданный на ребре модели, соответствует тепловыделяющей поверхности в трехмерном мире. Он характеризуется поверхностной плотностью тепловыделения и описывается при помощи граничного условия второго рода для ребра. Объемная плотность тепловыделения, заданная для блока модели, соответствует объемному источнику тепла.

## Граничные условия

Следующие виды граничных условий могут быть заданы на внешних и внутренних границах расчетной области.

**Условие заданной температуры** задает на ребре или в вершине модели известное значение температуры  $T_0$  (например, при интенсивном омывании поверхности жидкостью постоянной температуры). Значение  $T_0$  на ребре может быть задано в виде линейной функции координат. Параметры задающей функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция  $T_0$  не претерпевала разрывов в точках соприкосновения ребер.

Этот вид граничного условия иногда называют *условием первого рода*.

**Условие заданного теплового потока** описывается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F_n &= -q_s && \text{— на внешних границах,} \\ F_n^+ - F_n^- &= -q_s && \text{— на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $F_n$  - нормальная компонента вектора плотности теплового потока, индексы "+" и "-" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно. Для внутренней границы  $q_s$  означает поверхностную мощность источника, для внешней - известное значение теплового потока через границу. Если  $q_s$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие

второго рода на внешней границе означает отсутствие теплового потока через указанную поверхность. Однородное условие второго рода является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. Этот вид граничного условия употребляется в двух случаях: на плоскости симметрии задачи (если ввиду симметричности геометрии и источников задача решается только на части области), а также для описания адиабатической границы.

Если мощность тепловыделения задана на внешнем ребре, являющемся следом плоскости симметрии задачи, истинное значение мощности тепловыделения следует разделить пополам.

Этот вид граничного условия иногда называют *граничным условием второго рода*.

**Граничное условие конвекции** может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает конвективный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \alpha(T - T_0),$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, и  $T_0$  - температура окружающей среды. Параметры  $\alpha$  и  $T_0$  могут меняться от ребра к ребру.

Граничное условие этого типа иногда называют *граничным условием третьего рода*.

**Граничное условие радиации** может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает радиационный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = k_{SB} \beta (T^4 - T_0^4),$$

где  $k_{SB}$  - константа Стефана-Больцмана,  $\beta$  - коэффициент поглощения поверхности, и  $T_0$  - температура поглощающей среды. Параметры  $\beta$  и  $T_0$  могут меняться от ребра к ребру.

---

*Замечание.* Чтобы задача расчета температурного поля была поставлена корректно, необходимо поставить хотя бы в одной вершине условие заданной температуры, либо хотя бы на одном ребре условие конвекции или радиации.

---

**Граничное условие равной температуры** может быть использовано для описания тел с очень высокой, по сравнению окружающими телами, теплопроводностью. Внутренность такого тела может быть исключена из расчета температурного поля, при условии описания всей его поверхности как поверхности равной температуры. Данное условие отличается от условия первого рода тем, что температура на описываемой поверхности не известна заранее.



*Замечание.* Ребро, описанное условием равной температуры, не должно соприкасаться с любым ребром, где температура задана явно. В последнем случае ребро с условием равной температуры должно быть переопределено при помощи граничного условия первого рода с подходящим значением температуры.

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов расчета температурного поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

### Локальные величины:

- Температура  $T$ ;
- Вектор плотности теплового потока  $\mathbf{F} = -\lambda \mathbf{grad} T$

$$F_x = -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}, \quad F_y = -\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$F_z = -\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}, \quad F_r = -\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{— в осесимметричном случае;}$$

### Интегральные величины:

- Поток тепла через заданную поверхность

$$\Phi = \int_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds,$$

где  $\mathbf{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности. Поверхность интегрирования задается контуром в плоскости модели, состоящим из отрезков и дуг окружностей.

## Задачи теории упругости

Комплекс ELCUT может решать задачи теории упругости в постановках плоских напряжений, плоских деформаций и осесимметричного напряженного состояния с изотропными или ортотропными свойствами материалов. Задача плоских напряжений подходит для анализа структур, тонких по глубине, которые нагружены в плоскости модели. Напряжение в направлении, нормальном к плоскости модели, предполагается отсутствующим. Задача плоских деформаций предполагает отсутствие деформаций вне плоскости модели. Эта задача подходит для моделирования объектов с весьма большой толщиной в направлении, нормальном к плоскости модели.

## Перемещения, напряжения, деформации

Во всех постановках поле перемещений однозначно определяется двумя компонентами вектора перемещений  $\delta$  в каждой точке:

$$\begin{aligned}\{\delta\} &= \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix} && \text{— в плоских задачах;} \\ \{\delta\} &= \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_r \end{Bmatrix} && \text{— в осесимметричных} \\ &&& \text{задачах.}\end{aligned}$$

В обеих плоских постановках рассматривается только по три компоненты деформаций и напряжений. Деформация связана с перемещением соотношением:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \delta_x}{\partial y} + \frac{\partial \delta_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

Соответствующее ей напряжение выражается как

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

В осесимметричном случае радиальное перемещение приводит к деформации  $\varepsilon_\theta$ , в направлении, перпендикулярном плоскости модели, поэтому выражение для полной деформации имеет вид:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \delta_r}{\partial r} \\ \frac{\delta_r}{r} \\ \frac{\partial \delta_z}{\partial r} + \frac{\partial \delta_r}{\partial z} \end{Bmatrix}$$

Соответствующие компоненты напряжений:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix}$$

Уравнения статического равновесия для плоских задач имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = -f_x \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = -f_y \end{cases},$$

а для осесимметричных задач:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial (r \sigma_r)}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = -f_r \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_{rz})}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -f_z \end{cases},$$

где  $f_x$ ,  $f_y$  и  $f_z$ ,  $f_r$  - компоненты вектора плотности объемной силы.

Соотношение между напряжениями и деформациями при упругом поведении материалов выражается зависимостью:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}),$$

где  $[D]$  - матрица упругости, и  $\{\varepsilon_0\}$  - начальная термическая деформация, вызванная перепадом температур. Вид матрицы зависит от применяемой постановки.

Матрица упругости для плоского напряженного состояния (изотропный материал):

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix};$$

плоские напряжения, ортотропный материал:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}^{-1};$$

плоские деформации в изотропном материале:

$$[D] = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1 - \nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1 - \nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \end{bmatrix}$$

плоские деформации в ортотропном материале:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{zx}^2}{E_z} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} - \frac{\nu_{zx}\nu_{zy}}{E_z} & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} - \frac{\nu_{zx}\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_y} - \frac{\nu_{zy}^2}{E_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}^{-1}$$

осесимметричная задача, изотропный материал:

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

осесимметричная задача, ортотропный материал:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_z} & -\frac{\nu_{rz}}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} & 0 \\ -\frac{\nu_{rz}}{E_r} & \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} & 0 \\ -\frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} & -\frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} & \frac{1}{E_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zr}} \end{bmatrix}^{-1}$$

В этих формулах  $E$  - модуль Юнга в изотропном случае;  $E_x, E_y, E_z, E_r$ , и  $E_\theta$  - модули Юнга в направлении соответствующих осей в материале с ортотропными свойствами;  $\nu$  - коэффициент Пуассона изотропного материала;  $\nu_{yx}, \nu_{zx}, \nu_{zy}, \nu_{rz}, \nu_{\theta z}, \nu_{\theta r}$  - коэффициенты Пуассона для указанных пар осей в ортотропном случае;  $G_{xy}$  или  $G_{zr}$  - модуль сдвига.

## Температурные деформации

Температурная (начальная) деформация материала определяется коэффициентами линейного расширения и изменением температуры относительно температуры недеформированного состояния. Составляющие начальной деформации для плоского напряженного состояния и изотропного материала определяются соотношением:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T;$$

плоское напряженное состояние, ортотропный материал:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T;$$

плоские деформации, изотропный материал:

$$\{\varepsilon_0\} = (1 + \nu) \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T;$$

плоские деформации, ортотропный материал:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha_x + \nu_{zx}\alpha_z \\ \alpha_y + \nu_{zy}\alpha_z \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T;$$

осесимметричная задача для изотропного материала:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T;$$

осесимметричная задача для ортотропного материала:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha_z \\ \alpha_r \\ \alpha_\theta \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T,$$

где  $\alpha$  - коэффициент линейного расширения в изотропном материале;  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_r, \alpha_\theta$  - коэффициенты линейного расширения в направлении соответствующих осей в ортотропном материале;  $\Delta T$  - перепад температуры между деформированным и недеформированным состоянием.

## Внешние силы

ELCUT позволяет учитывать сосредоточенные, поверхностные и объемные силы, действующие на модель. Сосредоточенные нагрузки задаются в вершинах в форме двух компонент вектора. Поверхностные силы задаются на сторонах модели либо компонентами вектора, либо величиной нормального давления. Объемные силы задаются вектором в пределах блоков. Каждая компонента объемной силы в пределах подобласти может быть задана функцией координат. Это применяется, например, для учета центробежных сил в осесимметричных задачах. Давление также может быть задано функцией, зависящей от координат, например, для моделирования гидростатического давления.

---

*Замечание:* В плоских задачах задаются сосредоточенные нагрузки **на единицу толщины** моделируемого объекта, тогда как в осесимметричной постановке задается **непосредственно сила**, независимо от того, приложена она в точке (если вершина, в которой задана сила, находится на оси вращения) или распределена по окружности (вершина не лежит на оси).

---

Любая поверхностная сила, действующая по нормали к стороне в каждой ее точке, может быть описана как "давление". При этом на сторонах, составляющих внешнюю границу области, положительным считается давление, направленное извне вовнутрь области, а на внутренних сторонах - вправо при движении от начала к концу стороны. (В момент создания сторона получает естественную ориентацию, определяемую порядком указания вершин, являющихся ее концами. Для дуг положительным всегда считается направление против часовой стрелки).

## Условия закрепления

Жесткое закрепление по любой из координат, или по обеим сразу, может быть задано в любой вершине или вдоль любой стороны области. Фиксированное перемещение вдоль линий закрепления описывается линейной функцией координат.

Условие пружинного подвеса описывает вершину, подвергающуюся действию силы, пропорциональной разнице между фактическим и начальным перемещением этой вершины. Оно характеризуется жесткостью пружины и начальным перемещением ее закрепленного конца.

---

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать жесткое или пружинное закрепление таким образом, чтобы исключить любое перемещение модели и ее частей, не изменяющее энергии состояния. В плоских задачах такое закрепление должно ограничивать сдвиг всей модели по осям  $x$  и  $y$ , а также поворот; в осесимметричных задачах достаточно ограничить сдвиг параллельно оси  $z$ .

---

## Вычисляемые физические величины

При анализе результатов решения задач теории упругости, ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами:

**Локальные величины:**

- Модуль вектора перемещения

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}, \text{ или } \delta = \sqrt{\delta_z^2 + \delta_r^2};$$

- Максимальное и минимальное главные напряжения в плоскости модели  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ;
- Нормальные и касательные напряжения по координатным осям  $\sigma_x, \sigma_y$  и  $\tau_{xy}$  ( $\sigma_z, \sigma_r$  и  $\tau_{rz}$  в осесимметричном случае);
- Нормальное напряжение в направлении, перпендикулярном к плоскости модели ( $\sigma_z$  - для плоских задач,  $\sigma_\theta$  - в осесимметричном случае). В задачах плоско-напряженного состояния эта величина равна нулю по определению;
- Критерий прочности фон Мизеса (потенциальная энергия формоизменения):

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]},$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$  - главные напряжения, упорядоченные по убыванию.

- Критерий прочности Треска (максимальное сдвиговое напряжение):

$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3;$$

- Критерий прочности Мора-Кулона (модификация критерия Треска, учитывающая разное сопротивление материала растяжению и сжатию):

$$\sigma_e = \sigma_1 - \chi \sigma_3,$$

где  $\chi = [\sigma^+] / [\sigma^-]$ ,

$[\sigma_+]$  и  $[\sigma_-]$  - предельно допустимые напряжения растяжения и сжатия соответственно.

- Критерий прочности Друкера-Прагера:

$$\sigma_e = (1 + \sqrt{\chi})\sigma_i - \frac{\sqrt{\chi} - \chi}{1 + \sqrt{\chi}}\bar{\sigma} + \frac{1}{[\sigma_-]}\left(\frac{1 - \sqrt{\chi}}{1 + \sqrt{\chi}}\bar{\sigma}\right)^2,$$

где

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]};$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

- Коэффициент запаса прочности по Хиллу для ортотропных материалов:

$$C_{th} = \frac{\sigma_1^2}{X_1^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{X_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{12}^2},$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\tau_{12}$  - вычисляемые напряжения в материале и,

$X_1 = X_1^T$  если  $\sigma_1 > 0$ ;  $X_1 = X_1^C$  если  $\sigma_1 < 0$ ;

$X_2 = X_2^T$  если  $\sigma_2 > 0$ ;  $X_2 = X_2^C$  если  $\sigma_2 < 0$ ;

$S_{12} = S_{12}^+$  если  $\tau_{12} > 0$ ;  $S_{12} = S_{12}^-$  если  $\tau_{12} < 0$ ,

где  $X_1^T$ ,  $X_2^T$ ,  $X_1^C$ ,  $X_2^C$ ,  $S_{12}^+$  и  $S_{12}^-$  - предельно допустимые напряжения растяжения, сжатия и сдвига.

#### Интегральные величины:

- Полная сила, действующая на заданный объем

$$\mathbf{F} = \oint_S (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) ds,$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  - тензор напряжений.

Интеграл вычисляется по границе указанного объема, и  $\mathbf{n}$  означает единичный вектор внешней нормали.

- Полный вращающий момент относительно начала координат, действующий на заданный объем

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] ds,$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки интегрирования.

## Мультидисциплинарные (связанные) задачи

ELCUT позволяет переносить источники поля (распределенные нагрузки), рассчитанные в одной задаче, в задачи другого типа. Предусмотрены следующие типы связи между задачами:

- Поле температур, обусловленное джоулевыми потерями в задачах электрического поля постоянных и переменных токов, задаче магнитного поля переменных токов или нестационарной магнитной задаче.
- Анализ механических напряжений с учетом рассчитанного распределения температуры.
- Расчет механических напряжений, вызванных магнитными и электрическими силами.
- Запоминание магнитного состояния вещества для использования в последующих, линеаризованных задачах расчета магнитного поля.
- Расчет магнитного поля переменных токов с учетом зависимости электропроводности материалов от температуры.



Специальный тип связанных задач позволяет переносить распределение поля из одной задачи (стационарной или нестационарной) в другую нестационарную задачу. Этим способом задается ненулевое начальное распределение поля в нестационарной задаче. Такой тип связи возможен в нестационарных магнитных и тепловых задачах.

В связанной задаче, в дополнение к источникам (нагрузкам), перенесенным из другой задачи, могут быть заданы прочие источники, как в обычной задаче.

Вы можете совместить разные типы связи в одной задаче. Например, после расчета распределения электрических и магнитных полей в разных задачах, использующих один и тот же файл геометрии модели, можно рассчитать распределение температуры, вызванное джоулевыми потерями, а затем - механические напряжения, вызванные действием температурных деформаций, электрической и магнитной сил одновременно.

В дальнейшем изложении назовем задачу, из которой переносятся данные – *задачей-источником*, а задачу, в которую переносятся данные - *целевой задачей*.

ELCUT накладывает некоторые ограничения на связанные задачи:

- Как задача-источник, так и целевая задача должны использовать один и тот же файл геометрии модели.
- Обе задачи должны использовать одну и ту же систему координат (декартову или цилиндрическую).
- К моменту решения целевой задачи задача-источник должна быть решена.

---

*Замечание.* Несмотря на требование единого файла модели для обеих задач, их расчетная область может не совпадать, поскольку часть подобластей, используемая в одной задаче, может быть исключена из рассмотрения в другой.

---

## Учет джоулевых потерь в тепловой задаче

При переносе данных из задачи электрического поля токов в тепловую задачу, мощность тепловыделения рассчитывается по закону Джоуля-Ленца. Она учитывается в каждой подобласти, включенной в рассмотрение в обеих задачах. При переносе данных из нестационарной магнитной задачи или задачи магнитного поля переменных токов джоулевы потери рассматриваются во всех проводящих областях. При переносе данных из нестационарной электромагнитной задачи в нестационарную тепловую задачу предполагается, что оба процесса протекают одновременно.

Используя эту возможность, можно смоделировать и рассчитать процесс нагрева от изменяющихся во времени токов (включая вихревые токи) в различных устройствах.

## **Учет распределения температур в задаче теории упругости**

При расчете термических деформаций по полю температур, перенесенному из тепловой задачи, начальные деформации учитываются в каждой подобласти, включенной в рассмотрение в обеих задачах, если в подобласти задано ненулевое значение коэффициента теплового расширения (или хотя бы одной из его компонент в анизотропном случае). При переносе теплового поля из нестационарной задачи нужно указать соответствующий момент времени.

## **Учет магнитных сил в задаче теории упругости**

При переносе магнитных сил в задачу теории упругости:

- Объемные силы учитываются во всех блоках, включенных в рассмотрение в обеих задачах, если подобласть обладает нелинейными магнитными свойствами, или в подобласти протекает ток (по закону Лоренца).
- Поверхностные силы учитываются на всех границах, разделяющих подобласти с разными магнитными свойствами, границах, несущих поверхностный ток, или внешних границах области (в смысле магнитной задачи). Поверхностная сила учитывается даже в том случае, если подобласть, к примеру, слева от границы исключена из рассмотрения в магнитной задаче, а подобласть справа - в механической.

При переносе магнитных сил из нестационарной задачи необходимо указать момент времени, для которого будут рассчитаны силы.

## **Учет электрических сил в задаче теории упругости**

При переносе электрических сил в задачу теории упругости:

- Объемные силы учитываются во всех подобластях, включенных в рассмотрение в обеих задачах, если в подобласти задана плотность распределенного заряда.
- Поверхностные силы учитываются на всех границах, разделяющих подобласти с разной диэлектрической

проницаемостью, границах, несущих поверхностный заряд, или внешних границах области в смысле электростатической задачи. Поверхностная сила учитывается даже в том случае, если подобласть, к примеру, слева от границы исключена из рассмотрения в электростатической задаче, а подобласть справа - в механической.

## **Запоминание магнитного состояния вещества**

Решая задачу магнитостатики с учетом насыщения материала, мы можем запомнить магнитное состояние вещества в задаче-источнике для использования в последующих целевых задачах.

Объектом переноса является значение магнитной проницаемости вещества, вычисленное в каждом конечном элементе задачи-источника:

- В нелинейных материалах переносится значение магнитной проницаемости, вычисленное с учетом величины индукции магнитного поля в задаче-источнике;
- В линейных материалах запоминается магнитная проницаемость, которая была задана в качестве свойств метки блока в задаче-источнике.

Целевая задача станет линейной, то есть магнитная проницаемость вещества больше не будет зависеть от рассчитанного магнитного поля.

Запоминание магнитного состояния равносильно фиксации рабочей точки магнитной системы. В результате фиксации появляется возможность определять в целевых задачах дифференциальные собственные и взаимные индуктивности многообмоточных систем, рассчитывая для каждой из обмоток магнитный поток, вызванный действием только одной из обмоток системы.

## **Учет зависимости электропроводности от температуры**

Зависимость электропроводности материала от температуры может быть использована в задачах:

- электрического поля постоянных токов
- нестационарного магнитного поля, и
- магнитного поля переменных токов.

Однако, в текущей версии ELCUT, только для задач магнитного поля переменных токов данные о температуре могут быть

получены из решения тепловой задачи. В остальных задачах априорно известная температура для каждого блока задается константой или формулой от координат и времени.

# Предметный указатель

## 2

2D и 3D задачи 37, 183

## 3

### 3D

- вытягивание 183
- геометрическая модель 186
- двумерный эскиз 182
- задача 181
- импорт
  - окружающая область 185, 191
- импорт 185
- описание задачи 185
- последовательность операций 182
- уровень 187
- уровень, добавить 189
- уровень, изменить 189
- уровень, удалить 190
- экструзия 185

3D вытягивание 37

### 3D задача

- анализ результатов 204
- графики 221
- двумерное сечение 215
- заряд 224
- изображение сетки 210
- изоповерхности 214
- интегральные величины 224
- интегральные значения 205
- интегральный калькулятор 225
- контур 219
- локальные величины 223
- локальные значения поля 205
- множественные сечения 220
- нормаль плоскости сечения 216
- окно результатов расчета 205
- поле векторов 212
- полевой калькулятор 205
- презентации 206, 207
- результаты расчета 206
- решение 204
- сечение плоскостью 217
- сила 225
- скалярная диаграмма 213

скрытие объектов 208

срезы 220

таблицы 222

управление изображением 208

цветные поверхности 211

энергия поля 224

3D импорт 37

### 3D модель

- вид 190, 193
- выделение 197
- вытягивание 187
- граничные условия 204
- импорт 191
- камера 197
- масштабирование 197
- метки 201
- прозрачность 199
- сетка 201, 202
- сечение 200
- скрытие объекта 199
- управление изображением 195
- уровень 188

## А

анимация 128

## Б

блок 46, 234

- и источник тепла 271

- и свойства задачи магнитного поля переменных токов 77

- и свойства задачи магнитостатики 73

- и свойства задачи теории упругости 91

- и свойства задачи теплопередачи 89

- и свойства задачи электрического поля переменных токов 87

- и свойства задачи электрического поля постоянных токов 85

- и свойства задачи электростатики 82

- и электрический заряд 256

- исключение из расчета 74, 91

- копирование 50

- присвоение метки 61

## В

вектор

Пойнтинга 119, 252

величина

комплексная 247

вершина 45, 234

граничное условие 250

и граничное условие 264

и источник тепла 271

и свойства задачи магнитостатики  
76, 81

и свойства задачи нестационарного  
электрического поля 85

и свойства задачи теории упругости  
94

и свойства задачи теплопередачи 91

и свойства задачи электрического  
поля постоянных токов 87

и свойства задачи электростатики 83

и электрический заряд 255

и электрический ток 260

копирование 50

присвоение метки 61

создание 48

удаление 51

шаг дискретизации 47, 62, 64

электрический ток 267

## Г

геометрические объекты

вращение 51

выделение 49

копирование 50

масштабирование 51

перемещение 50

смещение 51

трансформация 51

трансформация симметрии 51

граница

внешняя 234

внутренняя 234

граничное условие 71

второго рода 271

Дирихле 29, 235, 236, 237, 243, 250,  
251, 256, 260, 264, 267

заданная температура 271

конвекция 272

Неймана 29, 235, 236, 237, 242, 243,  
244, 249, 251, 256, 260, 264, 267

нулевого потока 236, 244, 251

перемещение 93, 278

периодическое 94

потенциал, электрический 256, 260,  
267

равная температура 272

равный потенциал 257, 259, 261, 264,  
268

радиация 272

тепловой поток 271

третьего рода 272

упругий подвес 278

граничные условия 267

график 139, 141

во времени 169

вывод в файл 175

копирование 175

обозначения 171

печать 174

## Д

давление 93

деформация 274

плоская 273, 277

температурная 276

термическая 275

джоулево тепло 252, 280, 281

дистанция притяжения 48

диэлектрическая проницаемость 267, 269

## Е

единицы измерения 42

емкость 30

вычисление 136, 178, 258

## З

задача

ввод параметров 71

временные параметры 39

единицы измерения температуры 96  
магнитного поля, нестационарная  
240

магнитного поля, переменных токов  
247

ввод свойств 77

магнитостатики 234

ввод свойств 73

нестационарная, выбор момента  
времени 127

нестационарная, график во времени  
168

нестационарного электрического  
поля

ввод свойств 83

описание 35

осесимметричная 233

осесимметричная 37

плоско-параллельная 233  
 плоско-параллельная 37  
 редактирование 36  
 решение 115  
 связанная, магнитоупругая 282  
 связанная, начальное состояние  
     магнитной задачи 28  
 связанная, термоупругая 92, 282  
 связанная, электротепловая 281  
 связанная, электроупругая 282  
 создание 36  
 структура 35  
 теории упругости 34, 273  
     ввод свойств 91  
     виды полей 123  
     картина поля 126  
 теории упругости, с переносом  
     данных из других задач 280, 282  
 теплопередачи 269  
     ввод свойств 89  
 трехмерная  $\nabla$  181  
 частота 38  
 электрического поля переменных  
     токов  
         ввод свойств 87  
 электрического поля постоянных  
     токов 259  
         ввод свойств 85  
 электростатики 255  
     ввод свойств 82  
 заряд  
     плотность 82  
     электрический 136, 255

## И

изображение  
     копирование 69  
 изотерма 123  
 импеданс 29, 254  
     вычисление 138  
 импорт  
     DXF файла 67  
     данных из других задач 38  
     джоулевы потери в тепловой задаче  
         281  
     магнитное состояние 283  
     магнитные силы в задаче теории  
         упругости 282  
     распределение температуры в задачу  
         теории упругости 282  
     электрические силы в задаче теории  
         упругости 282  
 индуктивность 254  
     вычисление 133, 239  
 индуктор 28

индукция  
     магнитная 118, 234, 238  
     остаточная 237, 245  
 интеграл 139, 142  
 интегральные величины 269  
 источник  
     тепла 31, 271  
     тепла, температурная зависимость  
         89

## К

картина поля 126  
     вывод в файл 175  
     копирование 175  
     масштабирование 127  
     печать 174  
 катушка  
     спиральная 235, 242  
 конвекция 90, 272  
 константа  
     Стефана-Больцмана 272  
 контур  
     редактирование 139  
 координаты  
     декартовы 43  
     полярные 43  
 коэффициент  
     конвекции 272  
     линейного расширения 92, 276, 277  
     поглощения 272  
     поляризации 248, 263  
     Пуассона 276  
     теплоотдачи 272  
 кривая  
     редактирование 249  
 кривая  
     намагничивания 26, 29, 74, 234, 241  
     редактирование 96  
 критерий  
     Друкера-Прагера 93, 122, 279  
     Мизеса 121, 279  
     Мора-Кулона 93, 122, 279  
     Треска 122, 279  
     Хилла 93, 122, 279

## Л

локальные величины 268

## М

магнитное состояние  
     запоминание 280, 283  
 магнитостатика 26

мастер  
емкости 31, 136  
импеданса 138  
индуктивности 133  
материал  
изотропный 275  
ортотропный 26, 275  
метка 45, 46  
ввод свойств 73  
копирование 107  
переименование 107  
присвоение геометрическим  
объектам 61  
создание 73  
удаление 107  
модель  
геометрия 45, 109  
масштабирование 66  
плоскость 233  
создание 46  
трехмерная 181  
модуль  
сдвига 276  
Юнга 276  
момент  
магнитных сил 26, 238, 246, 253, 266  
силы Лоренца 254  
электрических сил 30, 258  
электрической силы 269  
мощность  
активная 269  
потерь 268  
реактивная 269  
тепловыделения 28, 31, 33, 119, 148,  
149, 252, 262

## Н

нагрузка  
давление, гидростатическое 277  
сила 277  
термическая 34, 92, 126, 276  
настройки 177, 227  
напряжение 121  
главное 121, 123, 279  
допустимое 122, 279  
механическое 274  
Мизеса 121, 279  
плоское 273, 279  
тензор 123  
электрическое 77  
напряженность  
магнитного поля 26, 118, 119, 236,  
238, 243, 245, 251, 252  
электрического поля 255, 261, 265,  
268

электрического поля 120  
электрического поля, градиент 120  
нестационарные задачи  
электрическая 266

## О

обмотка  
кольцевая 242, 250  
окно  
документа 24  
задачи 24  
инструментов 24  
расположение 24  
расщепление 25  
свойств 25  
омические потери 120

## П

панель калькулятора 133  
перемещение 121, 274, 279  
граничное условие 93  
плотность тока  
смещения 120  
утечки 120  
поле 61  
возможные виды 122  
задачи теории упругости 123  
источники 71, 241, 260, 267  
картина 122  
линии 123  
локальные значения 130  
магнитное 234  
магнитное, нестационарное 27  
магнитное, однородное внешнее 26,  
236, 243, 250  
магнитное, переменных токов 28  
магнитное, стационарное 26  
магнитное, однородное внешнее 29  
экспорт в файл 176  
электрическое 266  
электрическое, нестационарное 32  
электрическое, переменных токов  
31, 262  
электрическое, постоянных токов 31  
электрическое, стационарное 30  
поляризация 248  
коэффициент 263  
линейная 263  
постоянный магнит 73, 234, 235, 237, 244,  
249  
эквивалентный ток 237, 244  
потенциал  
магнитный 29, 234  
электрический 29, 255



электрический, граничное условие 256

потери

- мощность 120
- проводимости 120

потери в стали 253

поток

- линии 123
- тепловой 34, 90, 273
- тепловой, граничное условие 271

потокосцепление 135, 239, 246

проводимость

- тепловая 33
- электрическая 31

проводник

- изолированный 30, 257
- массивный 250

проводники

- соединенные последовательно 75, 79, 235, 242, 250

проницаемость

- диэлектрическая 30, 82, 120, 255, 257
- магнитная 29, 74, 77, 118, 119, 238, 244, 252

## Р

радиация 90, 272

ребро 45, 234

- граничное условие 250, 264
- и свойства задачи магнитного поля переменных токов 81
- и свойства задачи магнитостатики 76
- и свойства задачи нестационарного электрического поля 84
- и свойства задачи теории упругости 93
- и свойства задачи теплопередачи 90
- и свойства задачи электрического поля переменных токов 88
- и свойства задачи электрического поля постоянных токов 86
- и свойства задачи электростатики 83
- и электрический заряд 256
- источник тепла 271
- копирование 50
- направление 278
- присвоение метки 61
- создание 47, 48
- удаление 51
- электрический ток 260, 267

## С

сверхпроводник 29, 236, 244, 251

свойства

цепь 111

сетка

- видимость 64
- генерация 62
- густота 47
- построение 62
- привязки 66
- удаление 63
- шаг дискретизации 45, 62

сила

- коэрцитивная 73, 234, 237, 244
- Лоренца 119, 252, 254, 282
- магнитная 26, 238, 246, 253, 282
- пондеромоторная 153
- центробежная 277
- электрическая 30, 258, 269, 281, 282

система координат 233

смещение

- электрическое 256, 257

соленоид 26

сопротивление

- электрическое 31, 85, 260, 261

сплайн 234

## Т

таблица 139, 166, 174

- во времени 170

температура 280, 281

- граничное условие 91
- окружающей среды 272
- перепад 126
- поглощающей среды 272

тепловыделение 118

теплопередача 33

теплопроводность 33, 270

- очень высокая 272
- температурная зависимость 89

терминология 24, 45

ток

- вихревой 28, 118, 240, 245, 248, 252
- переменный 28, 247
- плотность 73, 77, 248
- поверхностный 236
- полный 28, 118, 245, 252
- проводимости 268
- реактивный 121
- смещения 268
- сторонний 28, 118, 234, 240, 245, 248, 250, 252

траектории заряженных частиц 171

Трехмерная задача см. 3D:задача

## Ф

фазовый угол 262

## файл

- геометрическая модель (.m3d) 35, 183
- геометрическая модель (.mod) 35
- описание задачи (.pbm) 35
- результат решения (.res) 35
- свойства для задачи нестационарного электрического поля (.dtv) 35
- свойства для задачи упругости (.dsa) 35
- свойства для задачи электрического поля переменных токов (.dec) 35
- свойства для задачи электрического поля постоянных токов (.dcf) 35
- свойства для магнитостатики и задачи нестационарного магнитного поля (.dms) 35
- свойства для переменных токов (.dhe) 35
- свойства для теплопередачи (.dht) 35
- свойства для электростатики (.des) 35

## физические величины 245, 252, 268

- задачи магнитного поля, нестационарного 118
- задачи магнитного поля, переменных токов 118
- задачи магнитостатики 118
- задачи нестационарного электрического поля 120
- задачи температурного поля 273
- задачи теории упругости 121, 278
- задачи теплопередачи 121
- задачи электрического поля, нестационарного 120
- задачи электрического поля, переменных токов 121
- задачи электрического поля, постоянных токов 120
- задачи электрического поля, стационарного 120
- задачи электростатики 120

## Ц

- цветная карта 122
- цветовая шкала 171
- цепь
  - добавление элементов 110
  - редактирование 113
  - свойства 111
  - создание 110
  - терминология 109

## Ч

- частицы 171
- частота 249
  - угловая 247, 262

## Ш

- шаг дискретизации 46

## Э

- экспорт
  - DXF файл 68
  - поля 176
- электрическая постоянная 30
- электропроводность 27, 29, 31, 75, 77, 86, 120, 267, 280
- электростатика 30
- элемент цепи
  - вращение 114
  - перемещение 113
  - удаление 114
- энергия
  - магнитного поля 118, 119, 134, 239, 245, 246, 252, 253
  - потенциальная 121
  - электрического поля 120, 136, 258