

В.В.ПОПОВ, В.В.СУХАНОВ
(Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет)
Л.И.ДРИМАНОВИЧ, П.Н.КАЛАЧИКОВ
(Филиал ОАО «Силовые машины» «Электросила» в Санкт-Петербурге)

РАСЧЕТ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СИНХРОННЫХ ЯВНОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

Введение

В теории электрических машин переменного тока, особенно явнополюсных, широко используется гармонический анализ кривых магнитного поля в зазоре как в режимах холостого хода (магнитное поле обмотки ротора или поле возбуждения, а также магнитные поля обмотки статора или поля продольной и поперечной реакции якоря), так и в режимах нагрузки (результатирующее магнитное поле обмоток ротора и статора).

Процедуры моделирования и расчета магнитных полей в синхронных явнополюсных электрических машинах (СЯЭМ) в режимах холостого хода средствами программного комплекса ELCUT/1/ подробно изложены в статье, которую можно найти на сайте производственного кооператива ТОР /2/.

В настоящей работе излагаются аналогичные процедуры, но применительно к расчету и анализу результирующего магнитного поля СЯЭМ, структура которого, как известно, зависит не только от геометрии магнитной системы и уровня её насыщения, но и от характера и величины нагрузки машины. Последовательность выполняемых процедур иллюстрируется на примере СЯЭМ, работающей в режиме генератора.

Определение исходных данных режима нагрузки

Синхронный явнополюсный генератор (СЯГ) может работать как на сеть, так и на автономную нагрузку. При этом, в обоих случаях режим нагрузки осуществляется, как правило, в соответствии с регулировочной характеристикой генератора [$i=f(I)$ при $U, \cos\varphi, f = const$], которая при пренебрежении активным сопротивлением обмотки статора может быть представлена в относительных единицах следующим образом:

$$\underline{i}(I) = \underline{U} \cos[\theta(I)] + \underline{x}_d I \sin[\theta(I) + \varphi], \quad (1)$$

где угол нагрузки $\theta(I)$ определяется, как

$$\theta(I) = \arctg \frac{\underline{x}_q I \cos \varphi}{\underline{U} + \underline{x}_q I \sin \varphi}, \quad (2)$$

а относительные значения токов и напряжения соответственно равны:

$$\underline{i} = \frac{i}{i_{он}}, \quad \underline{I} = \frac{I_{\phi}}{I_{\phiн}}, \quad \underline{U} = \frac{U_{\phi}}{U_{\phiн}} \quad (3)$$

Предполагается, что синхронные индуктивные параметры x_d и x_q , входящие в выражения (1) и (2) известны. Если сведений об этих параметрах нет, то их можно рассчитать средствами пакета ELCUT следующим образом. Сначала, например для номинального тока обмотки статора, необходимо смоделировать на полюсном делении машины поля продольной и поперечной реакции якоря по методике, изложенной в /2/. Затем, с помощью «Мастера индуктивностей» следует рассчитать на единицу длины машины значения энергий магнитного поля продольных и поперечных токов якоря ($W_{ad}^{(1)}, W_{aq}^{(1)}$). После этого достаточно воспользоваться формулами, которые приводятся ниже без вывода и согласно /3/ имеют следующий вид:

$$x_d = \frac{4p \cdot 2\pi f_n \cdot l_p}{m_\phi \cdot I_{\phi n} \cdot U_{\phi n}} W_{ad}^{(1)}, \quad x_q = \frac{4p \cdot 2\pi f_n \cdot l_p}{m_\phi \cdot I_{\phi n} \cdot U_{\phi n}} W_{aq}^{(1)}, \quad (4)$$

где l_p - расчетная длина машины.

В режиме нагрузки СЯГ положительная ось магнитного поля реакции якоря поворачивается по часовой стрелке относительно положительной оси магнитного поля обмотки ротора (оси d) на геометрический угол α_z , который, при измерении в радианах или градусах, равен:

$$\alpha_z(\underline{I}) = \frac{\frac{\pi}{2} + [\theta(\underline{I}) + \varphi]}{p}, \quad \alpha_z^\circ(\underline{I}) = \frac{90^\circ + [\theta^\circ(\underline{I}) + \varphi^\circ]}{p} \quad (5)$$

Однако, при моделировании результирующего магнитного поля машины с учетом реальной геометрии зубцовой зоны статора, поворот магнитного поля якоря практически возможен лишь на такой угол, который кратен углу, соответствующему зубцовому делению статора. В геометрических радианах или градусах этот угол определяется, как

$$\alpha_{tz} = \frac{2\pi}{z}, \quad \alpha_{tz}^\circ = \frac{360^\circ}{z}, \quad (6)$$

где $z=2ptq$ - число зубцов статора.

Поэтому, число зубцовых делений статора N_{tz} , на которое надо сместить по часовой стрелке относительно оси d ось магнитного поля якоря, будет равно:

$$N_{tz}(\underline{I}) = \frac{\alpha_z(\underline{I})}{\alpha_{tz}} = \frac{\alpha_z^\circ(\underline{I})}{\alpha_{tz}^\circ}$$

или

$$N_{tz}(\underline{I}) = \frac{z}{2\pi p} \left[\frac{\pi}{2} + \theta(\underline{I}) + \varphi \right] = \frac{z}{360^\circ p} [90^\circ + \theta^\circ(\underline{I}) + \varphi^\circ] \quad (7)$$

Если в процессе расчетов окажется, что N_{tz} не целое число, то в первом приближении его следует округлить до ближайшего целого числа.

Выражения (7) позволяют определить диапазон изменения числа N_{tz} при переходе от режима холостого хода ($\underline{I}=0$) к режиму номинальной нагрузки ($\underline{I}=1$). Если теперь построить зависимость $N_{tz}(\underline{I})$ и задаться возможными целочисленными значениями N_{tz} из полученного диапазона, то можно

графически найти относительные значения токов нагрузки \underline{I} , а по регулировочной характеристике (1) рассчитать соответствующие им относительные значения токов возбуждения \underline{i} . Переходя после этого к абсолютным значениям токов $I_\phi = \underline{I} \cdot I_{\phi n}$ и $i = \underline{i} \cdot i_{он}$, легко найти и соответствующие плотности токов в активных проводниках обмоток статора (δ_{np}) и ротора (δ_o). Указанные плотности токов можно также определить путем пропорционального пересчета следующим образом:

$$\delta_{np} = \underline{I} \cdot \delta_{npn} , \quad 0 < \underline{I} < 1 ; \quad \delta_o = \underline{i}(\underline{I}) \cdot \delta_{он} , \quad 1 < \underline{i}(\underline{I}) < \underline{i}_H = \underline{i}(1) , \quad (8)$$

где δ_{npn} - плотность тока в активных проводниках обмотки статора при номинальном токе якоря $I_{\phi n}$; $\delta_{он}$ - плотность тока в активных проводниках обмотки ротора при номинальном токе холостого хода $i_{он}$.

Описанный алгоритм в целях большей точности расчетов можно осуществить и аналитически. Для этого необходимо разрешить выражения (7) относительно тока \underline{I} в функции числа N_{tz} . В частности, с учетом (2), зависимость $\underline{I}(N_{tz})$ будет иметь следующий вид:

$$\underline{I}(N_{tz}) = \frac{\underline{U} \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{2\pi p \cdot N_{tz}}{z} - \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \right]}{x_q \left\{ \cos \varphi - \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{2\pi p \cdot N_{tz}}{z} - \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \right] \right\}} \quad (9)$$

Здесь необходимо отметить, что, как показывает практика расчетов, число целочисленных значений N_{tz} по (7) невелико и может быть получено только при тех значениях тока \underline{I} , которые удовлетворяют условию $0 < \underline{I} < 1$.

Если работа СЯГ под нагрузкой в режиме регулировочной характеристики осуществляется при $\varphi = \varphi_n$ и $U_\phi = U_{\phi n}$, то $\underline{U} = 1$, а зависимости (1),(2) и (7),(9) упрощаются до следующих выражений:

$$\underline{i}(\underline{I}) = \cos[\theta(\underline{I})] + \underline{x}_d \underline{I} \sin[\theta(\underline{I}) + \varphi_n] , \quad \theta(\underline{I}) = \operatorname{arctg} \frac{\underline{x}_q \underline{I} \cos \varphi_n}{1 + \underline{x}_q \underline{I} \sin \varphi_n} \quad (10)$$

$$N_{tz}(\underline{I}) = \frac{z}{2\pi p} \left[\frac{\pi}{2} + \theta(\underline{I}) + \varphi_n \right] = \frac{z}{360^\circ p} [90^\circ + \theta^\circ(\underline{I}) + \varphi_n^\circ] \quad (11)$$

$$\underline{I}(N_{tz}) = \frac{\operatorname{tg} \left[\frac{2\pi p \cdot N_{tz}}{z} - \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_n \right) \right]}{x_q \left\{ \cos \varphi_n - \sin \varphi_n \cdot \operatorname{tg} \left[\frac{2\pi p \cdot N_{tz}}{z} - \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_n \right) \right] \right\}} \quad (12)$$

Таким образом, для моделирования результирующего магнитного поля СЯГ под нагрузкой при помощи программного комплекса ELCUT необходимо задаться режимом и характером нагрузки \underline{I} и φ , а затем рассчитать токораспределение обмоток ротора и статора (8) в соответствии с регулировочной характеристикой генератора (1) и углом нагрузки (2), обеспечив при этом соответствующий поворот на целое число зубцовых делений статора N_{tz} положительной оси магнитного поля реакции якоря относительно положительной оси d магнитного поля обмотки ротора.

Моделирование результирующего магнитного поля СЯГ в режимах нагрузки

Апробация методики моделирования результирующего магнитного поля СЯЭМ в режимах нагрузки в настоящей работе была осуществлена для СЯГ типа ГСТ-1400 конструкции ОАО «Электросила» /4/ при трехфазном исполнении обмотки статора.

Моделирование магнитных полей в поперечном сечении магнитной системы этой машины осуществлялось во всем диапазоне нагрузок от холостого хода и вплоть до номинального режима работы в соответствии с регулировочной характеристикой генератора, которая представлена рис.1. При этом, все режимы нагрузки моделировались в пределах всего поперечного сечения магнитной системы, т.е. на всех $2p$ полюсных делениях машины. Конечной целью работы в первую очередь являлось исследование зависимости величины амплитуды третьей гармоники магнитного поля в зазоре при переходе от режима холостого хода к режиму номинальной нагрузки.

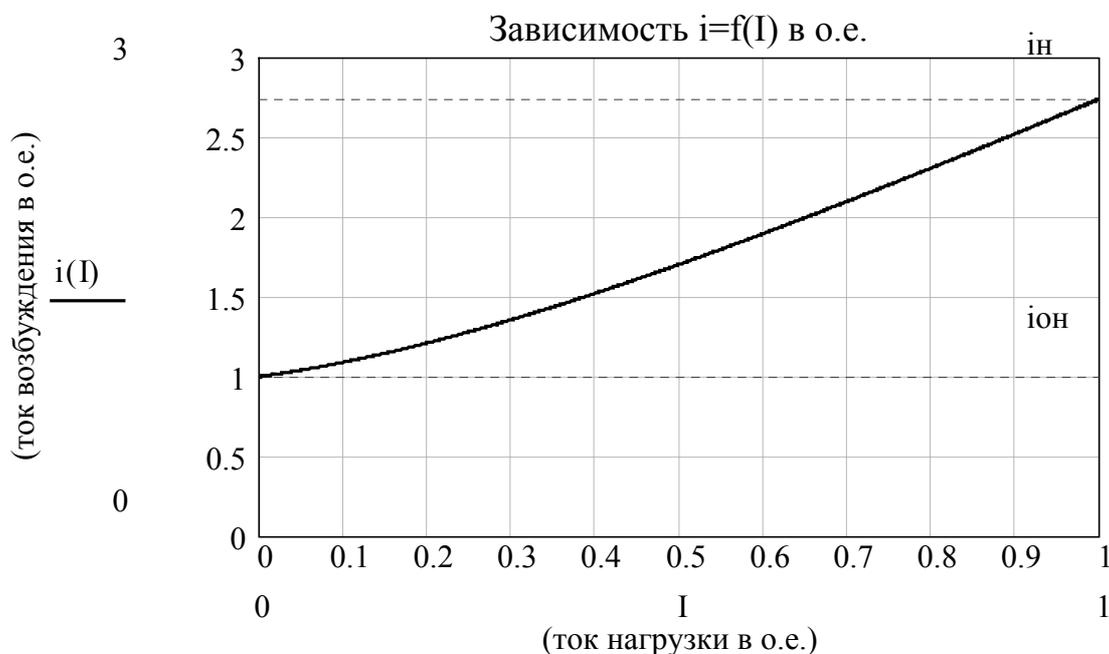


Рис.1. Регулировочная характеристика ГСТ-1400 $i=f(I)$ при $\underline{U}=1$, $\cos\varphi_n=0.95$, $\underline{x}_d=2.3486$, $\underline{x}_q=1.113$.

Расчетная геометрическая модель рассматриваемой машины ($p=6$, $m=3$, $q=4$, $z=2pmq=144$) показана на рис.2. и соответствует конструкции СЯГ типа ГСТ-1400. Геометрические, физические и иные необходимые свойства этой модели можно найти в соответствующих файлах задач магнитостатики пакета ELCUT, которые прилагаются к настоящей статье и сгруппированы по признаку режима нагрузки. Принятое токораспределение обмоток ротора и статора максимально возможно учитывает реальные конструктивные особенности обмоток и рассчитано в соответствии с методикой настоящей статьи и /2/. Результаты такого расчета в относительных и абсолютных единицах и в зависимости от режима нагрузки приведены в таблице 1.

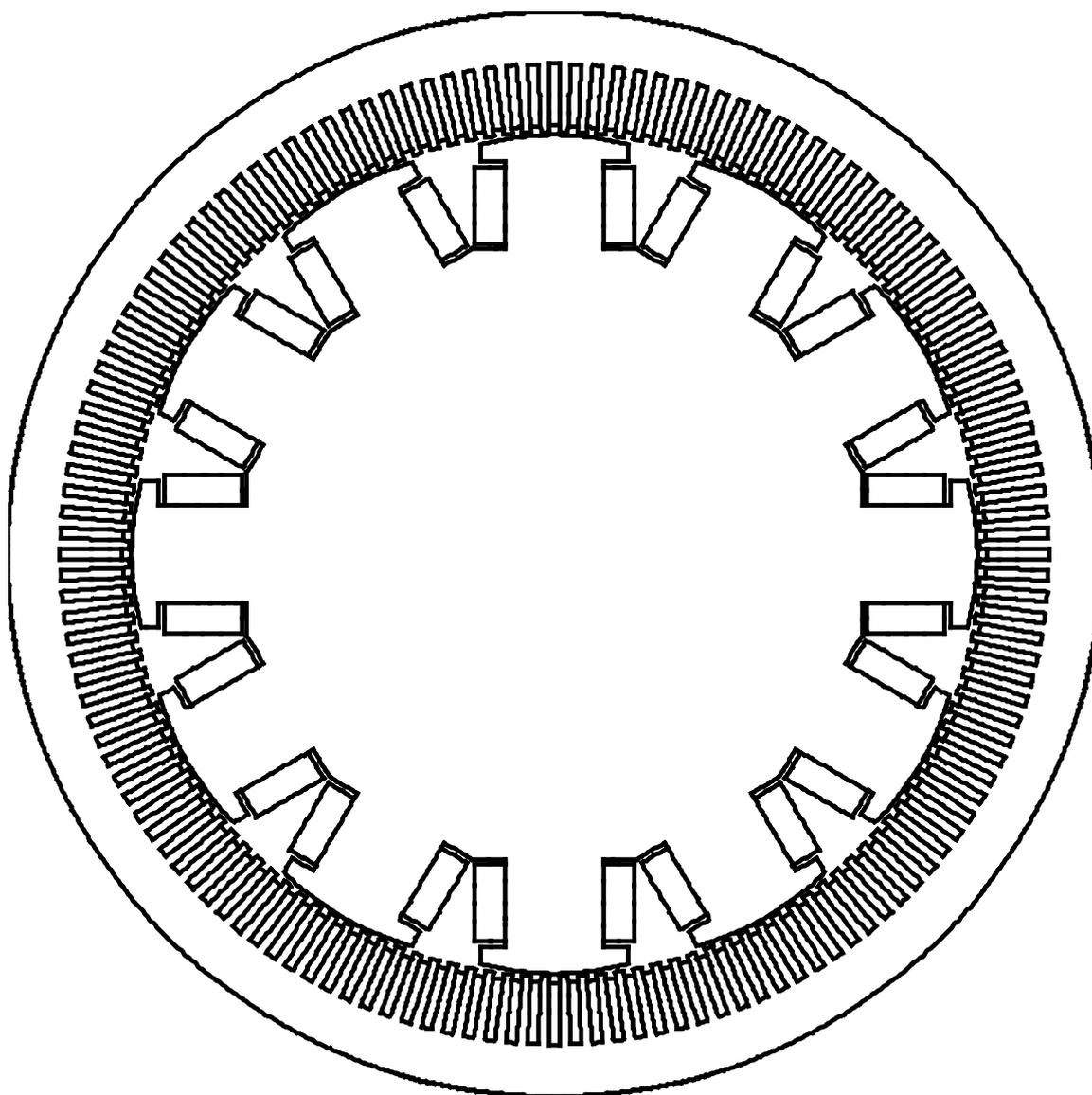


Рис. 2. Геометрическая модель поперечного сечения ГСТ-1400.

Таблица 1

Регулировочная характеристика ГСТ-1400				
\underline{i}	1	1.211	1.897	2.741
\underline{I}	0	0.2	0.6	1
N_{Iz}	-	7.959 \approx 8	9.059 \approx 9	9.754 \approx 10
Метки обмоток	Расчетные значения плотностей токов в обмотке возбуждения и пазах статора (А/м ²)			
Обмотка ротора				
+ОВ	1029100	1246240	1952200	2820760
-ОВ	-1029100	-1246240	-1952200	-2820760
Обмотка статора				
ОС1	0	480800	1442400	2404000
ОС2	0	360600	1081800	1803000
ОС3	0	240400	721200	1202000
ОС-0	0	0	0	0
-ОС3	0	-240400	-721200	-1202000
-ОС2	0	-360600	-1081800	-1803000
-ОС1	0	-480800	-1442400	-2404000

Положительная ось магнитного поля реакции якоря проходит через середину паза, где плотность тока равна нулю (метка ОС-0 в таблице 1).

В качестве примеров для генератора ГСТ-1400 на рис.3 и рис.4 приведены картины магнитных полей в режимах холостого хода ($\underline{I}=0$) и номинальной нагрузки ($\underline{I}=1$), а на рис.5 для тех же режимов работы представлены кривые распределения радиальной составляющей магнитной индукции B_r в функции тангенциальной координаты x на уровне середины минимального зазора. Зависимости на рис.5 получены как результат обработки данных моделирования в среде Mathcad /5/ путем интерполяции исходных, таблично заданных, кривых поля кубическими сплайнами. В дальнейшем они представляются гармоническим рядом Фурье /6/ вплоть до гармоник первого зубцового порядка. При этом, для обеспечения необходимой точности расчетов, особенно гармоник зубцового порядка, при табличном задании функции $B_r(x)$ следует позаботиться о том, чтобы на зубцовом делении по координате x было задано, если это возможно, не менее 3-5 значений B_r .

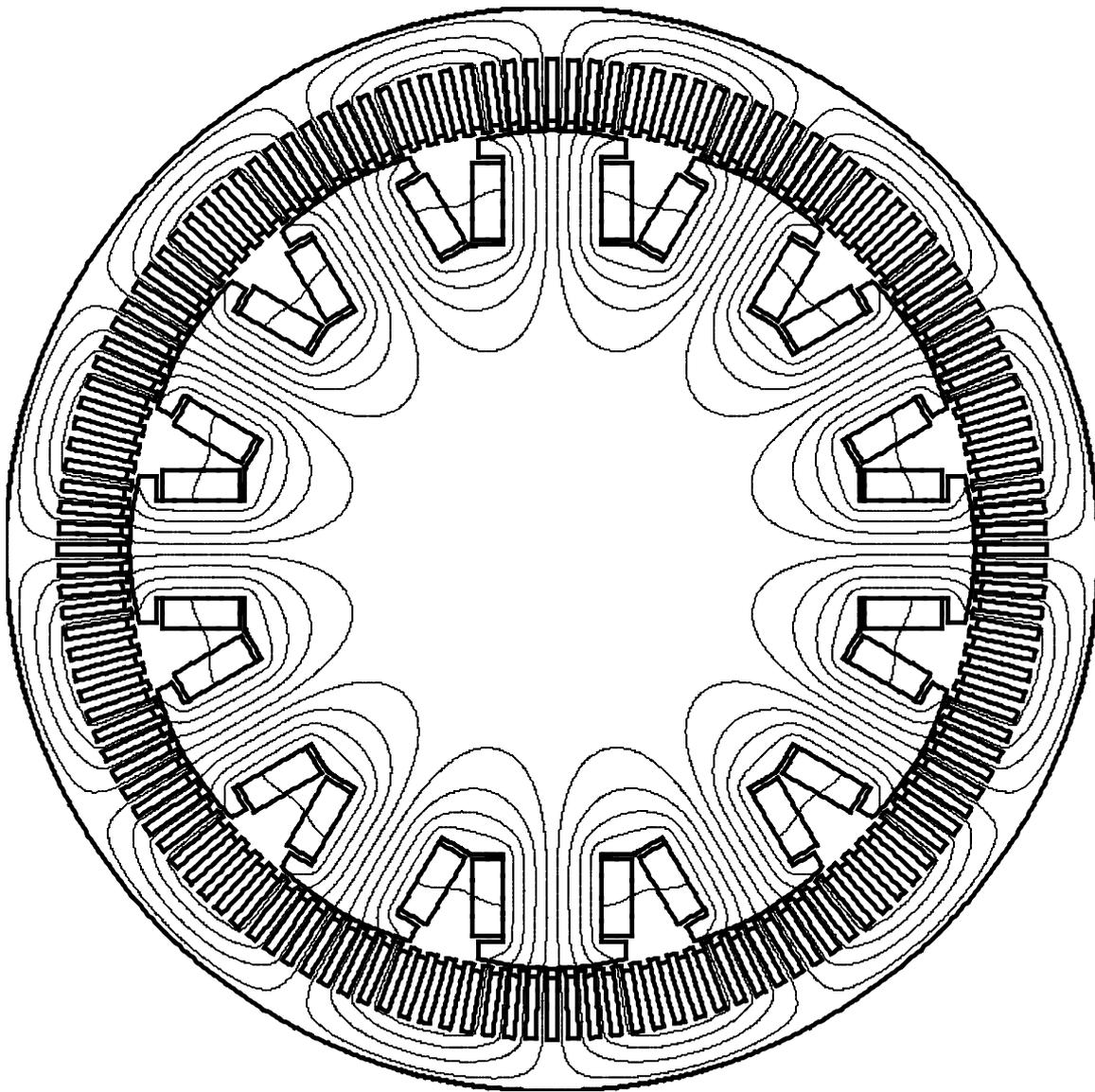


Рис. 3. Картина магнитного поля в поперечном сечении магнитной системы генератора ГСТ-1400 в режиме холостого хода.

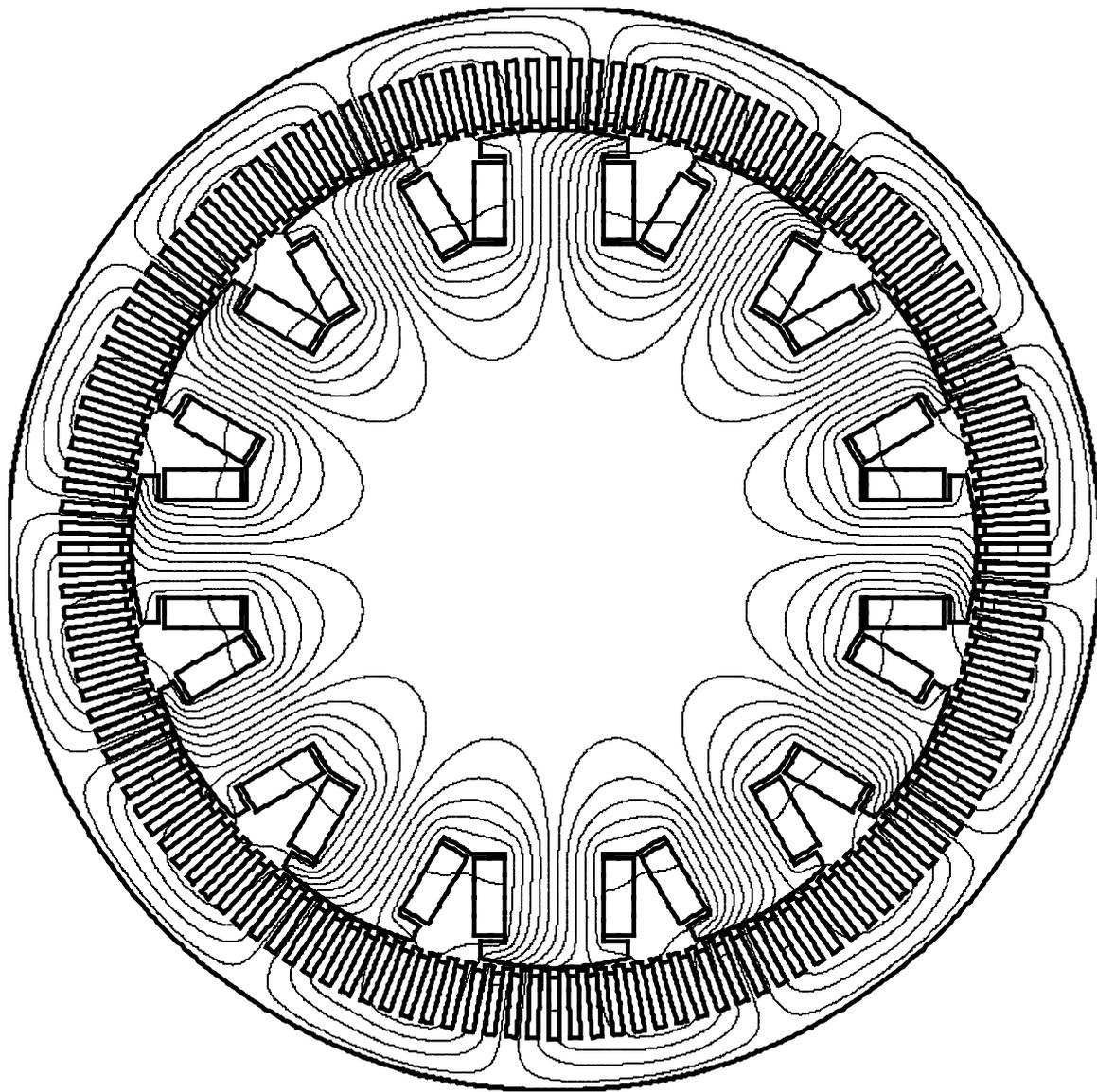


Рис. 4. Картина магнитного поля в поперечном сечении магнитной системы генератора ГСТ-1400 в режиме номинальной нагрузки.

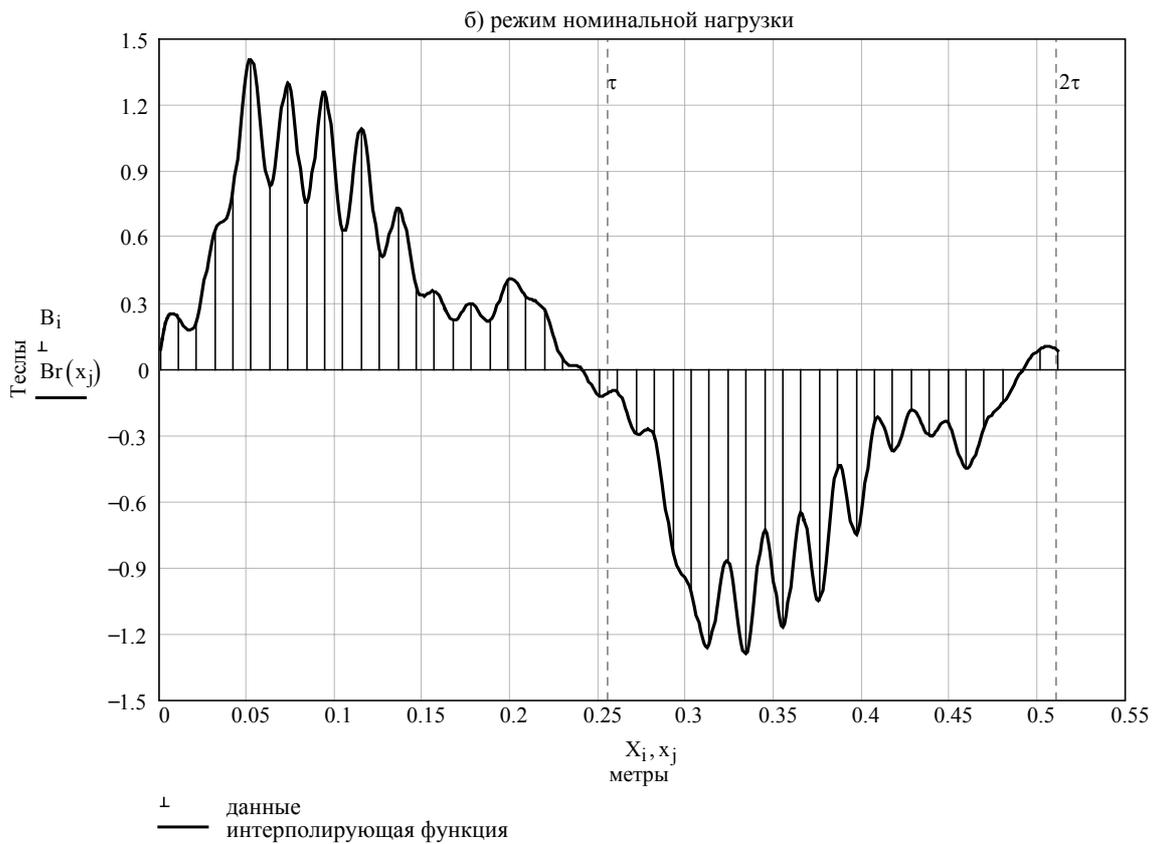
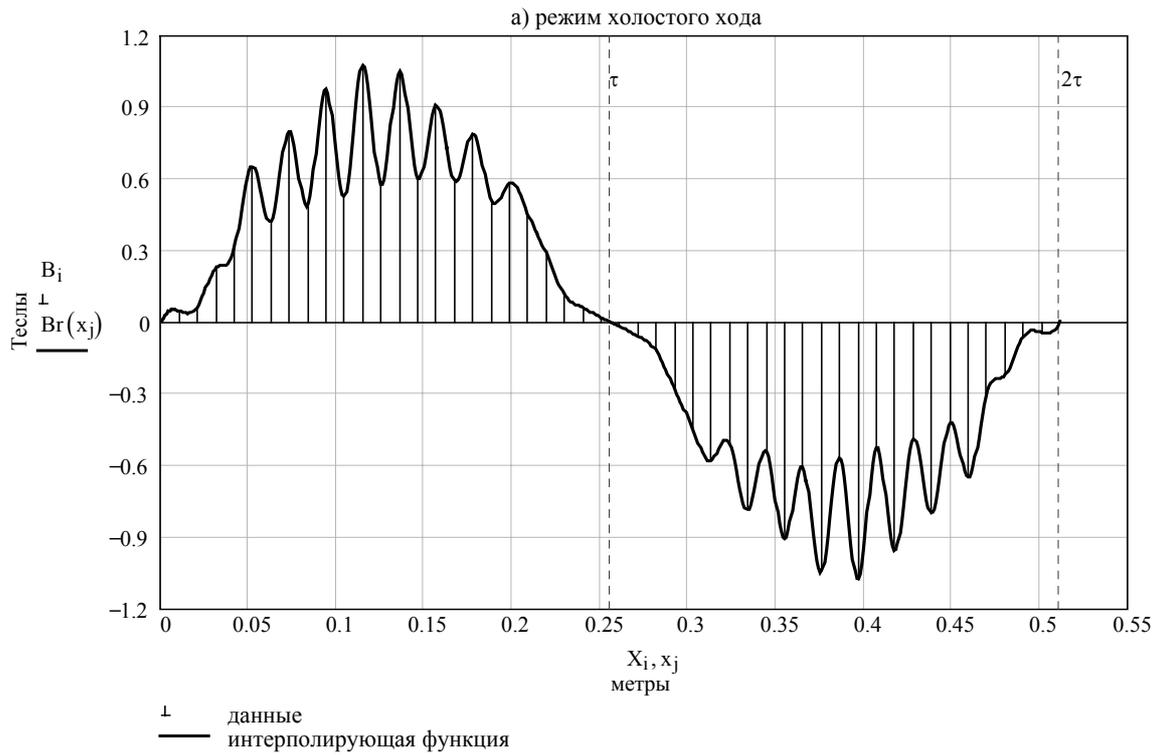


Рис. 5. Кривые распределения радиальной составляющей магнитной индукции $B_r(x)$ на уровне середины минимального зазора.

Гармонический анализ кривых магнитного поля в зазоре машины

При гармоническом анализе кривых магнитного поля в зазоре машины, исходя из распределения радиальной составляющей магнитной индукции $B_r(x)$, которое показано на рис.5-б необходимо учитывать, что функция $B_r(x)$ не является четной или нечетной, хотя она по-прежнему симметрична относительно оси абсцисс. Поэтому разложение такой функции в ряд Фурье будет содержать как косинусные, так и синусные n -е гармоники нечетного порядка с нулевыми начальными фазами, т.е.:

$$B_r(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(B_{nc} \cos \frac{n\pi x}{\tau} + B_{ns} \sin \frac{n\pi x}{\tau} \right), \quad (13)$$

где амплитуды косинусных и синусных гармоник B_{nc} и B_{ns} определяются, как

$$B_{nc} = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} B_r(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx = B_c(n), \quad (14)$$

$$B_{ns} = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} B_r(x) \sin \frac{n\pi x}{\tau} dx = B_s(n) \quad (15)$$

Однако, для практических расчетов ряд Фурье в виде (13) неудобен, так как требует дважды вычислять тригонометрические функции. В этом смысле более удобной является запись, когда разложение функции в ряд Фурье содержит только синусные или только косинусные гармоники, но с начальными фазами, отличными от нуля. Разложения такого рода, как известно, имеют следующий вид /6/:

$$B_r(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(s)} \sin \left(\frac{n\pi x}{\tau} + \beta_{ns} \right), \quad (16)$$

$$B_r(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(c)} \cos \left(\frac{n\pi x}{\tau} - \beta_{nc} \right), \quad (17)$$

где амплитуды $B_n^{(s)}$, $B_n^{(c)}$ и начальные фазы β_{ns} , β_{nc} соответственно равны:

$$B_n^{(s)} = |B_{ns} + jB_{nc}| = \sqrt{B_{ns}^2 + B_{nc}^2}, \quad \beta_{ns} = \arg(B_{ns} + jB_{nc}) = \arctg \frac{B_{nc}}{B_{ns}}, \quad (18)$$

$$B_n^{(c)} = |B_{nc} + jB_{ns}| = \sqrt{B_{nc}^2 + B_{ns}^2}, \quad \beta_{nc} = \arg(B_{nc} + jB_{ns}) = \arctg \frac{B_{ns}}{B_{nc}} \quad (19)$$

Из последних выражений в силу того, что $B_n^{(s)} = B_n^{(c)}$ и $\beta_{ns} + \beta_{nc} = \frac{\pi}{2}$, следует идентичность разложений (16),(17) и выбор одного из них определяется лишь соображениями удобства. Поэтому, с учетом (14),(15) вместо (16),(17) можно записать:

$$B_r(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \left(\frac{n\pi x}{\tau} + \beta_{ns} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \cos \left(\frac{n\pi x}{\tau} - \beta_{nc} \right), \quad (20)$$

где амплитуда и начальные фазы соответственно равны:

$$B_{mn} = \sqrt{B_c^2(n) + B_s^2(n)} = B_m(n), \quad (21)$$

$$\beta_{ns} = \arctg \frac{B_c(n)}{B_s(n)} = \beta_s(n) \quad , \quad \beta_{nc} = \arctg \frac{B_s(n)}{B_c(n)} = \beta_c(n) \quad (22)$$

Для оценки и удобства сравнения амплитуд высших гармоник магнитной индукции их значения целесообразно представить в относительных единицах, выбрав при этом в качестве базисной величины амплитуду первой гармоники B_{m1} . Тогда, все высшие гармоники в относительных единицах будут равны:

$$\underline{B}_{mn} = \frac{B_{mn}}{B_{m1}} = \frac{B_m(n)}{B_m(1)} \quad (23)$$

Основные результаты моделирования и гармонического анализа магнитного поля при неравномерном зазоре и трехфазном исполнении обмотки статора СЯГ типа ГСТ-1400, полученные в соответствии с вышеизложенными методиками расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2

Режим нагрузки по регул-ной характ-ке		Амплитуды гармоник радиальной составляющей магнитной индукции на уровне середины минимального зазора в абсолютных и относительных единицах					
		$n=1$	$n=3$	$n=5$	$n=7$	$n_{z(-)}=23$	$n_{z(+)}=25$
		B_{m1}	$B_{m3}/\underline{B}_{m3}$	$B_{m5}/\underline{B}_{m5}$	$B_{m7}/\underline{B}_{m7}$	$B_{m23}/\underline{B}_{m23}$	$B_{m25}/\underline{B}_{m25}$
i	\underline{I}	Тл	Тл /о.е.	Тл /о.е.	Тл /о.е.	Тл /о.е.	Тл /о.е.
1	0	0.801	0.034/0.043	0.041/0.051	0.046/0.058	0.089/0.111	0.063/0.079
1.211	0.2	0.822	0.08/0.098	0.054/0.066	0.05/0.06	0.089/0.108	0.065/0.079
1.897	0.6	0.881	0.189/0.214	0.064/0.072	0.067/0.076	0.09/0.102	0.07/0.079
2.741	1	0.866	0.266/0.307	0.019/0.022	0.107/0.124	0.08/0.092	0.07/0.081

Из таблицы 2 следует, что амплитуда основной гармоники магнитной индукции при переходе от режима холостого хода к режиму номинальной нагрузки изменяется незначительно, имея при нагрузке по току якоря $\underline{I}=0.6$ небольшой максимум. Наоборот, амплитуда третьей гармоники поля в зазоре при тех же условиях монотонно возрастает, увеличиваясь более чем в семь раз.

Следует отметить, что все результаты расчета, касающиеся основной и третьей гармоник поля в зазоре, хорошо согласуются с аналогичными данными, приведенными в /4/.

Амплитуды пятой и седьмой гармоник магнитной индукции ослаблены, а характер их изменения похож на характер изменения первой и третьей гармоник соответственно. Высшие гармоники поля, обозначенные в таблице 2 через $n_{z(-)}=23$ и $n_{z(+)}=25$ являются гармониками первого зубцового порядка, номер которых определяется, как $n_z=2mq \pm 1$. Величина амплитуд этих гармоник практически не зависит от режима нагрузки и соизмерима со значениями амплитуд пятой и седьмой гармоник.

Более полные и подробные результаты расчетов можно найти в соответствующих файлах задач, которые прилагаются к тексту настоящей статьи и организованы следующим образом. Для каждого из четырех рассмотренных режима работы машины заведена своя «папка», которая содержит три типа файлов. Это, прежде всего, Elcut-файлы, затем Word-файлы и Mathcad-файлы. Elcut-файлы содержат необходимые сведения о задаче, её геометрической модели и физических свойствах задачи и модели. В Word-файлы помещена информация из решения полевых задач, которая требуется для гармонического анализа кривых поля в зазоре машины. Это - таблично заданное распределение радиальной составляющей магнитной индукции $B_r(x)$ на уровне середины минимального воздушного зазора. В Mathcad-файлах осуществляется процесс непосредственного расчета гармонического состава исходных кривых магнитного поля в зазоре и его графического представления на двойном полюсном делении машины.

Заключение

В процессе реализации целей и задач, поставленных в настоящей статье, рассмотрены важные для практики электромашиностроения вопросы расчета и анализа магнитных полей в синхронных явнополюсных электрических машинах специального назначения.

В целом они сводятся к следующим положениям:

1. В магнитостатическом приближении в среде программного комплекса ELCUT смоделированы двумерные краевые задачи расчета результирующего магнитного поля в поперечном сечении синхронного явнополюсного генератора. Постановка и решение указанных задач позволяет учитывать реальную геометрию магнитной системы, действительное токораспределение обмоток ротора и статора, а также нелинейные свойства ферромагнитных сердечников.
2. Разработана методика определения исходных данных и параметров режима нагрузки в соответствии с регулировочной характеристикой генератора, позволяющая рассчитывать и анализировать результирующее магнитное поле в широком диапазоне нагрузок, начиная от режима холостого хода и вплоть до номинальной нагрузки машины.
3. В среде вычислительного пакета Mathcad разработана и реализована методика гармонического анализа кривых магнитного поля в зазоре машины на основе распределения радиальной составляющей магнитной индукции, полученного из решения полевой задачи.

Апробация разработанных методик исследования и расчета осуществлена на примере синхронного явнополюсного генератора типа ГСТ-1400. Сопоставление результатов расчета важнейших характеристик машины, полученных на основе моделирования полей, с заводскими методиками расчета показало их хорошее совпадение.

Список использованных источников

1. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.1. Руководство пользователя.-СПб.: Производственный кооператив ТОР, 2003.-249 с.
2. Суханов В.В. Расчет магнитных полей в синхронных явнополюсных электрических машинах.-СПбГПУ.: кафедра «Электрические машины», 2002.-12с.- <http://www.tor.ru/elcut/articles/sukhanov/jasm.htm>.
3. Вольдек А.И. Зависимость между энергией магнитного поля и индуктивностями многофазных обмоток.-Труды ЛПИ № 241.- Л., 1964,- с.18-22.
4. Записка расчетная и обмоточная. № ОБС.251.675. ГСТ-1400-12УХЛ2. ОАО «Электросила».
5. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс.-СПб.: Питер, 2003.-448с.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.-М.: Наука, 1978.-832 с.