

В.В.СУХАНОВ  
(СПГПУ, кафедра «Электрические машины»)

## РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В СИНХРОННЫХ ЯВНОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

### 1. Основные допущения и предположения

Основные процессы электромеханического преобразования энергии в синхронной электрической машине происходят в ее центральной части, где магнитные поля обмоток ротора и статора являются вращающимися и носят, как правило, двухмерный характер. Однако, пространственное распределение этих полей в значительной степени зависит от геометрической конфигурации магнитной системы, токораспределения обмоток и нелинейных свойств ферромагнитных материалов. При исследовании и расчете таких полей на основе полевых постановок электромагнитных задач целесообразно принять следующие основные допущения и предположения:

- магнитные поля обмоток ротора и статора плоскопараллельны и рассматриваются в поперечном сечении магнитной системы машины в координатах, жестко связанных с синхронно-вращающимся ротором;
- ферромагнитные сердечники ротора и статора представляются средами с нелинейными, но изотропными свойствами;
- магнитные поля ротора и статора, а также определяемое режимом нагрузки их результирующее магнитное поле, не выходят за пределы наружной поверхности ферромагнитного сердечника статора;
- действительное токораспределение обмоток ротора и статора заменяется расчетным с сохранением реальной геометрической конфигурации обмоток и реальных значений их намагничивающих сил.

При перечисленных допущениях задачи расчета магнитных полей в поперечном сечении машины можно свести к задачам нелинейной магнитостатики, а само поле целесообразно определять через векторный магнитный потенциал, который в рассматриваемом случае однокомпонентен и имеет единственную осевую составляющую.

### 2. Уравнения поля и граничные условия

Расчетная геометрическая модель магнитной системы в поперечном сечении синхронной явнополюсной электрической машины (СЯЭМ) представлена на рис.1 и содержит три типа однородных сред. Во-первых, это области ферромагнитных сердечников ротора и статора, во-вторых, это области немагнитного зазора и межполюсного пространства и, в-третьих, это немагнитные области, занятые токами обмоток ротора и статора. Для каждой из них уравнение для векторного потенциала имеет свою форму записи.

Конфигурация магнитной системы восьмиполусной СЯЭМ

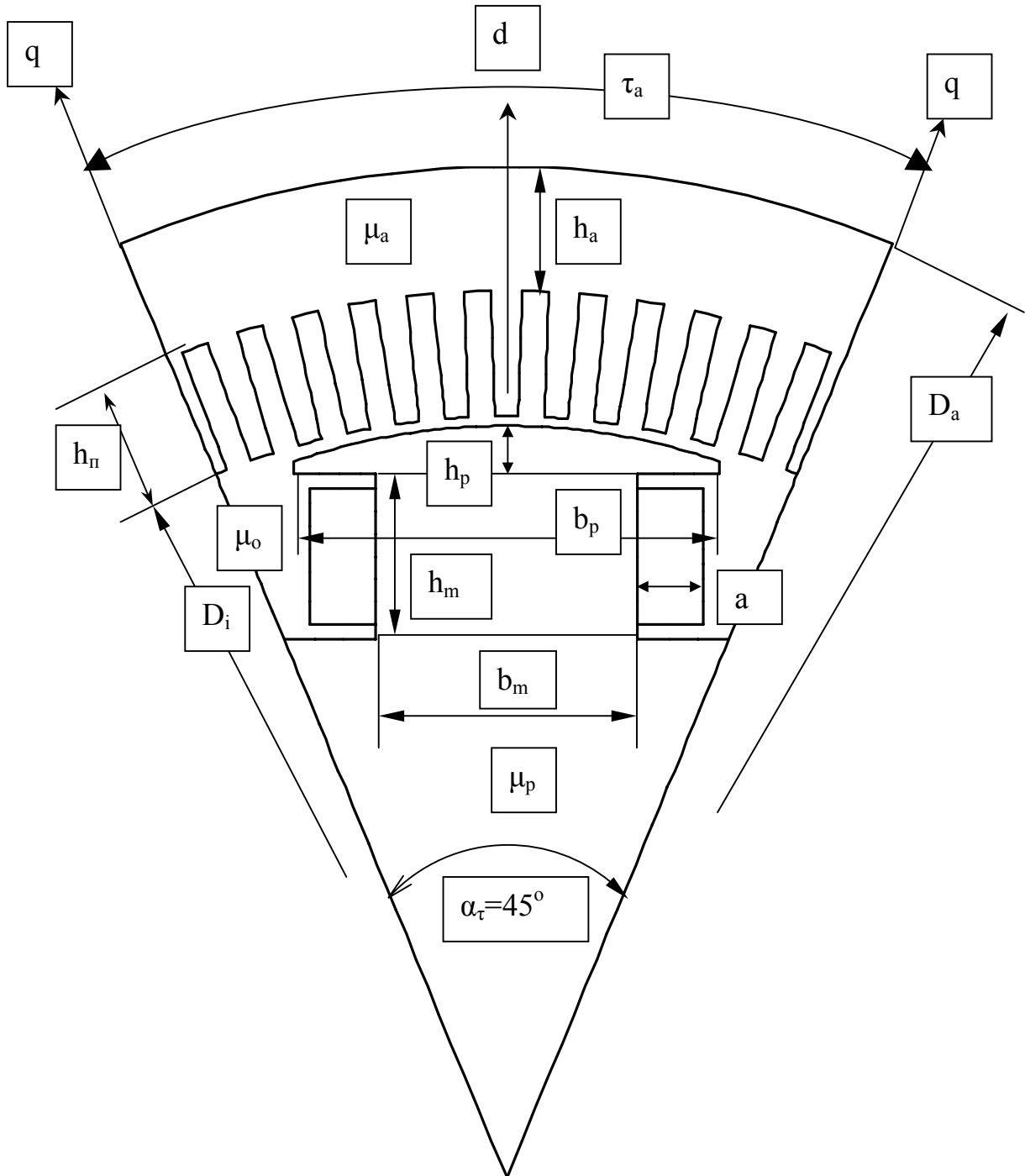


Рис.1.

В областях ферромагнитных сердечников с нелинейной зависимостью магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля уравнение для векторного потенциала в прямоугольной системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0, \quad (1)$$

где

$$A = A_z, \quad \mu = \mu(H)$$

В области немагнитного зазора и межполюсного пространства  $\mu = \mu_0 = const.$  При этом, уравнение (1) для векторного потенциала  $A$  упрощается и записывается как:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

В немагнитных областях с токами обмоток ротора или статора, уравнение для  $A$  становится неоднородным и принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu_0 \delta(x, y) \quad (3)$$

где  $\delta(x, y)$ -расчетная плотность стороннего тока обмотки ротора или статора.

Граничные условия, необходимые для решения системы уравнений (1)-(3), задаются, исходя из физических условий существования магнитного поля на внешних границах расчетной области. При отдельном рассмотрении магнитных полей обмотки ротора (поле возбуждения в режиме холостого хода) и обмотки статора (поле продольной или поперечной реакции якоря) расчетная область, исходя из условий симметрии поля и магнитной системы, может быть ограничена областью половины полюсного деления машины, заключенной между осями  $d$  и  $q$  (см. рис.1).

Можно показать, что граничные условия для векторного магнитного потенциала  $A$  при решении системы уравнений (1)-(3) должны быть следующими:

- при расчете любого поля на внешней поверхности ферромагнитного сердечника статора векторный потенциал равен нулю ( $A=0$ );
- при расчете поля возбуждения и поля продольной реакции якоря на продольной оси  $d$  векторный потенциал  $A=0$ , а на поперечной оси  $q$  нормальная производная от векторного потенциала равна нулю ( $dA/dn=0$ );
- при расчете поля поперечной реакции якоря на оси  $d$  производная  $dA/dn=0$ , а на оси  $q$  функция  $A=0$ .

В режимах нагрузки СЯЭМ ось магнитного поля реакции якоря располагается между осями симметрии магнитной системы машины (оси  $d, q$ ).

Поэтому, ось результирующего магнитного поля обмоток ротора и статора не будет совпадать ни с осью  $d$ , ни с осью  $q$ . В рассматриваемом случае для расчета такого поля неприменим и метод наложения в силу нелинейности магнитной системы. В результате, расчет магнитного поля СЯЭМ при заданном режиме нагрузки следует вести в плоскости всего поперечного сечения магнитной системы машины или, что то же самое, в пределах всех  $2p$  полюсных делений.

### 3. Токораспределение обмоток ротора и статора

#### 3.1. Явнополюсная обмотка ротора

Расчетное значение плотности тока в правой части уравнения (3) при моделировании магнитного поля обмотки ротора можно представить следующим образом:

$$\delta(x, y) = \frac{i_o w_e}{a_r S_k} = \delta_o = const, \quad (4)$$

где  $i_o$ -ток возбуждения в режиме холостого хода;  $w_e$ -число витков обмотки ротора на один полюс;  $a_r$ -число параллельных ветвей обмотки ротора;  $S_k$ -односторонняя площадь сечения катушки полюса, которая определяется как суммарная площадь сечения всех витков на один полюс с учетом межвитковой изоляции.

#### 3.2. Трехфазная обмотка статора

Токораспределение трехфазной двухслойной обмотки переменного тока для произвольно-заданного момента времени определяется мгновенными значениями токов в активных проводниках обмотки. При этом, расчетные значения плотностей токов в активных проводниках, которые необходимо задать в уравнении (3) при моделировании магнитного поля якоря, можно представить следующим образом:

$$\delta(x, y) = \frac{I_{np}(i, k)}{S_{np}} = \delta_{np}(i, k), \quad (5)$$

где  $I_{np}(i, k)$ -мгновенное значение тока параллельной ветви в активном проводнике обмотки статора в зависимости от номера слоя ( $i$ ) и номера паза ( $k$ ) в пределах моделируемого участка обмотки;  $S_{np}$ -расчетное сечение активного проводника обмотки с учетом корпусной изоляции.

Конкретные значения токов  $I_{np}(i, k)$  находятся из векторной диаграммы токов в фазных зонах, которые при шестизонной обмотке с углом фазной зоны

$\alpha_\phi=60$  электрических градусов чередуются, как известно, в последовательности *AZBXCУ*. Такая векторная диаграмма в виде симметричной шестилучевой звезды изображена на рис.2 и соответствует моменту времени, когда ток параллельной ветви в обоих слоях фазной зоны *A* максимален и равен своему амплитудному значению. При этом мгновенные значения токов во всех остальных фазных зонах определяются как проекции соответствующих векторов на вертикальную ось (направление вектора  $I_A$ ). Их конкретные значения в долях амплитуды тока параллельной ветви также приведены на рис.2.

Далее, для выбора моделируемого участка обмотки, необходимо в соответствии с обмоточными данными произвести распределение фазных зон по слоям обмотки и пазам сердечника статора на двойном полюсном делении машины. Затем, следует построить ступенчатую кривую намагничивающей силы и определить по ней оси симметрии магнитного поля обмотки якоря. Связав эти оси с заранее принятой нумерацией пазов и с осями *d,q* ротора, можно найти участок обмотки с уже известными токами в активных проводниках, по которым согласно (5) рассчитывается плотность тока  $\delta_{np}(i,k)$  для моделирования магнитного поля как продольной, так и поперечной реакции якоря.

Все вышесказанное и в соответствии с данными рис.2 проиллюстрировано графически на рис.3. Максимальное значение ступенчатой кривой на рис.3, равное сумме токов  $I_{np}(i,k)$  между осями *d,q*, представляет собой величину намагничивающей силы обмотки статора на один полюс. Она равна:

$$F_{max}^{(3\phi)} = \sum_{i,k} I_{np}(i,k) = 2 \cdot 2I_{am} + 4 \cdot I_{am} = 8 \cdot I_{am}, \quad (6)$$

где  $i=1,2; k=1,\dots,6; I_{am}=\sqrt{2}I_a$ -амплитудное значение тока параллельной ветви.

При диаметральном шаге обмотки верхний и нижний слои обмотки не смещены друг относительно друга. Поэтому, вместо более общего выражения (5) для обмотки с диаметральным шагом можно записать:

$$\delta_n^{(\kappa)} = \frac{I_n^{(\kappa)}}{S_n} = \frac{2 \cdot I_{np}^{(\kappa)}}{2 \cdot S_{np}} = \frac{I_{np}^{(\kappa)}}{S_{np}}, \quad (7)$$

где  $\delta_n^{(\kappa)}, I_n^{(\kappa)}$ -расчетная плотность тока и объем тока в  $\kappa$ -том пазу;  $I_{np}^{(\kappa)}$ -ток активного проводника в  $\kappa$ -том пазу;  $S_n$ -сечение паза, занятое обмоткой.

На рис.3 в пределах половин полюсных делений показано также два различных положения явнополюсного ротора по отношению к ступенчатой кривой намагничивающей силы обмотки статора. Одно из них, условно обозначенное как «*d*-поле» (пазы статора 1-6), соответствует расчетной схеме

магнитной системы машины для моделирования поля продольной реакции якоря. Второе положение ротора, обозначенное как « $q$ -поле» (пазы статора 7-12), соответствует расчетной схеме магнитной системы машины для моделирования поля поперечной реакции якоря. Значения токов в пазах для этих двух случаев представлены в таблицах 2 и 3.

Таблица 2

Токораспределение трехфазной обмотки статора при моделировании магнитного поля продольной реакции якоря (d-поле)		
№ пазы от магнитной оси фазы А-Х	Обозначение пазы по типу модели поля	Объем тока в пазу $I_{п}^{(к)}$ ,
1	1-d	$I_{ам}$
2	2-d	$I_{ам}$
3	3-d	$I_{ам}$
4	4-d	$I_{ам}$
5	5-d	$2I_{ам}$
6	6-d	$2I_{ам}$

Таблица 3

Токораспределение трехфазной обмотки статора при моделировании магнитного поля поперечной реакции якоря (q-поле)		
№ пазы от магнитной оси фазы А-Х	Обозначение пазы по типу модели поля	Объем тока в пазу $I_{п}^{(к)}$
7	1-q	$2I_{ам}$
8	2-q	$2I_{ам}$
9	3-q	$I_{ам}$
10	4-q	$I_{ам}$
11	5-q	$I_{ам}$
12	6-q	$I_{ам}$

Если магнитное поле обмотки статора моделируется на полюсном делении машины, то для получения соответствующих токораспределений на второй половине полюсного деления необходимо:

- для модели поля продольной реакции якоря токораспределение, представленное в таблице 2, отобразить относительно оси  $d$  явнополюсного ротора по правилам антисимметрии;
- для модели поля поперечной реакции якоря токораспределение, представленное в таблице 3, отобразить относительно оси  $d$  явнополюсного ротора по правилам симметрии.

### 3.3. Шестифазная обмотка статора

Шестифазная обмотка переменного тока является сочетанием на одном сердечнике двух одинаковых трехфазных обмоток, которые смещены относительно друг друга на угол в 30 электрических градусов и отличаются от обычных обмоток только тем, что на каждом полюсном делении каждая фазная зона занимает угол не в 60 электрических градусов, а только в 30. Такую обмотку можно получить из обычной трехфазной обмотки с целым и четным  $q$  путем расщепления каждой фазы на две с числом  $q' = q/2$ . Если при этом число параллельных ветвей  $a'$  в каждой фазе шестифазной обмотки будет в два раза меньше числа параллельных ветвей  $a$  исходной трехфазной обмотки, то можно показать, что амплитуды первых гармоник намагничивающих сил шестифазной и трехфазной обмоток будут одинаковыми, т.е.:

$$F_{1m}^{(3\phi)} = F_{1m}^{(6\phi)} \quad (8)$$

Однако, гармонический состав по высшим гармоникам у этих обмоток различен. В частности, ступенчатая кривая распределения намагничивающей силы у шестифазной обмотки имеет более плавный характер и, следовательно, ближе к синусоиде, нежели аналогичная кривая у трехфазной обмотки. Поэтому, токораспределение по пазам шестифазной обмотки, при всех прочих равных условиях, будет несколько отличаться от токораспределения исходной трехфазной обмотки.

Чередование фазных зон в каждом слое шестифазной обмотки имеет следующий порядок:

$$A1A2-Z1Z2-B1B2-X1X2-C1C2-Y1Y2,$$

а фазные токи обеих звезд ( $I_{A1\phi}$ ,  $I_{A2\phi}$  и т.д.) по своему значению равны току параллельной ветви  $I_a$  исходной трехфазной обмотки.

По аналогии с предыдущим разделом векторная диаграмма токов и их значения в слоях фазных зон шестифазной обмотки переменного тока с диаметральной шагом представлены на рис.4. Они соответствуют моменту времени, когда мгновенные значения токов в фазах  $A1-X1$  и  $A2-X2$  обеих звезд максимальны и одинаковы. Токораспределение по пазам, ступенчатая кривая распределения намагничивающей силы, а также расчетные схемы магнитной цепи, соответствующие рис.4, показаны на рис.5, где

$$F_{max}^{(6\phi)} = 2 \cdot 1.932 \cdot I_{am} + 2 \cdot 1.414 \cdot I_{am} + 2 \cdot 0.518 \cdot I_{am} = 7.728 \cdot I_{am} \quad (9)$$

Плотности токов в пазах для шестифазной обмотки определяются точно также, как и для трехфазной обмотки. Их значения для половины полюсного деления машины приведены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4

Токораспределение шестифазной обмотки статора при моделировании магнитного поля продольной реакции якоря (d-поле)		
№ паза от магнитной оси фаз A1A2-X1X2	Обозначение паза по типу модели поля	Объем тока в пазу $I_{\Pi}^{(k)}$
1	1-d	$0.518 \cdot I_{am}$
2	2-d	$0.518 \cdot I_{am}$
3	3-d	$1.414 \cdot I_{am}$
4	4-d	$1.414 \cdot I_{am}$
5	5-d	$1.932 \cdot I_{am}$
6	6-d	$1.932 \cdot I_{am}$

Таблица 5

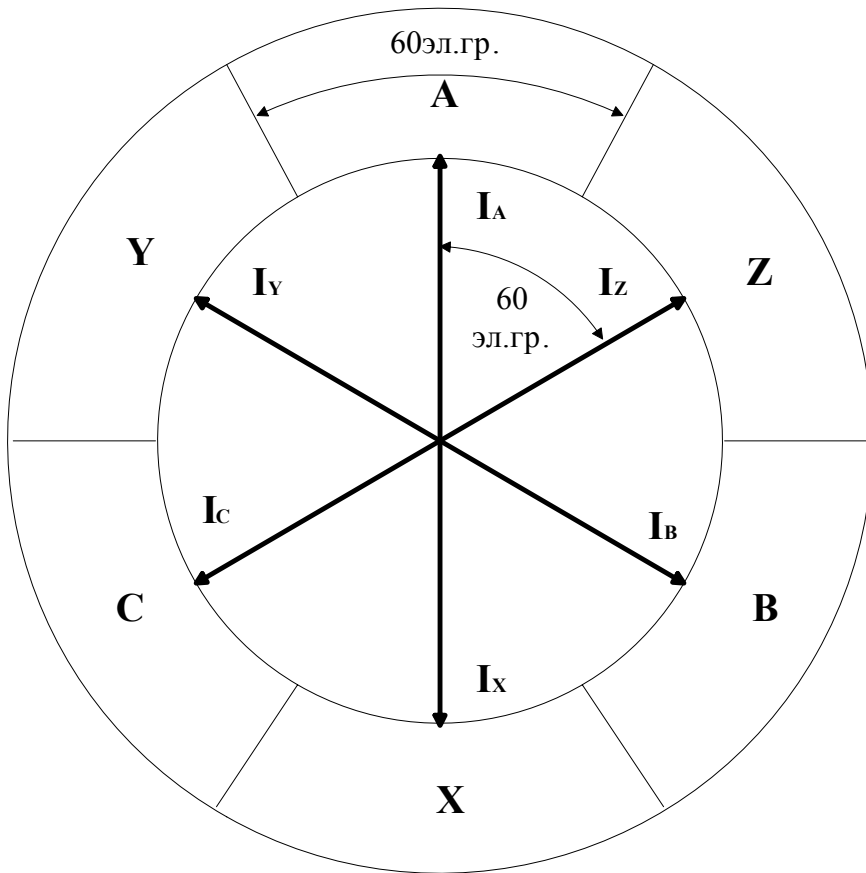
Токораспределение шестифазной обмотки статора при моделировании магнитного поля поперечной реакции якоря (q-поле)		
№ паза от магнитной оси фаз A1A2-X1X2	Обозначение паза по типу модели поля	Объем тока в пазу $I_{\Pi}^{(k)}$
7	1-q	$1.932 \cdot I_{am}$
8	2-q	$1.932 \cdot I_{am}$
9	3-q	$1.414 \cdot I_{am}$
10	4-q	$1.414 \cdot I_{am}$
11	5-q	$0.518 \cdot I_{am}$
12	6-q	$0.518 \cdot I_{am}$

При моделировании  $d$  и  $q$  полей якоря на полюсном делении машины недостающее токораспределение, как и прежде, можно получить на основе данных таблиц 4 и 5 путем отображения их относительно оси  $d$  явнополюсного ротора соответственно по правилам антисимметрии и симметрии.

Всю остальную конкретную информацию по сформулированным задачам (геометрические размеры, плотности токов в обмотках возбуждения и якоря, а также кривые намагничивания ферромагнитных сердечников ротора и статора) можно найти в соответствующих файлах пакета ELCUT, которые прилагаются к настоящей статье для случая трехфазного исполнения обмотки статора.



Векторная диаграмма токов в слоях фазных зон  
трехфазной обмотки переменного тока с диаметральным шагом



Фазная зона	Ток параллельной ветви в нижнем (верхнем) слое фазной зоны
<b>A</b>	$I_A = I_{am}$
<b>Z</b>	$I_Z = I_{am} * \cos 60 = + 0.5 I_{am}$
<b>B</b>	$I_B = I_{am} * \cos 120 = - 0.5 I_{am}$
<b>X</b>	$I_X = I_{am} * \cos 180 = - I_{am}$
<b>C</b>	$I_C = I_{am} * \cos 240 = - 0.5 I_{am}$
<b>Y</b>	$I_Y = I_{am} * \cos 300 = + 0.5 I_{am}$

Рис. 2.

Токораспределение трехфазной обмотки статора  
с диаметральным шагом ( $p=4, q=4$ )

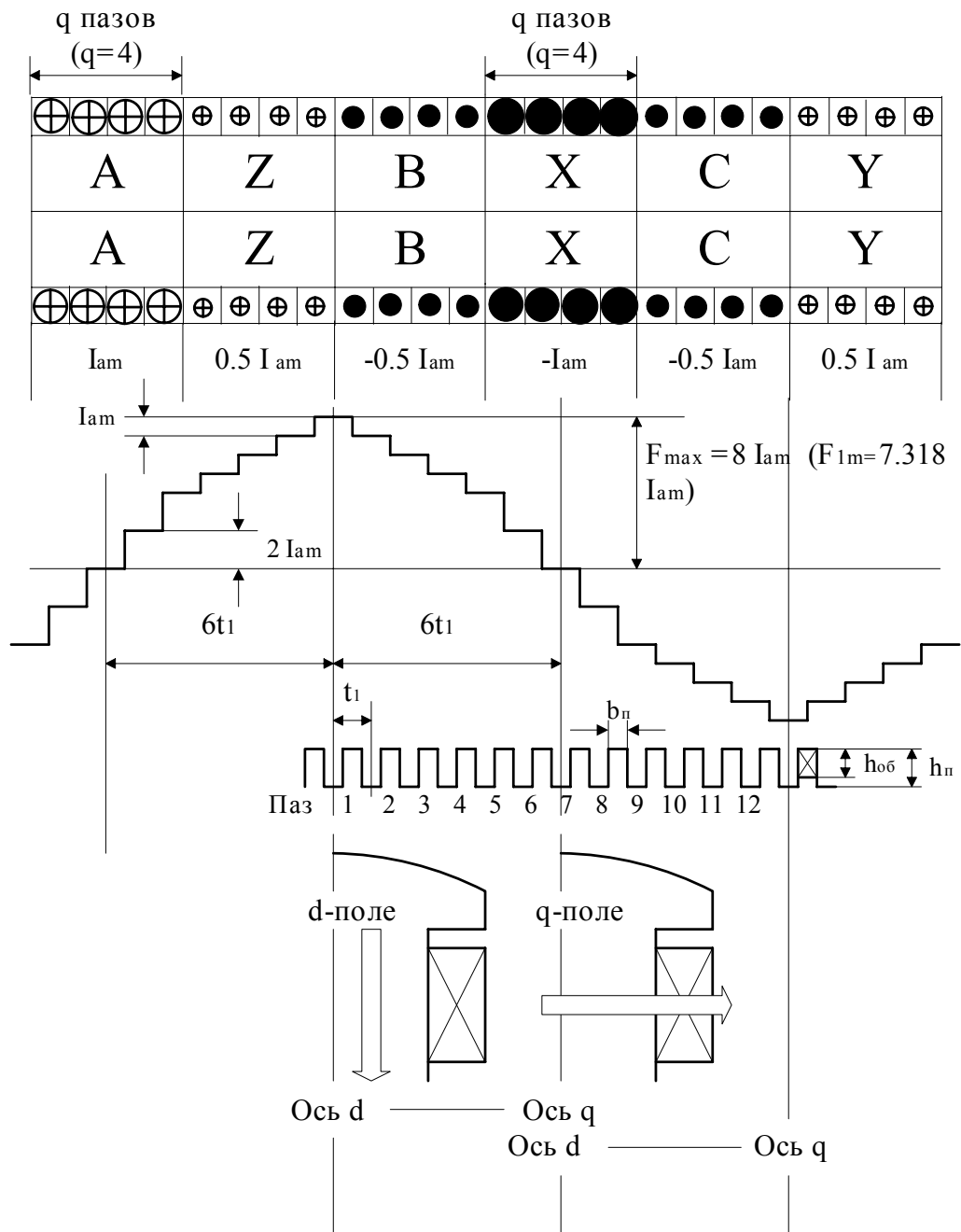
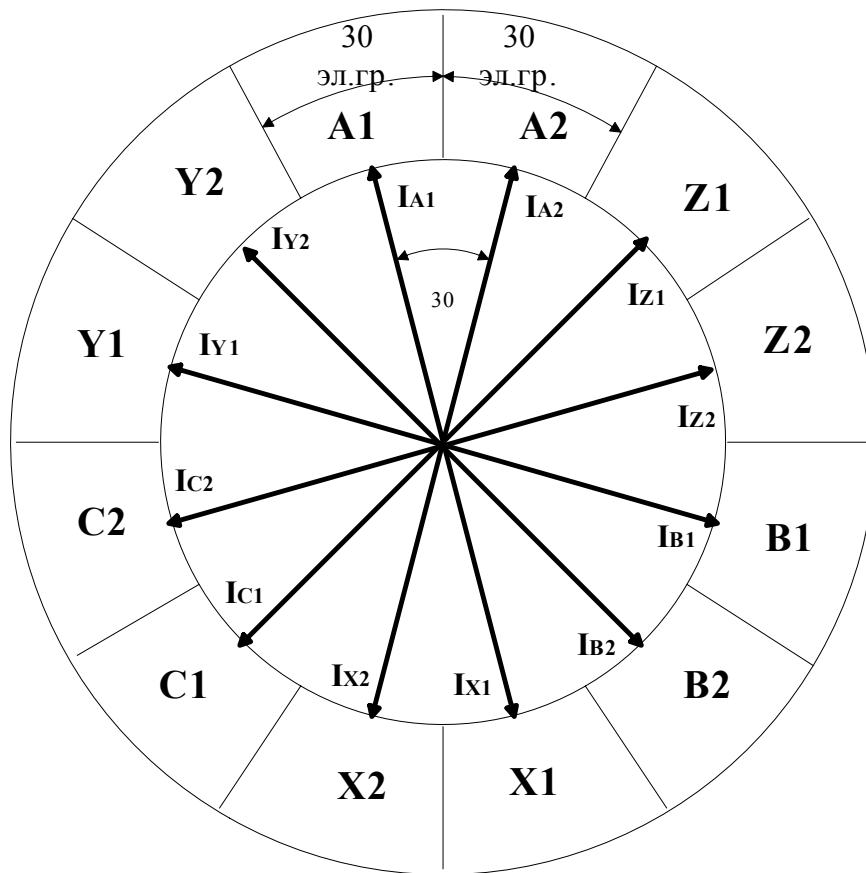


Рис. 3.

Векторная диаграмма токов в слоях фазных зон  
шестифазной обмотки переменного тока с диаметральной шагом



Фазная зона	Ток в нижнем (верхнем) слое фазной зоны
<b>A1, A2</b>	$I_{A1}, I_{A2} = I_{am} * \cos 15 = +0.966 I_{am}$
<b>Z1, Y2</b>	$I_{Z1}, I_{Y2} = I_{am} * \cos 45 = +0.707 I_{am}$
<b>Z2, Y1</b>	$I_{Z2}, I_{Y1} = I_{am} * \cos 75 = +0.259 I_{am}$
<b>B1, C2</b>	$I_{B1}, I_{C2} = I_{am} * \cos 105 = -0.259 I_{am}$
<b>B2, C1</b>	$I_{B2}, I_{C1} = I_{am} * \cos 135 = -0.707 I_{am}$
<b>X1, X2</b>	$I_{X1}, I_{X2} = I_{am} * \cos 165 = -0.966 I_{am}$

Рис. 4.

Токораспределение шестифазной обмотки  
 статора  
 с диаметральной шагом ( $p=4, q=2$ )

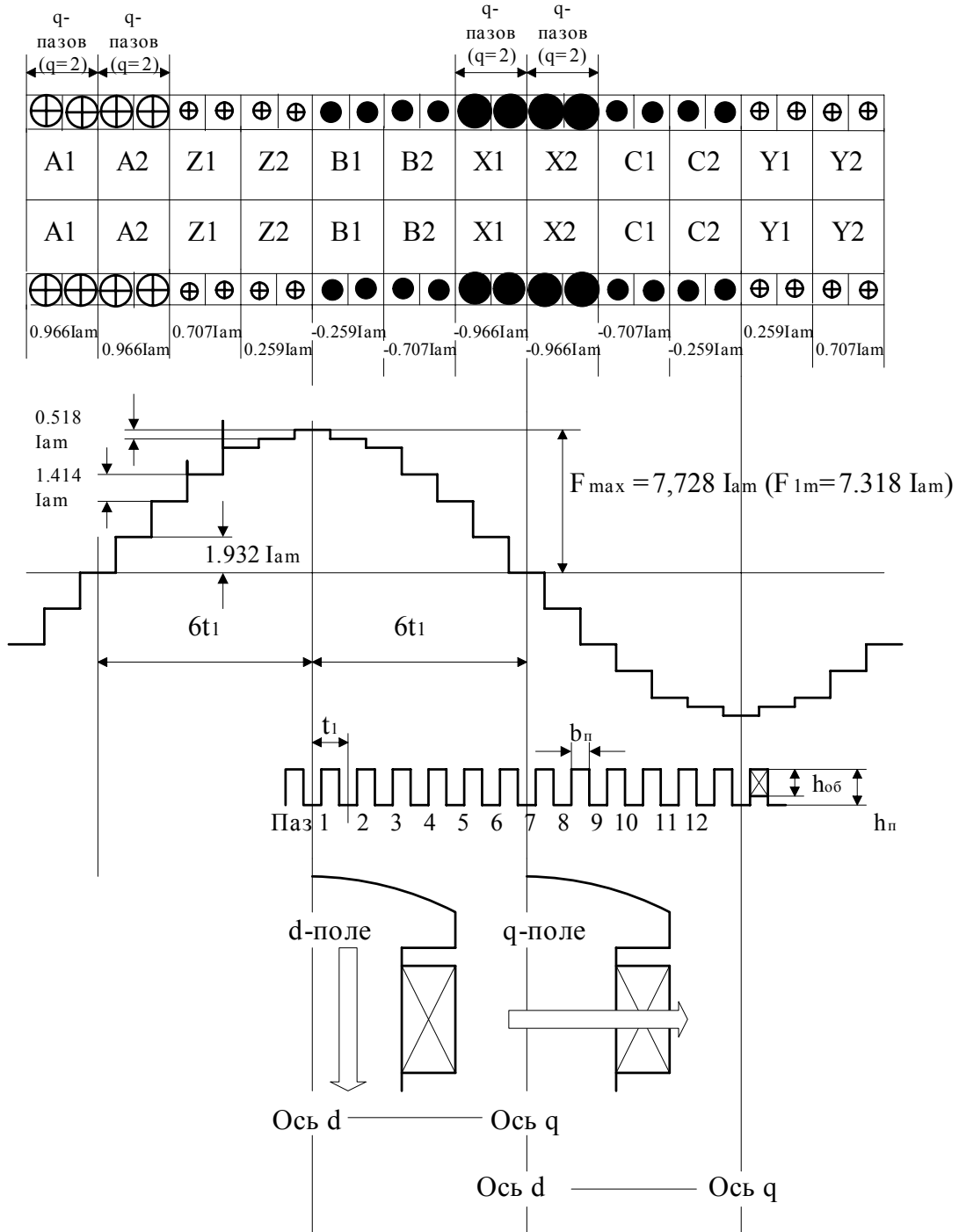


Рис. 5.