

# Применение теории планирования эксперимента для исследования зависимости дифференциального полного сопротивления микрополосковой пары от конструкторско-технологических факторов

Кечиев Л.Н., Нисан А.В.

В статье изложены методика и результаты исследования влияния основных конструкторско-технологических факторов на дифференциальное полное сопротивление пары с поперечным сечением в виде микрополосковой линии с помощью методов теории планирования эксперимента.

## Введение

Одним из наиболее перспективных направлений развития цифровой техники является построение систем обработки цифровой информации на основе специально сформированных дифференциальных сигналов. Дифференциальная передача сигналов позволяет передавать информацию со скоростью 100 Мбит/с и выше, вплоть до гигабитного уровня. Устройства на основе дифференциальной передачи сигналов отличаются высокими показателями по быстродействию, электромагнитной совместимости и целостности сигнала.

В печатном монтаже для передачи дифференциального сигнала используется дифференциальная пара, представляющая собой две линии передачи с сильной связью между ними.

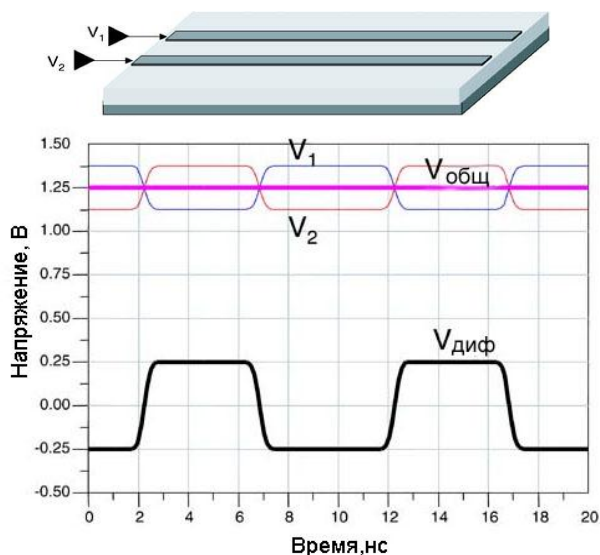


Рис. 1. Сигналы первой и второй линии, компоненты общего и дифференциального сигнала LVDS

Для передачи дифференциального сигнала используется два выхода источника (драйвера) с целью подачи сигналов по двум линиям передачи. Одна линия несет один бит информации, а другая – его дополнение. Информационный сигнал заключен в разнице между сигналами в этих линиях. Одна из самых используемых сигнальных схем – это схема низковольтных дифференциальных сигналов (LVDS). В LVDS два проводника используются для переноса отдельного бита информации. Каждый сигнал изменяется в пределах от 1,125 В до 1,375 В и переносится по отдельной линии передачи. Напряжение одиночного сигнала, измеренное между сигнальным и возвратным проводником в каждой линии, компоненты общего (среднее напряжение, появляющееся в обеих линиях) и дифференциального сигналов показаны рис. 1.

Дифференциальное полное сопротивление – полное сопротивление, которое встречает на своем пути дифференциальный сигнал.

Наиболее распространенными видами поперечных сечений дифференциальных пар являются микрополосковая, полосковая и развернуто-связанная полосковая линия, показанные на рис. 2. Для всех этих вариантов конструктивного исполнения дифференциальных пар имеются

формулы, например, в стандарте IEC-2141A [1], позволяющие рассчитать дифференциальное полное сопротивление при условии симметричности линий. Однако известно, что асимметрия (нарушение идентичности конструкций связанных линий в дифференциальной паре), например, различная ширина проводников, наличие отверстий в диэлектрике или проводника рядом с одной из линий, может привести к существенному изменению волнового сопротивления проводников пары, дифференциального полного сопротивления и к искажению дифференциального сигнала.

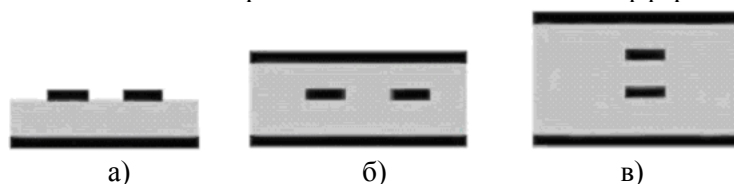


Рис. 2. Наиболее распространенные виды поперечных сечений дифференциальных пар: а) микрополосковая, б) полосковая, в) развернуто-связанная полосковая линии

Целью исследования, методика проведения и результаты которого изложены в данной статье, являлся расчет с применением методов теории планирования эксперимента линейных эффектов (силы влияния на дифференциальное полное сопротивление) конструкторско-технологических факторов. Выявление факторов, наиболее сильно влияющих на дифференциальное полное сопротивление и другие электрофизические параметры линии, позволит более подробно изучить это влияние, доработать рекомендации по конструированию линий передачи на основе дифференциальной пары и уточнить формулы расчета дифференциального полного сопротивления.

### Расчет дифференциального полного сопротивления

Как известно, волновое сопротивление  $Z$  линии связи, в которой существует Т-волна, определяется выражением

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C},$$

где  $L$  – погонная индуктивность,

$C$  – погонная емкость,

$\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость среды,

$\epsilon$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды.

Таким образом, если считать материалы линии передачи немагнитными, т.е. абсолютная магнитная проницаемость равна магнитной постоянной, то для определения волнового сопротивления линии достаточно знать ее погонную емкость и абсолютную диэлектрическую проницаемость среды. Абсолютная диэлектрическая проницаемость среды есть произведение электрической постоянной и эффективной диэлектрической проницаемости, определяемой как отношение емкости конденсатора, заполненного кусочно-однородной диэлектрической средой, к емкости того же конденсатора, заполненного воздухом. Переписав выражение для волнового сопротивления линии связи с учетом выше сказанного, получим

$$Z = \frac{\sqrt{\mu_0 \epsilon_{\text{эф}} \epsilon_0}}{C}, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная, равная  $1,26 \cdot 10^{-6}$  Гн/м,

$\epsilon_{\text{эф}}$  – эффективная диэлектрическая проницаемость,

$\epsilon_0$  – электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Теперь перейдем к расчету дифференциального полного сопротивления. Распространение сигнала в дифференциальной паре принято представлять в виде совокупности четной и нечетной мод. Дифференциальное полное сопротивление равно сумме волновых сопротивлений первой и второй линии в режиме нечетной моды. Эквивалентная емкость первой линии в режиме нечетной моды равна [2]:

$$C_1 = C_{11} + 2C_{12},$$

где  $C_{11}$  – частичная емкость первого проводника,

$C_{12}$  – взаимная емкость между первым и вторым проводниками.

Перепишем (1) с учетом выше сказанного, а также представляющего интерес влияния одиночного проводника в виде микрополосковой линии, расположенного рядом с проводником 2 (см. рис. 3):

$$Z_{\text{диф}} = Z_{1\text{нм}} + Z_{2\text{нм}} = \frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{1\text{эф}} \varepsilon_0}}{C_{11} + 2C_{12}} + \frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{2\text{эф}} \varepsilon_0}}{C_{22} + 2C_{12} + 2C_{23}},$$

где  $Z_{1\text{нм}}$  – волновое сопротивление первой линии в режиме нечетной моды,  
 $Z_{2\text{нм}}$  – волновое сопротивление второй линии в режиме нечетной моды,  
 $\varepsilon_{1\text{эф}}$  – эффективная диэлектрическая проницаемость среды вокруг первого проводника,  
 $\varepsilon_{2\text{эф}}$  – эффективная диэлектрическая проницаемость среды вокруг второго проводника,  
 $C_{22}$  – частичная емкость второго проводника,  
 $C_{23}$  – взаимная емкость между вторым и третьим проводниками.



Рис. 3. Сечение исследуемой микрополосковой дифференциальной пары: 1, 2 – дифференциальная пара, 3 – одиночный проводник

Таким образом, для определения дифференциального полного сопротивления необходимо знать частичные и взаимные емкости проводников 1 и 2, а также частичные емкости проводников 1 и 2, когда диэлектрическая проницаемость всех диэлектриков равна 1 (это необходимо для вычисления эффективных диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_{1\text{эф}}$  и  $\varepsilon_{2\text{эф}}$ ). Принимая во внимание, что мы учитывали влияние близлежащего к паре проводника, необходимо также определить  $C_{23}$ .

### Планирование эксперимента

Планирование эксперимента – это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью [3]. Проведение вычислительного эксперимента снимает ограничения на реализуемость варьируемых параметров, точность их значений и на пределы варьирования, устраняет погрешность измерения. К преимуществам вычислительного эксперимента также следует отнести возможность всегда обеспечить управляемость факторами и осуществимость всех комбинаций факторов.

При планировании эксперимента требуется выбрать целевую функцию, выделить факторы, назначить основные уровни факторов и интервалов варьирования.

В данном работе в качестве целевой функции было выбрано дифференциальное полное сопротивление. Анализ дифференциальной пары позволил выявить факторы, влияние которых следует исследовать, эти факторы и их натуральные значения на уровнях приведены в табл. 1. Обратим внимание на то, что многие из этих факторов никак не учтены в формулах расчета дифференциального полного сопротивления, например, приводимых в стандартах IPC.

Учитывая, что дифференциальное полное сопротивление, как правило, должно составлять 100 Ом, была проведена предварительная серия опытов с целью подбора нулевых уровней факторов. Дифференциальное полное сопротивление при выбранных нулевых уровнях факторов составляет 101,5 Ом. Для того, чтобы можно было сопоставить влияние различных факторов, все интервалы варьирования были приняты равными 50% от значения на нулевом уровне.

В данном исследовании проводился дробный факторный эксперимент, матрица планирования которого приведена в табл. 2. Вычисления проводились в программе ELCUT [4], позволяющей, в частности, методом конечных элементов рассчитывать электростатические поля и определять частичные и взаимные емкости проводников.

Для оценки влияния перечисленных факторов были рассчитаны линейные эффекты – частные производные целевой функции (дифференциального полного сопротивления) по соответствующим переменным (факторам). Фактически была получена линейная модель или, другими словами, полный полином первого порядка:

$$Z_{\text{диф}} = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_{15} x_{15}, \quad (2)$$

где  $b_0$  - свободный член,

$b_i$  -  $i$ -й линейный эффект,  $i = 1, 2, \dots, 15$ .

Следует отметить, что расчет дифференциального полного сопротивления по такой формуле представляется нецелесообразным, так как будет давать большую погрешность из-за

нелинейности влияния факторов. Но вычисленные линейные эффекты позволяют, во-первых, количественно сравнивать влияние различных факторов, а, во-вторых, дополнить существующие (нелинейные) модели ранее неучтенными факторами.

**Таблица 1. Факторы, влияние которых исследовалось. Натуральные значения факторов на уровнях приведены в микрометрах, кроме факторов  $x_2$ ,  $x_8$ ,  $x_{10}$**

Кодовое обозначение фактора	Условное обозначение фактора	Название фактора	Натуральные значения факторов на уровнях			Учет влияния фактора в формулах ИРС-2141А
			-1	0	+1	
$x_1$	$h_{\text{подл}}$	толщина подложки	150	300	450	да
$x_2$	$\varepsilon_{\text{подл}}$	диэлектрическая проницаемость подложки	2	4	6	да
$x_3$	$h_{\text{пров}}$	толщина проводников	17,5	35	52,5	да
$x_4$	$w_1$	ширина проводника 1	150	300	450	учитываются, но $w_1 = w_2$
$x_5$	$w_2$	ширина проводника 2	150	300	450	
$x_6$	$s_{12}$	зазор между проводниками 1 и 2	200	400	600	да
$x_7$	$h_{\text{п.м.}}$	толщина паяльной маски	17,5	35	52,5	нет
$x_8$	$\varepsilon_{\text{п.м.}}$	диэлектрическая проницаемость паяльной маски	1,75	3,5	5,25	нет
$x_9$	$h_{\text{вл}}$	толщина влагозащитного покрытия	35	70	105	нет
$x_{10}$	$\varepsilon_{\text{вл}}$	диэлектрическая проницаемость влагозащитного покрытия	1,75	3,5	5,25	нет
$x_{11}$	$s_{23}$	зазор между проводниками 2 и 3	400	800	1200	нет
$x_{12}$	$w_3$	ширина проводника 3	150	300	450	нет
$x_{13}$	$s_{1п}$	зазор между проекцией проводника 1 на полигон заземления и краем полигона заземления	400	800	1200	нет
$x_{14}$	$s_{\text{отв-п}}$	расстояние от края отверстия до края полигона заземления	500	1000	1500	нет
$x_{15}$	$d_{\text{отв}}$	диаметр отверстия	1000	2000	3000	нет

**Таблица 2. Матрица планирования эксперимента**

№ опыта	Уровни факторов														
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$
1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1
5	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1
7	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
8	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1
9	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
10	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
11	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1
12	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
13	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
14	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
15	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
16	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1

## Результаты

После проведения расчетов оказалось, что влияние некоторых факторов (знаки линейных эффектов) противоречит физическому смыслу. Например, получается, что чем толще проводники, тем больше сопротивление, хотя, исходя из физических соображений, увеличение толщины проводника должно приводить к росту взаимной емкости между проводниками и, следовательно, уменьшению дифференциального полного сопротивления.

Наиболее вероятная причина неверных знаков линейных эффектов заключается в том, что они смешаны с парными взаимодействиями. Для освобождения линейных эффектов от парных взаимодействий был использован метод “перевала”, суть которого заключается в изменении всех знаков в матрице планирования, приведенной в Табл. 2, на обратные, проведении серии опытов по этой матрице планирования и усреднении результатов, полученных при проведении первой и второй серий опытов. В Табл. 3 приведены значения линейных эффектов, рассчитанные по результатам первой и второй серий опытов, а также усредненные по сериям опытов. Усредненный по результатам серий опытов свободный член равен 96,3. Зная значение свободного члена, можно рассчитать погрешность линейной модели (2) относительно ELCUT при нулевых уровнях факторов: она составляет 5,1%.

Поясним смысл линейного эффекта на примере влияния зазора между проводниками 1 и 2. Значение линейного эффекта этого фактора составляет 14,8, а это говорит о том, что при увеличении зазора с 400 мкм (уровень 0) до 600 мкм (уровень +1) дифференциальное полное сопротивление увеличится на 14,8 Ом, а при уменьшении зазора с 400 мкм до 200 мкм (уровень -1) уменьшится на 14,8 Ом.

На рис. 4 по табл. 3 построена диаграмма линейных эффектов, наглядно иллюстрирующая результаты исследования. Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы:

- влияние всех факторов, за исключением зазора между проекцией проводника 1 на полигон заземления и краем полигона заземления, не противоречит физическому смыслу. Предположительно, неверный знак линейного эффекта именно этого фактора объясняется погрешностью расчетов и малым влиянием фактора;

**Таблица 3. Линейные эффекты (для дифференциального полного сопротивления с учетом связи). Усредненный по результатам серий опытов свободный член равен 96,3**

Условное обозначение фактора	Название фактора	Линейные эффекты		
		По результатам первой серии опытов	По результатам второй серии опытов	Усредненные по результатам серий опытов
$h_{\text{подл}}$	толщина подложки	10,7	7,9	9,3
$\epsilon_{\text{подл}}$	диэлектрическая проницаемость подложки	-10,5	-15,6	-13,1
$h_{\text{пров}}$	толщина проводников	4,5	-10,1	-2,8
$w_1$	ширина проводника 1	-9,8	-12,4	-11,1
$w_2$	ширина проводника 2	-7,4	-9,1	-8,3
$s_{12}$	зазор между проводниками 1 и 2	15,3	14,3	14,8
$h_{\text{п.м.}}$	толщина паяльной маски	0,6	-2,2	-0,8
$\epsilon_{\text{п.м.}}$	диэлектрическая проницаемость паяльной маски	-6,5	-5,5	-6
$h_{\text{вл}}$	толщина влагозащитного покрытия	-1,7	-4,1	-2,9
$\epsilon_{\text{вл}}$	диэлектрическая проницаемость влагозащитного покрытия	-4,0	-5,3	-4,7
$s_{23}$	зазор между проводниками 2 и 3	-0,4	6,1	2,9
$w_3$	ширина проводника 3	-0,3	-0,5	-0,4
$s_{1п}$	зазор между проекцией проводника 1 на полигон заземления и краем полигона заземления	-2,2	2,5	0,2
$s_{\text{отв-п}}$	расстояние от края отверстия до края полигона заземления	1,9	-3,7	-0,9
$d_{\text{отв}}$	диаметр отверстия	-0,5	-0,5	0,7

- как и ожидалось, наиболее сильное влияние на дифференциальное полное сопротивление оказывают толщина и диэлектрическая проницаемость подложки, ширина проводников 1 и 2 и зазор между ними, причем все эти факторы учтены в расчетных формулах. Большее значение линейного эффекта  $w_1$ , чем  $w_2$  объясняется тем, что волновое сопротивление второй линии меньше из-за наличия рядом с ней третьего проводника;
- следует обратить внимание на то, что влияние таких ранее неучтенных факторов, как диэлектрическая проницаемость паяльной маски, диэлектрическая проницаемость и толщина влагозащитного покрытия, расстояние до проводника 3, оказалось весьма значительным;
- расчеты показали, что ряд факторов: ширина проводника 3, расстояние от края отверстия до края полигона заземления и диаметр отверстия не оказывают существенного влияния на волновое сопротивление.

Таким образом, при проектировании печатных плат с дифференциальными парами рекомендуется принимать во внимание влияние на дифференциальное полное сопротивление не только ранее учтенных факторов, но и других, рассмотренных в данной статье.

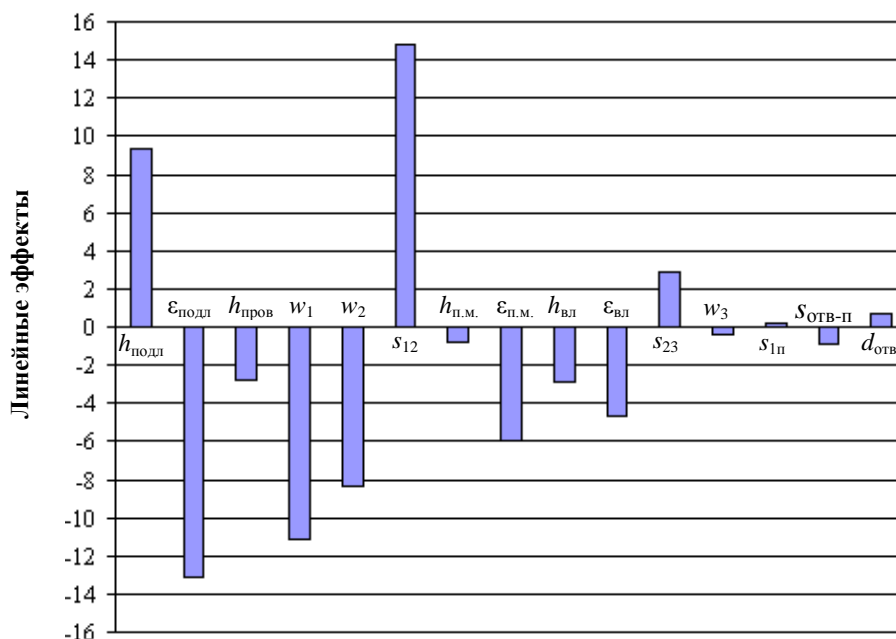


Рис. 4. Диаграмма линейных эффектов, упорядоченных по результатам двух серий опытов

### Заключение

Результаты исследования свидетельствуют о существенном влиянии ранее неучтенных факторов, например, диэлектрических проницаемостей паяльной маски и влагозащитного покрытия. По предварительным оценкам, пренебрежение паяльной маской и влагозащитным покрытием при расчете может приводить к погрешности 20%.

Наличие количественных оценок влияния ранее неучтенных факторов позволит существенно снизить погрешность используемых формул для расчета дифференциального полного сопротивления пар с поперечным сечением в виде микрополосковой линии и, что немаловажно, перейти к качественно новым формулам, учитывающим асимметрию линий передачи. В следующей статье будут приведены уточненные формулы и проанализировано, насколько учет влияния большего количества факторов уменьшил погрешность.

Предложенный подход может быть успешно использован для уточнения моделей дифференциальных пар с поперечным сечением других видов.

### Литература

1. IPC-2141A. Design Guide for High-Speed Controlled Impedance Circuit Boards. – 2004. – 47 p.
2. Шнейдер В.И. Обеспечение целостности сигналов в электронных модулях быстродействующего телекоммуникационного оборудования: Дис... канд. техн. наук.: 05.12.13/ Моск. гос. ин-т электроники и математики. – М., 2005. – 185 с.
3. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 287 с.
4. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.2. ПК "ТОР", Санкт-Петербург, 2005.