

Применение МКЭ для расчёта электромагнитного экрана (стр. 135 –142)

Кечиев Л.Н., Сергеев А.А., Сафонов А.А.

Метод конечных элементов (МКЭ) является численным методом решения дифференциальных уравнений, встречающихся в физике и технике. Возникновение этого метода связано с решением задач космических исследований (1950 г.). Этот метод возник из строительной механики и теории упругости. Существенный толчок в своем развитии МКЭ получил после того, как было доказано (1963 г.), что этот метод можно рассматривать как один из вариантов известного в строительной механике метода Рэлея-Ритца, который путем минимизации потенциальной энергии позволяет свести задачу к системе линейных уравнений равновесия. Связь МКЭ с процедурой минимизации позволила широко использовать его при решении задач в других областях техники [2].

Применительно к экранированию, с помощью МКЭ можно получать достаточно точные решения для расчёта электромагнитного и магнитного экранов. Причём, благодаря универсальности метода, решения можно получать для экранов сложной формы, многослойных, экранов с отверстиями. В статье рассмотрим применение МКЭ в области электромагнитных полей, расчет эффективности экранирования электромагнитного экрана с помощью программного комплекса ELCUT.

Основная идея метода конечных элементов состоит в том, что любую непрерывную величину (индукция или напряженность магнитного поля) можно аппроксимировать моделью, состоящей из отдельных элементов (участков). На каждом из этих элементов исследуемая непрерывная величина аппроксимируется кусочно-непрерывной функцией, которая строится на значениях исследуемой величины в некоторых внутренних точках области («узлы»). Кусочно-непрерывные функции определяются с помощью значений непрерывной величины в конечном числе точек рассматриваемой области.

В общем случае непрерывная величина заранее неизвестна и нужно определить значения этой величины в некоторых внутренних точках области. Дискретную модель, однако, очень легко построить, если сначала предположить, что числовые значения этой величины в каждой внутренней точке области известны. После этого можно перейти к общему случаю. Итак, при построении дискретной модели непрерывной величины поступают следующим образом:

1. Область определения непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узловые точки и в совокупности аппроксимируют форму области.
2. В рассматриваемой области фиксируется конечное число точек. Эти точки называются узловыми точками или просто узлами.
3. Значение непрерывной величины в каждой узловой точке первоначально считается известным, однако необходимо помнить, что эти значения в действительности еще предстоит определить путем наложения на них дополнительных ограничений в зависимости от физической сущности задачи.
4. Используя значение исследуемой непрерывной величины в узловых точках и ту или иную аппроксимирующую функцию, определяют значение исследуемой величины внутри области.

Главный недостаток метода конечных элементов заключается в необходимости составления вычислительных программ и применения вычислительной техники. Вычисления, которые требуется проводить при использовании метода конечных элементов, слишком громоздки для ручного счета даже в случае решения очень простых задач. Для решения сложных задач необходимо использовать быстродействующие ЭВМ [2]. Тогда решение задачи с применением МКЭ состоит из следующих основных этапов [3]:

1. Идентификация задачи, присвоение ей имени; создание чертежа конструкции расчётного узла;
2. Создание геометрии модели, пригодной для МКЭ;
3. Разбиение модели на сетку конечных элементов;
4. Приложение к модели граничных условий;
5. Численное решение системы уравнений (автоматически);
6. Анализ результатов.

Этапы 1, 2, 3, 4 относятся к препроцессорной стадии, этап 5 — к процессорной стадии, этап 6 — к постпроцессорной стадии.

Построенная модель делится на конечные элементы достаточно простой формы. Имеются несколько типичных форм конечных элементов, в которых поле смещений определяется по смещениям узлов с помощью некоторых интерполяционных функций. По вычисленным таким образом смещениям определяются поля напряжений и деформаций.

Правильное приложение граничных условий представляет определенные трудности и требует определённой квалификации инженера.

На сегодняшний день на рынке программных средств можно обнаружить большое число расчётных комплексов работающих на МКЭ. Российской разработкой в этой области является ELCUT – программа моделирования двумерных полей методом конечных элементов, разработанная и представленная на рынке петербургской фирмой TOP с 1991 года.

ELCUT позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции (потенциала). С точки зрения физики (электрическое и магнитное поле), программа предлагает на выбор следующие варианты решаемых задач: магнитостатика, нестационарное магнитное поле, магнитное поле переменных токов, электростатика, электрическое поле постоянных токов, электрическое поле переменных токов [4-8].

Согласно руководству ELCUT, при расчёте экранов в ближней зоне необходимо выбрать режим «Электростатическое поле» или «Магнитостатическое поле». Дальней зоне будет соответствовать режим «Магнитное поле переменных токов».

Существует три основных класса двумерных задач: плоские, плоско-параллельные и осесимметричные. Расчёт экрана поводят в плоскопараллельной или осесимметричной постановке.

Плоскопараллельные постановки используют декартову систему координат x, y, z , причем предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля, неизменны в направлении оси z . Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости xy , называемой плоскостью модели. Принято, что ось x направлена слева направо, а ось y - снизу вверх.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат z, r, θ . Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью проводится в плоскости zr (точнее в полуплоскости $r \geq 0$). Ось вращения z направлена слева направо, ось r - снизу вверх [4-8].

Отсюда следует, что при расчёте реальных экранов появляется серьёзное ограничение из-за двумерной постановки задачи. Существует целый класс задач, для которых приемлемо лишь трёхмерное моделирование. Примером может служить экран с периодически расположенными отверстиями (рис. 1).

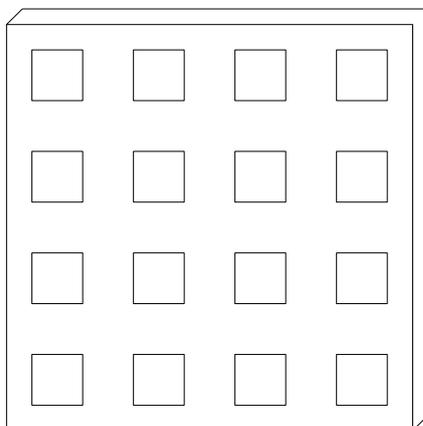


Рис. 1. Экран с периодически расположенными отверстиями

Рассмотрим пример расчета сферического экрана с отверстием в магнитном поле, представленный в лабораторной работе №4 на сервере поддержки программы ELCUT.

Создадим задачу ELCUT для магнитоэстатического поля. Введём параметры задачи как свойства среды и экрана. Однородное внешнее магнитное поле создается электромагнитом, между полюсами которого размещают сферический экран (рис. 2).

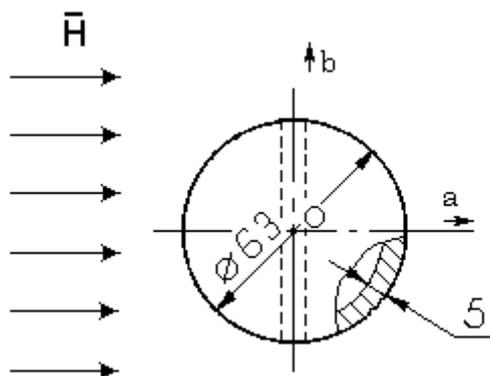


Рис. 2. Сферический экран с отверстием в однородном магнитном поле

Исходные данные: относительная магнитная проницаемость воздуха и меди $\mu_r = 1$; относительная магнитная проницаемость стали $\mu_r = 1000$; магнитное поле однородное с индукцией $B = 0.139$ Тл.

Экран состоит из двух половинок. Пунктиром показано расположение щели в теле экрана. Щель может быть увеличена с помощью немагнитных прокладок до 2 мм. В силу симметрии рассматриваем только правую верхнюю четверть aOb , на осях симметрии ставим граничные условия (рис. 2).

Решение задачи в ELCUT состоит из шести этапов. Первые два этапа – создание новой задачи и ввод её параметров (рис.3).

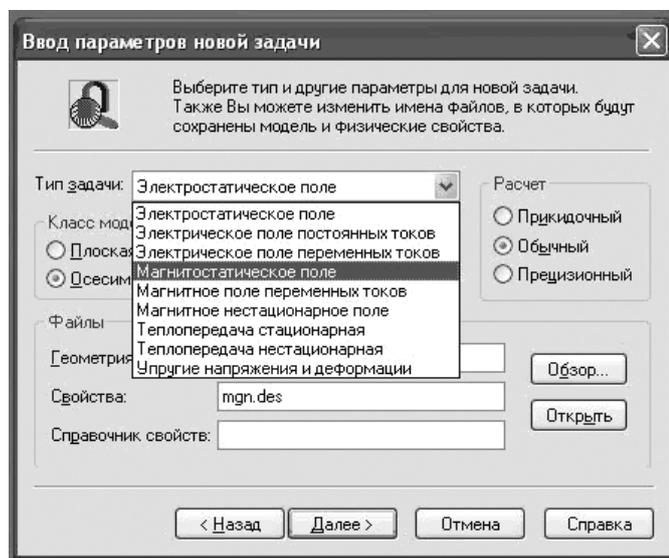


Рис. 3. Ввод параметров новой задачи ELCUT

Третий этап – создание геометрической модели задачи и построение сетки конечных элементов (рис. 4). Геометрическая модель состоит из подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не пересекающиеся между собой иначе как по границе. Мы будем использовать термины блок для полигональной подобласти, ребро для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков и вершина для концов рёбер и изолированных точек. Рёбра, отделяющие расчетную область от остальной части плоскости, составляют внешнюю границу расчетной области. Все остальные рёбра являются внутренними границами. Т.к. метод не может работать с бесконечными областями, при построении геометрической модели необходимо выделить область расчёта. Возьмём её заведомо большую, чем сам экран.

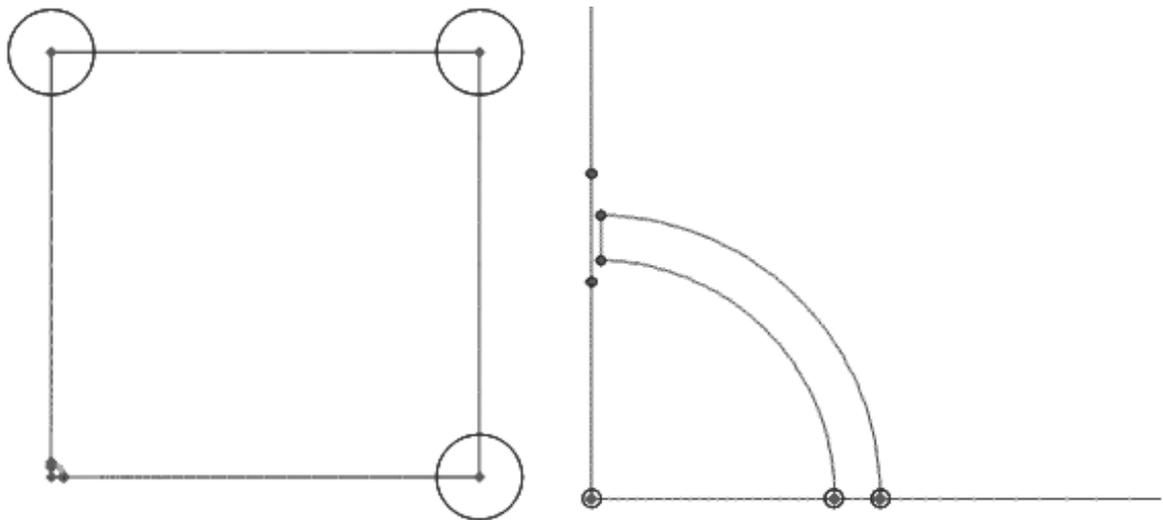


Рис. 4. Геометрическая модель

Сетка конечных элементов строится автоматически (рис. 5). При необходимости можно увеличить число конечных элементов.

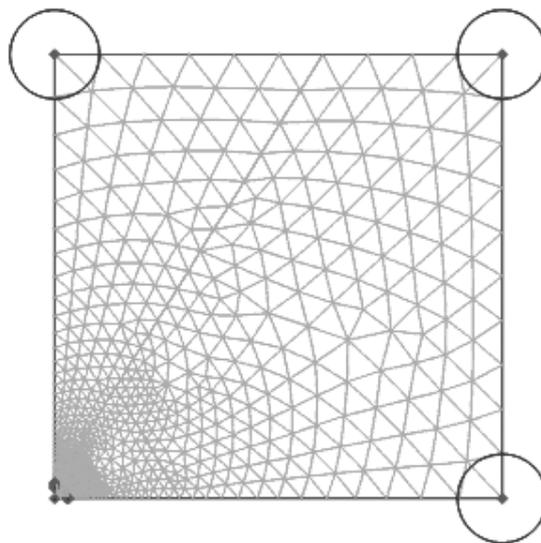


Рис. 5. Сетка конечных элементов

Четвёртый этап – задание физических свойств, ввод данных о материалах, нагрузках и граничных условиях. Для каждой подобласти необходимо задать физические свойства (рис. 6). Так же физические свойства необходимо задавать на внешних и расчётных границах.

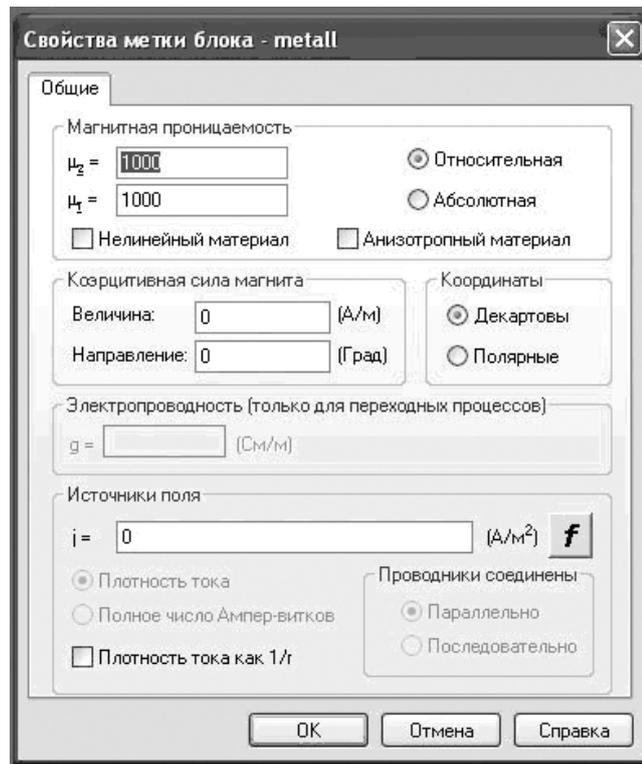


Рис. 6. Ввод физических свойств меди

В силу симметрии (рис. 2) на линии Ob имеем $H_t = 0$. На линии Oa - $B_n = 0$. Записывая выражение $B = \text{rot}A$ в цилиндрической системе координат, получаем на линии Oa $A = \text{const}$. На бесконечности поле сильно ослабевает, поэтому принимаем $A = 0$. На линии Oa также $A = 0$ в силу непрерывности A . Так как поле однородное, то на правой границе области расчета такое же условие как на левой границе - $H_t = 0$. На верхней границе принимаем условие $A = 0.0695$.

Пятый этап – решение задачи, выполняется автоматически программой.

Шестой этап – Анализ результатов. Программа ELCUT позволяет просматривать картины полей, строить силовые линии, вычислять локальные значения физических параметров (рис. 7, 8).

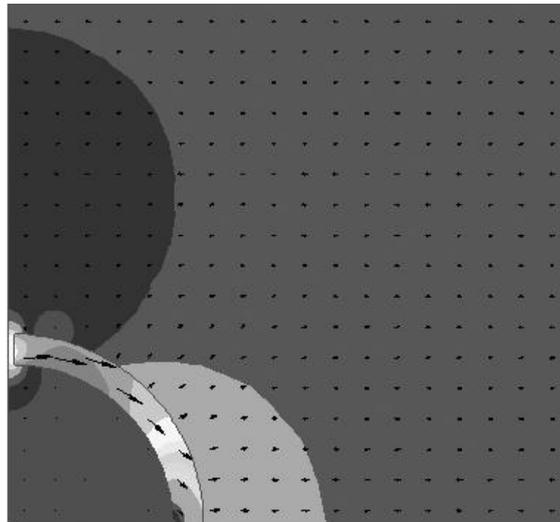


Рис. 7. Результаты расчёта. Картина магнитного поля и векторы индукции

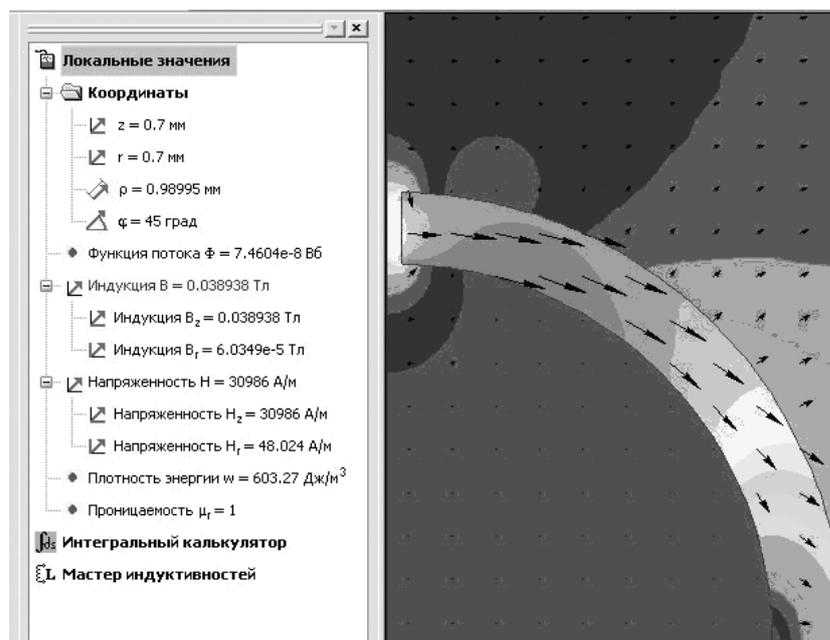


Рис. 8. Расчёт локальных параметров поля

В результате расчёта магнитная индукция внутри экрана получилась 41,2 мТл. Рассчитаем коэффициент экранирования, как отношение индукции заданного однородного магнитного поля вне экрана к индукции магнитного поля внутри экрана. Получим коэффициент экранирования 3,37.

Стоит отметить, что полученный коэффициент экранирования очень низкий. Меняя толщину экрана в модели ELCUT, были проведены расчёты коэффициента экранирования и построен соответствующий график (рис. 9).

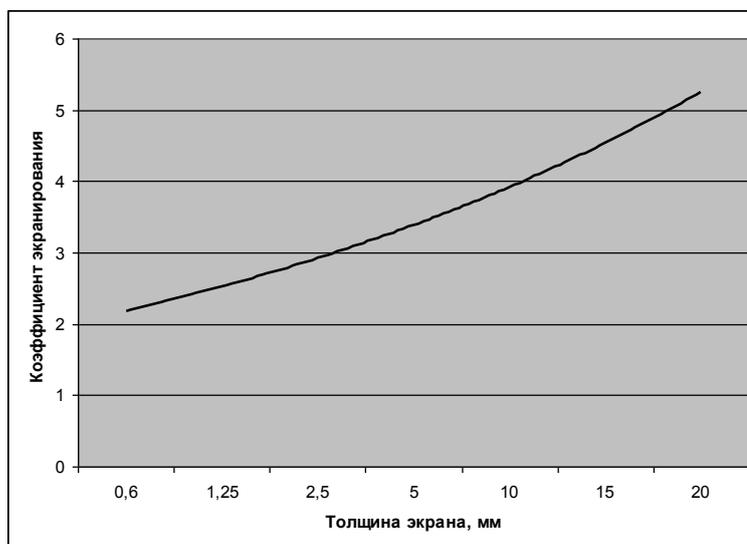


Рис. 9. Зависимость коэффициента экранирования от толщины экрана

Причиной столь низкой эффективности экрана, даже при его значительных размерах, является щель. Для сплошного экрана толщиной 5 мм коэффициент экранирования будет 91,45.

Численный анализ, к которому относится и МКЭ, требует некоторой идеализации реальной конструкции. Поэтому, несмотря на мощное развитие вычислительной техники, результаты вычислений по МКЭ не свободны от ошибок. Использование вычислительной техники в роли «черного ящика», без понимания основных процессов и этапов вычислений, может привести к существенным ошибкам. К сожалению, не исключены также и ошибки операторов.

Приступая к конечно-элементному анализу, инженер должен понять:

- к какой области анализа относится данная задача;
- какая часть всей конструкции должна исследоваться подробнее;
- какие упрощения можно допустить в данной задаче.

Естественно, это требует определенной квалификации исследователя.

Ошибки могут возникать на различных стадиях конечно-элементного анализа: при постановке задачи, дискретизации (построении модели), численном решении. При этом ошибки связанные с численным решением систем уравнений менее значимы.

Литература

1. Уильямс Т. ЭМС для разработчиков продукции. - М.: Издательский Дом «Технологии», 2003г. – 540с.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов, - М.: Издательство «Мир», 1979. – 392с.
3. Ansys в руках инженера: Практическое руководство. Изд. 2-е, испр. М.: Едиториал УРСС, 2004. – 272с.
4. ELCUT. Руководство пользователя. – Производственный кооператив ТОР, Санкт-Петербург, 2005. - 257 с.
5. Дубицкий С.Д., ELCUT 5.1 – Платформа разработки приложений анализа полей. – Exponenta Pro. Математика в приложениях, №1(5) 2004 г. с.
6. Дубицкий С.Д., Поднос В. Г., ELCUT – инженерная система моделирования двумерных физических полей. – CADMaster. – 2001. – 1. – с. 17-21
7. Дубицкий С.Д. ELCUT – Конечно-элементный анализ низкочастотного электромагнитного поля. – EDA Express, 12 октября 2005. - с. 24-29
8. Сайт поддержки программного продукта ELCUT <http://elcut.ru>