

# Расчет напряженно соединенных деталей с помощью пакета программ ELCUT

В.М.Гандшу

Повсеместно в машиностроении для неразъемных соединений деталей используется напряженная посадка. При этом предварительный посадочный диаметр объемлющей детали (в дальнейшем именуемой кольцом) выполняется меньше, чем соответствующий диаметр охваченной детали (далее – втулка). Разность этих диаметров называется начальным натягом. Если все величины, относящиеся к кольцу отмечать индексом 1, а к втулке – 2, то для начального натяга  $\delta$  можно записать выражение:

$$\delta = D_2 - D_1, \quad (1)$$

где  $D_1$ ,  $D_2$  – начальные значения посадочных диаметров соответственно кольца и втулки.

Соединенные с помощью горячей или холодной напрессовки кольца на втулку, эти детали оказываются в сложном напряженном состоянии. На поверхности соприкосновения на втулку действуют силы, направленные к ее центру и стремящиеся уменьшить ее диаметр, а на поверхности кольца – диаметрально противоположные силы, стремящиеся разорвать его. В результате соприкосновение осуществляется по некоторому среднему диаметру  $D_1 < D < D_2$ , определяемому упругими характеристиками материалов сопряженных деталей и их размерами. Еще более сложная ситуация возникает при вращении этих соединенных деталей. Тогда дополнительно к отмеченным напряжениям в деталях возникают напряжения от объемных центробежных сил, а также от масс, закрепленных в общем случае на внутреннем диаметре втулки и на периферии кольца. В результате при вращении меняется диаметр поверхности соприкосновения, давление по этой поверхности. Поскольку податливость кольца, как правило, выше, чем податливость втулки, то при вращении с некоторой скоростью, называемой скоростью разъединения, внутренний диаметр кольца может превысить наружный диаметр втулки, давление по поверхности соприкосновения становится равным нулю и соединение нарушается.

Все эти явления, весьма распространенные на практике, представляет большой интерес при проектировании, поскольку точный расчет усилий и деформаций определяет прочность деталей, предельную величину сил и моментов, передаваемых ими без смещения, величину скорости разъединения, иными словами – полную работоспособность всего узла. Однако непосредственно такие соединения не могут быть рассчитаны с помощью программы ELCUT [1], поскольку в рамках возможностей данного пакета нельзя задать на ребре, отображающем поверхность соприкосновения, разнонаправленные усилия, тем более, что именно их величина и является целью расчета. Также невозможно задать фиксированное перемещение границы раздела, поскольку эта величина также неизвестна.

Выходом из создавшегося положения является отдельный расчет каждой из сопряженных деталей, когда воздействие отброшенной детали заменяется соответственно направленным нормальным давлением. В основе метода лежит то фундаментальное положение, что при любом распределении нагрузок и при любой скорости вращения давления на поверхности сопряжения равны по величине и противоположны по направлению, а наружный диаметр втулки равен внутреннему диаметру кольца.

Для примера рассчитаем предложенным методом напряжения и деформации в основном узле высокоскоростной мощной центрифуги (10 кВт, 30 тыс. об/мин) с обращенным электродвигателем, схематически изображенный на рис. 1 (надо только иметь в виду, что в ELCUT осесимметричная постановка задачи требует горизонтального расположения оси вращения, хотя в реальности ось вращения вертикальна).

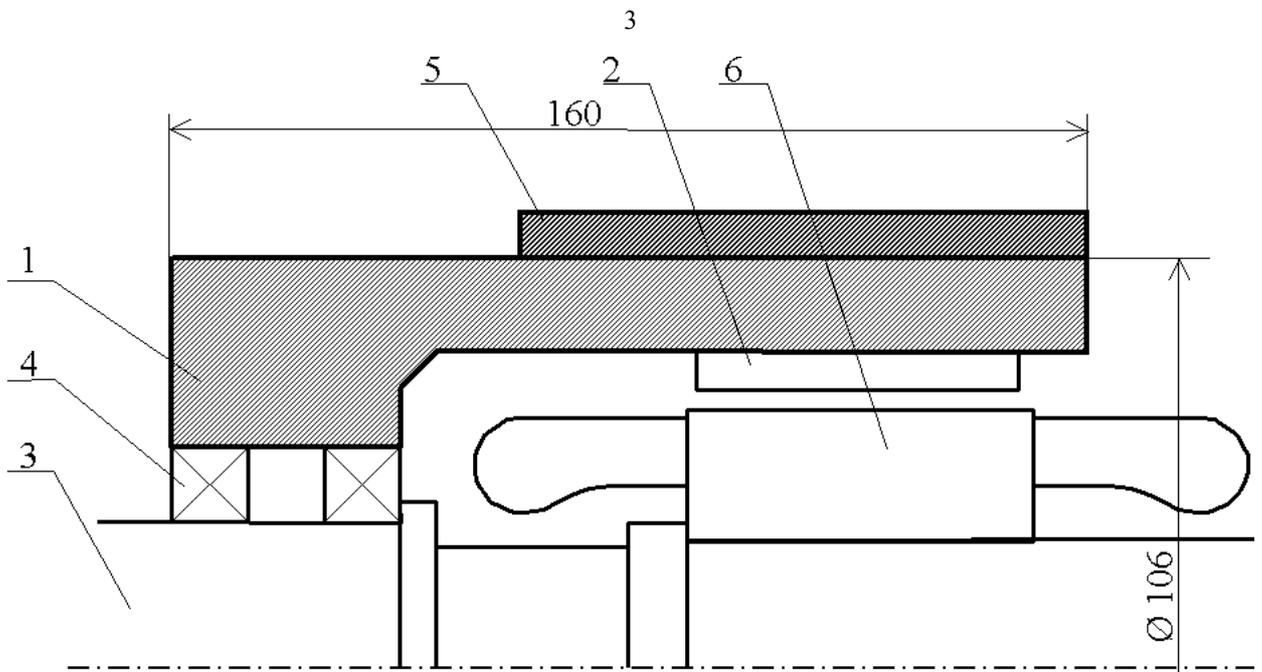


Рис 1. Центрифуга.

Здесь наружный стаканообразный ротор 1 (сталь 45Х), сидящий на неподвижной оси 3 в подшипниках 4, несет на своей внутренней поверхности магниты 2. Таким образом, ротор одновременно является основанием для камеры центрифуги (слева, за пределами рисунка) и для магнитов индуктора двигателя. Статор двигателя 6, охлаждаемый водой, находится внутри стакана ротора. Для обеспечения прочности ротора он по наружной поверхности охвачен бандажом 5 (титан BT5). Применим предложенный метод отдельно для стального стакана (задача *Cobrs01.pbm*, модель *Cobrs01.mod*) и титанового бандажа (задача *Cobrs21.pbm*, модель *Cobrs21.mod*). Свойства материалов и величины нагрузок приведены в файле *Cobrs02.dsa*. При задании объемных сил в деталях нужно иметь в виду, что стандарт требует обеспечение прочности при скоростях по крайней мере на 20% превышающих максимально возможную в процессе эксплуатации [2] (т.н. угонная скорость) Поэтому расчеты будут произведены именно для угонной скорости, в нашем случае – 36 тыс. об/мин. Для данного узла определим первоначальный натяг, скорость разъединения и максимально допустимую величину передаваемого крутящего момента.

Рассмотрим отдельно стакан ротора. В процессе работы он находится под воздействием собственных объемных центробежных сил, нормального давления на внутренней поверхности от центробежных сил, действующих на магниты и элементы их крепления, и центростремительного нормального давления от банджа-

жа. Первые два фактора легко рассчитываются и могут быть заданы перед началом расчета, а третий неизвестен и подлежит определению. Для этого проводится серия расчетов с величиной этого давления, изменяющийся от нуля до значения, заведомо превышающего реальное. Для определения этого значения можно воспользоваться работой Б.Н.Красовского [3], рассмотревшего эту проблему в идеализированной постановке для бесконечных цилиндров. Необходимо отметить, что в версии 5.1 пакета ELCUT появился новый мощный и чрезвычайно удобный инструмент для проведения серий расчетов при упорядоченном изменении свойств или размеров рассчитываемых элементов модели под названием LabelMover. Использование этого инструмента избавляет от необходимости вручную генерировать задачу на каждом шаге расчета. Программа это делает автоматически, что позволяет провести всю серию расчетов за один шаг. В результате для каждого значения давления определяются максимальные усилия в теле стакана (максимум критерия прочности Мизеса имеет место на внутренней поверхности стакана в том месте, где сидят магниты) и перемещение его посадочной поверхности. Результаты расчета представлены на графике рис. 2 (сплошные линии). Картина распределения усилий и вид посадочной поверхности для величины давления под бандажом  $100 \text{ кГ/см}^2$  представлены на рис. 3. Из графика следует, что с ростом наружного давления стакан разгружается, а его деформация уменьшается.

Проведем такую же серию расчетов для бандажа при тех же величинах внутреннего давления, но уже направленных от центра к периферии. Результаты расчетов также представлены на рис. 2 (пунктир) и 3. Видно, что с ростом давления напряжения и деформации в бандаже растут.

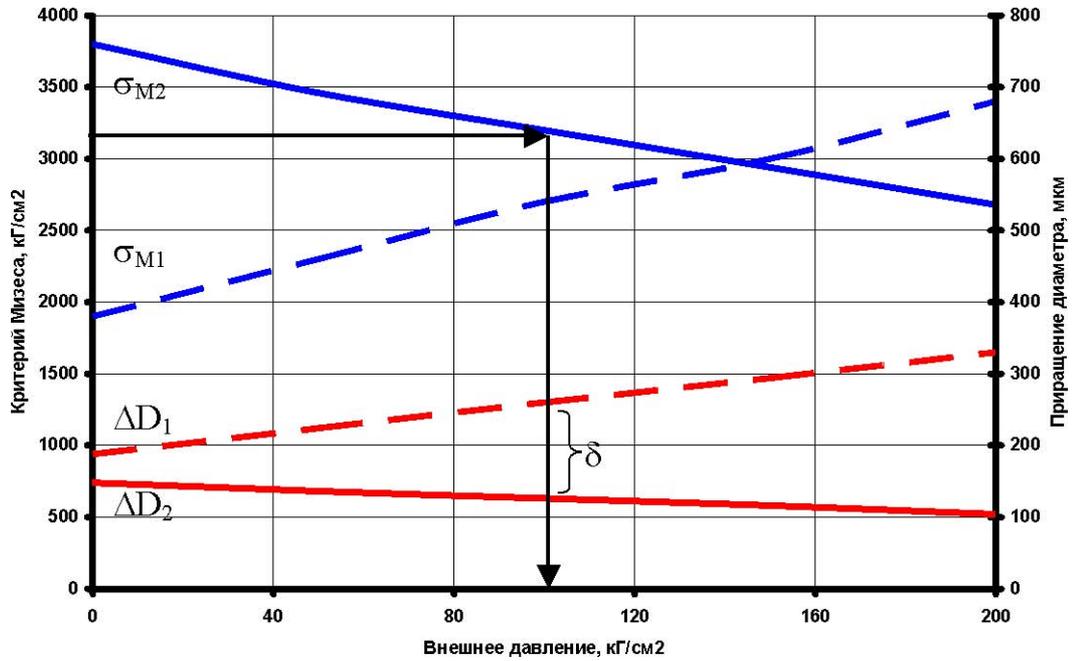
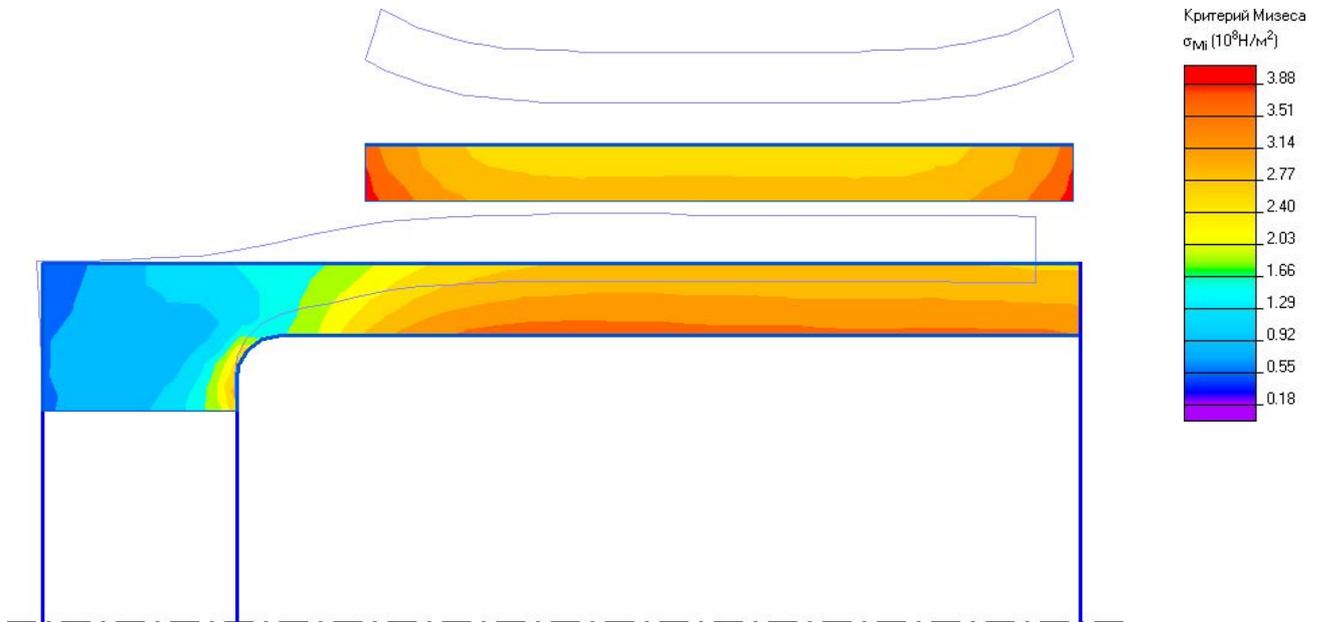


Рис 2.

Рис 3. Распределения усилий и вид посадочной поверхности для величины давления под бандажом  $100 \text{ кг/см}^2$ 

Сопоставление кривых на графике позволяет определить необходимый первоначальный натяг при соединении стакана и бандажа. Для этого зададимся величиной максимально допустимого напряжения в теле стакана. Для легированной конструкционной стали 45X после термообработки можно принять допустимыми напряжение  $3200 \cdot 10^5 \text{ Па}$  [4]. Такое напряжение имеет место в стакане при давлении под бандажом  $100 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . При этом наружный диаметр стакана увеличивается по сравнению со свободным состоянием (деталь неподвижна, бандаж отсутствует) на 126 мкм. В то же время при давлении на внутренней поверхности бандажа  $100 \cdot 10^5 \text{ Па}$  диаметр ее увеличивается на 260 мкм, а напряжения в банда-

же составляют величину  $2700 \cdot 10^5$  Па, что вполне допустимо для титана [4]. Поскольку, как было отмечено ранее, в любом режиме посадочные диаметры стакана и бандажа равны, то для режима вращения с угонной скоростью можно записать:

$$D_1 + \Delta D_1 = D_2 + \Delta D_2,$$

где  $\Delta D_1$  и  $\Delta D_2$  – приращения диаметров под воздействием всех факторов. С учетом (1) получаем выражение для начального натяга

$$\delta = \Delta D_1 - \Delta D_2 = 260 - 126 = 134 \text{ мкм.}$$

При практическом использовании полученного результата необходимо принимать во внимание стандартизованную в международном масштабе систему допусков и посадок. Очевидно, что при обеспечении требуемого натяга надо выбрать такую комбинацию допусков, чтобы рассчитанный допуск был минимальным. Для тугой посадки рекомендуется сочетание H7/u7. При данных размерах рассчитываемого узла это означает, что стакан будет обработан в поле допуска  $+144 \div +179$  мкм, а бандаж  $0 \div +35$  мкм. Таким образом, начальный натяг при сопряжении этих деталей может колебаться в пределах  $109 \div 179$  мкм, т.е. при данной системе допусков могут возникнуть случаи, когда натяг окажется меньше требуемого. Тогда при вращении соединенных деталей стакан может разрушиться, поскольку, как следует из рис. 2, напряжения в нем превзойдут допустимые. Не менее опасно принять чрезмерно большой натяг, т.к. тогда будет разрушен бандаж. Если принять для бандажа максимально допустимое напряжение  $3000 \cdot 10^5$  Па, то окажется, что натяг не может превышать 180 мкм. Следовательно, в данном уникальном случае придется отступить от стандарта и задать для производства более жесткие требования: для бандажа допуск  $0 \div +22$  мкм (пятый качество по точности), для стакана  $+160 \div +180$  мкм (160, а не  $22 + 134 = 156$ , т.к. необходимо еще несколько увеличить минимальный натяг из-за смятия оставшихся после механообработки гребней на поверхности стакана при надевании бандажа). В результате натяг будет находиться в диапазоне  $138 \div 180$  мкм. Необходимо проверить выбранный натяг по уровню напряжений в статике, т.е. после окончания процесса напрессовки. Для этого нужно повторно провести серии расчетов для стакана и бандажа при переменном  $Q$ , но только при отсутствии объемных сил и

напряжений на внутренней поверхности стакана, вызванных центробежными силами магнитов. Результаты расчетов приведены на рис. 4 для всего диапазона выбранных натягов (заштрихованная зона). Из этого рисунка видно, что давление по поверхности в статике лежит в диапазоне  $(150 \div 190) \cdot 10^5$  Па, а напряжения в деталях в самом худшем случае не превышают  $1500 \cdot 10^5$  Па, что вполне допустимо и для стакана, и для бандажа.

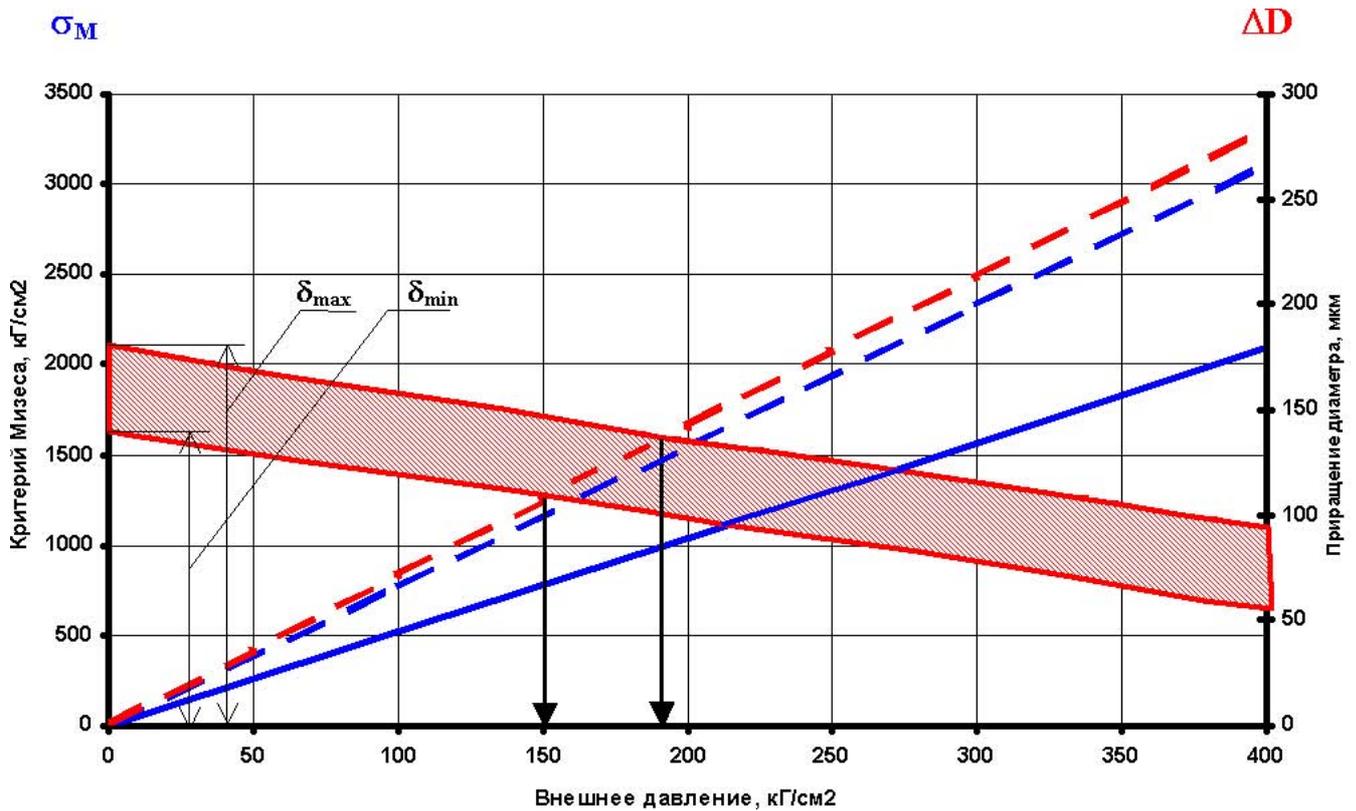


Рис 4. Нулевой уровень оси ординат для деформаций – первоначальный диаметр бандажа

Теперь определим, какой момент вращения мог бы сдвинуть бандаж относительно стакана (в данном случае это необходимо знать для определения допустимого темпа разгона центрифуги). Для этого воспользуемся величиной давления по поверхности соприкосновения бандажа и стакана, найденной из рис. 2. Если обозначим её  $Q$ , то искомый момент  $M$  может быть определен из элементарного соотношения

$$M = \pi \cdot D^2 \cdot L \cdot Q \cdot k_{\text{фр}} / 2,$$

где  $D$ ,  $L$  – диаметр и длина поверхности соприкосновения;  $k_{\text{фр}}$  – коэффициент трения.

Данный коэффициент трения отличается от того, который обычно используется для расчета параметров движения, т.к. там давления имеют значительно меньшую величину. В нашем случае он сильно зависит от давления. По данным [3] для  $Q = 100 \cdot 10^5$  Па можно принять  $k_{fr} = 0.2$ , тогда

$$M = \pi \cdot 0.106^2 \cdot 0.105 \cdot 100 \cdot 10^5 \cdot 0.2 / 2 = 3700 \text{ Нм.}$$

Эта величина есть верхний предел для момента двигателя. Однако в данном случае, когда номинальный момент, составляющий 3.2 Н·м, более чем в тысячу раз меньше предельно допустимого, можно не опасаться проворота бандажа относительно стакана.

Следующей задачей, которую необходимо решить при проектировании вращающихся деталей, соединенных с натягом, это определение скорости вращения, при которой происходит разъединение деталей. На практике считается достаточным, если эта скорость не менее, чем на 30% превышает скорость максимально возможную в процессе эксплуатации. По определению при разъединении давление по поверхности соприкосновения равно нулю. Поэтому для получения требуемой величины произведем серию расчетов также отдельно для стакана и бандажа при нулевом давлении и переменной частоте вращения. Учет скорости вращения производится соответствующим изменением объемных сил и напряжений от магнитов пропорционально квадрату скорости вращения. Зависимость деформаций стакана и бандажа от частоты вращения представлена на рис. 5.

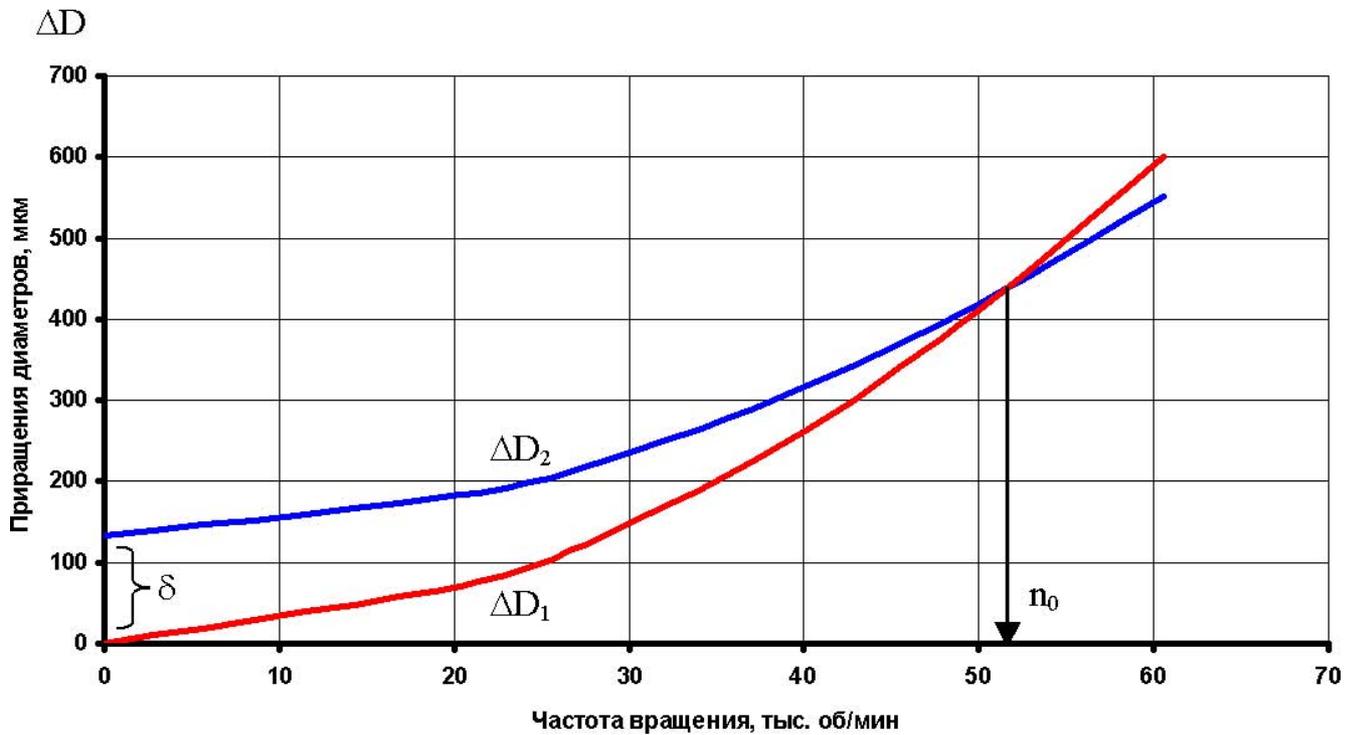


Рис 5. Нулевой уровень оси ординат – первоначальный диаметр бандажа.

Как обычно, податливость втулки (стакана) меньше, чем податливость кольца (бандажа), вследствие чего в точке  $n_0=52$  тыс. об/мин имеет место пересечение графиков деформаций, т.е. именно при этой частоте вращения произойдет разъединение деталей даже если они до этого не разрушатся. Очевидно, что отношение  $n_0/n_{\max} = 52/30 = 1.73$  значительно выше требуемого значения 1.3.

В заключение необходимо указать на некоторую погрешность предлагаемого метода. Как следует из рис. 3 при отдельном расчете стакана и бандажа в осесимметричной постановке невозможно задать соответствие друг другу форм деформированных посадочных поверхностей, что имеет место в действительности. Это несоответствие вызвано различием податливости участков сопряженных деталей в осевом направлении. В связи с этим в вышеприведенных расчетах использовались некоторые усредненные величины деформаций. Плоская постановка задачи, когда детали представляются бесконечными цилиндрами, обеспечивает соответствие друг другу деформированных поверхностей сопряжения, но не учитывает конструктивных особенностей деталей в осевом направлении (например, в нашем случае – дна у стакана). В связи с этим при расчетах сравнительно коротких объектов с малым отношением длины к диаметру следует предпочесть осе-

симметричную постановку, а для длинных деталей – плоскую. Отметим, что решения, полученные для идеального случая (бесконечно длинные цилиндры), практически точно совпадают с результатами, получаемыми при расчетах по [3].

### **Литература.**

1. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.1. ПК "ТОР", Санкт-Петербург, 2003.
2. ГОСТ 183-74. Машины электрические вращающиеся. Общие технические условия.
3. Красовский Б.Н. Вопросы прочности электрических машин. Изд. АН СССР, М., 1951.
4. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. Т. 1. "Машиностроение", М., 1978.