

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ**

*Учебный комплект*

Екатеринбург  
УрФУ  
2014

УДК 537.612(075.8)

ББК 22.334я73

М74

Авторы:

В. Э. Фризен, И. В. Черных, С. А. Бычков, Ф. Е. Тарасов

Рецензенты:

директор научно-технического центра «РЭЛТЕК» канд. техн. наук  
*С. М. Фаткуллин*;

кафедра электрификации горных предприятий Уральского государственного  
горного университета (заведующий кафедрой – д-р техн. наук *А. Л. Карякин*)

Научный редактор – проф., д-р техн. наук *Ф. Н. Саранулов*

**Методы расчета электрических и магнитных полей** : учебный  
М74 комплект / В. Э. Фризен, И. В. Черных, С. А. Бычков, Ф. Е. Тарасов. –  
Екатеринбург : УрФУ, 2014. – 176 с.

ISBN

В комплекте приведено задание на проектирование индукционного нагревателя, а также рекомендации по составлению математической модели процесса индукционного нагрева в программном комплексе Elcut. В приложениях даны варианты заданий, удельные параметры нагреваемого металла, пример расчета.

Учебный комплект предназначен для студентов всех форм обучения по направлению 140400 – Электроэнергетика и электротехника. В учебный комплект входят: учебное пособие, материалы для проведения практических занятий, лабораторные работы, методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Методы расчета электрических и магнитных полей», а также справочная информация.

Библиогр.: 7 назв. Табл. 24. Рис. 58. Прил. 5.

УДК 537.612(075.8)

ББК 22.334я73

ISBN

© Уральский федеральный  
университет, 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ» .....	5
Введение .....	5
1.1. Двумерная постановка полевой задачи в программе Elcut .....	6
1.2. Задача магнитостатики в среде Elcut .....	10
1.3. Задача магнитного поля переменных токов.....	17
1.4. Задачи электростатики и растекания токов .....	22
1.5. Задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи .....	26
1.6. Структура файлов пользователя в программе Elcut.	
Описание геометрии задачи.....	30
1.7. Рабочее окно программы. Этапы решения полевой задачи в программе Elcut.....	37
1.8. Анализ полученных результатов. Решение связанных задач .....	53
1.9. Нестационарное магнитное поле.....	58
II. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ» .....	65
2.1. Расчет поля постоянного магнита .....	66
2.2. Вытеснение переменного тока в шине прямоугольного сечения, уложенной в паз электрической машины.....	67
2.3. Плунжерный электромагнит.....	68
2.4. Симметричная двухпроводная линия .....	69
2.5. Температурное поле в зубцовой зоне электрической машины.....	71
2.6. Цилиндр с теплопроводностью, зависящей от температуры .....	72
2.7. Двухпроводная линия передачи .....	73
2.8. Линейный асинхронный двигатель .....	74
2.9. Распределение температуры в проводнике с током.....	76
2.10. Насос для перекачки жидкого металла.....	77
2.11. Двухпроводная линия передачи .....	78
2.12. Электрический двигатель.....	79
2.13. Индукционная тигельная печь.....	81
2.14. Расчет поля подковообразного постоянного магнита.....	83
2.15. Расчет индуктивности дросселя броневой конструкции .....	84
2.16. Проводник в ферромагнитном пазу .....	85
2.17. Нестационарное температурное поле в зубцовой зоне электрической машины .....	86

2.18. Расчет индуктивности кабеля .....	87
2.19. Температурный отклик на быстрое изменение температуры внешней среды .....	88
2.20. Изменение распределения температуры в пластине из ортотропного материала .....	89
2.21. Расчет напряженного состояния тонкой перфорированной пластины ...	90
2.22. Соленоидальный электромагнит установки термоядерного синтеза «Токамак» .....	91
2.23. Полый толстостенный цилиндр, подвергнутый нагреву и давлению .....	92
<b>III. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ» .....</b>	<b>94</b>
3.1. Исследование плунжерного электромагнита.....	94
3.2. Вытеснение переменного тока в шине прямоугольного сечения, уложенной в паз электрической машины.....	97
3.3. Исследование линейного асинхронного двигателя.....	101
3.4. Исследование двухканального МГД-насоса .....	103
3.5. Исследование установки сквозного индукционного нагрева .....	105
3.6. Исследование установки электрошлакового переплава .....	108
<b>IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ».....</b>	<b>111</b>
4.1. Технологические требования.....	111
4.2. Технические требования .....	111
4.3. Рекомендации по выполнению расчетов.....	111
4.4. Порядок расчетов.....	113
4.5. Требования к оформлению отчета .....	116
<b>V. СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ.....</b>	<b>117</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....</b>	<b>121</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>122</b>

# **I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ»**

## **Введение**

Elcut – это мощный современный комплекс программ для инженерного моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач методом конечных элементов.

Ведущие электромашиностроительные заводы страны применяют Elcut для расчета электромагнитных параметров и тепловых режимов машин. Необходимость в анализе поля возникает при расчете для оптимизации существующих машин либо при расчете машин нетрадиционных конструкций.

Анализ электрического поля в высоковольтных вводах, обмотках, изоляционных системах используется при проектировании силовых трансформаторов и других высоковольтных аппаратов.

Тепловые расчеты с помощью Elcut успешно используются при проектировании систем обогрева с помощью нагреваемых кабелей, специализированных и комбинированных систем контроля температуры, вентилируемых фасадов, ограждающих конструкций в строительстве и архитектурном проектировании.

## 1.1. Двумерная постановка полевой задачи в программе Elcut

В практике научных и технических расчетов встречаются задачи, требующие в качестве решения получения поля распределения в двух- или трехмерном пространстве той или иной величины. Простейшим примером может служить расчет поля температур в футеровке печи. При решении данной задачи инженерными методами моделируемая область сводится к простейшему объекту – участку бесконечной в двух направлениях среды со стабильными свойствами. В двумерной постановке у данной поверхности появляются края со своими граничными условиями, что заставляет перейти к двумерности в постановке задачи, и наконец, такой сложный объект, как, например, футеровка дуговой сталеплавильной печи, может быть обчислен сразу, без разбиения на несколько простых объектов, только в трехмерной постановке.

Примерами задач, требующих полевого решения, являются также расчет сложных гидродинамических и газодинамических явлений при обтекании воздухом крыла самолета или исследование работы лопаток турбины и гребного винта судна. Важными задачами являются расчет поля температур в работающем электрическом аппарате или электрическом двигателе, исследование индукционного нагрева деталей сложной поверхности, расчет параметров проводников коротких сетей дуговых печей, наконец, исследование явлений, происходящих при ядерных взрывах.

Среди существующего многообразия программных продуктов, предназначенных для решения полевых задач, можно выделить три универсальных пакета такого рода. Во-первых, это **ANSYS** – один из первых пакетов конечно-элементного анализа, во-вторых, **Femlab** – интегрируемый в **Matlab** новейший пакет для решения полевых задач, и в-третьих, **Elcut** – практически единственный отечественный пакет, пригодный для моделирования электротехнологических установок. Все три пакета являются универсальными (они предназначены для решения различных типов полевых задач), позволяют решать линейные и нелинейные задачи и обладают примерно одинаковой точностью и возможностями. Основные отличия пакетов представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

## Основные отличия конечно-элементных пакетов

№ п/п	Возможности пакета	ANSYS	Femlab	Elcut
1	Вид анализа:			
	электромагнитный	да	да	да
	тепловой	да	да	да
	газодинамический	да	да	нет
	механический	да	да	да
	совмещенный (мультифизичный)	да	да	только последова- тельный
2	Тип расчета:			
	статический	да	да	да
	динамический	да	да	только для тепловых задач
3	Геометрическая модель:			
	двухмерная	да	да	да
	осесимметричная	да	да	да
	трехмерная	да	да	нет
4	Выбор типа конечно-элементного элемента	да	да	нет
5	Возможность задавать энтальпию как параметр материала	да	нет	нет
6	Возможность моделирования внешних электрических цепей	да	да (экспорт в Simulink)	нет

Среди рассматриваемых программ Elcut на первый взгляд обладает ограниченными возможностями по сравнению с другими программами. Однако некоторые ограничения достаточно легко преодолеваются. Например, Elcut не позволяет моделировать трехмерные объекты, но существует множество объектов, являющихся, с точки зрения геометрии, телами вращения, а осесимметричные задачи с помощью Elcut решаются и дают те же результаты, что и в трехмерной постановке. Наиболее серьезным недостатком Elcut является то, что в этой программе на сегодняшний день отсутствует

возможность одновременного решения полевых задач (например, электромагнитной и тепловой). Это не позволяет автоматически учитывать изменение свойств материалов в процессе расчета. К примеру, нельзя учесть изменение магнитной проницаемости металла при изменении его температуры. Данный недостаток можно частично преодолеть, разбив временной отрезок, на котором производится тепловой расчет, на несколько отдельных участков. На каждом из таких участков необходимо предварительно решать электромагнитную задачу с новыми значениями свойств материалов. Преимуществами же Elcut, безусловно, являются наличие русскоязычной версии, документации на русском языке, большое количество примеров, поставляемых с программой, а также развитые возможности по обработке результатов расчета (расчет индуктивностей, емкостей, усилий и т. п.).

Пакет ANSYS обладает наибольшим числом достоинств. Это единственный пакет среди перечисленных, позволяющий моделировать переход материала из твердого состояния в жидкое и наоборот (фазовый переход). Однако сложность интерфейса программы, большое число параметров ее настройки и почти полное отсутствие учебников по программе на русском языке затрудняют ее использование.

Пакет Femlab соединяет в себе достоинства двух других пакетов. Он обладает простым и понятным интерфейсом, как Elcut, и имеет практически те же расчетные возможности, что и ANSYS. Кроме этого, Femlab по сути является инструментом (toolbox) пакета Matlab и работает под его управлением. Это означает, что все возможности программирования, доступные в Matlab, могут быть использованы и в Femlab (например, при обработке результатов расчета). Еще одним огромным достоинством Femlab является возможность экспорта конечно-элементной модели в Simulink (инструмент моделирования динамических систем, встроенный в Matlab). Это позволяет моделировать не только простейшие внешние электрические цепи, но и работу установки, совместно с преобразователями электрической энергии, системами управления, исследовать частотные характеристики и устойчивость электротехнологической установки и т. п.

Таким образом, в зависимости от сложности решаемой задачи и требований по точности представления реального объекта в модели, пользователь может выбрать нужную программу для проведения расчетов.

Elcut позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной



векторной функции (потенциала), а также задачи расчета напряженно-деформированного состояния твердого тела (плоские напряжения, плоские деформации, осесимметричные нагрузки). Рассматриваются три основных класса двумерных задач: плоские, плоскопараллельные и осесимметричные.

*Плоские задачи* обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах. Они решаются в двумерной прямоугольной системе координат.

*Плоскопараллельные постановки* используют декартову систему координат  $xuz$ , причем предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля, неизменны в направлении оси  $z$ . Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости  $xu$ , называемой *плоскостью модели*. Принято, что ось  $x$  направлена слева направо, а ось  $u$  – снизу вверх. В этом случае рассматривается сечение моделируемых объектов, бесконечно протяженных в плоскость чертежа.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат  $zr\theta$ . Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью проводится в плоскости  $zr$  (точнее, в полуплоскости  $r \geq 0$ ). Ось вращения  $z$  направлена слева направо, ось  $r$  – снизу вверх. В этом случае в плоскости построения располагаются образующие тел вращения моделируемых объектов расчетной области. *Следует иметь в виду*: все, что расположено ниже оси с координатами  $r = 0$ , является объектом с отрицательным радиусом и не имеет физического смысла.

Геометрическая конфигурация задачи определяется как набор подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не пересекающиеся между собой иначе как по границе. Каждой подобласти приписан определенный набор физических свойств. Мы будем использовать термины блок для полигональной подобласти, ребро для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков, и вершина для концов ребер и изолированных точек. Ребра, отделяющие расчетную область от остальной части плоскости, составляют внешнюю границу расчетной области. Все остальные ребра являются внутренними границами.

## 1.2. Задача магнитостатики в среде Elcut

Расчет магнитного поля применяется при проектировании и исследовании различных устройств, таких, как соленоиды, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, реакторы и т. п. Обычно при расчетах магнитного поля представляют интерес такие величины, как магнитная индукция, напряженность магнитного поля, магнитостатические силы и моменты, индуктивность, а также потокоцепления с различными обмотками.

Пакет Elcut может применяться для решения линейных и нелинейных задач магнитостатики в плоской и осесимметричной постановке. Используется формулировка задачи относительно векторного магнитного потенциала.

Задачи магнитостатики могут быть решены в линейной и нелинейной постановках. Источником поля могут служить сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, постоянные магниты, а также внешние магнитные поля.

При решении этих задач используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала  $A$  ( $B = \text{rot } A$ ,  $B$  – вектор магнитной индукции). В рассматриваемых задачах вектор индукции  $B$  всегда лежит в плоскости модели ( $x$  или  $z$ ), а вектор плотности стороннего тока  $j$  и векторный потенциал  $A$  перпендикулярны к ней. Иными словами, электрический ток, создающий магнитное поле, направлен перпендикулярно плоскости чертежа, или движущиеся заряды, создающие постоянное магнитное поле, перемещаются перпендикулярно плоскости чертежа. Отличны от нуля только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоскопараллельном случае или  $j_\theta$  и  $A_\theta$  в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как  $j$  и  $A$ . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j + \left( \frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right),$$

а для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j + \left( \frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right),$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ), составляющие коэрцитивной силы  $H_{cx}$  и  $H_{cy}$  ( $H_{cz}$  и  $H_{cr}$ ) а также плотность тока  $j$  – постоянные величины в пределах каждого из блоков модели.

*Замечание.* В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ( $\mu_x = \mu_y$  или  $\mu_z = \mu_r$ ) и задаются зависимостью  $B = f(H)$ , представленной кубическим сплайном.

*Источники поля* могут быть заданы в блоках, на ребрах или в отдельных вершинах модели. В магнитостатике под источниками поля понимаются

сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, а также постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости  $xy$  ( $zr$ ), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре, соответствует поверхностному току в трехмерном пространстве. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью. Пространственно распределенный ток описывается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков, ассоциированных с блоком. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле

$$j = \frac{nI}{S},$$

где  $n$  – количество витков катушки,  $I$  – полный ток,  $S$  – площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же полное число ампер-витков, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

*Граничные условия.* При построении модели на внутренних и внешних границах области допустимы следующие виды граничных условий.

**Условие Дирихле**, задающее на части границы наперед известный векторный магнитный потенциал  $A_0$  в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например, на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, Elcut позволяет задать условие Дирихле как линейную функцию координат в виде

$$A_0 = a + bx + cy \quad \text{– для плоских задач;}$$

$$rA_0 = a + bzr + \frac{cr^2}{2} \quad \text{– для осесимметричных задач.}$$

Константы  $a$ ,  $b$  и  $c$  постоянны в пределах стороны, но могут меняться от одной части границы к другой. Такой подход позволяет моделировать однородное внешнее поле путем задания ненулевого значения нормальной компоненты индукции на прямолинейных участках границы.

Подбором значений константы на разных сторонах все условия Дирихле должны быть согласованы так, чтобы функция  $A_0$  была непрерывна в точках соприкосновения границ.

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач. Чаще всего нулевое условие Дирихле используется для задания внешних границ модели, а также для границ в плоскопараллельных задачах, являющихся следом плоскости симметрии (рис. 1.1). При задании этого граничного условия силовые линии магнитного поля «облизывают» указанную границу. Частным случаем нулевого граничного условия Дирихле является  $B_n = 0$ , т. е. нормальная составляющая индукции равна нулю.

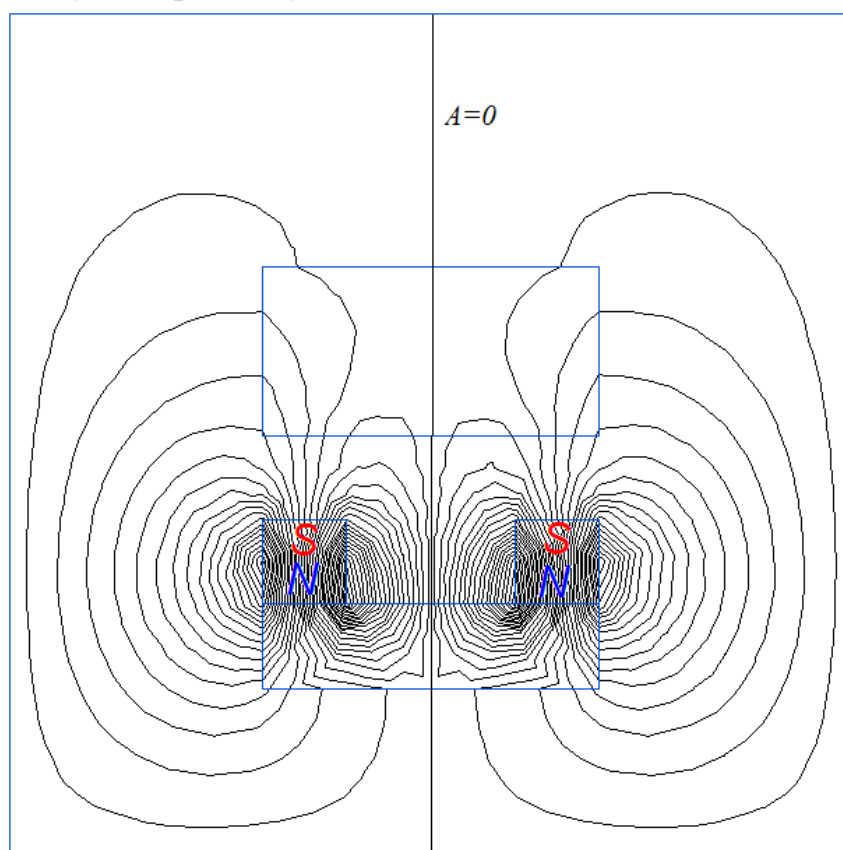


Рис. 1.1. Картина поля в плоских симметричных моделях

Условие Неймана имеет вид:

$H_t = y$  – на внешних границах,

$H_t^+ - H_t^- = y$  – на внутренних границах,

где  $H_t$  – тангенциальная компонента напряженности поля, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно,  $y$  – линейная плотность поверхностного тока. Если  $y$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе (рис. 1.2) означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

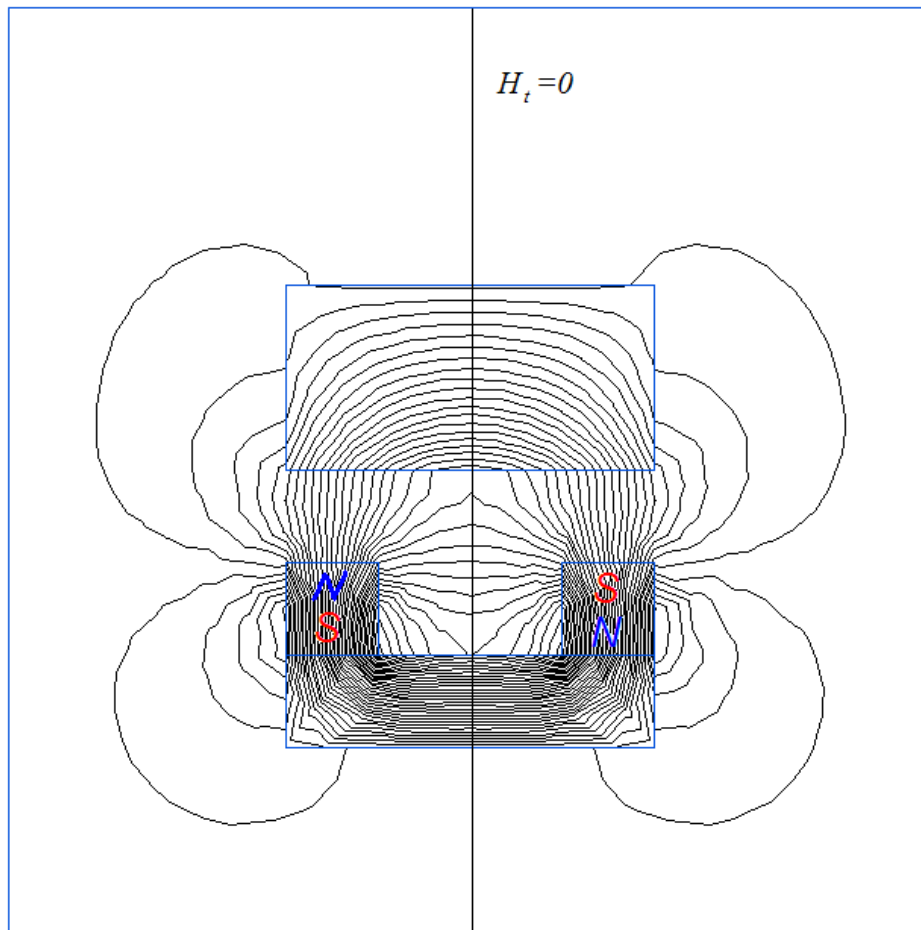


Рис. 1.2. Картина поля в плоских антисимметричных моделях

*Замечание.* При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости антисимметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

*Граничное условие нулевого потока* используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока  $rA = \text{const}$  в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал (рис. 1.3).

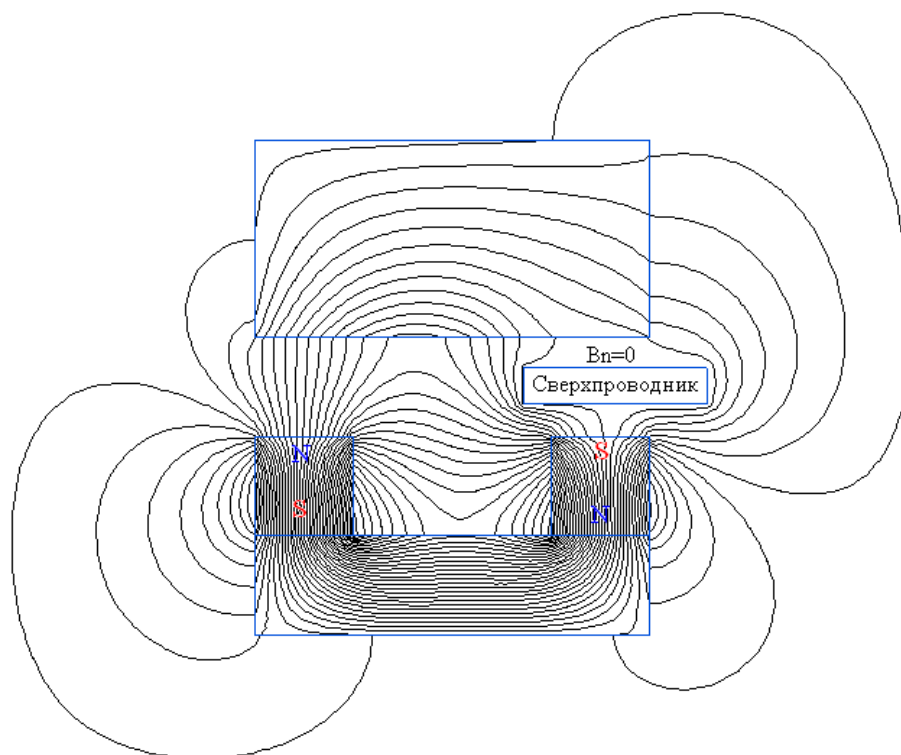


Рис. 1.3. Сверхпроводник в магнитном поле

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле, и сверхпроводников. В этом случае последние следует описать с помощью условия Дирихле, так как указанный на границе потенциал в любом случае, согласно условию нулевого потока или равного векторного магнитного потенциала, распространится по всей границе, соприкасающейся с границей, для которой задан потенциал.

*Свойства сред:* воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью, изотропные ферромагнетики, проводники с током, линейные и нелинейные постоянные магниты. Кривые намагничивания ферромагнитных материалов вводятся и редактируются при помощи окна работы с кривыми.

*Источники поля:* распределенные и сосредоточенные токи или плотность тока, указанные в блоках и вершинах модели соответственно,

однородное внешнее поле, заданное с помощью граничных условий Дирихле или Неймана, и постоянные магниты.

*Постоянные магниты.* Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в Elcut как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении, ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой  $H_c$ , направленной вдоль оси  $x$ , может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен  $H_c$ , а по нижней границе  $-H_c$ .

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы, так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. При задании кривой размагничивания такого магнита сначала необходимо указать начальное значение коэрцитивной силы магнита, а это поле недоступно, пока не задано значение магнитной проницаемости. Поэтому сначала следует указать любое положительное значение магнитной проницаемости, затем коэрцитивную силу магнита, и, выставив флажок «анизотропный магнетик», начать редактирование кривой размагничивания.

*Вычисляемые физические величины.* При анализе результатов расчета магнитного поля Elcut позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

*Локальные величины:*

- векторный магнитный потенциал  $A$  (функция потока  $rA$  в осесимметричном случае);

- вектор магнитной индукции  $B = \text{rot } A$ :

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{- для плоскопараллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{- для осесимметричного поля.}$$

- вектор напряженности магнитного поля  $H = \mu^{-1}B$ , где  $\mu$  - тензор магнитной проницаемости.

*Интегральные величины:*

• суммарная магнитостатическая сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме:

$$F = \frac{1}{2} \oint (H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(B \cdot H)) ds ,$$

где интегрирование ведется по поверхности, окружающей заданный объем, а  $n$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности;

• энергия магнитного поля:

$$W = \frac{1}{2} \int (H \cdot B) dV \text{ - в линейном случае;}$$

$$W = \int \left( \int_0^B H(B') dB' \right) dV \text{ - в нелинейном случае.}$$

• Потокосцепление на один виток обмотки:

$$\Psi = \frac{\oint A ds}{S} \text{ - в плоско-параллельном случае;}$$

$$\Psi = \frac{2\pi \oint r A ds}{S} \text{ - в осесимметричном случае;}$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а  $S$  обозначает площадь этого поперечного сечения.

*Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на  $l$  м длины в осевом направлении.*

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.

*Вычисление индуктивностей.* Чтобы вычислить собственную индуктивность катушки, необходимо задать ток только в ней и убедиться, что все прочие токи выключены. После решения задачи откроем окно анализа результатов и вычислим потокосцепление с контуром, совпадающим с поперечным сечением катушки. После этого искомая собственная индуктивность может быть получена по формуле

$$L = \frac{n\Psi}{I} ,$$

где  $n$  – число витков катушки,  $\Psi$  – потокосцепление,  $I$  – ток в каждом из витков катушки.

Взаимная индуктивность двух катушек может быть найдена таким же образом. Отличие от предыдущего случая состоит лишь в том, что ток должен быть задан в одной из двух катушек, а потокосцепление – вычисляться с другой из них:



$$L_{12} = \frac{n_2 \Psi_2}{I_1}.$$

В плоскопараллельном случае каждая катушка должна быть представлена как минимум двумя проводниками с равными и противоположно направленными токами. В одних случаях оба проводника присутствуют в модели, в других – только один из проводников включается в модель, а второй замещается граничным условием  $A = 0$  на плоскости симметрии задачи. Если магнитная система симметрична, индуктивность может быть получена, основываясь только на потокосцеплении с одним проводником. Результат следует потом удвоить, чтобы учесть второй проводник. Если модель не симметрична, то полная индуктивность может быть получена добавлением аналогичных слагаемых, соответствующих каждому проводнику. Заметьте, что ток должен быть включен во всех проводниках, представляющих данную катушку.

В плоскопараллельных задачах индуктивность вычисляется на единицу длины в направлении оси  $z$ .

### 1.3. Задача магнитного поля переменных токов

Данный вид анализа используется для расчета магнитных полей, возбужденных токами, синусоидально изменяющимися во времени, и наоборот, для расчета токов, индуцированных переменным магнитным полем в проводящей среде (вихревых токов). Эти задачи возникают при расчете различных индукторов (в том числе систем индукционного нагрева), соленоидов, электрических машин и других устройств. Обычно при расчетах магнитного поля переменных токов представляют интерес такие величины, как полный электрический ток (с его сторонней и вихревой компонентами), электрическое напряжение, мощность тепловыделения (омические потери), индукция магнитного поля, напряженность магнитного поля, электромагнитные силы и их моменты, комплексное сопротивление (импеданс), индуктивность.

Анализ магнитного поля переменных токов состоит в расчете электромагнитного поля, возбужденного приложенными переменными (синусоидально изменяющимися во времени) токами или внешним переменным полем.

Изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрические токи изменяются как

$$z = z_0 \cos(\omega t + \varphi_z),$$

где  $z_0$  – амплитудное (максимальное) значение  $z$ ,  $\varphi_z$  – фазовый угол,  $\omega$  – угловая частота.

Представление гармонически изменяющейся величины при помощи комплексного числа существенно облегчает анализ. Действительная и мнимая части комплексного числа

$$z = z_0 e^{j(\omega t + \varphi_z)}$$

сдвинуты по фазе на  $90^\circ$  по отношению друг к другу, так что их линейная комбинация может представлять произвольный фазовый угол.

В зависимости от фазового сдвига между двумя осциллирующими компонентами вектор может вращаться по часовой стрелке или в противоположном направлении, либо колебаться вдоль некоторого направления. В общем случае конец вектора описывает эллипс. Главные полуоси эллипса соответствуют максимальным значениям векторной величины. Отношение длин меньшей и большей полуосей определяет коэффициент поляризации вектора. Последний предполагается положительным при вращении вектора против часовой стрелки и отрицательным в противоположном случае. Нулевой коэффициент соответствует линейной поляризации вектора.

Полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем:

$$J = j_0 + j_{eddy}$$

Задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала  $A$  ( $B = \text{rot } A$ ,  $B$  – вектор магнитной индукции). Вектор магнитной индукции предполагается лежащим в плоскости модели ( $xy$  или  $zr$ ), в то время как вектор плотности электрического тока  $j$  и векторный магнитный потенциал  $A$  ортогональны к нему. Только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоской постановке и  $j_\theta$  и  $A_\theta$  в осесимметричном случае отличны от нуля. Будем обозначать их просто  $j$  и  $A$ . Уравнение для плоской задачи запишется как

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - i\omega g A = -j_0$$

и для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - i\omega g A = -j_0,$$

где электропроводность  $g$  и компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ) постоянны в пределах каждого блока модели. Сторонняя составляющая тока  $j_0$  предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ( $\sim 1/r$ ) в осесимметричном случае.

Описанная формулировка не учитывает член  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  в формуле закона Ампера, т. е. пренебрегает плотностью тока смещения. Обычно плотность тока смещения не оказывает заметного влияния до мегагерцовых диапазонов частот, что часто имеет место в практике подобных расчетов.

*Свойства сред:* воздух, ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью, токонесущие проводники с известным напряжением или током.

*Источники поля:* приложенное напряжение, полный ток проводника, плотность тока или однородное внешнее поле.

*Граничные условия:* заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

*Результаты расчета:* векторный магнитный потенциал, плотность тока, напряжение, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, омические потери, вектор Пойнтинга, энергия магнитного поля, импеданс, собственные и взаимные индуктивности.

При анализе результатов расчета магнитного поля переменных токов Elcut позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

*Локальные величины:*

- комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала  $a$  (функция потока  $ra$  в осесимметричном случае);

- комплексная амплитуда напряжения  $u$ , приложенного к проводнику;

- комплексная амплитуда плотности полного тока  $j_{\text{полн}} = j_{\text{ст}} + j_{\text{вихр}}$ , плотности стороннего тока  $j_{\text{ст}}$  и плотности вихревого тока  $j_{\text{вихр}} = -i\omega gA$ ;

- комплексный вектор магнитной индукции  $B = \text{rot } A$ :

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{- для плоскопараллельного поля;}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad \text{- для осесимметричного поля;}$$

- комплексный вектор напряженности магнитного поля  $H = \mu^{-1}B$ , где  $\mu$  – тензор магнитной проницаемости;

- удельная мощность тепловыделения:

$$Q = g^{-1} j^2;$$

- плотность энергии магнитного поля:

$$w = B H/2;$$

- среднее значение вектора Пойнтинга (плотность потока энергии):

$$S = E \cdot H;$$

- среднее значение вектора плотности силы Лоренца:

$$F = j \cdot B;$$

- магнитная проницаемость  $\mu$  (наибольшая компонента в анизотропной среде);

- электрическая проводимость  $g$ .

*Интегральные величины:*

- комплексная амплитуда тока через заданную поверхность

$$I = \int j ds$$

и ее сторонняя ( $I_{ст}$ ) и вихревая ( $I_{вихр}$ ) компоненты;

- мощность тепловыделения в объеме:

$$Q = \int g^{-1} j^2 dV;$$

- энергия магнитного поля:

$$W = \frac{1}{2} \int (H \cdot B) dV;$$

- поток электромагнитной мощности (поток вектора Пойнтинга) через заданную поверхность:

$$S = \int (S \cdot n) ds;$$

- среднее значение пондеромоторной силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме:

$$F = \frac{1}{2} \oint (H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(B \cdot H)) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем, а  $n$  означает вектор единичной внешней нормали к поверхности;

- среднее значение и амплитуда колебательной части силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме:

$$F = \int j \cdot B dV.$$

*Замечание.* Магнитное поле порождает силы, действующие на проводники с током и ферромагнитные тела. Сила, действующая на проводники, известна под названием силы Лоренца, в то время как сила,

вычисленная путем интегрирования тензора Максвелла, включает в себя обе компоненты.

Область интегрирования определяется как разомкнутый или замкнутый контур в плоскости модели, состоящий из отрезков и дуг окружности. Если область интегрирования содержит проводники и ферромагнитные тела, вычисленное значение силы Лоренца даст результат, более близкий к истинному.

#### *Вычисление импеданса*

Импедансом в теории переменных токов называется комплексный коэффициент пропорциональности между комплексными значениями тока и напряжения:  $V = ZI$ . Его действительная часть представляет собой активное сопротивление проводника, вычисленное с учетом эффекта вытеснения тока (поверхностный эффект). Мнимая часть импеданса есть индуктивность, умноженная на угловую частоту  $\omega$ .

$$Z = R + i\omega L.$$

Поскольку значения напряжения и тока можно легко получить в окне анализа результатов расчета, импеданс вычисляется путем деления напряжения на ток по правилам комплексной арифметики. Пусть  $V$  и  $I$  - амплитудные значения напряжения и тока, а  $\varphi_V$  и  $\varphi_I$  - фазы этих величин. Тогда активное сопротивление вычисляется как

$$R = \frac{V}{I} \cos(\varphi_V - \varphi_I)$$

и индуктивность

$$L = \frac{V}{I \cdot 2\pi f} \sin(\varphi_V - \varphi_I)$$

Чтобы вычислить взаимную индуктивность между двумя проводниками, можно задать ненулевой полный ток в одном из них, оставить концы второго проводника разомкнутыми (т. е. задать нулевой полный ток) и измерить напряжение, развиваемое на концах второго проводника под действием тока, протекающего в первом.

*Замечание.* Поскольку в плоском случае напряжение прикладывается и измеряется на единицу осевой длины, импеданс также будет вычисляться на один метр длины в осевом направлении.

*Специальные возможности.* Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на проведенных линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнито-

упругая задача), а омические потери могут быть использованы в качестве источников тепла при анализе теплового поля (совмещенная термоэлектрическая задача). Два мастера помогают вычислить собственную и взаимную индуктивность катушек и импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

## 1.4. Задачи электростатики и растекания токов

### 1.4.1. Задача электростатики

Расчеты электростатического поля используются при проектировании и исследовании высоковольтного оборудования (разрядников, выключателей, элементов линий электропередачи), изоляционных конструкций, кабелей, конденсаторов, а также при анализе распространения ТЕМ-волн в волноводах. Обычно представляют интерес следующие физические величины: электрический потенциал, напряженность поля, электростатическое смещение (индукция), заряд, емкость и электростатическая сила.

Электростатические задачи описываются уравнением Пуассона относительно скалярного электрического потенциала  $U$  ( $E = -\text{grad}U$ ;  $E$  – вектор напряженности электрического поля). Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \epsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \epsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\rho$$

и для осесимметричных задач

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \epsilon_r r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\rho$$

где компоненты тензора электрической проницаемости  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  или  $\epsilon_z$ ,  $\epsilon_r$ , а также плотность распределенного заряда  $\rho$  – постоянные величины в пределах блоков модели.

*Источники поля.* Elcut обеспечивает возможность задать электрический заряд в блоках, на ребрах и в отдельных вершинах модели. Заряд, заданный в конкретной точке плоскости  $xу$ , описывает заряженную струну, проходящую через эту точку перпендикулярно к плоскости модели, и задается своей линейной плотностью. В осесимметричном случае заряд вершины описывает заряженную окружность вокруг оси симметрии или точку на оси симметрии. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник поля, заданный в вершине, всегда характеризуется полным зарядом. Для заряженной окружности полный заряд связан с линейной плотностью соотношением  $q = 2\pi r\rho$ . Линейная

плотность заряда на ребре модели соответствует заряженной поверхности в трехмерном пространстве. Такое ребро описывается поверхностной плотностью заряда и задается при помощи граничного условия Неймана для ребра. Плотность заряда, ассоциированного с блоком, соответствует объемному заряду.

*Свойства сред:* воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной диэлектрической проницаемостью.

#### *Граничные условия*

Условие Дирихле задает наперед известное значение электрического потенциала  $U_0$  в вершине или на ребре модели (например, на обкладках конденсатора). Этот вид граничного условия также может применяться на внешней границе области, совпадающей с плоскостью электрической антисимметрии задачи (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Величина  $U_0$  на ребре модели может быть задана в виде линейной функции координат. Параметры задающей линейной функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция  $U_0$  была непрерывна в точках соприкосновения границ.

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

Условие Неймана определяется следующими соотношениями:

$$D_n = \sigma \text{ - на внешних границах;}$$

$$D_n^+ - D_n^- = \sigma \text{ - на внутренних границах,}$$

где  $D_n$  - нормальная компонента электрического смещения, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно,  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда. Если  $\sigma$  принимает нулевое значение, граничное условие называется однородным, что означает отсутствие нормальной компоненты напряженности электрического поля. Этот вид граничного условия часто используется на внешней границе области, являющейся следом плоскости симметрии задачи. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех ребрах внешней границы, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности заряда следует разделить пополам.

Граничное условие равного потенциала используется для описания изолированных проводников, помещенных в электрическое поле, которые имеют постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

*Замечание.* Ребро, на котором задано условие равного потенциала, не должно соприкасаться с ребрами или вершинами, на которых задано условие Дирихле. В этом случае ребро с постоянным потенциалом следует описать при помощи условия Дирихле с подходящим значением потенциала, заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения нормальной составляющей поля (условие Неймана), условие постоянства потенциала на поверхностях изолированных проводников.

*Результаты расчета:* потенциал, напряженность поля, электрическое смещение (индукция), заряд, собственные и взаимные частичные емкости, силы, моменты, энергия электростатического поля.

*Специальные возможности.* Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных линиях и поверхностях. В задачу могут быть включены изолированные проводники с заранее неизвестным потенциалом (электростатические экраны). Электростатические силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная электроупругая задача). Мастер емкости поможет вычислить собственную и взаимную емкости проводников.

#### **1.4.2. Задача растекания токов**

Задача растекания токов используется при анализе различных массивных проводящих систем и при расчете сопротивления заземления (утечки). Величины, представляющие интерес при анализе, включают напряжение, плотность тока, мощность тепловыделения (джоулевы потери).

Elcut позволяет рассчитывать распределение электрического потенциала и тока в системах проводников. Эти задачи описываются уравнением Пуассона для скалярного электрического потенциала  $U$  (предполагается, что вектор плотности тока лежит в плоскости модели).

Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho_x} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho_y} \frac{\partial U}{\partial y} \right) = 0$$

и для осесимметричных задач

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho_z} \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0,$$



где компоненты тензора удельного электрического сопротивления  $\rho_x$ ,  $\rho_y$  или  $\rho_z$ ,  $\rho_r$  – постоянные величины в пределах блоков модели.

Вектор плотности тока  $j$  определяется уравнением  $j = -\rho^{-1} \text{grad}U$ , где  $\rho^{-1}$  – величина, обратная тензору удельного электрического сопротивления.

*Свойства сред:* воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной электропроводностью.

*Источники поля.* В задачах протекания тока под источниками поля понимаются сторонние токи, заданные на границах проводника. В рамках комплекса Elcut источники поля могут быть заданы вдоль ребер и в отдельных вершинах модели. Плотность тока, заданная в точке плоскости  $xu$ , соответствует токоподводу в виде тонкого проводника, перпендикулярного плоскости модели. Он описывается своей линейной плотностью тока. В осесимметричном случае источник, заданный в вершине, описывает токоподвод в виде тонкого кольца с осью, совпадающей с осью симметрии задачи, или точечный токовый ввод, если точка лежит на оси вращения. В этих двух случаях источник описывается величиной подводимого тока. Для кольцевого токоподвода полное значение тока связано с его линейной плотностью соотношением  $I = 2\pi r\sigma$ . Задание поверхностной плотности тока на ребрах в плоскости модели эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

#### *Граничные условия*

Условие Дирихле. Граничное условие задает наперед известное значение электрического потенциала  $U_0$  на ребрах или в вершинах модели. Значение  $U_0$  на ребре может быть задано в виде линейной функции от координат. Параметры задающей линейной функции могут варьироваться от ребра к ребру, но должны быть подобраны так, чтобы избежать разрывов функции  $U_0$  в точках соприкосновения границ.

*Замечание.* Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

Условие Неймана имеет вид

$$j_n = j \text{ - на внешних границах,}$$

$$j_n^+ - j_n^- = j \text{ - на внутренних границах,}$$

где  $j_n$  – нормальная компонента вектора плотности тока, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно,  $j$  в правой части выражений - плотность стороннего тока. Если  $j = 0$ , граничное условие

называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие нормальной составляющей напряженности и часто применяется для описания плоскости симметрии. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех ребрах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Граничное условие равного потенциала задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

*Ограничение.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равного потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

*Результаты расчета:* потенциал, напряженность поля, плотность тока, ток через заданную поверхность, мощность тепловыделения (джоулевых потерь).

*Специальные возможности.* Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных линиях и поверхностях. Мощность тепловыделения может быть передана в качестве источника тепла в задачу расчета температурного поля (совмещенная электро-тепловая задача).

## **1.5. Задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи**

### ***1.5.1. Расчет температурных полей***

Температурный анализ играет заметную роль при проектировании многих механических и электромагнитных систем. Как правило, интерес представляет распределение температуры температурного градиента, теплового потока и потерь тепла. Используя модуль нестационарной теплопередачи, можно рассчитать тепловой переходный процесс с постоянными во времени граничными условиями.

Elcut может выполнять линейный и нелинейный стационарный температурный анализ в плоской и осесимметричной постановке.

Elcut позволяет решать задачи теплопередачи (стационарные и нестационарные) в линейной и нелинейной постановках.

При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности в одном из видов:

для линейных задач

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q - c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

и для осесимметричных задач

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_{r,r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q - c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau};$$

для нелинейных задач

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q(T) - c(T)\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad \text{— в плоском случае;}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda(T)r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q(T) - c(T)\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad \text{— в осесимметричном случае,}$$

где  $T$  — температура;

$\tau$  — время;

$\lambda_{x(y,z,r)}$  — компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке);

$\lambda(T)$  — теплопроводность как функция температуры, представленная кубическим сплайном (анизотропия не поддерживается в нелинейной постановке);

$q$  — удельная мощность тепловыделения, в линейной постановке — константа, в нелинейной постановке — задаваемая кубическим сплайном функция температуры.

$c(T)$  — удельная теплоемкость, в линейной постановке — константа, в нелинейной постановке — задаваемая кубическим сплайном функция температуры;

$\rho$  — плотность.

В стационарной задаче последнее слагаемое в правой части уравнений равно нулю.

Все параметры уравнений в линейной постановке постоянны в пределах каждого блока модели.

Постановка задачи распределения температурного поля в тонких пластинах весьма похожа на формулировку плоскопараллельной задачи.

*Свойства сред:* ортотропные материалы с постоянной теплопроводностью, изотропные материалы с теплопроводностью, зависящей от температуры, материалы с теплоемкостью, зависящей от температуры.

*Источники поля:* постоянные и зависящие от температуры объемные источники тепловой мощности, конвективные и радиационные источники, мощность джоулевых потерь, импортированная из задачи растекания токов.

#### *Граничные условия*

Условие заданной температуры задает на ребре или в вершине модели заранее известное значение температуры  $T_0$  (например, при интенсивном омывании поверхности жидкостью постоянной температуры). Значение  $T_0$  на ребре может быть задано в виде линейной функции координат. Параметры задающей функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция  $T_0$  не претерпевала разрывов в точках соприкосновения ребер.

Этот вид граничного условия иногда называют *условием первого рода*.

Условие заданного теплового потока описывается следующими соотношениями:

$$F_n = -q_s \text{ - на внешних границах,}$$

$$F_n^+ - F_n^- = -q_s \text{ - на внутренних границах,}$$

где  $F_n$  - нормальная компонента вектора плотности теплового потока, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно. Для внутренней границы  $q_s$  означает поверхностную мощность источника, для внешней - известное значение теплового потока через границу. Если  $q_s$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие второго рода на внешней границе означает отсутствие теплового потока через указанную поверхность. Однородное условие второго рода является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. Этот вид граничного условия употребляется в двух случаях: на плоскости симметрии задачи (если ввиду симметричности геометрии и источников задача решается только на части области), а также для описания адиабатической границы.

Если мощность тепловыделения задана на внешнем ребре, являющемся следом плоскости симметрии задачи, истинное значение мощности тепловыделения следует разделить пополам.

Этот вид граничного условия иногда называют *граничным условием второго рода*.

Граничное условие конвекции может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает конвективный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \alpha(T - T_0),$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $T_0$  – температура окружающей среды. Параметры  $\alpha$  и  $T_0$  могут меняться от ребра к ребру.

Граничное условие этого типа иногда называют *граничным условием третьего рода*.

Граничное условие радиации может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает радиационный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = k_{SB}\beta(T^4 - T_0^4),$$

где  $k_{SB} = 5,76 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – константа Стефана-Больцмана,  $\beta$  – коэффициент поглощения поверхности,  $T_0$  – температура поглощающей среды. Параметры  $\beta$  и  $T_0$  могут меняться от ребра к ребру.

*Замечание.* Приведенные граничные условия конвективного теплообмена и радиации могут быть установлены только для внешних границ модели. Если необходимо произвести расчет внутреннего теплообмена указанными способами, можно воспользоваться эффективным коэффициентом теплопроводности, задав его как свойство среды в виде произвольной функции. Чтобы задача расчета температурного поля была поставлена корректно, необходимо поставить хотя бы в одной вершине условие заданной температуры либо хотя бы на одном ребре – условие конвекции или радиации.

Граничное условие равной температуры может быть использовано для описания тел с очень высокой, по сравнению окружающими телами, теплопроводностью. Внутренность такого тела может быть исключена из расчета температурного поля при условии описания всей его поверхности как поверхности равной температуры. Данное условие отличается от условия первого рода тем, что температура на описываемой поверхности не известна заранее.

*Замечание.* Ребро, описанное условием равной температуры, не должно соприкасаться с любым ребром, где температура задана явно. В последнем случае ребро с условием равной температуры должно быть переопределено при помощи граничного условия первого рода с подходящим значением температуры.

*Результаты расчета:* температура, градиент температуры, плотность теплового потока и интегральные значения теплового потока через заданные поверхности. Для нестационарной задачи: графики и таблицы изменения физической величины во времени.

*Специальные возможности.* Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на указанных линиях и поверхностях. Распределение температуры может быть передано в задачу расчета механического напряженного состояния (совмещенная термоупругая задача).

Можно передать распределение температуры в задачу нестационарной теплопередачи, где оно будет использовано в качестве начального распределения температуры.

## **1.6. Структура файлов пользователя в программе Elcut. Описание геометрии задачи**

### ***1.6.1. Структура файлов пользователя***

Вся информация о модели в программе Elcut хранится в трех типах файлов: файле задачи, файле модели и файле свойств.

*Файл задачи* содержит информацию о типе решаемой задачи (магнитостатика, растекание токов, магнитное поле переменных токов и т. п.), классе модели (плоская или осесимметричная), об уровне точности расчета, данные о выбранной системе координат и единицах измерения сетки привязки, а также информацию о ссылках на файл геометрии и файл свойств. В файле задачи хранятся также некоторые начальные установки задачи (временные параметры для задачи нестационарной теплопередачи и частота, на которой производится расчет в задаче магнитного поля переменных токов) и информация о связях задач. Файл задачи имеет расширение \*.pbm – Elcut problem.

*Файл геометрии* содержит информацию о координатах каждой вершины и каждого ребра в модели, а также имена присвоенных меток ребер вершин и блоков. Файл геометрии имеет расширение \*.mod – Elcut model.

*Файл свойств* содержит информацию о свойствах меток ребер вершин и блоков или, иными словами, свойства сред и граничные условия, которые могут быть присвоены тем или иным ребрам, вершинам или блокам. Поскольку для различных задач свойства среды и граничные

условия формулируются относительно различных физических величин, файл свойств имеет различное расширение для каждого из типов задач:

*.dcf	Elcut current flow data file	Файл свойств задачи растекания токов;
*.des	Elcut electrostatic data file	Файл свойств задачи электростатики;
*.dht	Elcut heat transfer data file	Файл свойств задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи;
*.dms	Elcut magnetostatics data file	Файл свойств задачи магнитостатики;
*.dhe	Elcut time-harmonic magnetics data file	Файл свойств задачи магнитного поля переменных токов;
*.dsa	Elcut stress analysis data file	Файл свойств задачи упругих деформаций.

### 1.6.2. Описание геометрии задачи

*Вершина, ребро* и *блок* – это три основных типа геометрических объектов, из которых строится модель в системе Elcut.

*Вершина* – это точка на плоскости, координаты которой введены пользователем или вычислены автоматически как результат пересечения ребер. Для каждой вершины можно задать *шаг дискретизации* и *метку*. Величина шага дискретизации задает примерное расстояние между соседними узлами сетки конечных элементов поблизости от данной вершины. Метка вершины используется, к примеру, для задания линейного источника поля или нагрузки.

*Ребро* – отрезок прямой или дуга окружности, соединяющие две вершины и не пересекающие другие ребра модели. Если вновь создаваемое ребро проходит через существующую вершину, то будут созданы два новых ребра, соединенные в данной вершине. Если новое ребро пересекает существующие ребра, то все точки пересечения станут вершинами, а пересекающиеся ребра будут разбиты на части. В качестве первого шага при дискретизации области ребра разбиваются на элементарные отрезки в соответствии с шагами, заданными в вершинах. Ребру может быть присвоена *метка*, например, для описания граничного условия.

*Блок* – непрерывная, возможно неодносвязная, область, граница которой образована ребрами и, возможно, изолированными вершинами. Блок может содержать отверстия, образованные замкнутыми или разомкнутыми

цепочками ребер или изолированными вершинами. Для описания физических свойств среды каждому блоку, входящему в расчетную область, должна быть присвоена *метка*. Помимо описания свойств среды метки блоков также используются для задания распределенных *источников поля*. Сетка конечных элементов создается в каждом блоке автоматически или с учетом *шага дискретизации*, заданного в отдельных вершинах. В непомеченных блоках расчет поля не производится независимо от того, построена ли в них сетка конечных элементов.

*Метка* – текстовая строка длиной от 1 до 16 символов, служащая для установления соответствия между геометрическими элементами модели и приписанными им физическими параметрами. Допускаются произвольные печатные символы, включая русские и латинские буквы, цифры, знаки препинания, пробел и другие символы. Не допускаются символы «\*» и «?», метка не может начинаться с пробела, а пробелы в конце метки игнорируются. Заглавные и прописные буквы считаются различными.

*Шаг дискретизации* – величина, имеющая размерность длины, сопоставленная вершине модели и задающая густоту сетки в прилегающей области. Задавая шаги дискретизации, можно управлять густотой сетки конечных элементов и тем самым точностью решения в тех или иных частях расчетной области.

### **1.6.3. Создание геометрической модели**

Обычно создание модели происходит в три этапа:

- построение геометрических объектов;
- задание свойств, источников поля и граничных условий;
- построение сетки конечных элементов.

Описывая геометрию модели, пользователь задает вершины и ребра, ограничивающие блоки (подобласти) с различными физическими свойствами. Можно создавать новые вершины и ребра, перемещать, дублировать и удалять любые геометрические объекты. Для выполнения операций над несколькими объектами одновременно можно использовать механизм выделения.

Свойства сред, источники и граничные условия задаются путем присвоения меток различным геометрическим объектам.

Есть две возможности создания сетки конечных элементов для построенной модели.



- Первый подход, при котором автоматически создается гладкая сетка с плавным переходом от мелких элементов к более крупным в зависимости от размеров геометрических объектов. Этот подход не требует от пользователя ввода какой-либо информации.

- Второй подход состоит в ручном задании размеров ячеек сетки. В этом случае нужно указать размеры ячеек в нескольких вершинах на выбор. Это значение автоматически распространится во все остальные вершины для получения достаточно гладкой сетки.

#### ***1.6.4. Дублирование или перемещение объектов***

Повторяющиеся геометрические объекты легко могут быть созданы путем копирования или перемещения любого набора объектов на новом месте. Чтобы сделать копию (продублировать объекты):

1. Выделите любое количество объектов (вершин, ребер и блоков), которые хотите скопировать.

2. Выберите команду **Дублировать**, выделенную в меню **Правка** или контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.

3. Выберите метод копирования, введите его параметры и нажмите **ОК**. Создаваемые объекты появятся на экране, и программа запросит подтверждение на их включение в модель. Таким образом, вы сможете убедиться в правильности ввода параметров.

4. Нажмите кнопку **Да**, чтобы подтвердить копирование. Новые объекты будут встроены в модель, и их последняя копия окажется выделенной. Операция копирования сохраняет все явно заданные свойства исходных объектов, включая метки и шаги дискретизации. Не копируется только сетка конечных элементов.

*Предупреждение.* Используйте операцию копирования с осторожностью, поскольку неверный набор параметров может привести к созданию новых объектов в ненужном месте. Эти ненужные объекты могут накладываться на ваши старые объекты, порождая множество ненужных вершин в местах пересечения ребер. Их последующее удаление может оказаться трудоемким делом.

Можно также переместить выделенные объекты на новое место, соблюдая определенные ограничения: топология области при этом не должна претерпевать изменений и не должно образовываться никаких новых пересечений или соприкосновений. Чтобы переместить выделенные

объекты, выберите команду **Переместить**, выделенную в меню **Правка** или в контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.

Операции копирования и перемещения объектов могут быть выполнены путем следующих геометрических трансформаций.

*Перемещение* - параллельный перенос выделенных объектов на заданный вектор. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего переноса. Необходимые параметры преобразования - компоненты вектора перемещения.

*Поворот* - выделенные объекты поворачиваются вокруг указанной точки на заданный угол. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего поворота. Необходимые параметры – координаты центра и угол поворота в градусах.

*Симметрия* - выделенные объекты отображаются симметрично относительно линии, заданной любой принадлежащей ей точкой и углом между линией симметрии и горизонтальной осью. Положительное значение угла означает направление против часовой стрелки. Это преобразование применяется только для операции копирования.

*Масштабирование* - выделенные объекты растягиваются (сжимаются) в смысле преобразования гомотетии. Необходимые параметры – координаты центра гомотетии и масштабный фактор. Это преобразование применяется только для операции перемещения.

### **1.6.5. Технология дискретизации области**

После описания геометрии области или ее части можно приступить к построению конечноэлементной сетки. Вы можете построить весьма густую сетку в одних областях и редкую в других, поскольку метод геометрической декомпозиции обеспечивает плавный переход от маленьких элементов к более крупным.

Густота сетки непосредственно влияет на точность решения в тех или иных частях расчетной области. Сетка должна быть особенно густой в местах сильной неоднородности поля, а также в тех местах расчетной области, где вы хотите получить наивысшую точность.

При решении задач с несложной геометрией области или для прикидочных расчетов сетка может быть полностью построена в

автоматическом режиме. Для этого просто выберите команду **Построить сетку** в меню **Правка** или контекстном меню, и вы получите подходящую сетку конечных элементов безо всякой предварительной информации о ее густоте.

Можно также управлять густотой сетки. Густота управляется заданием шагов дискретизации в вершинах. Шаг дискретизации определяет примерное расстояние между соседними узлами сетки в окрестности данной вершины. Нет необходимости задавать шаги во всех вершинах области. Для получения равномерной сетки во всей области задайте шаг дискретизации всего в одной вершине. Это значение автоматически распространится на все остальные вершины. Если нужна неравномерная сетка, задайте шаги в тех вершинах, где необходимо получить самую крупную и самую мелкую сетку. В этом случае шаги дискретизации автоматически распространяются на остальные вершины, интерполируются вдоль сторон и внутрь блоков таким образом, чтобы обеспечить наиболее плавную зависимость размеров ячеек сетки от координат. Механизм выделения групп объектов позволяет задавать одинаковые шаги дискретизации в нескольких вершинах сразу.

*Примечание.* Не стоит увлекаться изменением шага сетки дискретизации. В большинстве случаев удастся получить приемлемое решение в крупной однородной сетке конечных элементов, т. е. если в модели задан равномерный шаг сетки.

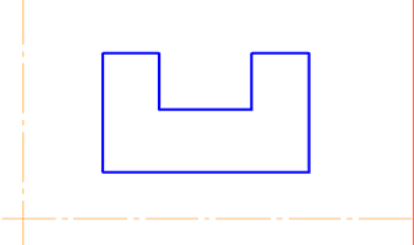
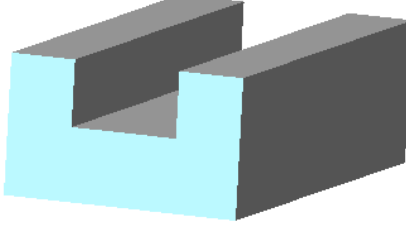
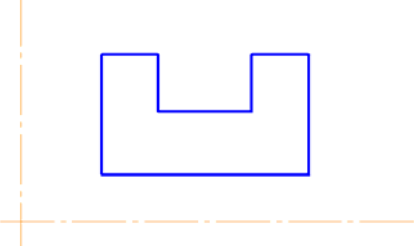
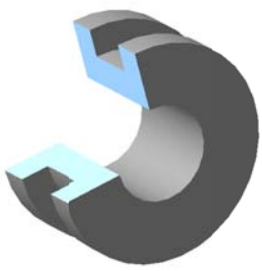
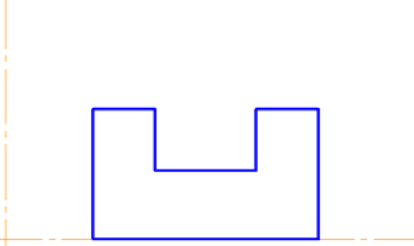
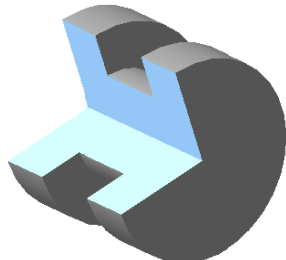
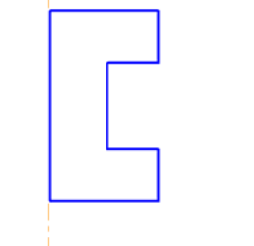

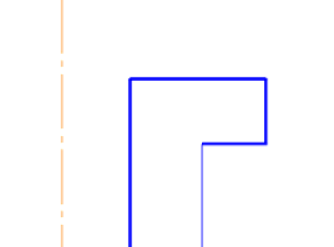

После задания шагов дискретизации вы можете приступить к построению сетки. Сетка строится последовательно, блок за блоком. Можно запросить построение сетки в одном блоке, или в выделенных блоках, или во всех блоках сразу.

При решении осесимметричных задач важным моментом является расположение моделируемых объектов относительно оси симметрии задачи. *Следует отметить, что в программе Elcut ось симметрии всегда располагается горизонтально и имеет координаты  $r = 0$ .*

Одна и та же геометрическая фигура при различном взаимном расположении относительно оси симметрии и классе модели отражает абсолютно разные трехмерные объекты (табл. 1.2).

Таблица 1.2

## Объект и его представление в двумерной постановке задачи

Класс модели	Представление в программе Elcut	Соответствующий представлению трехмерный объект
Плоская		
Осесимметричная		
Осесимметричная		
Осесимметричная		
Осесимметричная		

## **1.7. Рабочее окно программы. Этапы решения полевой задачи в программе Elcut**

### **1.7.1. Обобщенная методика решения полевой задачи**

Решение полевой задачи сводится к нескольким последовательным шагам:

1. Выбор типа решаемой задачи (электростатика, магнитостатика и т. п.).
2. Выбор класса задачи (плоская или осесимметричная). Осесимметричная задача выбирается, если моделируемый объект является телом вращения (цилиндрическая заготовка, труба, соленоид и т.п.). При этом, решая задачу в двумерной постановке, фактически находим решение для трехмерной задачи.
3. Создание геометрической модели (своего рода чертежа объекта).
4. Задание свойств материалов (электропроводность, магнитная проницаемость, теплопроводность и т. д.).
5. Задание нагрузок (величины токов, мощности тепловыделения и т. д.).
6. Задание граничных условий (величины потенциалов поля на границах расчетной области, значения температур на границах и т. д.).
7. Построение сетки конечных элементов.
8. Решение задачи.
9. Обработка результатов решения (построение цветowych карт, графиков изменения переменной по какому-либо контуру, расчет интегральных значений и т. п.).

Перечисленные шаги являются общими для решения полевых задач и мало отличаются при использовании разных программных средств.

### **1.7.2. Главное окно программы**

Главное окно программы на этапе создания модели представлено на рис. 1.4. Окно содержит заголовок с названием программы и именем файла модели, меню со списком команд для управления работой программы, панель инструментов (кнопки, соответствующие наиболее часто используемым командам меню). Ниже панели инструментов расположены два окна. В левом окне отображается структура задачи, а в правом - геометрия решаемой задачи (после решения задачи в правом окне выводятся результаты расчета). В нижней части основного окна находится строка состояния, в которой отображаются сообщения программы.

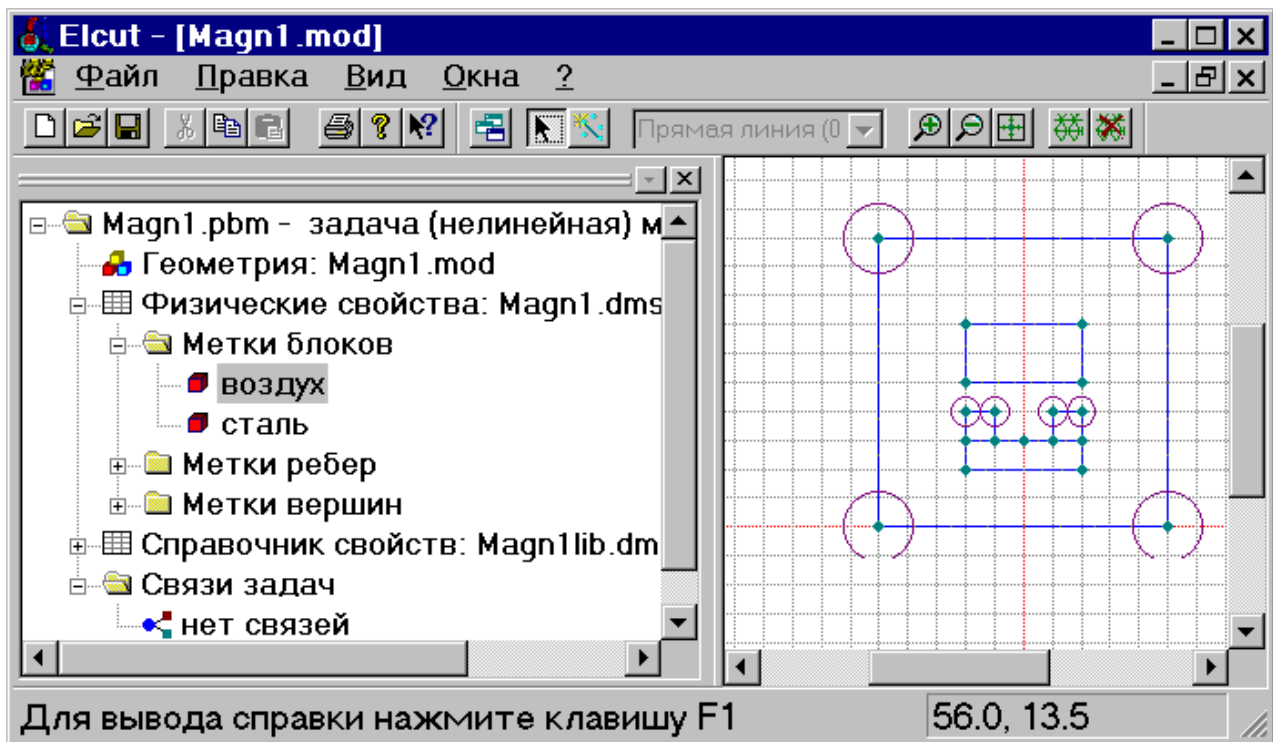


Рис. 1.4. Окно программы Elcut на этапе создания модели

### ***Основные этапы решения полевой задачи в Elcut***

Основные этапы решения полевой задачи:

1. Создание новой, пустой задачи (Файл/Создать/Задача Elcut).
2. Ввод параметров задачи (Правка/Свойства).
3. Задание геометрии, меток объектов и построение сетки (Правка/Геометрическая модель).
4. Ввод данных о материалах, нагрузках и граничных условиях (Правка/Физические свойства).
5. Решение задачи (Правка/Решить задачу).
6. Просмотр результатов и вычисление интегральных величин (Правка/Анализ результатов).

### ***Пошаговая инструкция по решению полевой задачи в Elcut (на примере магнитоэстатической задачи)***

Геометрическая модель рассматриваемой задачи (постоянный магнит) приведена на рис. 1.5. Все размеры указаны в миллиметрах.

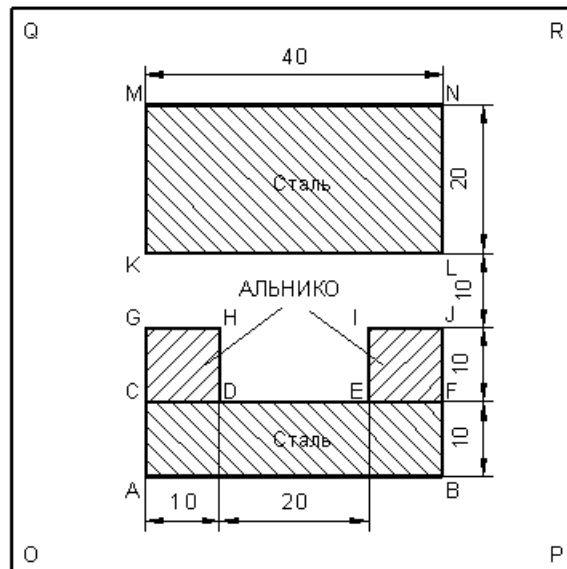


Рис. 1.5. Расчетная задача

1. Создание новой задачи

а) Выберите команду **Создать** из меню файл. Появится окно для выбора типа документа Elcut, который необходимо создать (см. рис. 1.6).

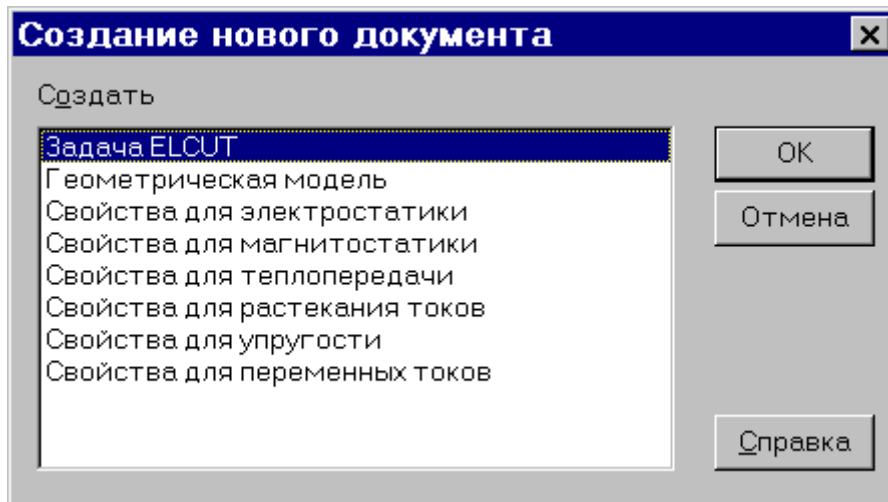


Рис. 1.6. Окно выбора типа документа Elcut

б) Щелкните мышью строку **Задача Elcut** и затем нажмите **ОК**. Появится новое окно, приглашающее ввести имя и расположение новой задачи (рис. 1.7). При необходимости перейдите в нужную папку в поле **Создать** в папке или используйте кнопку **Обзор...**

в) В поле **Имя файла** задачи введите имя файла (например, **Magnet**).

г) Нажмите **Далее**.

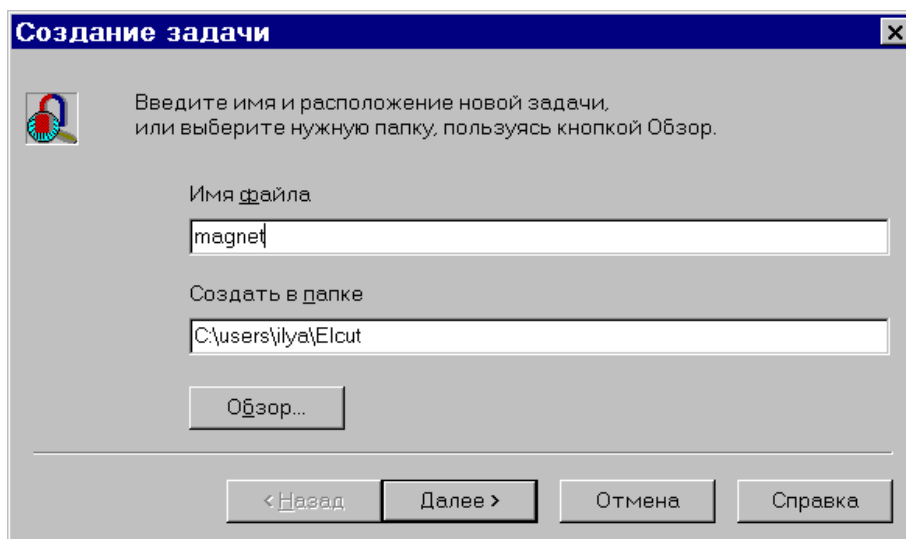


Рис. 1.7. Окно выбора расположения задачи

## 2. Выбор типа задачи и класса модели

а) В списке **Тип** задачи выберите **Магнитостатика** (рис. 1.8).

б) Нажмите радиокнопку **Плоская**.

Имеет смысл принять предложенные системой имена файлов модели (**Magnet.mod**) и физических свойств (**Magnet.dms**).

в) Нажмите кнопку **Далее**.

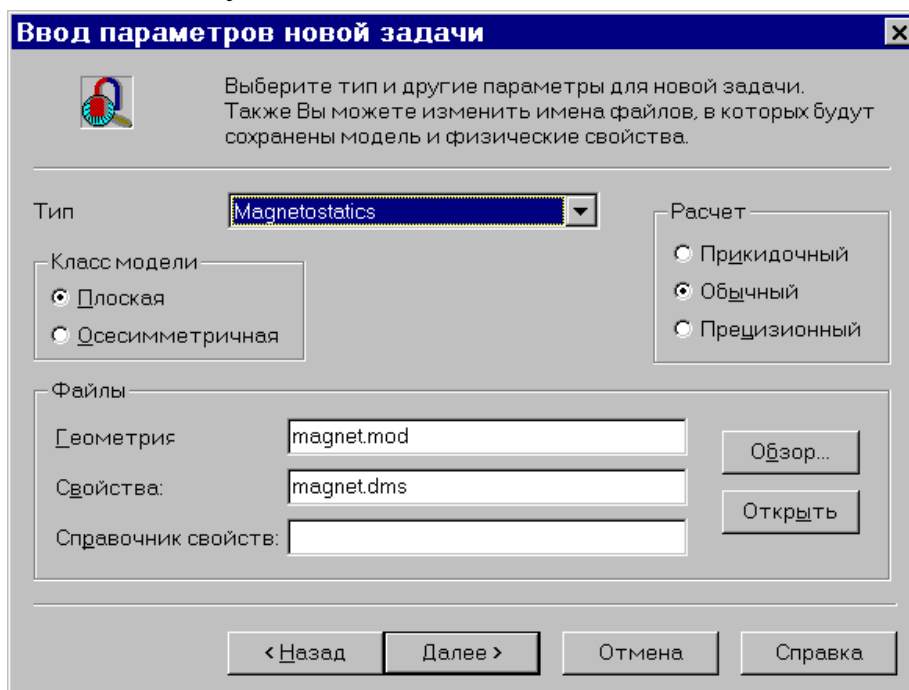


Рис. 1.8. Окно ввода параметров задачи

## 3. Выбор единиц измерения длины и системы координат:

а) Выберите **Миллиметры** (рис. 1.9).

б) Нажмите **Готово**, чтобы создать новую задачу.

в) Elcut откроет новое окно для задачи **Magnet.pbm**. В меню **Файл** выберите команду **Сохранить**, чтобы сохранить описание задачи в файле.



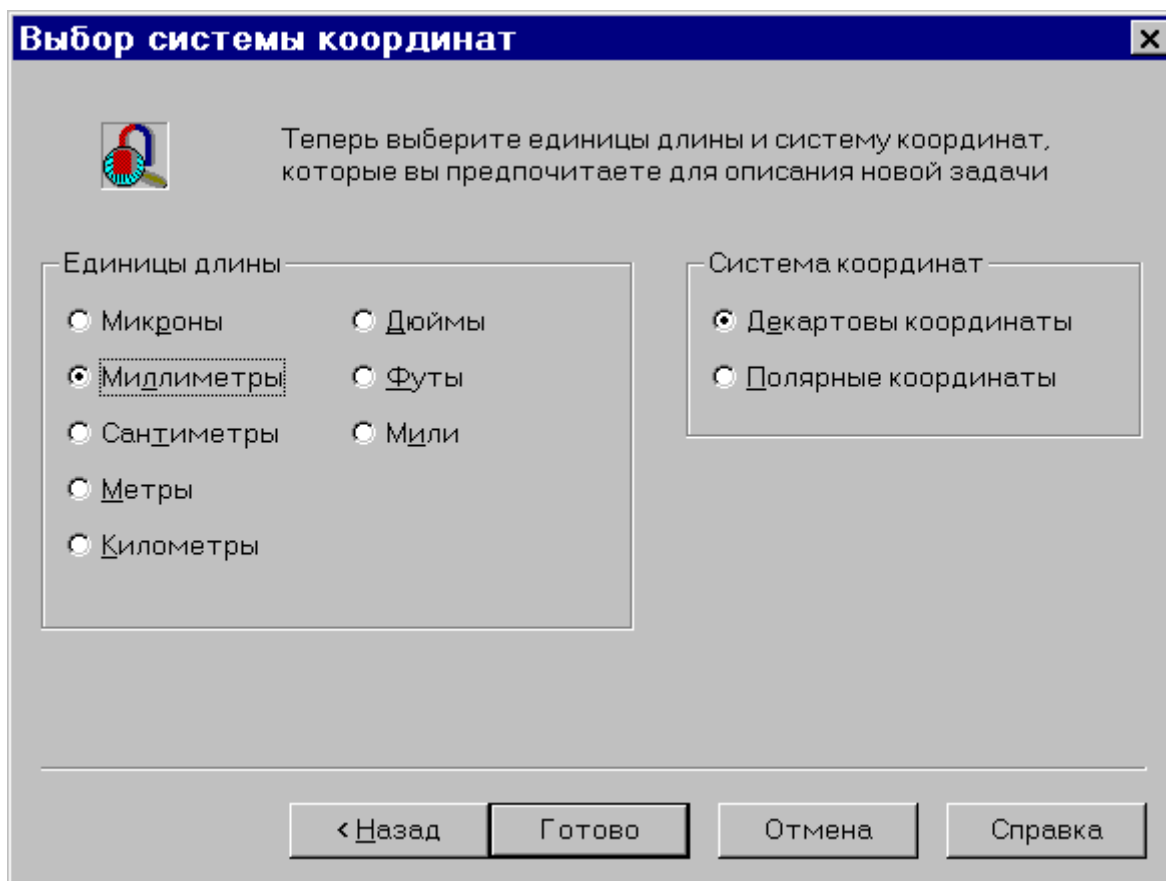


Рис. 1.9. Окно выбора системы координат

#### 4. Начало работы с моделью

а) В меню **Правка** выберите **Геометрическая модель** или дважды щелкните элемент **Magnet.mod** в дереве задачи, или выберите **Открыть** в контекстном меню, возникающем при щелчке правой кнопкой мыши на этом элементе дерева.

б) Подтвердите создание новой модели. Откроется окно работы с моделью. Для большего удобства его можно развернуть на весь экран.

#### 5. Создание геометрических элементов

Для начала необходимо принять решение относительно размеров расчетной области. Поскольку данная задача физически не ограничена, следует окружить магнитную систему слоем воздуха достаточной протяженности, чтобы исключить влияние границ. Предположим, что достаточным будет воздушный слой, в три раза больший, чем зазор в магнитном сердечнике. Тогда вся расчетная область уместится в прямоугольнике 100x100 мм.

Первое, что нужно сделать в окне работы с моделью, это указать размеры окна, в котором целиком поместится расчетная область. Поскольку задача обладает симметрией относительно вертикальной оси, удобно

расположить начало координат на оси симметрии. Тогда область уместится в прямоугольнике ( $-50 \leq X \leq 50$ ,  $-50 \leq Y \leq 100$ ). Чтобы этот прямоугольник занял окно модели целиком, необходимо выполнить следующие действия.

а) На панели инструментов нажмите кнопку **Крупнее**.

б) Переместите указатель мыши в точку  $(-50, 0)$ , следя за координатами в левом нижнем углу окна приложения Elcut. Не обязательно попасть точно в указанную точку, достаточно щелкнуть мышью поблизости от точки, левее и ниже нее.

в) Щелкните левой кнопкой мыши и перетащите ее в точку  $(50, 100)$ .

Окно модели отразит сделанное масштабирование. Нажмите кнопку **Крупнее** еще раз, чтобы отменить режим масштабирования.

Чтобы упростить создание объектов, воспользуемся **Сеткой привязки**. Заметим, что координаты всех вершин нашей модели, как вертикальные, так и горизонтальные, кратны 10 мм. Чтобы установить шаг сетки привязки, равный 10 мм:

а) В меню **Правка** или в контекстном меню выберите **Сетка привязки**, в результате чего появится окно диалога (рис. 1.10).

б) В поле **По горизонтали** введите **10**. Поскольку флажок **Не квадратные ячейки** выключен, такое же значение появится в поле **По вертикали**.

в) Позицию начальной точки  $(0, 0)$  в большинстве случаев менять не требуется. Нажмите кнопку **ОК**, чтобы завершить диалог.

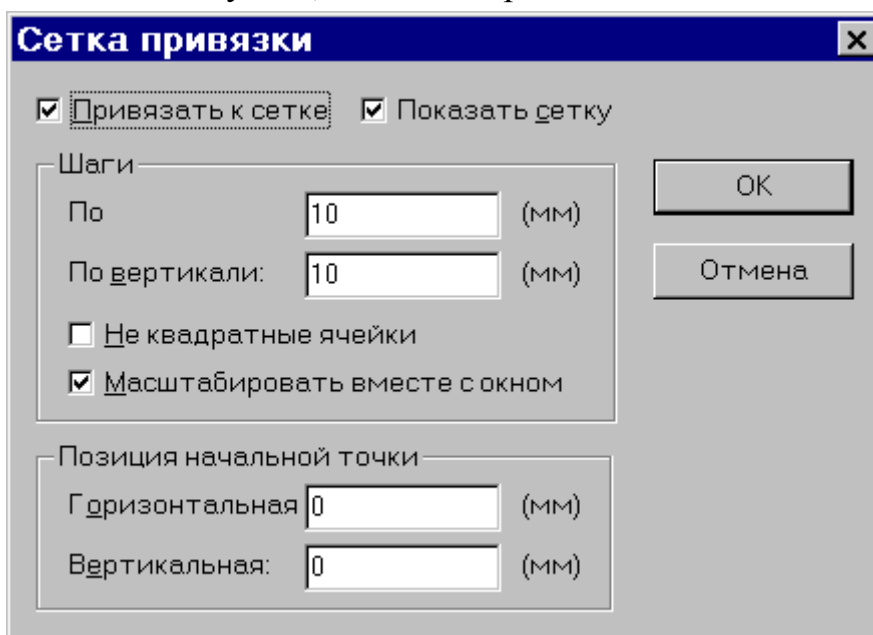


Рис. 1.10. Окно диалога для изменения сетки привязки

Теперь можно заняться описанием собственно геометрии. Чтобы создать ребра, образующие границы модели:

а) Нажмите клавишу **INS** (или команду **Режим вставки** в меню **Правка**, или команду **Вставка вершин/ребер** в контекстном меню, или соответствующую кнопку на панели инструментов), чтобы перевести окно модели в режим вставки.

б) Щелкните мышью в точке  $(-20, 20)$  и перетащите ее в точку  $(20, 20)$ , чтобы создать ребро  $AB$ . Ребро появится на экране сразу, как только вы отпустите кнопку мыши.

в) Повторите шаг 2 в точке  $(-20, 30 : 20, 30)$  для ребра  $CF$   $(-20, 40 : -10, 40)$ , ребра  $GH$   $(10, 40 : 20, 40)$ ,  $IJ$   $(-20, 20 : -20, 40)$ ,  $AG$   $(-10, 30 : -10, 40)$ ,  $DH$  и т. д. Безразлично, в каком порядке вы создаете ребра, так же не имеет значения направление ребер. Если точка, в которую вы хотите щелкнуть, находится за пределами экрана, используйте полосу прокрутки. Не беспокойтесь о возможных ошибках: ненужные вершины и ребра можно удалить позже. Не забудьте создать ребра  $OPRQ$ , окружающие модель.

г) Нажмите клавишу **INS** еще раз, чтобы завершить режим вставки.

Окно программы с полученной геометрией модели можно увидеть на рис. 1.11.

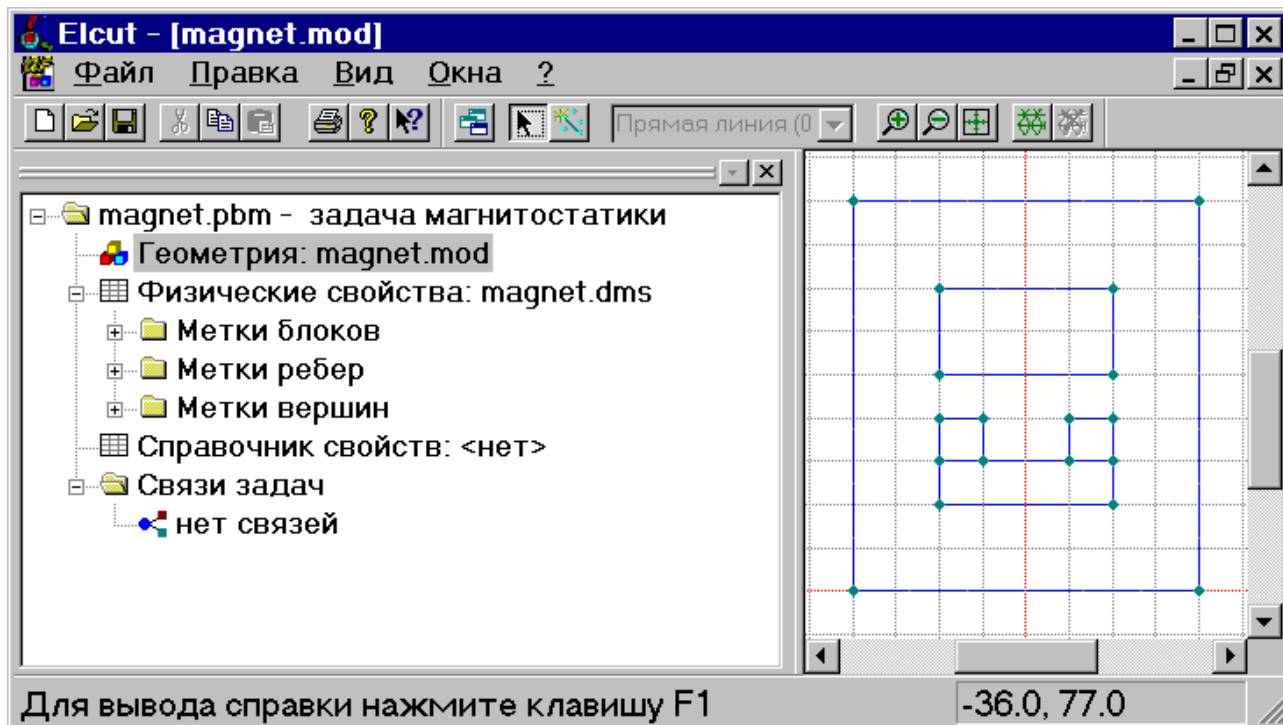


Рис. 1.11. Окно программы на этапе задания геометрии модели

Для удаления лишних ребер или вершины:

а) Удерживая клавишу **CTRL**, выделите щелчком мыши удаляемые объекты. Если вы выделили ненужный объект, щелкните его мышью еще раз, чтобы снять выделение. Отпустите клавишу **CTRL**.

б) Нажмите клавишу **DEL** (или выберите команду **Удалить выделенное** из меню **Правка** или контекстного меню). Удаляемые объекты немедленно исчезнут с экрана.

#### 6. Задание свойств материалов

В Elcut для ввода свойств материалов необходимо сначала присвоить метки геометрическим областям, которые выполнены из разных материалов, а затем для созданных меток указать свойства материалов. Таким образом, геометрическая область модели, соответствующая данному материалу, оказывается связанной с окном ввода свойств материала с помощью метки этого материала. Аналогичный принцип используется и для задания граничных условий.

Рассматриваемая задача содержит четыре материала с различными свойствами: воздух, сталь и два постоянных магнита с разным направлением вектора намагничивания. Выберем мнемонические метки **Сталь**, **АЛНИКО+** и **АЛНИКО** – для соответствующих блоков (символами «+» и «-» в названии меток материалов магнитов условно покажем направление коэрцитивной силы).

Для присвоения меток блокам сделайте следующее:

а) Дважды щелкните мышью прямоугольник **CDHG**. Блок станет выделенным, и появится диалоговое окно **Свойства выделенных объектов** (рис. 1.12).

б) В поле **Метка** введите **АЛНИКО+**.

в) Нажмите **ОК**, чтобы завершить диалог.

г) Повторите эти действия для присвоения метки **АЛНИКО-** прямоугольнику **CDJI** и метки **Воздух** прямоугольнику **OPRQ**.

д) Щелкните мышью прямоугольник **ABFC** и затем, удерживая клавишу **CTRL**, щелкните прямоугольник **KLNM**, чтобы выделить оба блока одновременно.

е) Щелкните правой кнопкой мыши в пределах выделенного, чтобы вывести контекстное меню, не изменяя выделения объектов.

ж) В контекстном меню выберите **Свойства** и присвойте метку **Сталь** обоим блокам.

з) Нажмите **ОК**, чтобы завершить диалог.

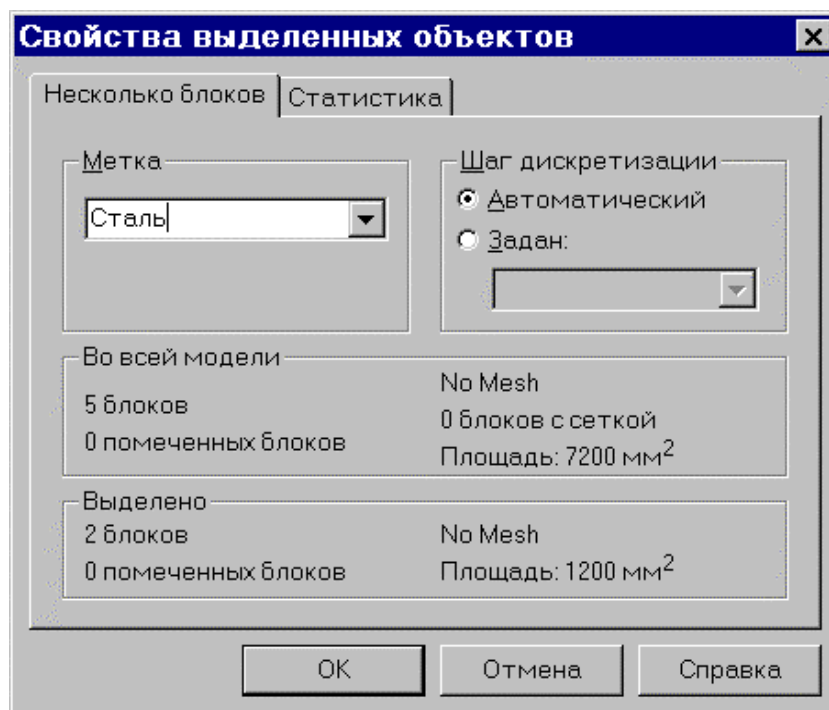


Рис. 1.12. Окно «Свойства...» на этапе присвоения меток блокам

Метки блоков, появившиеся в окне задачи (рис. 1.13), содержат вопросительный знак, что означает, что эти метки упомянуты в модели, но их свойства еще не определены. Теперь можно задать физические свойства для этих меток (свойства материалов).

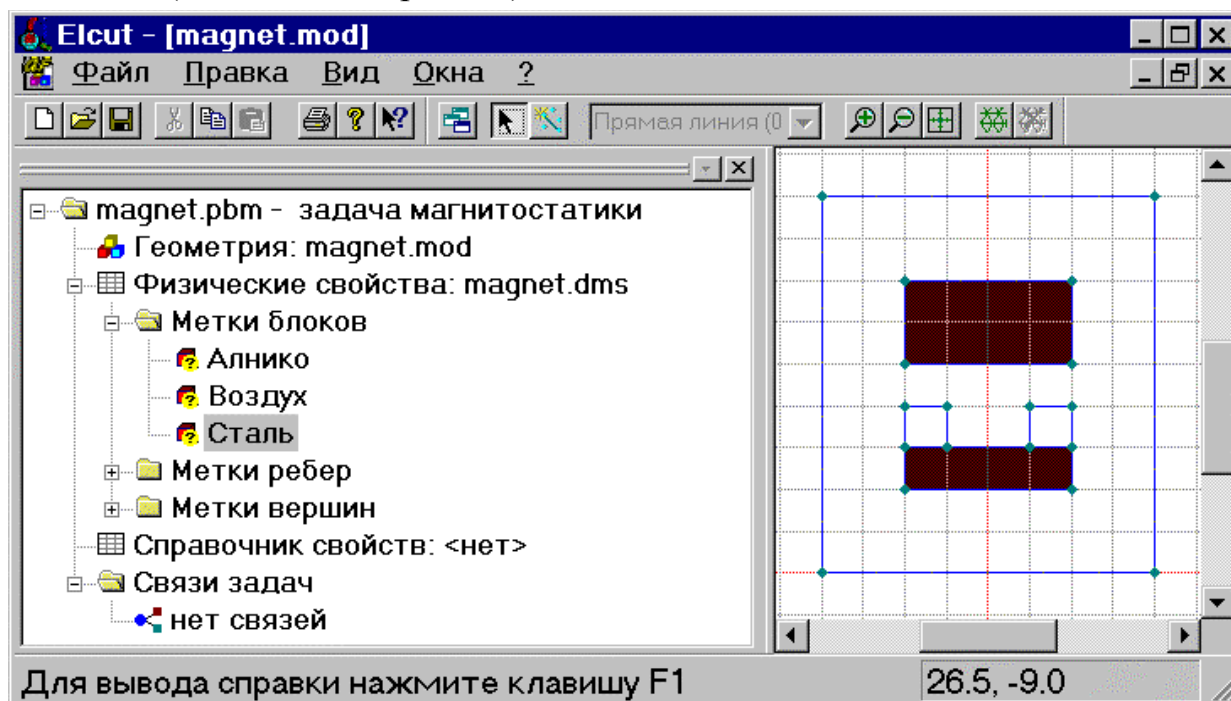


Рис. 1.13. Окно программы на этапе присвоения меток блокам

Чтобы ввести свойства для метки блока **Воздух**:

1. Дважды щелкните на метке **Воздух** или выберите **Свойства** в ее контекстном меню.
2. Введите **1** в любое поле для компонентов тензора магнитной проницаемости (рис. 1.14).
3. Нажмите **ОК**.

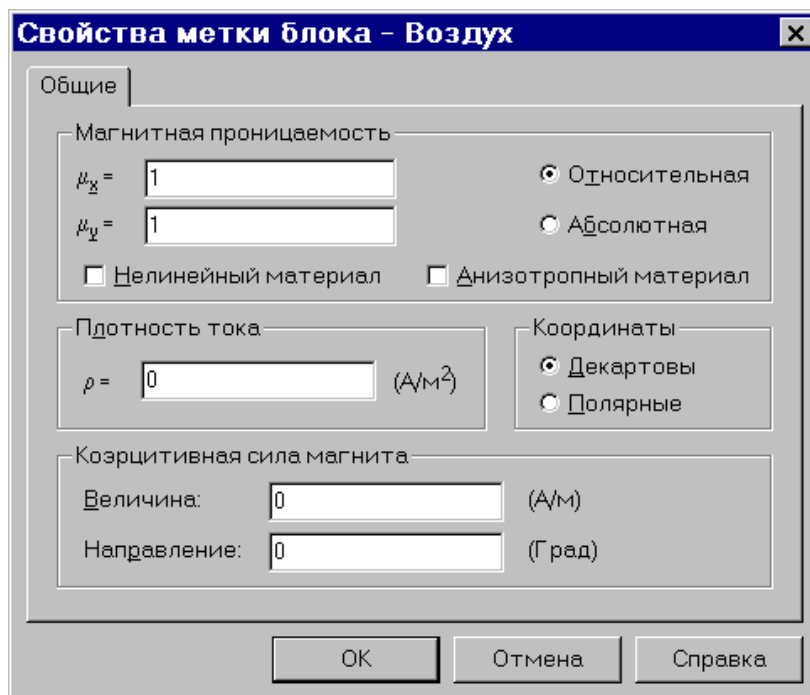


Рис. 1.14. Окно «**Свойства...**» на этапе задания свойств блока **Воздух**

Теперь зададим кривую намагничивания ферромагнитного материала. Начнем редактировать данные для метки блока **Сталь**:

1. Дважды щелкните строку **Сталь** или выберите **Свойства** в ее контекстном меню. Появится диалог ввода свойств.
2. Отметьте флаг **Нелинейный материал**. Тем самым вы откроете окно работы с кривыми намагничивания (рис. 1.15).

Это окно позволяет вам вводить значения в таблицу точка за точкой, контролируя вид кривой на графике в левом окне. Точка (0; 0), всегда присутствующая в таблице, не может быть удалена или изменена. Когда курсор находится в поле ввода значения индукции, вы можете начать вводить новые точки. Чтобы ввести первую точку кривой ( $B = 0.73$  Тл,  $H = 400$  А/м, табл. 1.3), сделайте следующее:

- а) Введите **0.73** и нажмите клавишу **ENTER**. Курсор переместится в поле значения **H**.

б) Введите **400** и нажмите клавишу **ENTER**. Новая точка добавится в таблицу и немедленно высветится на графике. Курсор опять переместится в поле **B**.

в) Повторите эти действия для каждой из точек таблицы. Вводить точки в таблицу можно в любом порядке.

Таблица 1.3

Кривая намагничивания стали

H (A/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,60

В случае опечатки неверно введенная точка, как правило, вызовет anomальное поведение кривой на графике, благодаря чему легко может быть замечена. Вы можете выделить эту точку на графике или в таблице и затем удалить ее или исправить значения. Когда вы закончите ввод точек в таблицу и кривая будет похожа на классическую кривую намагничивания, нажмите кнопку **Закреть** для завершения работы с кривой и возврата в окно свойств метки блока. Поскольку мы больше не хотим вводить данные для метки блока **Сталь**, нажмите **ОК**, завершая ввод данных для метки блока.

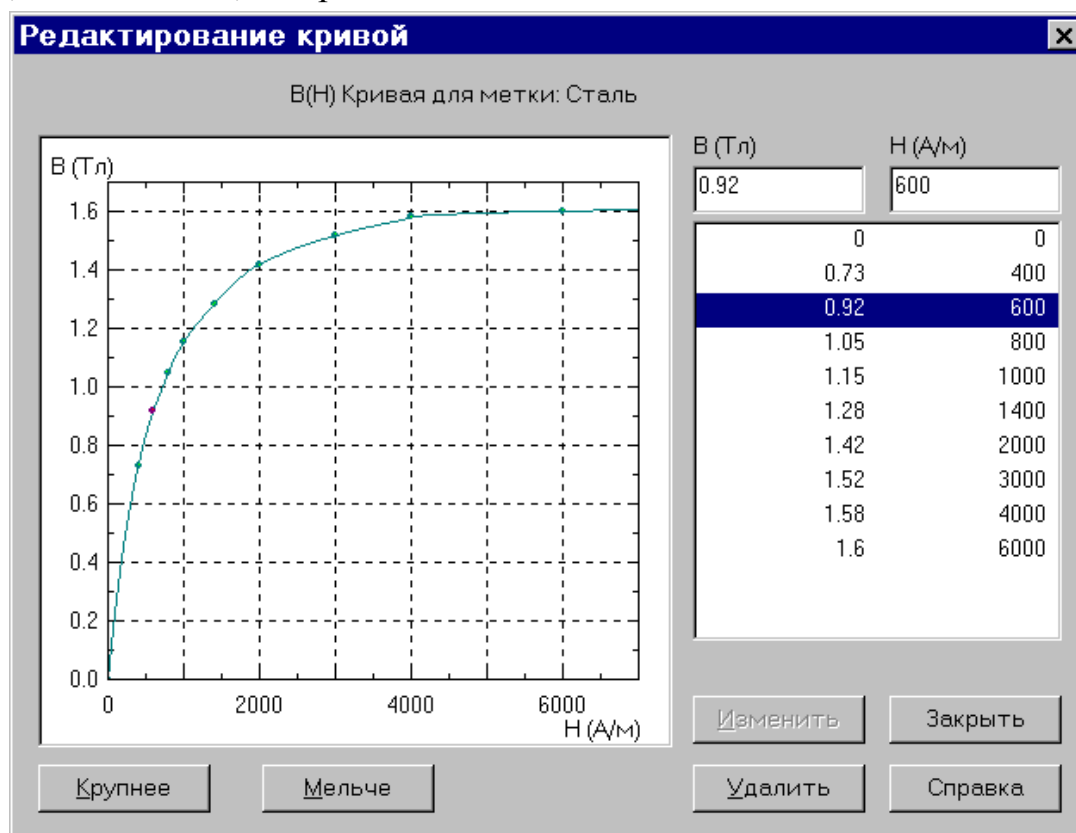


Рис. 1.15. Окно задания свойств нелинейных материалов

Ввод свойств для постоянного магнита немного сложнее. Кроме кривой размагничивания, следует задать направление намагничивания, т. е. компоненты вектора коэрцитивной силы. Введем характеристику размагничивания для метки блока **АЛНИКО+** (см. табл. 1.4):

1. Дважды щелкните метку **АЛНИКО+** или выберите **Свойства** из ее контекстного меню. Появится диалог для ввода свойств.

2. Введите «1» в любом из полей компонентов тензора намагничивания. Это условное значение, единственная цель которого - указать программе, что свойства для этой метки не пусты, для того чтобы остальные поля ввода стали доступны.

3. В поле **Величина** для коэрцитивной силы введите **147218**.

4. В поле **Направление** введите **90**. Направление отсчитывается от горизонтальной оси против часовой стрелки.

5. Включите флажок **Нелинейный материал**. Этим вы откроете окно кривой размагничивания.

Заметим, что точка с координатами  $(-147218, 0)$  уже включена в таблицу, и в окне кривых ее нельзя удалить или изменить. Это как раз и есть первая точка таблицы. Теперь мы можем продолжить ввод остальных точек характеристики размагничивания. Когда это будет сделано, нажмите кнопку **Закреть**, завершая редактирование кривой и возвращаясь в окно ввода свойств. Затем нажмите кнопку **ОК** для завершения ввода свойств метки блока **АЛНИКО+**.

Таблица 1.4

Кривая размагничивания сплава АЛНИКО

H, А/м	-147218	-119400	-99470	-79580	-53710	-19890	0.0
B, Тл	0.0	0.24	0.4	0.5	0.6	0.71	0.77

Вводя свойства для метки **АЛНИКО-**, нет необходимости повторять все эти действия. Достаточно просто скопировать свойства из метки **АЛНИКО+** и изменить направление вектора коэрцитивной силы. Это делается так:

а) Выберите метку **АЛНИКО+** в дереве меток.

б) В меню **Правка** или контекстном меню выберите **Копировать**. Откройте меню еще раз и выберите **Вставить**. Копия метки **АЛНИКО+** под именем **АЛНИКО+ (2)** появится в дереве.

в) Выделите метку **АЛНИКО+ (2)** в дереве.

г) В меню **Правка** или в контекстном меню выберите **Переименовать**. Смените имя на **АЛНИКО-** и нажмите **ENTER**.



д) Дважды щелкните **АЛНИКО**– или выберите **Свойства** из ее контекстного меню. Появится диалог для ввода свойств.

е) В поле Направление замените 90 на  $-90$ , чтобы сменить направление коэрцитивной силы на противоположное.

ж) Нажмите **ОК**.

#### 7. Задание граничных условий

Метки ребер используются для задания граничных условий на внешних и внутренних границах области. В нашем случае мы должны задать нулевое граничное условие Дирихле ( $A = 0$ ) на внешней границе области (прямоугольник  $OPRQ$ ).

Чтобы присвоить метки ребрам:

а) Укажите мышью четыре ребра, которые образуют прямоугольник  $OPRQ$ , удерживая нажатой клавишу **CTRL**. Эти четыре выделенных ребра будут подсвечены. Если вы случайно выделили лишнюю вершину, ребро или блок, щелкните его еще раз, чтобы снять выделение.

б) Щелкните правой кнопкой мыши в пределах выделенного, чтобы вывести контекстное меню, не меняя выделения объектов.

в) В контекстном меню выберите **Свойства** и в открывшемся окне (рис.1.16) присвойте метку **Ноль** выделенным ребрам.

г) Нажмите **ОК**, чтобы завершить диалог.

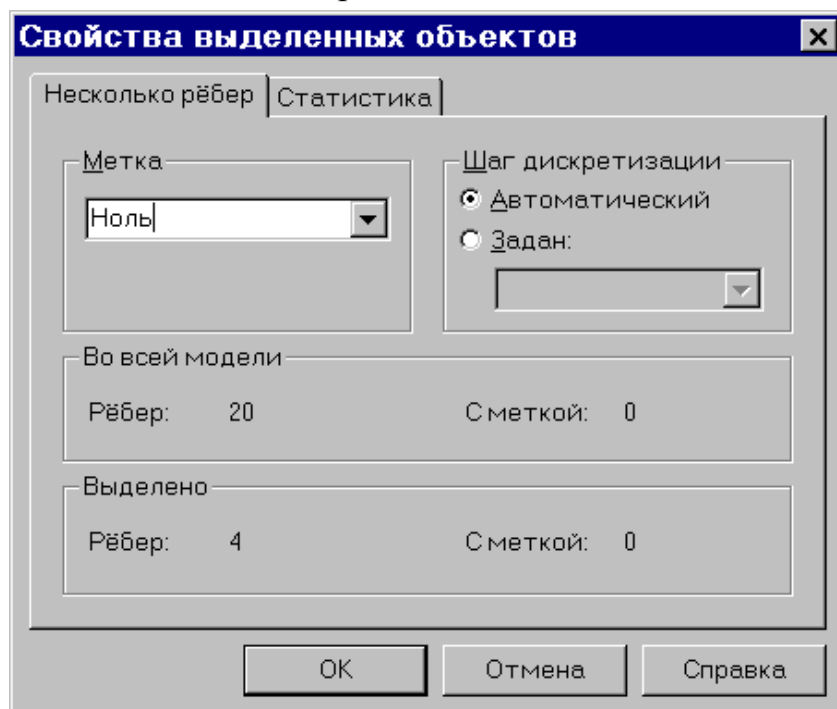


Рис. 1.16. Окно «Свойства...» на этапе присвоения меток ребрам

Граничные условия задаются в окне редактирования меток ребер (рис. 1.17) аналогично тому, как это делается при вводе свойств материалов.

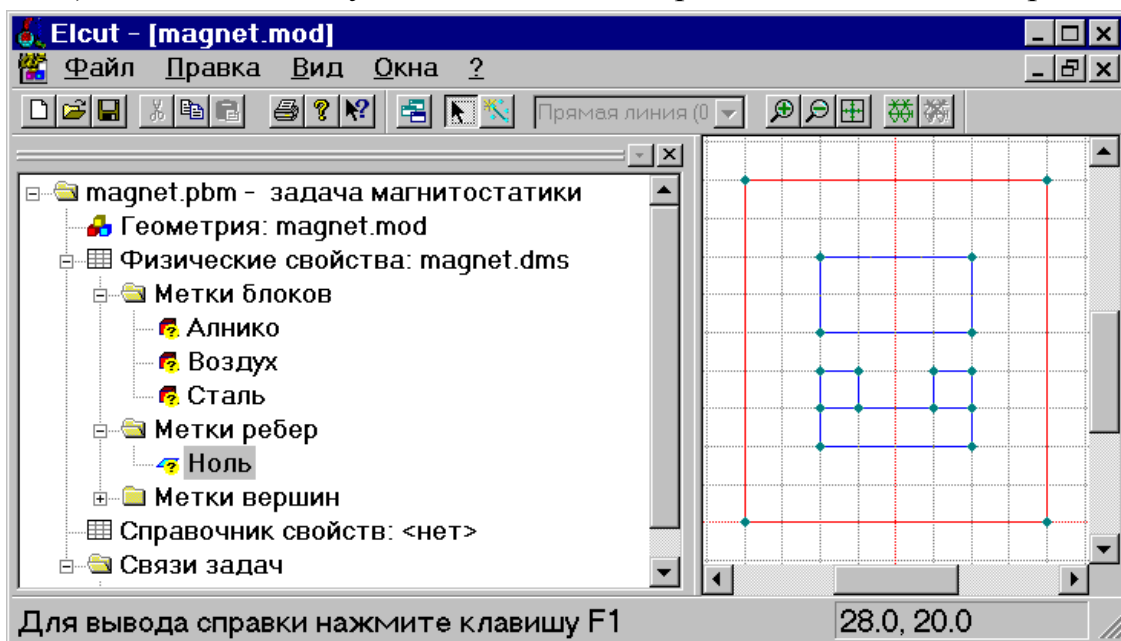


Рис. 1.17. Окно программы на этапе присвоения меток ребрам

В рассматриваемой задаче величины индукции и напряженности магнитного поля за пределами расчетной области можно принять равными нулю.

Чтобы ввести данные для метки **Ноль**:

а) Выделите имя метки **Ноль** в ветви **Метки ребер** и дважды щелкните по ней мышью или выберите **Свойства** в ее контекстном меню. Появится диалоговое окно для ввода свойств метки ребра (рис. 1.18).

б) Включите флажок **Магнитный потенциал**. В полях ввода будут предложены нулевые значения.

в) Нажмите **ОК**.

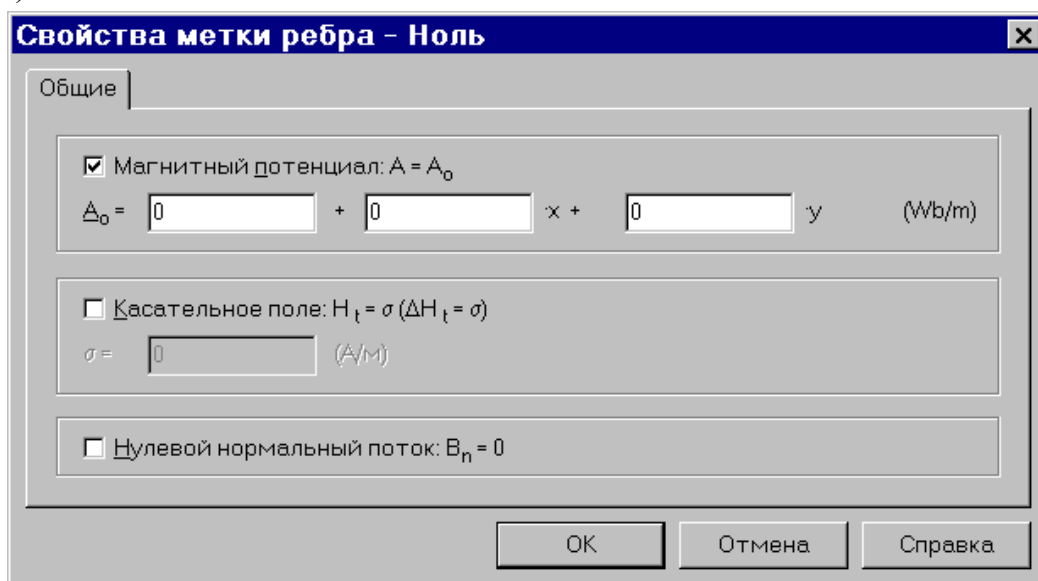


Рис. 1.18. Окно задания свойств ребер

## 8. Построение сетки конечных элементов

Для построения сетки конечных элементов предварительно необходимо задать шаг дискретизации (разбиения) расчетной области. Шаг дискретизации определит густоту сетки конечных элементов в различных областях модели. Можно задавать этот параметр для вершин, ребер или областей модели.

Для рассматриваемой задачи можно предположить существенную неоднородность поля вокруг магнитов, поэтому сетка должна быть максимальной густоты. Следовательно, мы зададим величину шага дискретизации, равной 5 мм в вершинах  $G$ ,  $H$ ,  $I$  и  $J$  и равной 12 мм в вершинах  $O$ ,  $P$ ,  $R$  и  $Q$ , с тем, чтобы получить сетку общим числом узлов не более 200 (данное ограничение отсутствует в профессиональной версии программы).

Чтобы задать значения шага дискретизации:

а) Выделите вершины  $G$ ,  $H$ ,  $I$  и  $J$  и выберите команду **Свойства** в контекстном меню.

б) В появившемся окне (рис. 1.19) установите переключатель **Шаг дискретизации** в положение **Ручной** и введите 5.

в) Нажмите **ОК** для завершения диалога.

г) Повторите эти действия, чтобы присвоить шаг 12 мм вершинам  $O$ ,  $P$ ,  $R$  и  $Q$ .

Окно программы на этапе задания шага дискретизации можно увидеть на рис. 1.20.

Для построения сетки конечных элементов в меню **Правка** выберите команду **Построить сетку**, а затем **Во всех блоках**, чтобы построить сетку во всех блоках одновременно. Полученный результат отображен на рис. 1.21.

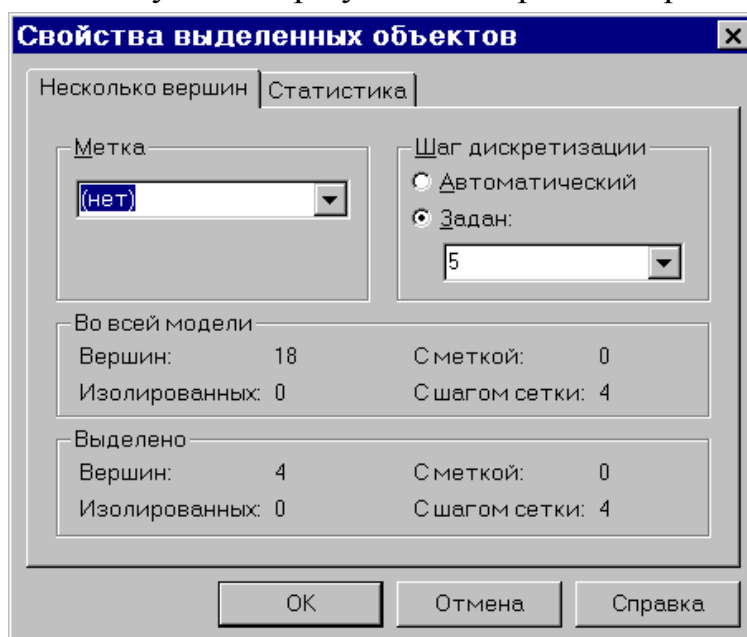


Рис. 1.19. Окно «Свойства...» на этапе задания шага дискретизации

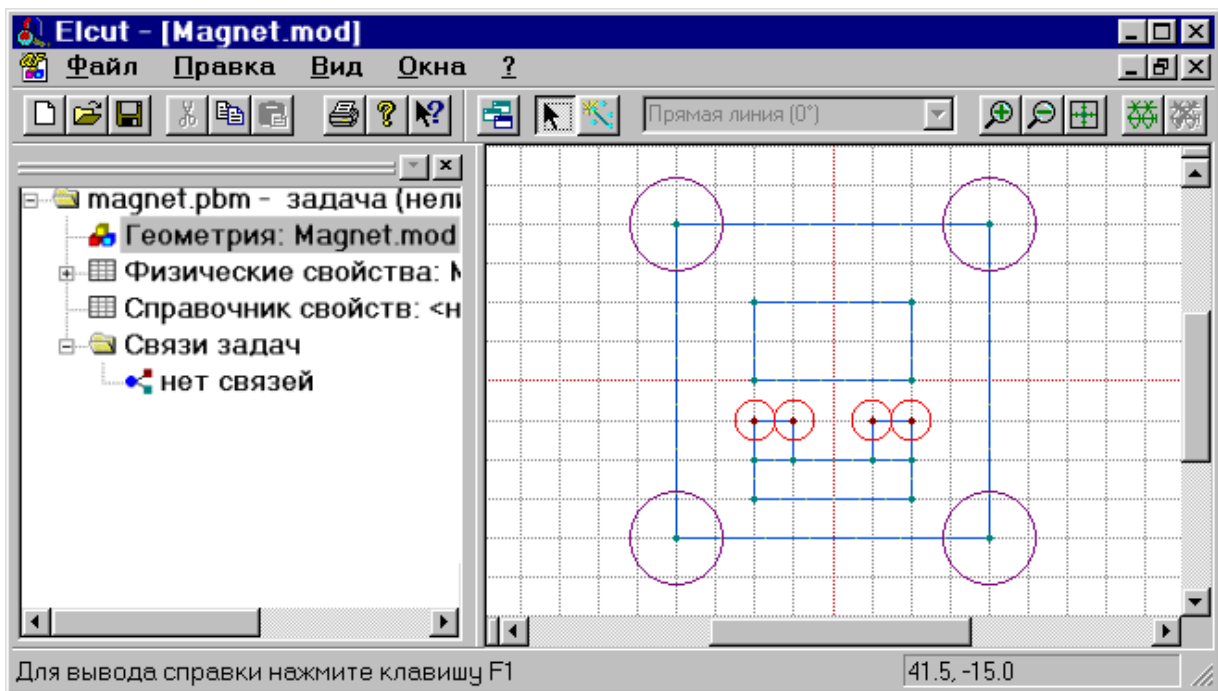


Рис. 1.20. Окно программы на этапе задания шага дискретизации

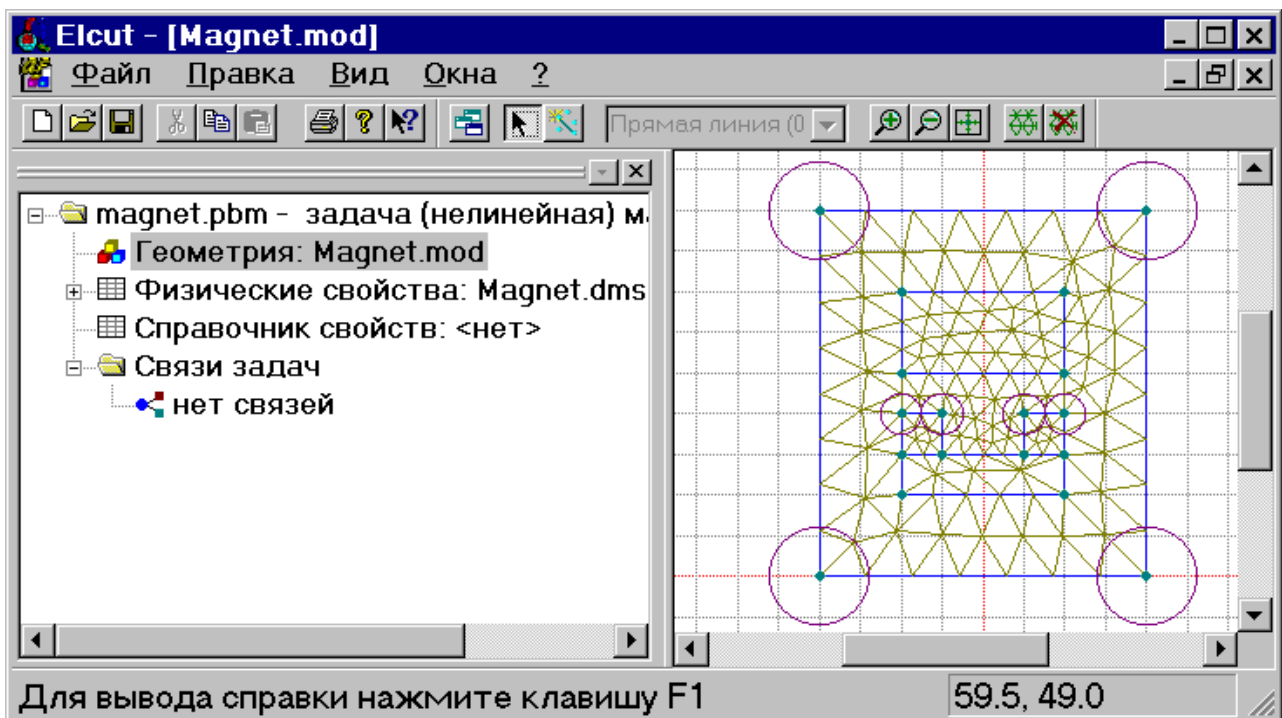


Рис. 1.21. Окно программы на этапе построения сетки

Теперь модель готова. Чтобы сохранить ее на диске, выберите команду **Сохранить** в меню **Файл**. Какой из файлов (файл задачи \*.pbm или файл геометрии \*.mod) будет сохранен, зависит от текущего положения курсора: если в левой части окна, там, где расположено дерево свойств модели, – файл задачи, если в правой – файл геометрии.

## 9. Решение задачи

Для решения задачи необходимо выбрать пункт меню **Правка/Решить задачу**. Если данный пункт в меню **Правка** отсутствует, необходимо выделить (однократным щелчком левой клавиши мыши) любую метку материала. После этого пункт **Решить задачу** в меню **Правка** появится. После окончания расчета в правой части основного окна будет выведена рассчитанная картина поля текущей задачи (рис. 1.22).

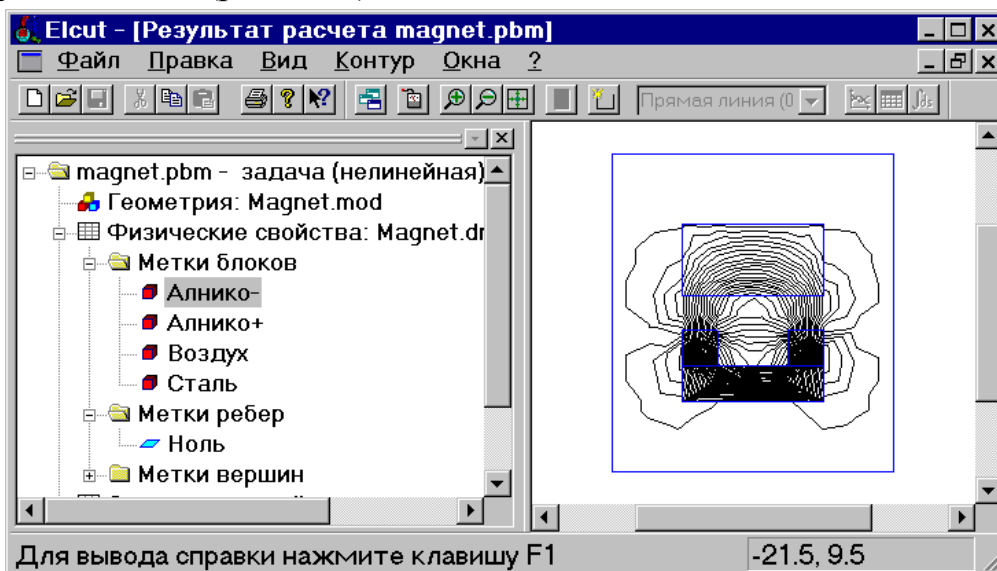


Рис. 1.22. Окно программы с результатами расчета

## 1.8. Анализ полученных результатов. Решение связанных задач

Elcut позволяет представить решение задачи несколькими способами. Это могут быть:

- картины поля;
- локальные полевые значения;
- интегральные величины;
- графики;
- таблицы.

С помощью пункта меню **Вид/Картина поля** изменяется способ отображения результатов расчета. В открывшемся окне диалога (рис. 1.23) можно изменить настройки для отображения картины поля, например, изменить масштаб прорисовки силовых линий (или убрать силовые линии совсем), вывести для отображения векторное поле выбранной переменной, изменить переменную, для которой строится картина поля, и т. д. Дополнительно в данном окне можно задать максимальное и минимальное значения для выбранной переменной.

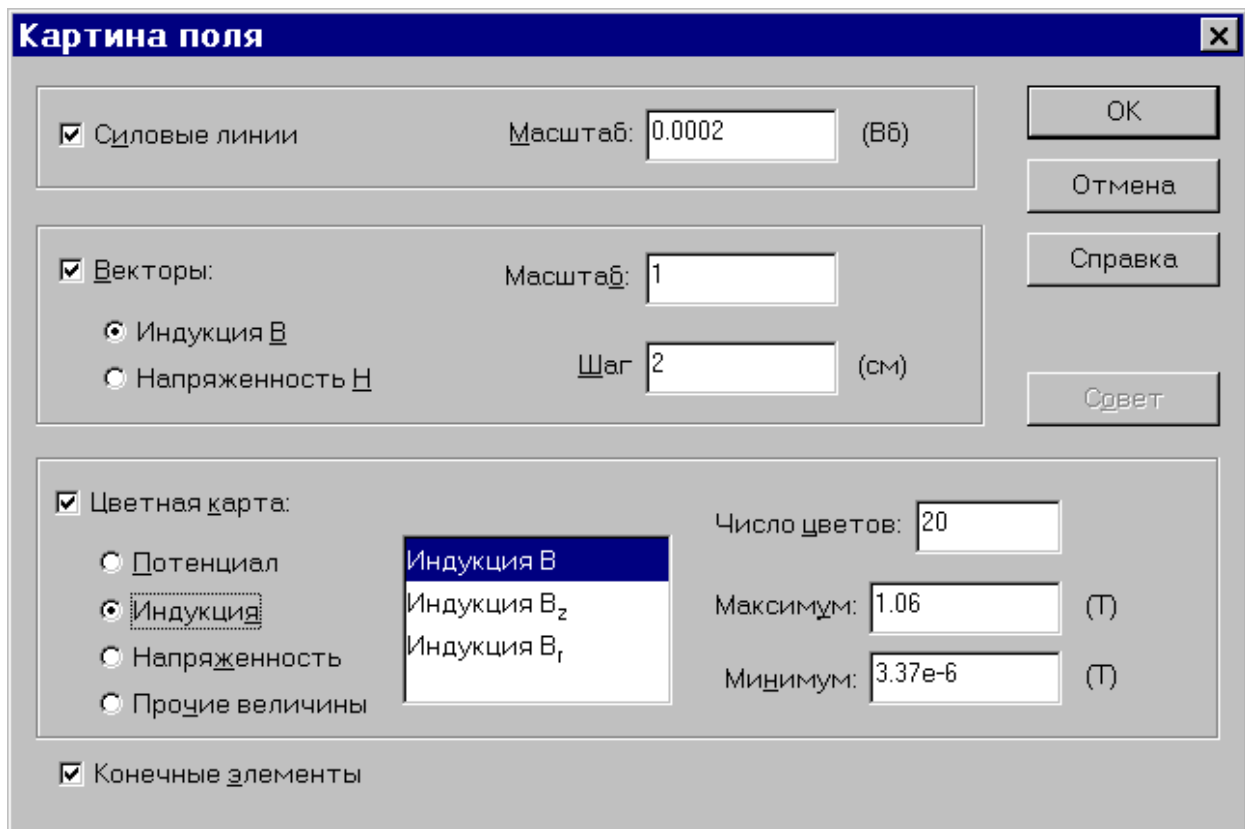


Рис. 1.23. Окно диалога **Картина поля**

С помощью меню **Вид/Локальные значения** можно определить значения физических величин, характеризующих поле, в требуемых точках. После выбора данного пункта меню появится дополнительное окно (рис. 1.24), в котором будут отображаться значения переменной в точке, указанной мышью на общей картине поля.

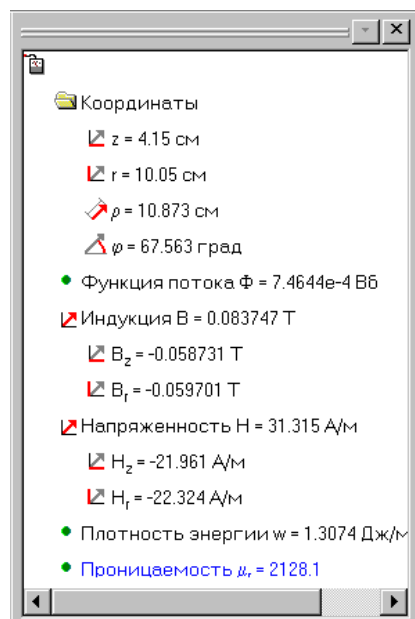


Рис. 1.24. Окно отображения локальных значений

Для расчета интегральных значений сначала необходимо построить контур, по которому будет выполняться интегрирование. Контур рисуется с помощью мыши после выбора команды меню **Контур/Добавить**. Тип рисуемой линии можно изменить с помощью панели инструментов **Панель анализа результатов**. Замыкание контура можно выполнить с помощью команды **Контур/Замкнуть**.

После создания контура необходимо обратиться к пункту меню **Вид/Интегральные значения**. После выполнения данной команды откроется дополнительное окно со списком рассчитанных интегральных характеристик. Щелкнув один раз на кнопке рядом с названием параметра, можно вывести на экран его значение (рис. 1.25).

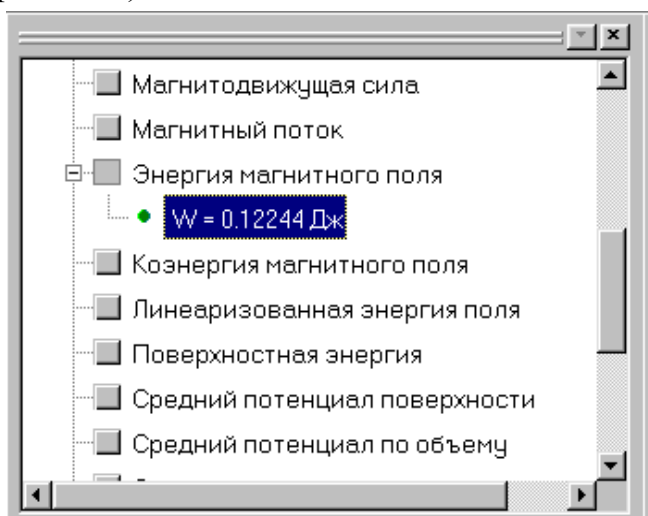


Рис. 1.25. Окно вычисления интегральных значений

Графики распределения переменных в Elcut строятся вдоль линии предварительно проложенного контура. Для построения графика необходимо сначала создать контур (это может быть просто отрезок прямой линии), а затем обратиться к пункту меню **Вид/График**. В результате на экран будет выведен требуемый график (рис. 1.26).

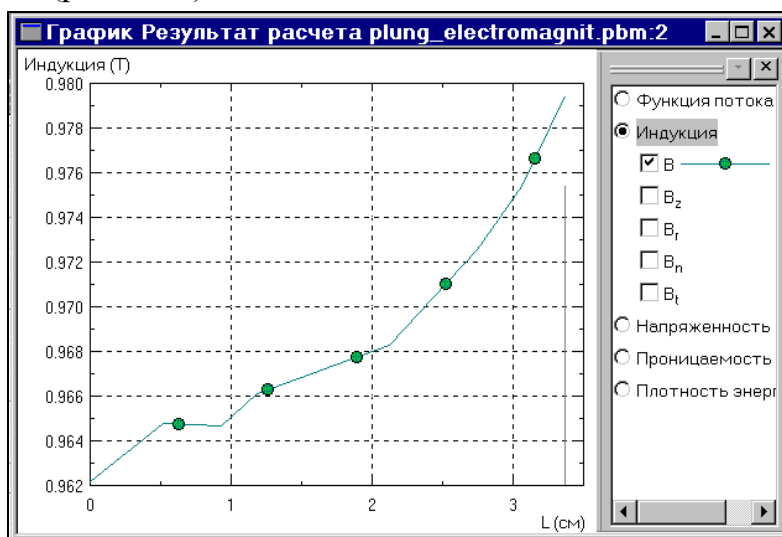


Рис. 1.26. Окно построения графиков

Для изменения переменной, отображаемой на графике, необходимо выполнить команду **Вид/Кривые на графике** и выбрать требуемую переменную.

### **1.8.1. Решение связанных задач**

Elcut позволяет переносить источники поля (распределенные нагрузки), рассчитанные в одной задаче, в задачи другого типа. Предусмотрены следующие типы связи между задачами.

- Поле температур, обусловленное тепловыми потерями в задаче растекания токов или задаче магнитного поля переменных токов.

- Анализ механических напряжений с учетом рассчитанного распределения температуры.

- Расчет механических напряжений, вызванных магнитными силами.

- Расчет механических напряжений, вызванных электростатическими силами.

В связанной задаче в дополнение к источникам (нагрузкам), перенесенным из другой задачи, могут быть заданы прочие источники, так же, как и в обычной задаче.

Можно совместить разные типы связи в одной задаче. Например, после расчета растекания токов, электростатических и магнитных полей в разных задачах, использующих один и тот же файл геометрии модели, можно рассчитать распределение температуры, вызванное тепловыми потерями, а затем механические напряжения, вызванные действием температурных деформаций, электростатической и магнитной силами одновременно.

Elcut накладывает некоторые ограничения на связанные задачи.

- Как задача-источник, так и целевая задача должны использовать один и тот же файл геометрии модели.

- Обе задачи должны использовать одну и ту же систему координат (декартову или цилиндрическую).

- К моменту решения целевой задачи задача-источник должна быть решена.

Несмотря на требование единого файла модели для обеих задач, их расчетная область может не совпадать, поскольку часть подобластей, используемая в одной задаче, может быть исключена из рассмотрения в другой.



### 1.8.2 Создание и решение связанной задачи

Elcut позволяет переносить источники поля (распределенные нагрузки), рассчитанные в одной задаче, в задачи другого типа. Предусмотрены следующие типы связи между задачами.

1. Создать и отладить основную задачу (задачу источник), результаты расчета из которой будут передаваться в подчиненную задачу в качестве исходных данных.

2. Создать подчиненную задачу. Файл геометрии подчиненной задачи должен быть тем же, что и для основной задачи.

3. В подчиненной задаче установить курсор на имени задачи и открыть окно диалога **Свойства задачи (Правка/Свойства)**.

4. Перейти на вкладку **Связь задач** (рис. 1.27).

5. В панели **Редактируемая ссылка** выбрать нужный тип передаваемых в подчиненную задачу данных и указать имя задачи (для этого можно воспользоваться кнопкой **Обзор**).

6. Нажать кнопку **Добавить**.

7. Закрыть окно диалога с помощью кнопки **ОК**.

После создания связи в папке **Связи задач** (рис. 1.28) будут указаны передаваемый параметр и имя файла основной задачи.

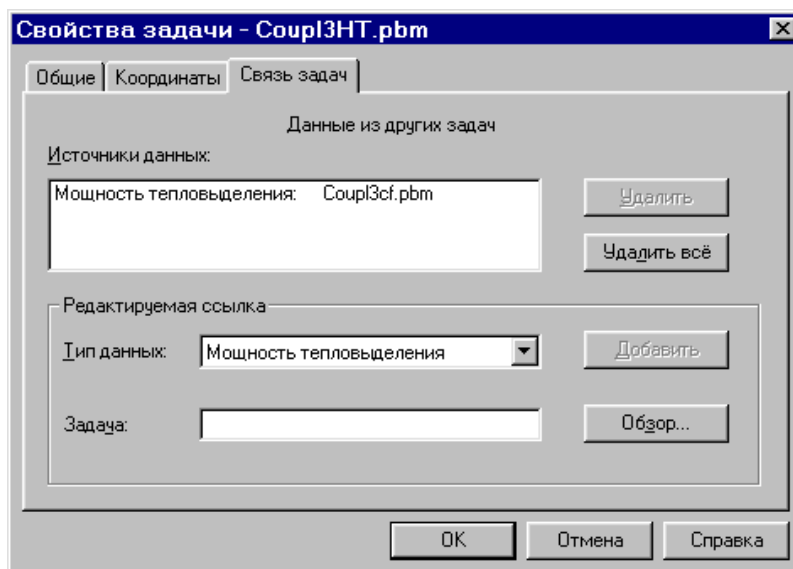


Рис. 1.27. Окно редактирования свойств задачи (вкладка **Связь задач**)

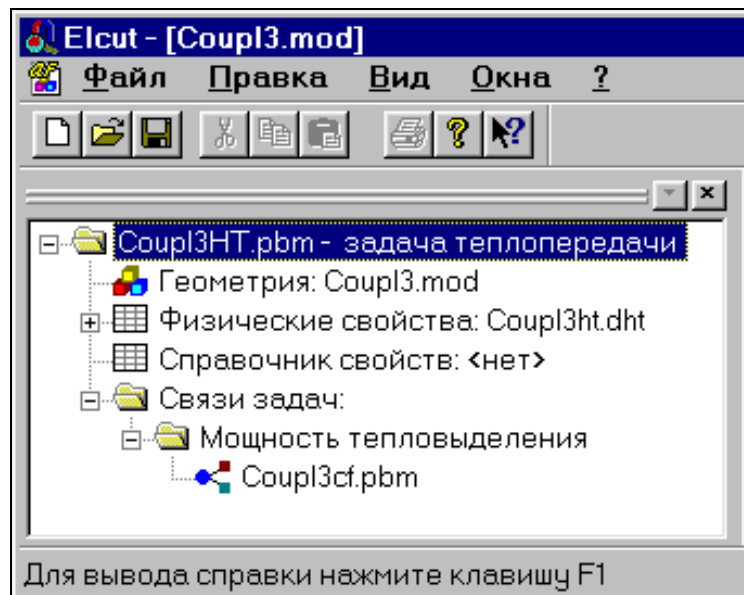


Рис. 1.28. Окно структуры подчиненной задачи после осуществления связи задач

### 1.9. Нестационарное магнитное поле

Задача расчета нестационарного магнитного поля представляет собой общий случай расчета магнитного и электрического полей, вызванных переменными токами (синусоидальные, импульсные и др.), постоянными магнитами или внешним магнитным полем, в линейной и нелинейной (ферромагнитной) среде, с учетом вихревых токов (поверхностный эффект).

Формулировка задачи может быть получена из уравнений Максвелла для векторного магнитного потенциала  $A$  ( $B = \text{rot } A$ ,  $B$  – вектор магнитной индукции) и скалярного электрического потенциала  $U$  ( $E = -\text{grad } U$ ,  $E$  – вектор напряженности электрического поля):

$$\begin{aligned} \text{rot}(\mu^{-1} \cdot \text{rot } A) &= j + \text{rot}H_c, \\ j &= g \cdot E = -g \cdot \text{grad } U - g \cdot \partial A / \partial t, \end{aligned}$$

где  $\mu^{-1}$  – тензор, обратный тензору магнитной проницаемости, и  $g$  – электропроводность. В соответствии со вторым уравнением, полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем:

$$\begin{aligned} j &= j_{\text{стор}} + j_{\text{вихр}}, \\ j_{\text{стор}} &= -g \text{ grad } U, \end{aligned}$$

$$j_{\text{вихр}} = -g \frac{dA}{dt}.$$

Если задача расчета нестационарного магнитного поля решается совместно с присоединенной электрической цепью, то уравнение ветви электрической цепи, содержащей массивный проводник в магнитном поле, выглядит следующим образом:

$$I = \frac{U}{R} - g \int_{\Omega} \frac{\partial A}{\partial t} dS,$$

где  $U$  – разность потенциалов на концах массивного проводника,  $R$  – омическое сопротивление постоянному току.

В рассматриваемых задачах вектор индукции  $B$  всегда лежит в плоскости модели ( $xy$  или  $zr$ ), в то время как вектор плотности электрического тока  $j$  и векторный потенциал  $A$  перпендикулярны к ней. Отличны от нуля только компоненты  $j_z$  и  $A_z$  в плоско-параллельном случае или  $j_{\theta}$  и  $A_{\theta}$  в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как  $j$  и  $A$ . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - g \frac{dA}{dt} = -j_{\text{стор}} + \left( \frac{dH_{cy}}{dx} - \frac{dH_{cx}}{dy} \right),$$

а для осесимметричного случая

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - g \frac{dA}{dt} = -j_{\text{стор}} + \left( \frac{dH_{cr}}{dz} - \frac{dH_{cz}}{dr} \right),$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости  $\mu_x$  и  $\mu_y$  ( $\mu_z$  и  $\mu_r$ ), составляющие коэрцитивной силы  $H_{cx}$  и  $H^{\wedge}$  ( $H_{cz}$  и  $H_{cr}$ ) – постоянные величины в пределах каждого из блоков модели. Сторонняя составляющая тока  $j_{\text{стор}}$  предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ( $\sim 1/r$ ) в осесимметричном случае.

*Замечание.* В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ( $\mu_x = \mu_y$  или  $\mu_z = \mu_r$ ) и задаются зависимостью  $B(H)$ , представленной кубическим сплайном.

Решение нестационарных задач происходит с нулевого момента времени. При этом начальное значение поля предполагается нулевым во всей области. Возможен перенос начального состояния из другой задачи (стационарной или нестационарной).

### 1.9.1. Источники поля

Источники поля могут быть заданы в блоках, на ребрах или в отдельных вершинах модели. В нестационарной электромагнитной задаче под источниками поля понимаются сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, напряжение, приложенное к концам проводника, а также

постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости  $xz$  ( $zr$ ), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре, соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

Пространственно распределенный ток описывается по-разному, в зависимости от того, представляет ли интерес расчет вихревых токов (проводник) или нет (проводимость равна 0). В последнем случае ток задается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле:

$$j = \frac{n \cdot I}{S},$$

где  $n$  – число витков,  $I$  – полный ток и  $S$  – площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же значение полного тока, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

Пространственно распределенный ток задается несколькими способами. В массивном проводнике можно определить либо полный ток, либо напряжение, приложенное к проводнику. В плоской задаче падение напряжения задается на единицу глубины модели, в осесимметричном случае имеется в виду напряжение на один виток проводника. Ненулевое напряжение, приложенное к проводнику, в осесимметричной задаче означает, что проводник имеет радиальный разрез, к противоположным сторонам которого приложено напряжение. На практике эту возможность удобно применять для описания известного напряжения, приложенного к кольцевой обмотке с массивными проводниками. В этом случае реальное напряжение на зажимах обмотки

следует разделить на число ее витков. Нулевое приложенное напряжение означает, что концы проводника соединены накоротко.

Напряжение, ток и плотность тока могут быть заданы как функции времени. Это позволяет проводить анализ с использованием самых разных источников поля, периодических и нет.

### 1.9.2. Граничные условия

На внешних и внутренних границах расчетной области могут быть заданы следующие граничные условия.

Условие Дирихле, задающее на части границы известный векторный магнитный потенциал  $A_0$  в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например, на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, Elcut позволяет задать условие Дирихле как функцию координат в виде:

$$A_0 = a + bx + cy \quad \text{— для плоских задач;}$$

$$rA_0 = a + b zr + \frac{cr^2}{2} \quad \text{— для осесимметричных задач.}$$

Параметры  $a$ ,  $b$  и  $c$  постоянны для каждого ребра, но могут изменяться от одного ребра к другому. Этот подход позволяет моделировать внешнее однородное поле путем задания ненулевой нормальной компоненты магнитной индукции на любом прямолинейном отрезке границы.

Пусть  $\alpha$  — угол наклона ребра по отношению к горизонтальной оси ( $x$  в плоской или  $z$  в осесимметричной задаче). Тогда в обоих типах задач нормальная компонента индукции записывается как

$$B_n = c \sin \alpha + b \cos \alpha.$$

Предполагается правое направление вектора положительной нормали.

Подбором значений константы  $a$  на разных сторонах все условия Дирихле должны быть согласованы так, чтобы функция  $A_0$  была непрерывна в точках соприкосновения границ.

*Замечание.* Чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области. А если область представляет собой набор физически не связанных подобластей, то хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач.

Условие Неймана имеет вид

$$\begin{aligned} H_t &= \sigma \quad \text{на внешних границах,} \\ H_t^+ - H_t^- &= \sigma \quad \text{на внутренних границах,} \end{aligned}$$

где  $H_t$  – тангенциальная компонента напряженности поля, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно, и  $\sigma$  – линейная плотность поверхностного тока. Если  $\sigma$  равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

*Замечание.* Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач. При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Граничное условие нулевого потока используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока  $\gamma^* A = \text{const}$  в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

*Замечание.* Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле, и сверхпроводников. В этом случае последние следует описать с помощью условия Дирихле.

### **1.9.3. Постоянные магниты**

Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в Elcut как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении, ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой  $H_c$ , направленной вдоль оси  $x$ , может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней

границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен  $H_c$ , а по нижней границе равен  $-H_c$ .

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы, так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. Магнитная проницаемость постоянного магнита определяется формулой:

$$B = \mu(B)(H + H_c),$$

$$\mu(H) = \frac{B}{H + H_c}.$$

*Интегральные величины*

- Ток через заданную поверхность

$$I = \int j ds$$

и его сторонняя  $I_{\text{стор}}$  и вихревая  $I_{\text{вихр}}$  компоненты.

- Мощность тепловыделения в объеме

$$Q = \int g^{-1} j^2 dV.$$

- Суммарная магнитная сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме,

$$F = \frac{1}{2} \oint (H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(B \cdot H)) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности окружающей заданный объем, а  $n$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности.

- Суммарный момент магнитных сил, действующих на тела, заключенных в заданном объеме:

$$T = \frac{1}{2} \oint ((r \times H)(n \cdot B) + (r \times B)(n \cdot H) - (r \times n)(H \cdot B)) ds,$$

где  $r$  – радиус-вектор точки интегрирования.

В плоско-параллельном случае вектор момента направлен параллельно оси  $z$ , в осесимметричном случае момент тождественно равен нулю. Момент вычисляется относительно начала координат, момент относительно произвольной точки может быть получен добавлением векторного произведения  $F \times r_0$ , где  $F$  – это полная сила, а  $r_0$  – радиус-вектор точки.

- Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int (H \cdot B) dV \quad - \text{ в линейном случае}$$

$$W = \int \left( \int_0^B H(B') dB' \right) dV \quad - \text{ в нелинейном случае}$$

- Потокосцепление на один виток обмотки:

$$\Psi = \frac{\oint A ds}{S} \quad - \text{ в плоскопараллельном случае};$$

$$\Psi = \frac{2\pi \oint r A ds}{S} \quad - \text{ в осесимметричном случае};$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а  $S$  обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на единицу длины в осевом направлении.

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.



## **II. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ»**

1. Расчет поля постоянного магнита<sup>1</sup>.
2. Вытеснение переменного тока в шине прямоугольного сечения.
3. Плунжерный электромагнит.
4. Симметричная двухпроводная линия.
5. Температурное поле в зубцовой зоне электрической машины.
6. Цилиндр с теплопроводностью, зависящей от температуры.
7. Двухпроводная линия передачи.
8. Линейный асинхронный двигатель.
9. Распределение температуры в проводнике с током.
10. Насос для перекачки жидкого металла.
11. Двухпроводная линия передачи.
12. Электрический двигатель.
13. Индукционная тигельная печь.
14. Расчет поля подковообразного постоянного магнита.
15. Расчет индуктивности дросселя броневой конструкции.
16. Проводник в ферромагнитном пазу.
17. Нестационарное температурное поле в зубцовой зоне электрической машины.
18. Расчет индуктивности кабеля.
19. Температурный отклик на быстрое изменение температуры внешней среды.
20. Изменение распределения температуры в пластине из ортотропного материала.
21. Расчет напряженного состояния тонкой перфорированной пластины.
22. Соленоидальный электромагнит установки термоядерного синтеза «Токамак».
23. Полый толстостенный цилиндр, подвергнутый нагреву и давлению.

---

<sup>1</sup> Все задачи, кроме 8,10,13, из источника [1].

## 2.1. Расчет поля постоянного магнита

**Задание:** рассчитать картину поля постоянного магнита, определить максимальное значение магнитной индукции. Расчет выполнить для двух вариантов:

- а) без учета нелинейных свойств материалов,
- б) с учетом нелинейных свойств материалов.

**Объект:** постоянный магнит со стальным сердечником и якорем.

**Тип задачи:** магнитостатика.

**Класс модели:** плоская.

**Геометрия модели** (все размеры указаны в сантиметрах) изображена на рис. 2.1.

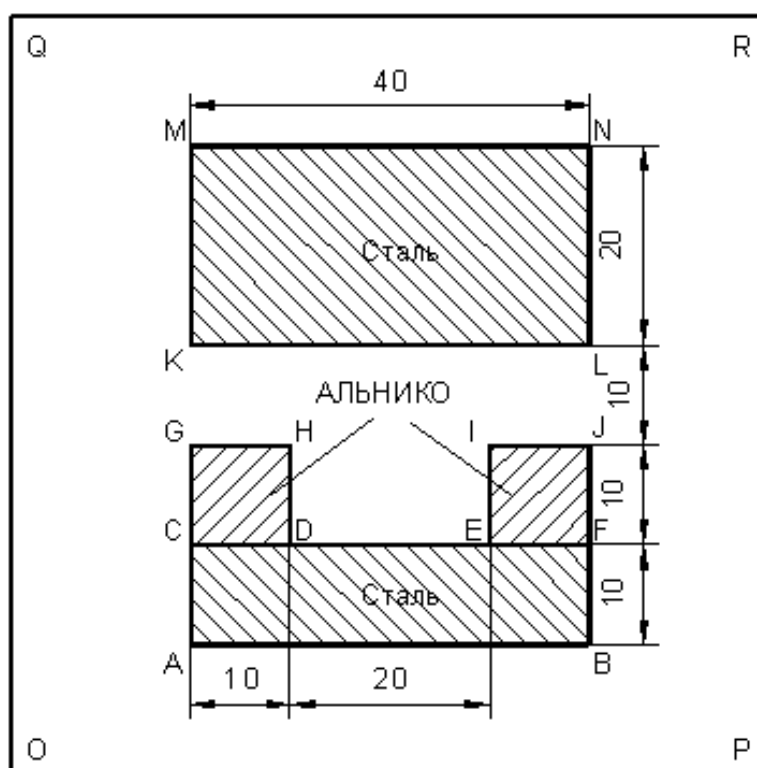


Рис. 2.1. Рекомендуемая геометрия модели: размер расчетной области  $QRPO$ :

100x100 см; шаг сетки привязки: 10 см; шаг дискретизации: в узлах

$Q, R, P, O$  – 12 мм;  $G, H, I, J$  – 5 мм

### **Исходные данные**

Постоянные магниты изготовлены из сплава АЛНИКО, коэрцитивная сила составляет 147218 А/м. Магниты намагничены в вертикальном направлении противоположно друг другу (направление коэрцитивной силы: для левого магнита  $90^\circ$ , для правого магнита  $-90^\circ$ ). Данные для кривых размагничивания для сплава АЛНИКО и намагничивания стали приведены в табл. 2.1, 2.2.

Таблица 2.1

Кривая размагничивания для сплава АЛНИКО

H, А/м	-147218	-119400	-99470	-79580	-53710	-19890	0,0
B, Тл	0,0	0,24	0,4	0,5	0,6	0,71	0,77

Таблица 2.2

Характеристика намагничивания стали

H, А/м	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B, Тл	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,6

Относительная магнитная проницаемость воздуха  $\mu = 1$ .

Граничные условия: магнитный потенциал на границах расчетной области  $A = 0$ .

При решении задачи в линейной постановке принять значения относительной магнитной проницаемости материалов следующими: сплав АЛНИКО –  $\mu = 1$ , сталь –  $\mu = 100$ .

## 2.2. Вытеснение переменного тока в шине прямоугольного сечения, уложенной в паз электрической машины

**Задание:** рассчитать картину распределения тока в пазу электрической машины (для одного и двух проводников в пазу). Построить график распределения плотности тока по сечению проводника (в качестве начала системы координат принять нижнюю границу проводника).

**Тип задачи:** гармоническое электромагнитное поле. Среды линейные.

**Класс задачи:** плоская.

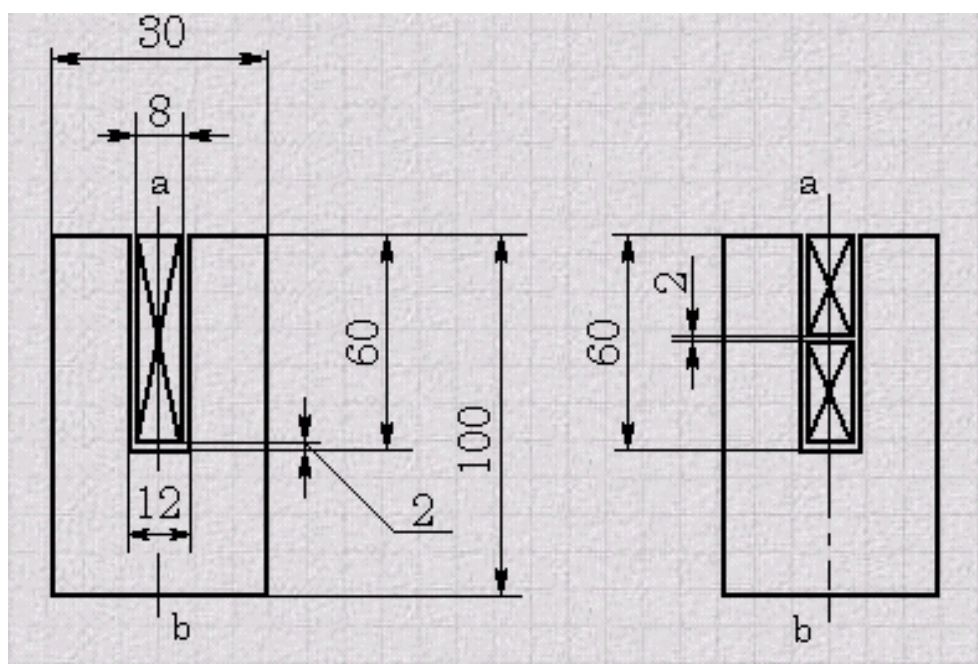


Рис. 2.2. Геометрия модели (в мм)

При расчете удобно выполнить моделирование только одной половины задачи (например, области, находящейся справа от оси симметрии -  $ab$ ).

### ***Исходные данные***

Относительная магнитная проницаемость стали:  $\mu = 100$ .

Относительная магнитная проницаемость медной шины и воздуха:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность меди:  $\sigma = 57000000$  См/м.

Сталь паза шихтованная, поэтому ее электропроводность вдоль проводника равна  $\sigma = 0$  См/м. Суммарный ток в проводнике  $I = 600$  А. Частота тока  $f = 50$  Гц. При наличии в пазу двух шин ток в них течет в одном направлении (в каждой шине по 300 А).

### ***Граничные условия***

На оси вертикальной симметрии (линия  $ab$ ) имеем  $H_t = 0$ . На остальных весьма удаленных границах поле сильно ослабляется, поэтому принимаем условие  $A = 0$ .

## **2.3. Плунжерный электромагнит**

**Задание:** рассчитать магнитное поле в устройстве и тяговое усилие, приложенное к якорю.

**Объект:** соленоидальный плунжерный электромагнит, состоящий из обмотки, окруженной ферромагнитным сердечником, и якоря в виде плунжера.

**Тип задачи:** магнитостатика.

**Класс задачи:** осесимметричная

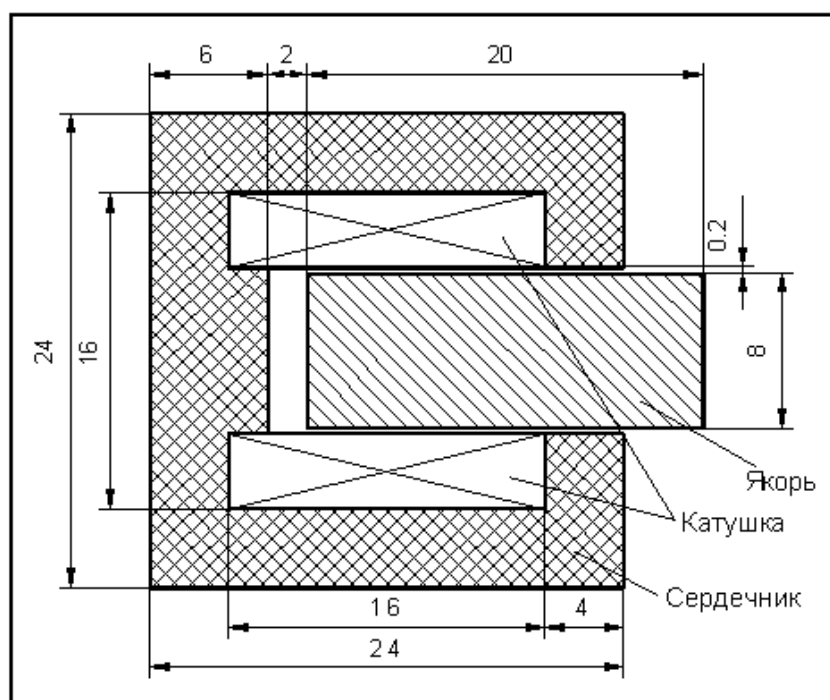


Рис. 2.3. Геометрия модели (в см)

При расчете удобно выполнить моделирование только одной половины задачи (например, области, находящейся выше оси симметрии). Рекомендуемый размер расчетной области - 40x16 см. Слой воздуха между правым торцом якоря и границей расчетной области – 1 см.

Рекомендуемый шаг дискретизации:

в узлах на границе области – 3 см;

в узлах на границе якоря и воздушного зазора – 1 см.

### ***Исходные данные***

Относительная магнитная проницаемость воздуха и катушки:  $\mu = 1$ .

Плотность тока в катушке:  $J = 1100\ 000\ \text{А/м}^2$ .

Данные для кривой намагничивания приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Характеристика намагничивания для материала сердечника и якоря

H, А/м	460	640	720	890	1280	1900	3400	6000
B, Тл	0,80	0,95	1,00	1,10	1,25	1,40	1,55	1,65

### ***Примечание***

Магнитная система соленоида полностью замкнута, поэтому внешнюю границу модели можно поместить относительно близко к сердечнику соленоида. Более протяженный слой воздуха включается в модель со стороны якоря, поскольку в этой зоне нельзя пренебречь выпучиванием поля.

Плотность сетки можно выбрать по умолчанию, однако для улучшения распределения сетки в модель рекомендуется включить три дополнительных вершины. Первую желательно поместить на внутреннюю поверхность катушки вблизи угла якоря, а две другие - напротив углов сердечника на обеих сторонах якоря.

Замкнутый контур для вычисления силы должен окружать якорь. Его необходимо расположить в середине воздушного зазора между якорем и сердечником. Определяя контур интегрирования, рекомендуется использовать сильное увеличение масштаба, чтобы избежать прилипания линий контура к сторонам модели.

## **2.4. Симметричная двухпроводная линия**

**Задание:** найти распределение токов внутри проводников, импеданс линии и потери в экране.

**Объект:** два проводника квадратного сечения с одинаковыми токами, противоположными по фазе, помещенные внутри прямоугольного ферромагнитного экрана.

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** (все размеры заданы в миллиметрах) изображена на рис. 2.4.

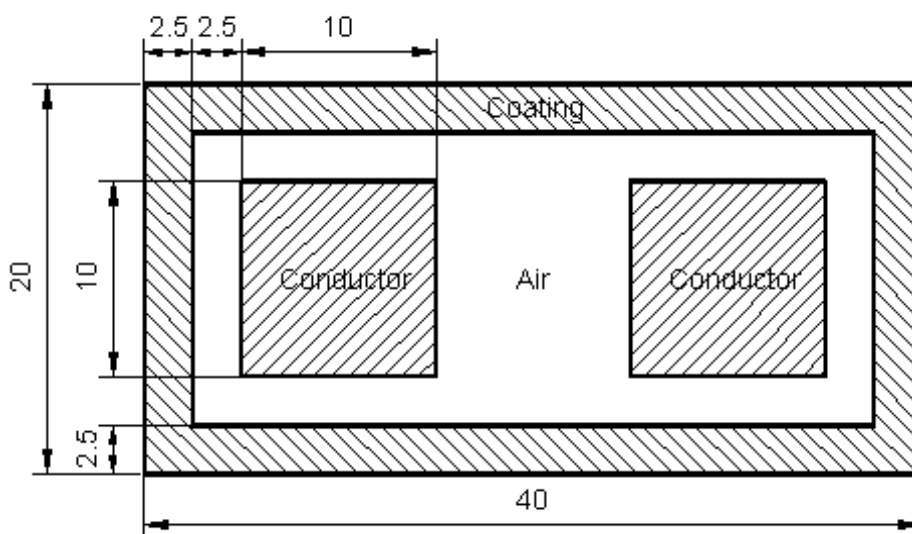


Рис. 2.4. Геометрия модели

### **Исходные данные**

Магнитная проницаемость воздуха:  $\mu = 1$ .

Магнитная проницаемость меди:  $\mu = 1$ .

Электропроводность меди:  $\sigma = 56\,000\,000$  См/м.

Магнитная проницаемость экрана:  $\mu = 100$ .

Электропроводность экрана:  $\sigma_{\text{э}} = 1\,000\,000$  См/м.

Ток в проводниках:  $I = 1$  А.

Частота:  $f = 100$  Гц.

### **Примечание**

Предполагая, что магнитный поток целиком содержится в экране, мы можем задать граничное условие Дирихле на его внешней поверхности  $A = 0$ .

Комплексное сопротивление (импеданс) линии на единицу длины может быть вычислено по формуле

$$Z = \frac{U_1 - U_2}{I},$$

где  $U_1$  и  $U_2$  – падения напряжения на единицу длины в каждом из проводников. Вследствие симметрии эти напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Чтобы узнать падение напряжения, включите режим **Локальные значения** (меню **Вид**) окна анализа результатов и щелкните мышью в любую точку проводника.

Чтобы определить омические потери в экране:

1. В окне анализа результатов войдите в режим **Контур/Добавить** и укажите мышью экран для создания контура.

2. Выберите команду **Вид/Интегральные значения**, выберите **Мощность тепловыделения** в списке интегральных величин и нажмите кнопку **Вычислить**.

## 2.5. Температурное поле в зубцовой зоне электрической машины

**Задание:** рассчитать температурное поле в зубцовой зоне электрической машины.

**Объект:** зубцовая зона статора синхронного двигателя.

**Тип задачи:** температурное поле.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** (все размеры заданы в миллиметрах) изображена на рис. 2.5.

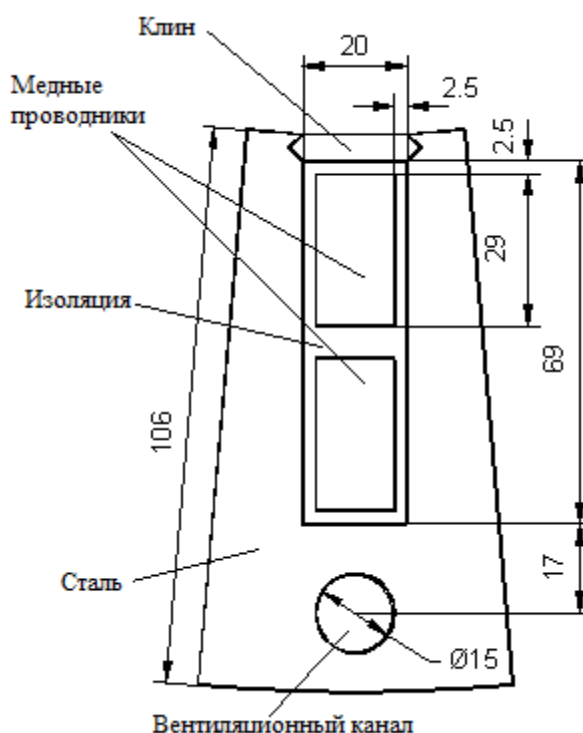


Рис. 2.5. Геометрия модели

Область расчета представляет собой сегмент поперечного сечения статора двигателя в объеме одного зубцового деления (сегмент  $10^\circ$ ). Наружный диаметр статора – 690 мм. Два стержневых проводника, уложенные в прямоугольном пазу, нагреваются омическими потерями. Охлаждение осуществляется потоком воздуха через осевой вентиляционный канал и по наружной и внутренней поверхностям статора.

### Исходные данные

Удельная мощность тепловыделения в меди – 360 000 Вт/м<sup>3</sup>.

Теплопроводность стали – 25 Вт/К·м.

Теплопроводность меди – 380 Вт/К·м.

Теплопроводность изоляции – 0,15Вт/К·м.

Теплопроводность клина – 0,25 Вт/К·м.

Граничные условия приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Граничные условия (конвекция)

Область расчета	Коэффициент теплоотдачи, Вт/(К·м <sup>2</sup> )	Температура омывающего воздуха, С <sup>0</sup>
Внутренняя поверхность статора	250	40
Внешняя поверхность статора	70	20
Вентиляционный канал	150	40

### 2.6. Цилиндр с теплопроводностью, зависящей от температуры

**Задание:** найти распределение температуры в цилиндре.

**Объект:** весьма длинный цилиндр (бесконечной длины) помещен в следующие условия: на внутренней поверхности поддерживается температура  $T_i$  на внешней поверхности температура  $T_0$ . Теплопроводность цилиндра зависит от температуры по линейному закону:  $\lambda(T) = C_0 + C_1T$ .

**Тип задачи:** температурное поле.

**Класс задачи:** осесимметричная.

**Геометрия** (все размеры заданы в миллиметрах) изображена на рис. 2.6.

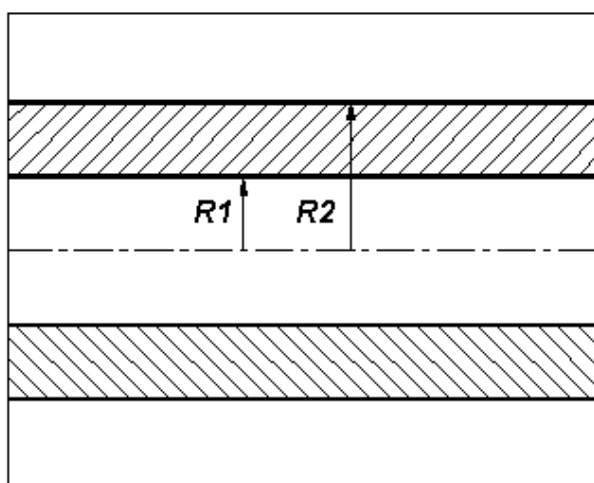


Рис. 2.6. Геометрия модели



**Исходные данные:**

$$R1 = 5 \text{ мм};$$

$$R2 = 10 \text{ мм};$$

$$T_i = 100 \text{ C}^0;$$

$$T_0 = 10 \text{ C}^0;$$

$$C_0 = 50 \text{ Дж/К}\cdot\text{м};$$

$$C_1 = 0,5 \text{ Дж/К}^2\cdot\text{м}.$$

**Примечание**

Осевую длину модели установить произвольно (например, равной 5 мм).

### 2.7. Двухпроводная линия передачи

**Задание:** рассчитать электростатическое поле. Определить собственную и взаимную емкости проводников.

**Объект:** двухпроводная линия передачи. Область задачи ограничена землей снизу и бесконечна в трех других направлениях.

**Тип задачи:** задача электростатики.

**Класс задачи:** плоскопараллельная.

**Геометрия** изображена на рис. 2.7.

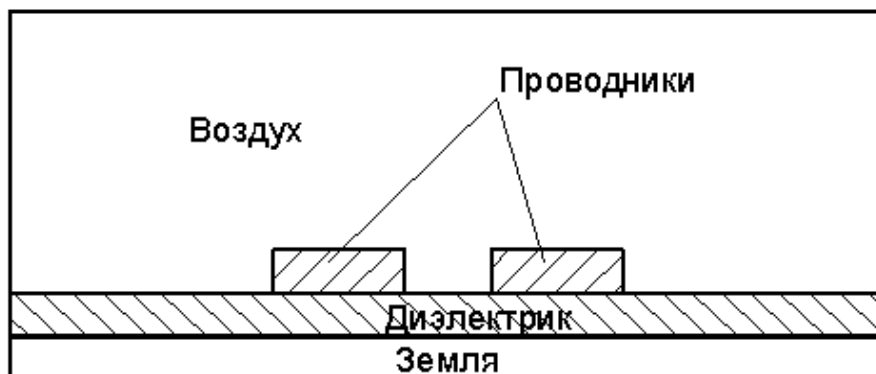


Рис. 2.7. Геометрия модели

**Исходные данные**

Размер проводника – 10x30 мм.

Расстояние между проводниками – 20 мм.

Толщина диэлектрика – 10 мм.

Относительная диэлектрическая проницаемость воздуха –  $\epsilon_0 = 1$ .

Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика –  $\epsilon = 2$ .

**Примечание**

Для решения теоретически бесконечной задачи удобно определить область расчета как достаточно большой прямоугольник (например, 24x40 мм), для того чтобы исключить влияние краевых эффектов.

Для вычисления матрицы емкостей необходимо установить потенциалы  $U = 1$  В у одного проводника и  $U = 0$  у другого, тогда выражения для емкостей примут вид

$$\text{собственная емкость:} \quad C_{11} = C_{22} = \frac{Q_1}{U_1};$$

$$\text{взаимная емкость:} \quad C_{12} = C_{21} = \frac{Q_2}{U_1},$$

где заряды проводников  $Q_1$  и  $Q_2$  вычисляются как интегралы вдоль прямоугольных контуров, проведенных вокруг проводников 1 и 2 с отступом от их границ.

## 2.8. Линейный асинхронный двигатель

### *Задание:*

1. Рассчитать картину электромагнитного поля. Построить графики распределения тока во вторичном элементе (в продольном и поперечном направлениях) и индукции в воздушном зазоре ЛАД. Определить тяговое усилие ЛАД в диапазоне частот от 1 до 100 Гц. Амплитуда тока в проводниках  $I = 2608$  А. Фаза тока в каждом пазу определяется схемой обмотки.

2. Рассчитать тепловые переходные процессы. Температура окружающей среды –  $20$  С<sup>0</sup>. Определить изменение температуры ВЭ во времени в трех локальных точках проводящего покрытия ВЭ (в центре и на краях), а также среднего значения температуры ВЭ.

Частота тока индуктора – 50 Гц; амплитуда тока в проводниках  $I = 2608$  А.

Задание выполнить для следующих вариантов вторичного элемента.

а) Биметаллический вторичный элемент. Материал покрытия – медь.

б) Вторичный элемент в виде беличьей клетки. Материал клетки – медь.

Ширина паза – 10 мм, глубина паза – 10 мм, ширина зубца – 10 мм.

в) Биметаллический вторичный элемент. Материал покрытия – алюминий.

г) Вторичный элемент в виде беличьей клетки. Материал клетки – алюминий. Ширина паза – 10 мм, глубина паза – 10 мм, ширина зубца – 10 мм.

д) Стальной массивный вторичный элемент.

**Объект:** односторонний линейный асинхронный двигатель.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** модели показана на рис. 2.8, в мм:

зубцовое деление: 32;

ширина паза: 20;  
 высота паза: 41;  
 высота проводника: 36;  
 высота ярма индуктора: 19;  
 воздушный зазор: 5;  
 толщина проводящего покрытия вэ: 5;  
 толщина сердечника вэ: 10;  
 длина вторичного элемента: 250.

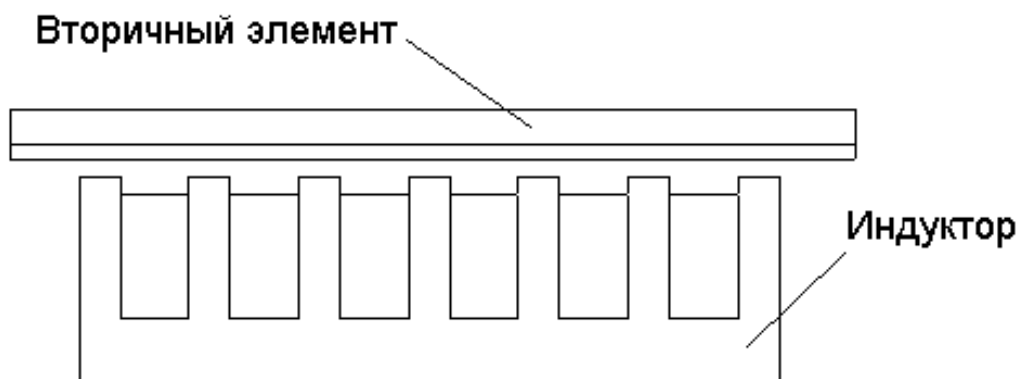


Рис. 2.8. Геометрия модели

### ***Исходные данные***

Свойства материалов:

- относительная магнитная проницаемость:
  - стали индуктора:  $\mu = 1000$ ;
  - стали ВЭ:  $\mu = 10$ ;
  - проводников индуктора, проводящего покрытия ВЭ и воздуха:  $\mu = 1$ ;
- удельная электропроводность, см/м:
  - медь:  $\sigma = 56\,000\,000$ ;
  - алюминий:  $\sigma = 33\,000\,000$ ;
- теплопроводность, Вт/к·м:
  - сталь:  $\lambda = 75$ ;
  - медь:  $\lambda = 380$ ;
  - алюминий:  $\lambda = 211$ ;
  - воздух:  $\lambda = 0,024$ ;
- теплоемкость, Дж/кг·к:
  - сталь:  $C = 465$ ;
  - медь:  $C = 380$ ;
  - алюминий:  $C = 880$ ;

- воздух:  $C = 1000$ ;

• ПЛОТНОСТЬ:

- сталь:  $\rho = 7833 \text{ кг/м}^3$ ;

- медь:  $\rho = 8950 \text{ кг/м}^3$ ;

- алюминий:  $\rho = 2701 \text{ кг/м}^3$ ;

- воздух:  $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ .

• коэффициент конвективной теплоотдачи с поверхности ВЭ,  $\text{Вт}/(\text{К}\cdot\text{м}^2)$ :  $\alpha = 70$ .

## 2.9. Распределение температуры в проводнике с током

**Задание:** рассчитать распределение температуры в длинном проводнике с током.

**Объект:** отрезок проводника, по которому протекает ток.

**Тип задачи:** совмещенная электротермическая задача.

**Класс задачи:** осесимметричная.

**Геометрия** изображена на рис. 2.9.

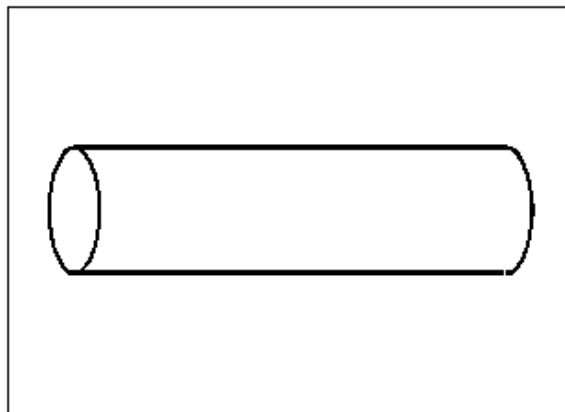


Рис. 2.9. Геометрия модели

### **Исходные данные**

Диаметр провода:  $d = 10 \text{ мм}$ .

Погонное электрическое сопротивление провода:  $R = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Ом/м}$ .

Ток в проводнике:  $I = 1000 \text{ А}$ .

Теплопроводность материала проводника:  $\lambda = 20 \text{ Вт/К}\cdot\text{м}$ .

Коэффициент теплоотдачи внешней поверхности проводника:  $\alpha = 800 \text{ Вт/К}\cdot\text{м}^2$ .

Температура внешней среды:  $T_0 = 20 \text{ C}^0$ .

### **Примечание**

В качестве модели удобно выбрать отрезок провода длиной  $l = 10 \text{ мм}$ .

Удельное сопротивление материала провода можно рассчитать по формуле

$$\rho = \frac{\pi d^2 R}{4}$$

Для задачи протекания тока необходимо задать электрические потенциалы на двух боковых сечениях проводника (разность потенциалов рассчитывается по выражению  $\Delta U = IRl$ ) и условие нулевого тока - через внешнюю поверхность.

Для задачи теплопроводности задаются условие нулевого теплового потока через боковые сечения и условие конвективного теплообмена через внешнюю поверхность.

### 2.10. Насос для перекачки жидкого металла

**Задание:** рассчитать картину электромагнитного поля. Построить графики распределения тока в жидком металле и индукции в воздушном зазоре ЛАД. Определить зависимость усилия, возникающего в жидком металле, от частоты тока в обмотке индуктора в диапазоне от 0 до 100 Гц (10 точек).

**Объект:** насос для перекачки жидкого металла.

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.10.

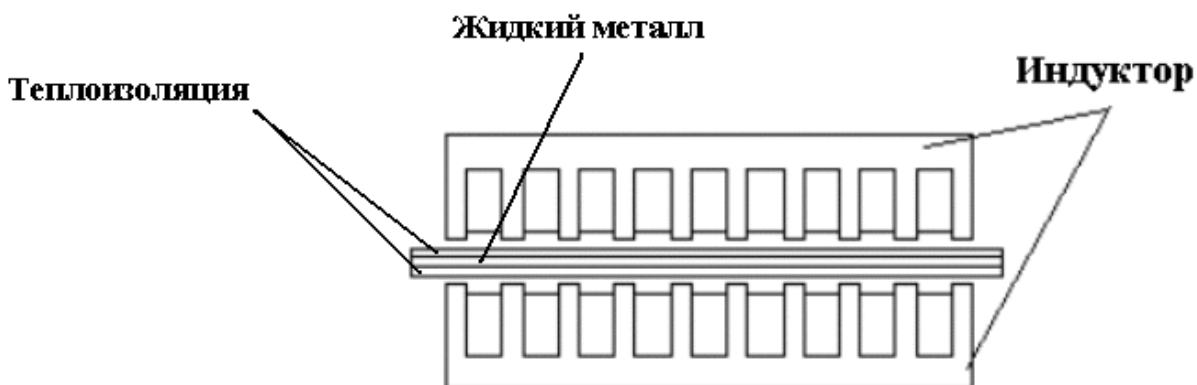


Рис.

2.10. Геометрия модели

**Исходные данные, мм:**

зубцовое деление: 32;

ширина паза: 20;

высота паза: 41;

высота проводника: 36;

высота ярма индуктора: 19;  
воздушный зазор: 5;  
толщина канала: 5;  
толщина теплоизоляции канала: 5.

Относительная магнитная проницаемость стали индуктора:  $\mu = 100$ .

Относительная магнитная проницаемость жидкого металла:  $\mu = 1$ .

Относительная магнитная проницаемость проводников индуктора и воздуха:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность жидкого металла ВЭ:  $\sigma = 33\,000\,000$  См/м.

Удельная электропроводность проводников обмотки:  $\sigma = 56\,000\,000$  См/м.

Электропроводность сердечников индуктора:  $\sigma = 0$  См/м.

Действующее значение тока в проводнике:  $I = 2608$  А.

Частота тока:  $f = 50$  Гц.

Фаза тока в каждом пазу определяется схемой обмотки ( $A, -C, B, -A, C, -B, A, -C, B$ ).

## 2.11. Двухпроводная линия передачи

**Задание:** рассчитать картину электрического поля. Построить графики распределения потенциала в диэлектрике в поперечном и продольном направлениях.

Определить собственную и взаимную емкости проводников в зависимости от расстояния между проводниками (от 1 до 100 мм, 10-15 точек).

**Объект:** двухпроводная линия передачи.

**Тип задачи:** электростатика.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.11, мм:

ширина проводника: 30;

толщина проводника: 10;

расстояние между проводниками: 20;

толщина диэлектрика: 10.

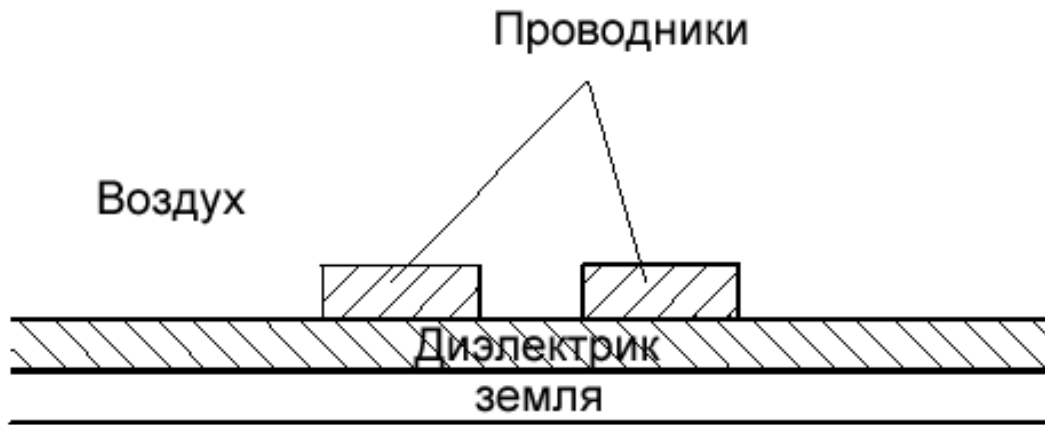


Рис. 2.11. Геометрия модели

**Исходные данные**

Относительная диэлектрическая проницаемость воздуха:  $\varepsilon = 1$ .

Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика:  $\varepsilon = 2$ .

Потенциал первого проводника – 1 В.

Потенциал второго проводника – 0 В.

Собственная емкость вычисляется по выражению

$$C_{11} = C_{22} = Q_1/U_1.$$

Взаимная емкость вычисляется по выражению

$$C_{12} = C_{21} = Q_2/U_1,$$

где заряды проводников  $Q_1$  и  $Q_2$  вычисляются как интегралы вдоль прямоугольных контуров, проведенных вокруг проводников 1 и 2 с отступом от их границ.

**2.12. Электрический двигатель**

**Задание:** Рассчитать картину магнитного поля.

**Объект:** бесщеточный двигатель переменного тока с возбуждением от постоянных магнитов и трехфазной обмоткой статора.

**Тип задачи:** магнитостатика.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.12.

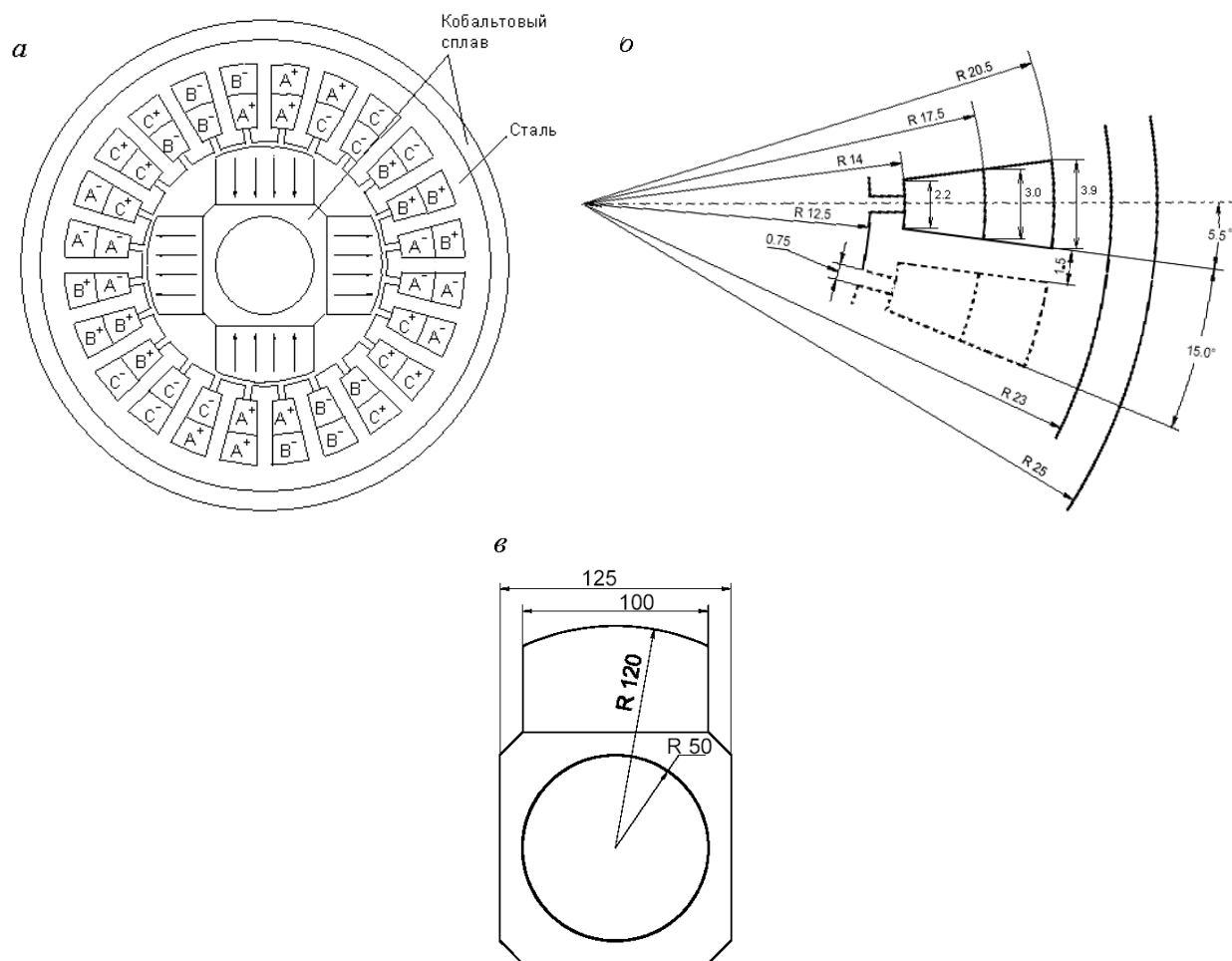


Рис. 2.12. Геометрия модели: а) общая конфигурация моделируемой области; б) геометрия паза статора; в) полюс ротора

Рекомендуемый шаг дискретизации: 0,5 мм.

При построении геометрической модели следует использовать возможности Elcut по дублированию объектов (с указанием числа копий объекта).

Все размеры на рис. 2.12 (а) заданы в сантиметрах и градусах, на рис. 2.12. (б) – в миллиметрах, осевая длина двигателя – 40 мм.

### ***Исходные данные***

Четыре постоянных магнита изготовлены из сплава «самарий–кобальт» с относительной магнитной проницаемостью 1,154 и коэрцитивной силой 550000 А/м. Токи в фазах обмотки статора заданы следующим образом: 13,5 А в фазе А+; 13,5 А в фазе А–; 13,5 А в В+; –13,5 А в В– и нулевые значения в



фазах  $C^+$  и  $C^-$ . Ядро статора и сердечник ротора изготовлены из сплава «кобальт–никель–медь».

Магнитные свойства постоянных магнитов и стали приведены в табл. 2.5 и 2.6 соответственно.

Таблица 2.5

Кривая намагничивания для кобальт-никелевого сплава

$H$ , А/м	20	60	80	95	105	120
$B$ , Тл	0,19	0,65	0,87	1,04	1,18	1,24
$H$ , А/м	140	160	180	200	240	2500
$B$ , Тл	1,272	1,3	1,32	1,34	1,36	1,45

Таблица 2.6

Кривая намагничивания стали

$H$ , А/м	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
$B$ , Тл	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,60

### 2.13. Индукционная тигельная печь

**Задание:** рассчитать картины электромагнитного и теплового полей. Определить время нагрева загрузки до температуры  $2500^{\circ}\text{C}$ . Определить ток в обмотке индуктора (в пересчете на один виток), необходимый для выравнивания температуры по всей загрузке на уровне  $2500^{\circ}\text{C}$ .

**Тип задачи:** совмещенная задача магнитного поля переменных токов и нестационарной тепловой задачи.

**Класс задачи:** осесимметричная.

**Геометрия** изображена на рис. 2.13, мм:

высота тигля: 1600;

наружный диаметр тигля: 600;

внутренний диаметр тигля: 500;

толщина дна тигля: 200;

толщина стенки тигля: 200;

высота загрузки: 1300;

высота обмотки: 1400;

толщина обмотки: 100;

высота магнитопровода: 1500;

толщина магнитопровода: 125.

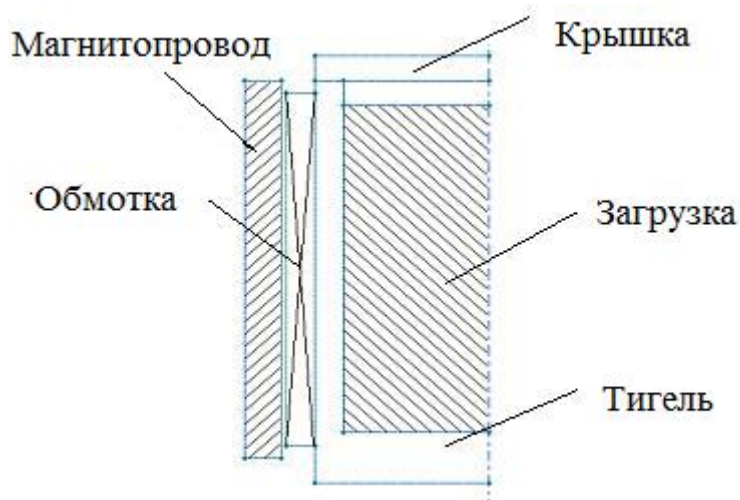


Рис. 2.13. Геометрия модели

**Исходные данные**

Ток в обмотке индуктора (в пересчете на один виток) – 140 000 А.

Частота тока – 500 Гц.

Свойства сред приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

Свойства сред

Свойства	Воздух	Тигель, крышка	Загрузка	Обмотка	Магнитопровод
Магнитная проницаемость $\mu$ , д. е.	1	1	1	1	100
Удельная электропроводность $\sigma$ , См/м	0	0	$7,2 \cdot 10^5$	$5,6 \cdot 10^7$	0
Теплопроводность $\lambda$ , Вт/(К·м)	0,024	0,128	25	25	15
Теплоемкость $C$ , Дж/(кг·К)	1000	1800	380	380	465
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1,2	1300	8950	8950	7833

## 2.14. Расчет поля подковообразного постоянного магнита

**Задание:** рассчитать картину поля постоянного магнита, определить максимальное значение магнитной индукции. Определить зависимость продольной и поперечной составляющих усилия притяжения от смещения в поперечном (горизонтальном) направлении (10–15 точек). Определить зависимость усилия притяжения от ширины якоря (в пределах от 10 до 50 мм, 10-15 точек).

**Тип задачи:** магнитостатика.

**Класс модели:** плоская.

**Геометрия модели** изображена на рис. 2.14 (все размеры указаны в мм).

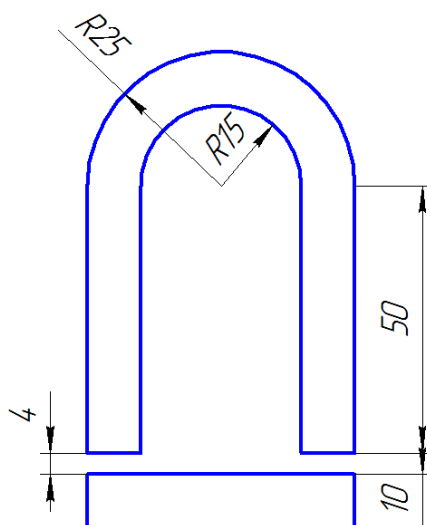


Рис. 2.14. Геометрия модели

### Исходные данные

Свойства сред приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Свойства	Свойства сред		
	Воздух	Магнит	Якорь
Магнитная проницаемость: $\mu$ , о.е.	1	1000	100
Коэрцитивная сила: $H$ , А /м	–	10000	–

Для моделирования коэрцитивной силы магнита на криволинейных участках следует задать на них граничные условия касательного поля:

$H_t = -9375$  А/м – для внешней криволинейной поверхности;

$H_t = 10714$  А/м – для внутренней криволинейной поверхности.

## 2.15. Расчет индуктивности дросселя броневой конструкции

**Задание:** рассчитать картину поля дросселя броневой конструкции, определить максимальное значение магнитной индукции.

Найти зависимость индуктивности дросселя от тока его обмотки (ток обмотки менять в пределах от  $I_{\text{НОМ}}$  до  $10I_{\text{НОМ}}$ ).

Найти зависимость индуктивности дросселя от величины воздушного зазора сердечника (величину воздушного зазора менять в пределах от  $\delta_{\text{НОМ}}$  до  $10\delta_{\text{НОМ}}$ ).

**Объект:** постоянный магнит со стальным сердечником и якорем.

**Тип задачи:** магнитостатика.

**Класс модели:** плоская.

**Геометрия модели** изображена на рис. 2.15.

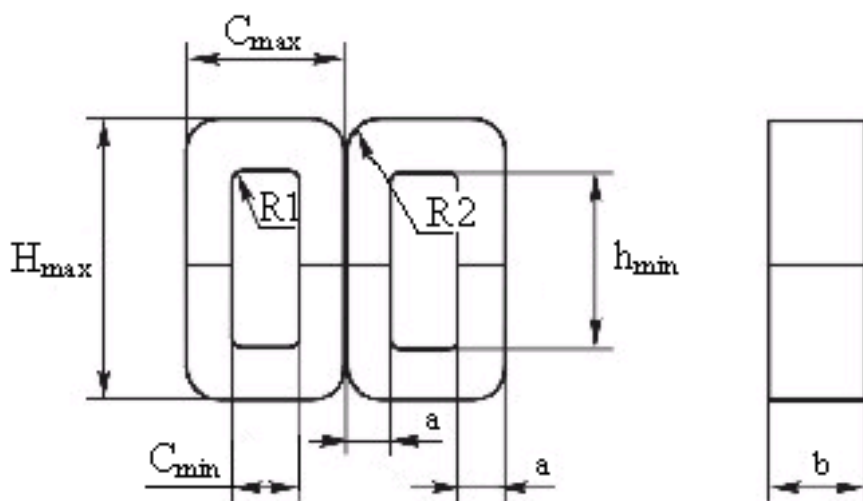


Рис. 2.15. Геометрия модели

Размеры приведены в табл. 2.9.

Таблица 2.9

Габариты модели

Тип	Габаритные размеры сердечника, мм							
	$a$	$b$	$C_{\min}$	$h_{\min}$	$C_{\max}$	$H_{\max}$	$R1$	$R2$
ШЛ40x80	20,0	80,0	40,0	100,0	81,0	142,5	20,0	10,0

### **Исходные данные**

Воздушный зазор между половинами сердечника:  $\delta_{\text{НОМ}} = 1$  мм.

Данные для построения кривой намагничивания стали приведены в табл. 2.10.

Кривая намагничивания сердечника

H, А/м	5,29	5,76	6,8	7,85	9,6	11,4	13,2	15,26	18,29
B, Тл	0,15	0,22	0,33	0,45	0,64	0,84	1,03	1,216	1,326
H, А/м	24,25	34,09	45,2	70,68	102,1	140	195,4	261,81	362,2
B, Тл	1,447	1,534	1,611	1,666	1,688	1,73	1,753	1,775	1,819
H, А/м	534,25	759,1	$1,12 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^3$	$1,89 \cdot 10^3$	$2,32 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^5$		
B, Тл	1,841	1,863	1,896	1,929	1,951	1,973	1,98		

Число витков обмотки:  $w = 1000$ .

Номинальный ток  $I_{\text{ном}} = 2$  А.

**Примечание**

Для определения индуктивности использовать **Мастер индуктивностей** (Вид → Мастер индуктивностей).

### 2.16. Проводник в ферромагнитном пазу

**Задание:** найти распределение токов внутри проводника и его импеданс (полное сопротивление). Определить зависимость импеданса проводника от частоты тока в проводнике. Частоту тока изменять в пределах от 1 до 500 Гц (10-15 точек).

**Тип задачи:** поле переменных токов

**Класс модели:** плоская.

**Геометрия модели** изображена на рис. 2.16 (все размеры указаны в мм).

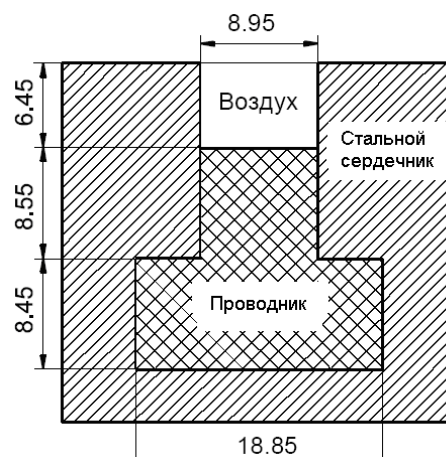


Рис. 2.16. Геометрия модели

### ***Исходные данные***

Относительная магнитная проницаемость воздуха:  $\mu = 1$ .

Магнитная проницаемость меди:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность меди:  $\sigma = 57\,00000$  См/м.

Ток в проводнике:  $I = 1$  А

Базовая частота:  $f = 50$  Гц.

### ***Граничные условия***

Предполагая бесконечную магнитную проницаемость стенок паза, заменим их граничным условием Неймана (касательное поле,  $\sigma = 0$ ), также предположим, что магнитный поток не выплескивается в воздушный зазор через верхнюю границу проводника, так что ее можно описать нулевым граничным условием Дирихле.

Комплексное сопротивление (импеданс) проводника на единицу длины может быть получено из уравнения

$$Z = \frac{V}{I},$$

где  $V$  – падение напряжения на единицу длины. Это падение напряжения может быть получено в окне анализа результатов расчета при помощи команды **Локальные значения** в меню **Вид**. В этом режиме следует щелкнуть мышью любую точку в пределах проводника.

## **2.17. Нестационарное температурное поле в зубцовой зоне электрической машины**

**Задание:** рассчитать процесс нагрева и охлаждения проводников в пазу электрической машины. Построить графики изменения температуры вдоль оси паза (от дна паза к клину) для моментов времени  $t = 0,3; 1; 1,5; 3,5; 5; 6,5; 8$  ч. Построить графики изменения температуры во времени в течение всего цикла нагрева и охлаждения на дне паза и на поверхности первого проводника.

**Объект:** зубцовая зона статора синхронного двигателя.

**Тип задачи:** нестационарная теплопередача.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия:** из задачи № 5 (рис. 2.5).

**Исходные данные:** предполагается однородное распределение температуры в двигателе перед тем, как он был внезапно включен в сеть. Условия охлаждения не меняются в процессе работы. После того как двигатель нагрелся до установившейся температуры, его отключают от сети, и начинается процесс остывания. Начальная температура для задачи остывания берется из

предыдущей задачи нагрева. Условия охлаждения при остывании неизменны, но отличаются от тех, что были при нагревании.

Начальная температура зубцовой зоны: 20 °С.

Время нагрева: 3 ч.

Время охлаждения: 6,3 ч.

Удельная мощность тепловыделения в каждом проводнике: 180000 Вт/м<sup>3</sup>.

Свойства сред и граничные условия приведены в табл. 2.11 и 2.12 соответственно.

Таблица 2.11

Свойства сред

Свойства	Сталь	Проводник	Изоляция	Клин
Теплопроводность $\lambda$ , Вт/(К·м)	25	380	0.15	0.25
Теплоемкость $C$ , Дж/(кг·К)	465	380	1800	1500
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	7833	8950	1300	1400

Таблица 2.12

Граничные условия (конвекция)

Область расчета	Коэффициент теплоотдачи, Вт/(К·м <sup>2</sup> )		Температура омывающего воздуха, С <sup>0</sup>
	двигатель включен	двигатель выключен	
Поверхность статора:			
– внутренняя;	250	20	40
– внешняя	70	70	20
Вентиляционный канал	150	20	40

## 2.18. Расчет индуктивности кабеля

**Задание:** рассчитать картину магнитного поля четырехжильного кабеля. Определить зависимость индуктивности кабеля от частоты. Определить зависимость мощности тепловыделения в одной из жил кабеля от частоты. Частоту изменять в пределах 500–2500 Гц (10–15 точек). Расчеты выполнить для двух вариантов протекания токов в жилах кабеля.

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс модели:** плоская.

**Геометрия модели:** приведена на рис. 2.17.

Радиус жилы кабеля:  $r = 6,2$  мм;

радиус окружности, проходящей через центры жил:  $r_0 = 11$  мм;

внешний радиус оболочки кабеля:  $R = 22$  мм;

толщина оболочки кабеля:  $s = 1$  мм.

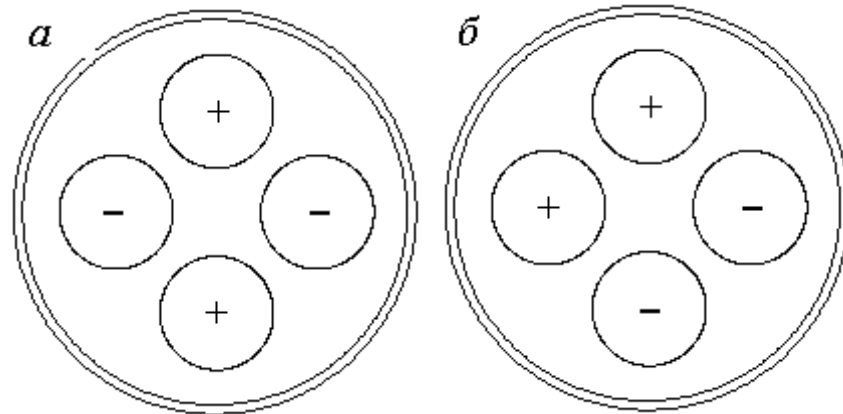


Рис. 2.17. Геометрия модели, где: *a* – кабель прямого направления, *б* – встречного

### ***Исходные данные***

Амплитуда тока в каждом проводнике:  $I_m = 226$  А.

Удельная электропроводность меди:  $\sigma = 57000000$  См/м.

Относительная магнитная проницаемость оболочки:  $\mu=1$ .

Удельная электропроводность изоляции и оболочки:  $\sigma = 0$  См/м.

## **2.19. Температурный отклик на быстрое изменение температуры внешней среды**

**Задание:** определить температурный отклик медного провода диаметром  $d$ , с начальной температурой  $T_0$ , который быстро внесли в воздух с температурой  $T_i$ .

**Объект:** медный провод.

**Тип задачи:** нестационарная теплопередача.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.18.

Диаметр провода  $d = 0,015625$  дюймов.



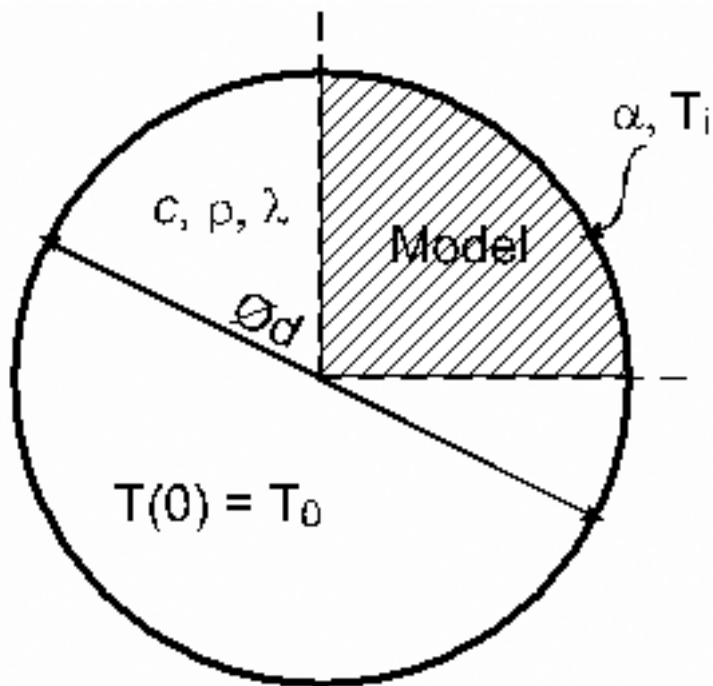


Рис. 2.18. Геометрия модели

### ***Исходные данные***

Начальная температура провода:  $T_0 = 148,88 \text{ C}^\circ$ .

Температура окружающей среды:  $T_i = 37,77 \text{ C}^\circ$ .

Теплоемкость провода:  $C = 380,16 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

Плотность провода:  $\rho = 8966,04 \text{ кг/м}^3$ .

Теплопроводность:  $\lambda = 380 \text{ Вт/(К}\cdot\text{м)}$ .

Коэффициент конвективной теплоотдачи с поверхности провода:

$\alpha = 11,37 \text{ Вт/(К}\cdot\text{м}^2)$ .

## **2.20. Изменение распределения температуры в пластине из ортотропного материала**

**Задание:** длинная металлическая пластина прямоугольного сечения изначально имела температуру  $T_0$ . Потом ее быстро погрузили в жидкость с температурой  $T_i$ . Пластина имеет различные коэффициенты теплопроводности в направлении  $X$  и  $Y$ . Определить изменение температуры во времени в различных точках пластины.

**Объект:** пластина из ортотропного материала.

**Тип задачи:** нестационарная теплопередача.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.19.

Размеры  $a = 2$  дюйма,  $b = 1$  дюйм.

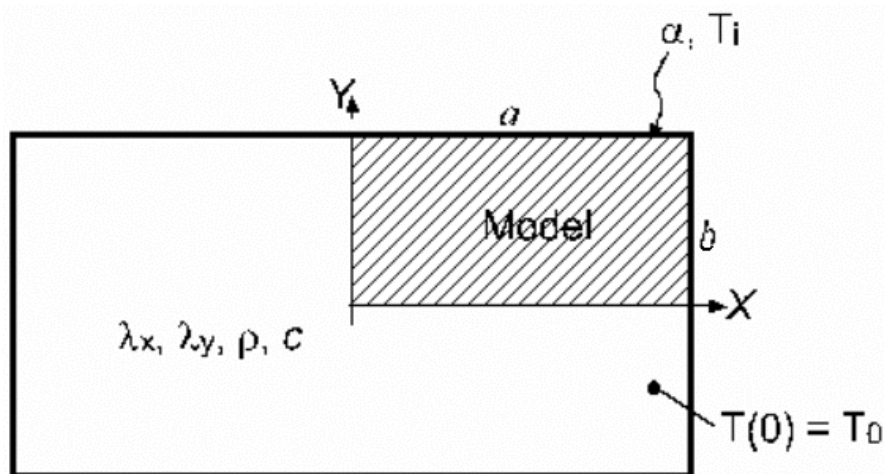


Рис. 2.19. Геометрия модели

**Исходные данные**

Теплопроводность:  $\lambda_x = 34,6147 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м})$ ;  $\lambda_y = 6,2369 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м})$ .

Температура окружающей среды:  $T_i = 37,78\text{С}$ .

Начальная температура пластины:  $T_0 = 260\text{С}$ .

Коэффициент конвективной теплоотдачи от краев пластины:

$\alpha = 1361,7 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м}^2)$ .

Теплоемкость:  $C = 37,688 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ .

Плотность:  $\rho = 6407,04 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

**2.21. Расчет напряженного состояния тонкой перфорированной пластины**

**Задание:** определить изменение размеров центрального отверстия пластины (по вертикали и по горизонтали) при приложении к нижнему краю пластины растягивающего и сжимающего усилия  $40 \text{ Н}/\text{м}^2$ .

**Объект:** тонкая прямоугольная пластина с круглым отверстием посередине, нагруженная растягивающим усилием.

**Тип задачи:** задача напряжений и деформаций.

**Класс задачи:** плоская.

**Геометрия** изображена на рис. 2.20, мм:

длина: 240; ширина: 180; радиус центрального отверстия: 30;

толщина: 5.

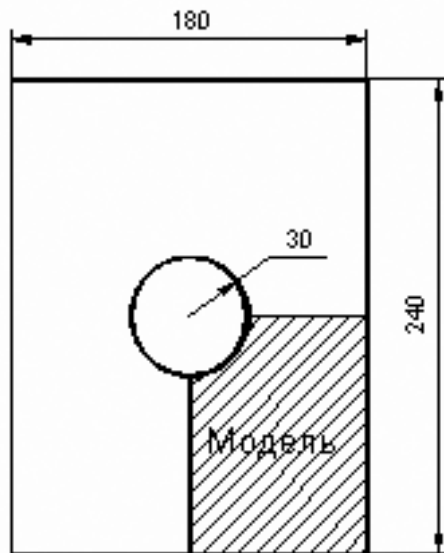


Рис. 2.20. Геометрия модели

***Исходные данные***

Модуль Юнга:  $E = 207000 \text{ Н/м}^2$ .

Коэффициент Пуассона:  $\nu = 0,3$

Модуль сдвига:  $E = 79615,4 \text{ Н/м}^2$ .

***Граничные условия***

Верхний край пластины – фиксированное перемещение по  $Y = 0$ .

Нижний край пластины – поверхностная сила  $f_x = -40 \text{ Н/м}^2$  (для растягивающего усилия) и  $f_x = 40 \text{ Н/м}^2$  (для сжимающего усилия).

По вертикальной оси симметрии – фиксированное перемещение по  $X = 0$ .

На вертикальных краях пластины граничные условия не задаются.

**2.22. Соленоидальный электромагнит установки термоядерного синтеза «Токамак»**

***Задание:*** определить изменение размеров электромагнита.

***Объект:*** катушка из прямоугольной трубки с круглым отверстием посередине, нагруженная растягивающим усилием.

***Тип задачи:*** совмещенная магнитоупругая задача.

***Класс задачи:*** осесимметричная.

***Геометрия*** изображена на рис. 2.21 (все размеры указаны в см).

Соленоид состоит из 80 сверхпроводящих витков с каналами для жидкого гелия, закрепленных в пластиковой матрице. Ввиду симметрии в модели представлена половина магнита.

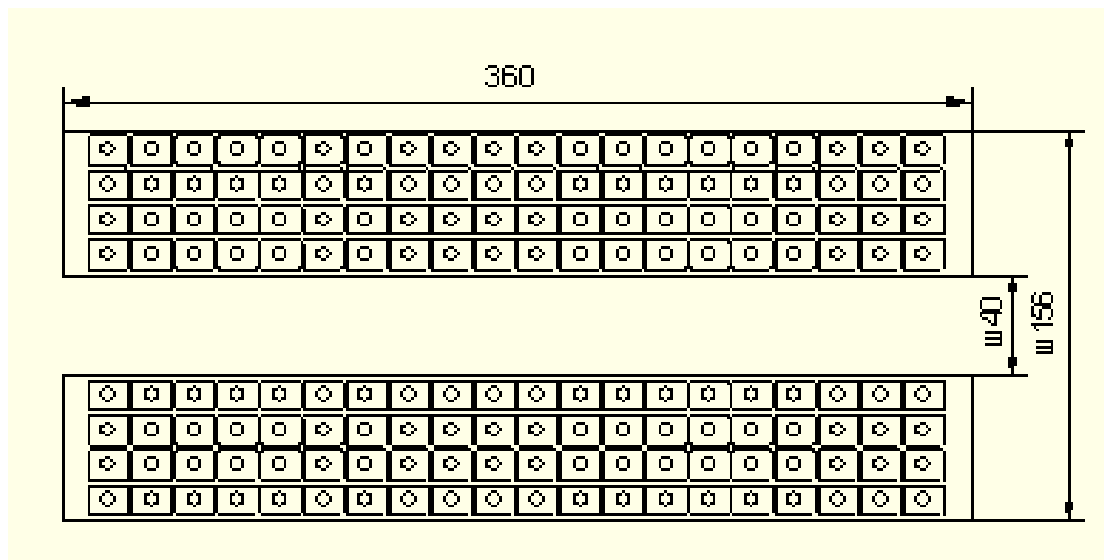


Рис. 2.21. Геометрия модели

### ***Исходные данные***

*Данные для магнитной задачи*

Плотность тока в витках катушки:  $j = 3 \cdot 10^8$  А/м.

Магнитная проницаемость пластика, проводникового материала и жидкого гелия внутри проводников:  $\mu = 1$ .

*Данные для задачи расчета упругого состояния*

Медные проводники:

модуль Юнга:  $E = 7,74 \cdot 10^{10}$  Н/м.

коэффициент Пуассона:  $n = 0,335$ .

предельное допустимое напряжение:  $2,2 \cdot 10^8$  Н/м.

Пластиковая матрица:

модуль Юнга:  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Н/м;

коэффициент Пуассона:  $n = 0,35$ ;

предельное допустимое напряжение:  $1 \cdot 10^9$  Н/м.

### **2.23. Полый толстостенный цилиндр, подвергнутый нагреву и давлению**

**Задание:** необходимо рассчитать распределение механических напряжений в цилиндре.

**Тип задачи:** совмещенная термоупругая задача.

**Класс задачи:** осесимметричная.

**Геометрия** изображена на рис. 2.22.

Весьма длинный толстостенный цилиндр нагружен давлением изнутри. Кроме того, на его внутренней поверхности поддерживается постоянная температура  $T_i$ , а на наружной поверхности –  $T_0$ .

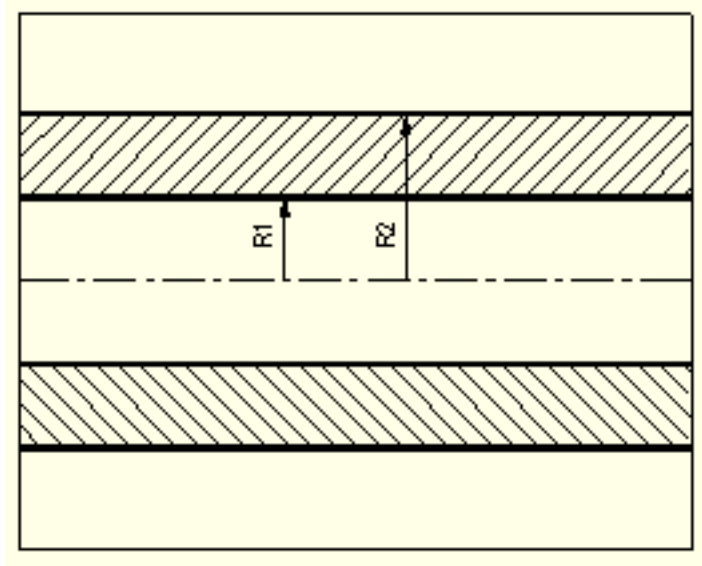


Рис. 2.22. Геометрия модели

### ***Исходные данные***

Размеры цилиндра:  $R_1 = 1$  см,  $R_2 = 2$  см.

Теплопроводность цилиндра:  $\lambda = 1$  Вт/(К·м).

Температура внутренней поверхности:  $T_i = 100$  С<sup>0</sup>.

Температура наружной поверхности:  $T_0 = 100$  С<sup>0</sup>.

Коэффициенты температурного расширения  $\alpha = 1 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>.

Давление во внутренней полости:  $P = 1 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>.

Модуль Юнга:  $E = 3 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>.

Модуль сдвига:  $G_{zr} = 1,15 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>.

Коэффициент Пуассона:  $\nu = 0,3$ .

### ***Примечание***

Поскольку никакие физические величины не зависят от координаты  $z$ , задача является одномерной, и мы можем в качестве модели выбрать тонкий срез цилиндра. Установим произвольно осевую длину цилиндра равной 0,2 см. Осевое смещение на боковых сторонах цилиндра положим равным нулю, чтобы отразить влияние отброшенных бесконечных частей цилиндра.

Для тепловой задачи примем, что тепловой поток через боковые поверхности модели цилиндра равен нулю.

### III. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ»

#### 3.1. Исследование плунжерного электромагнита

**Задание:** рассчитать магнитное поле в устройстве и тяговое усилие, приложенное к якорю, при различных положениях якоря в диапазоне зазоров между якорем и сердечником от 5 до 0,5 см с шагом 0,5 см. Построить зависимость усилия от положения электромагнита при питании катушки переменным током. Произвести анализ работы устройства при питании катушки электромагнита от источника напряжения.

**Объект:** соленоидальный плунжерный электромагнит (рис. 3.1), состоящий из обмотки, окруженной ферромагнитным сердечником, и якоря в виде плунжера.

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс задачи:** осесимметричная.

**Геометрия** изображена на рис.3.1.

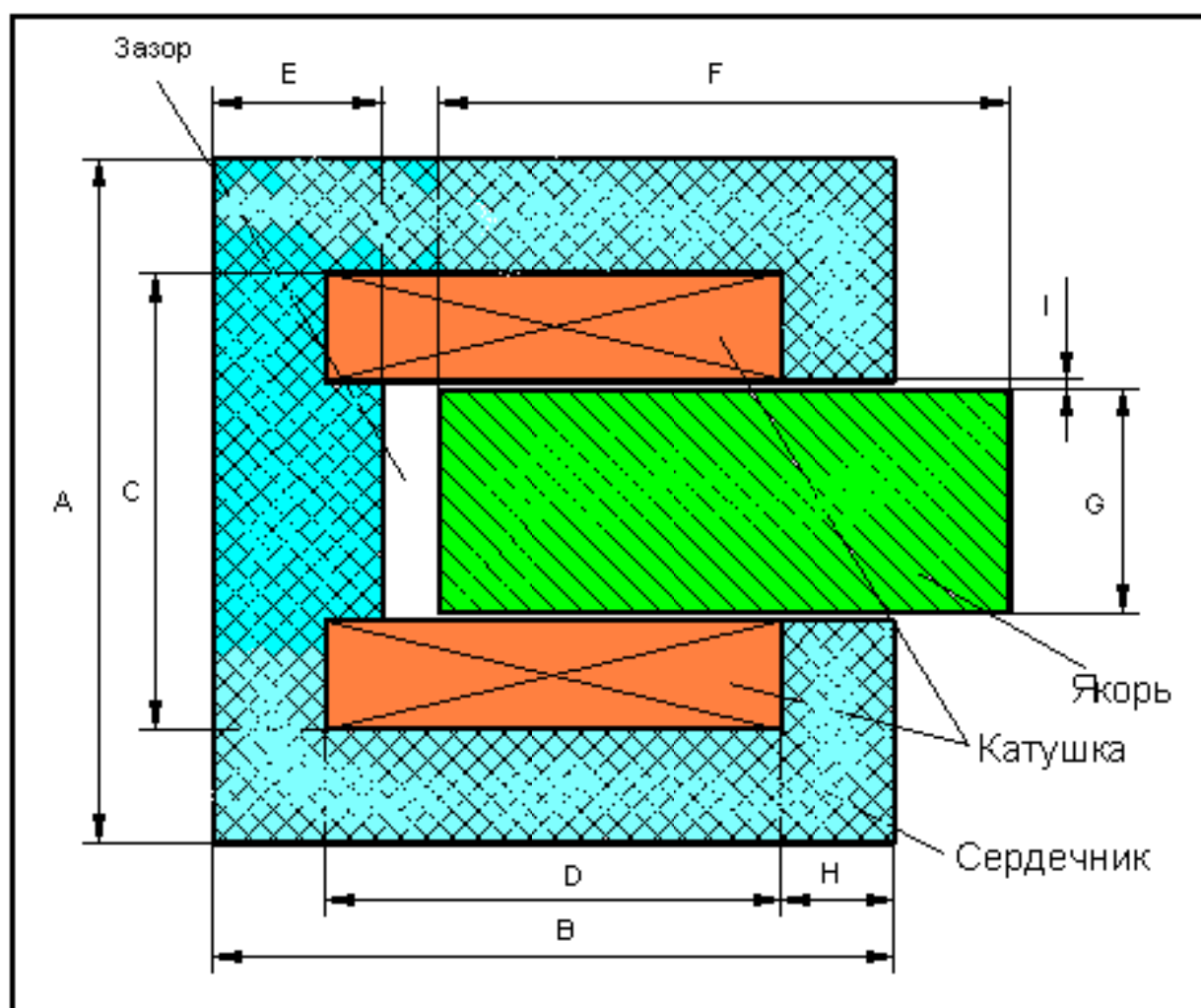


Рис. 3.1. Эскиз электромагнита

Таблица 3.1

## Варианты заданий

№ варианта	Размеры, см								
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>
1	26	24	18	16	6	22	10	4	0,1
2	24	26	16	18	4	20	8	6	0,2
3	28	26	20	18	6	22	10	4	0,3
4	25	27	17	20	4	20	8	4	0,4
5	26	25	18	16	6	22	10	4	0,1
6	24	27	16	18	4	20	8	6	0,2
7	28	28	20	18	6	22	10	4	0,3
8	25	29	17	20	4	20	8	4	0,4
9	27	23	18	16	6	22	10	4	0,1
10	23	27	14	18	4	20	8	6	0,2

**Исходные данные**

Геометрические параметры приведены в табл. 3.1.

Относительная магнитная проницаемость воздуха и катушки:  $\mu = 1$ .

Плотность тока в катушке:  $J = 1100\ 000\ \text{А/м}^2$ .

Число витков в катушке:  $n = 1000$ .

Коэффициент заполнения катушки:  $k_3 = 0,5$ .

Частота  $f = 50\ \text{Гц}$ .

Таблица 3.2

## Характеристика намагничивания для материала сердечника и якоря

<i>H</i> , А/м	460	640	720	890	1280	1900	3400	6000
<i>B</i> , Тл	0,80	0,95	1,00	1,10	1,25	1,40	1,55	1,65

При питании катушки переменным током (задача магнитного поля переменных токов) магнитные свойства блоков можно представить только постоянными величинами, поэтому расчет производим в два этапа.

На первом этапе задаемся приблизительной величиной магнитной проницаемости (например, якоря –  $\mu_{\text{я}} = 1200$ , сердечника –  $\mu_{\text{с}} = 2000$ ), производим расчет и определяем, построив график вдоль выбранной границы, среднюю величину напряженности на границах 1-4 (рис. 3.2). *Контур должен быть проведен с некоторым отступом от границ в ферромассиве!* В

противном случае полученные значения напряженности поля будут существенно отличаться (на порядки) от действительных.

На втором этапе по кривой намагничивания (табл. 3.2) определяем средние значения относительной магнитной проницаемости в блоках *A*, *B*, *C*, *D* и *E*. В этих блоках удобно будет задать различное значение магнитной проницаемости по направлениям.

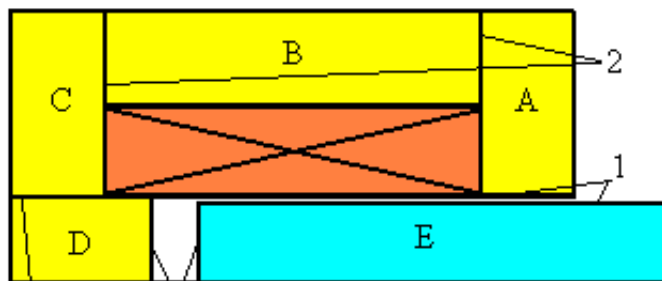


Рис. 3.2. Расположение границ блоков с различной магнитной проницаемостью

Проводимостью катушки (вытеснением тока из проводников) пренебрегаем, плотность тока в катушке составляет ту же величину, что и при питании постоянным током.

На каждом шаге положения плунжера необходимо определить индуктивность и вычислить импеданс катушки. Для определения индуктивности следует воспользоваться соответствующим мастером индуктивности, выбрав тип анализа «через потокосцепление» и указав в качестве левой стороны катушки соответствующий блок, в котором протекает ток, а с правой стороны выставив значок «симметрично». В следующем окне мастера следует выбрать объемный ток из списка (в данном случае он будет единственным) и ввести число витков катушки.

Зная индуктивность, можно легко определить индуктивное сопротивление катушки по следующей формуле:

$$x_k = 2pfL_k. \quad (3.1)$$

Активное сопротивление примем равным

$$r_k = c \frac{\rho \cdot D_{cp}}{S_k \cdot k_3} n = c \frac{\rho \cdot D_{cp}}{S_k \cdot k_3} n^2, \quad (3.2)$$

где  $D_{cp}$  – средний диаметр катушки, м;

$c = 1,78 \cdot 10^{-8}$  Ом·м – удельное сопротивление меди;

$S_k$  – сечение катушки, м<sup>2</sup>.



Соответственно, импеданс катушки

$$z_k = \sqrt{r_k^2 + x_k^2} \quad (3.3)$$

### **Примечания**

1. Магнитная система соленоида полностью замкнута, поэтому внешнюю границу модели можно поместить относительно близко к сердечнику соленоида. Более протяженный слой воздуха включается в модель со стороны якоря, поскольку в этой зоне нельзя пренебречь выпучиванием поля.

2. Для корректного решения задачи магнитного поля переменных токов необходимо точно разбить область в зазоре между боковыми поверхностями якоря и сердечника. Для этого зададимся шагом дискретизации на ребре боковой поверхности якоря, равным 1 мм. В некоторых случаях, при неудовлетворительных результатах расчета (например, при появлении «узлов» поля) приемлемую точность расчета можно получить при задании относительно крупной равномерной сетки. В таком случае следует задать шаг дискретизации сетки конечных элементов равным 5 мм во всей расчетной области.

3. Корректировку магнитной проницаемости в сердечнике и якоре при решении задачи на переменном токе следует производить на каждом положении якоря.

### ***В отчете требуется отразить:***

1. Цель работы.
2. Исходные данные и геометрическую модель.
3. Таблицу значений магнитной проницаемости и средней напряженности магнитного поля в блоках сердечника и якоря электромагнита.
4. Полученные зависимости усилий, индуктивности и импеданса от положения якоря.
5. Анализ полученных данных, выводы о величине токов «втягивания» и «удержания» якоря электромагнита.

## **3.2. Вытеснение переменного тока в шине прямоугольного сечения, уложенной в паз электрической машины**

**Задание** рассчитать картину распределения тока в пазу электрической машины для одного, двух и десяти проводников в пазу. Построить график распределения плотности тока по сечению проводников в пазу (в качестве начала системы координат принять дно паза).

**Программа исследования:**

1. Провести расчеты, указанные в задании для частот (5, 50, 100, 250 и 500 Гц), построить графики распределения плотности тока для каждого случая в одних и тех же осях. На каждой из частот как для одно-, так и для двухвитковой катушки определяем, с помощью мастера импеданса и мастера индуктивностей, активное сопротивление и индуктивность проводников катушки.

2. Расчет производим на частоте 50 Гц. Разобьем катушку на рис. 3.1 на  $N$  витков одинакового сечения (проводники представляют собой ленту толщиной 1 мм, для вариантов с типом паза 1 и 3 сечение ленты произвольное). Определить полное комплексное сопротивление много- и одновитковой катушек при одинаковой магнитодвижущей силе обеих катушек.

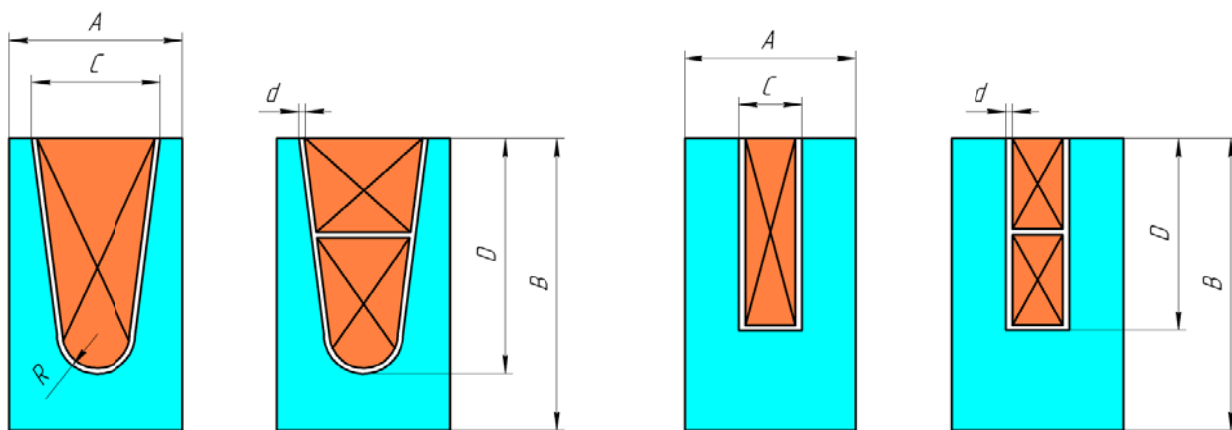
**Тип задачи:** гармоническое электромагнитное поле. Среды линейные.

**Класс задачи:** плоская.

Таблица 3.3

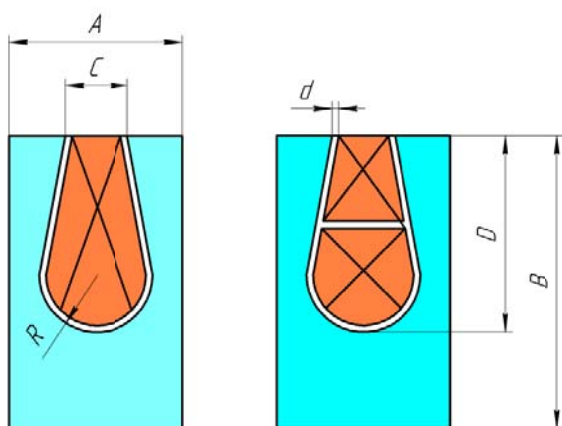
Варианты заданий

№ варианта	Размеры, мм						Тип паза
	$A$	$B$	$C$	$D$	$d$	$R$	
1	40	90	30	60	1	14	1
2	30	110	14	70	1	–	2
3	70	120	16	80	1	32	3
4	45	100	35	55	1	16	1
5	30	90	10	60	1	–	2
6	80	110	18	70	1	36	3
7	50	100	40	65	1	20	1
8	45	120	20	80	1	–	2
9	35	90	30	60	1	14	1
10	30	100	12	70	1	–	2
11	70	130	14	80	1	32	3
12	40	100	33	55	1	16	1
13	35	95	15	60	1	-	2
14	80	100	16	60	1	36	3
15	55	120	40	70	1	18	1
16	40	120	22	85	1	-	2



Тип паза №1

Тип паза №2



Тип паза №3

Рис. 3.3. Эскиз моделируемых пазов

При расчете удобно выполнить моделирование только одной половины задачи (например, области, находящейся справа от границы следа плоскости антисимметрии).

### ***Исходные данные***

Относительная магнитная проницаемость стали:  $\mu = 100$ .

Относительная магнитная проницаемость медной шины и воздуха:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность меди:  $\sigma = 57000000 \text{ См/м}$ .

Сталь паза шихтованная, поэтому ее электропроводность вдоль проводника  $\sigma = 0$ .

Суммарный ток в проводнике:  $I = 600 \text{ А}$ . Частота тока:  $f = 50 \text{ Гц}$ . При наличии в пазу двух шин ток в них принимается одного направления (в каждой шине по 300 А).

### ***Граничные условия***

На границе, являющейся следом плоскости антисимметрии, устанавливаем  $H_t = 0$ . Граница с нулевым векторным магнитным потенциалом

(граница области расчета  $A = 0$ ) охватывает область, ограниченную снизу ярмом, а по бокам – зубцами. Для учета пазового рассеяния верхнюю границу области расчета поднимем над поверхностью зубцов на 20 мм.

### ***Примечания***

1. При разделении задачи на две половины по следу плоскости антисимметрии токи, задаваемые в проводниках катушки, следует делить на два. Но при определении индуктивности катушек следует в мастере индуктивности указывать действительное значение тока.

2. Проводникам в катушке присваиваем одну метку с указанием последовательного соединения проводников, которым присвоена данная метка.

3. Для наглядности и удобства анализа результатов полученные значения распределения плотности тока в проводниках удобно представить в виде семейства кривых, построенных в одном масштабе и в одних осях. Также полученные значения активного сопротивления и индуктивности удобно представить в виде графиков в функции частоты в одних осях для одно- и двухвитковой катушек.

4. Графики вычисленных величин удобно строить в специальных программах, таких, например, как Microsoft Graph. Для построения графиков в одних осях необходимо произвести сначала экспорт числовых данных из таблицы в программе Elcut в Excel или Mathcad. Эта операция может быть выполнена с использованием буфера обмена. При отображении информации в виде таблицы рассчитанных значений вдоль какого-либо контура воспользуемся командой **Меню – Вид – Строки (Столбцы)** и настроим количество отображаемых значений в строках и столбцах таблицы. С помощью контекстного меню последовательно выбираем команды **Выделить все** и **Копировать**. Открываем программу Excel и вызываем команду **Вставить**.

### ***В отчете отразить:***

1. Цель работы и условия задачи, геометрическую модель.
2. Рассчитанные:
  - а) графики распределения плотности тока в проводниках для каждой из частот и для каждого из вариантов укладки обмотки;
  - б) зависимость активного сопротивления и индуктивности от частоты.
3. Выводы о характере распределения плотности тока в проводниках и сопротивлении катушки с переменным током в ферромагнитном пазу.

### 3.3. Исследование линейного асинхронного двигателя

**Задание:** рассчитать картину электромагнитного поля. Построить графики распределения тока во вторичном элементе и индукции в воздушном зазоре ЛАД. Построить зависимость тягового усилия ЛАД от зазора между индуктором и вторичным элементом. Оценить потери в двигателе при неподвижном вторичном элементе.

**Объект:** односторонний линейный асинхронный двигатель (рис. 3.4).

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс задачи:** плоская.

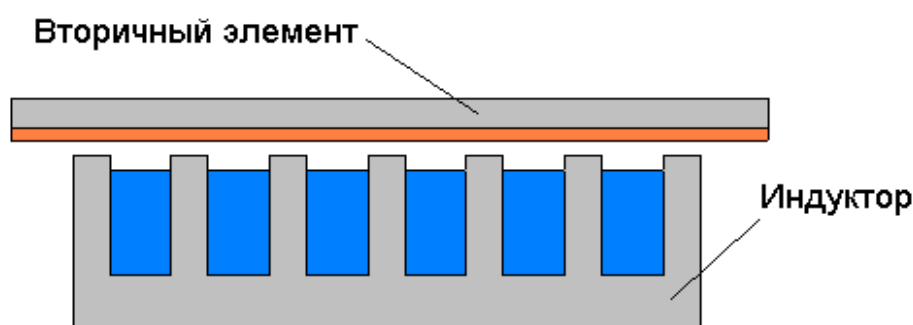


Рис. 3.4. Расположение индуктора и вторичного элемента

#### **Исходные данные**

Толщина пазовой изоляции – 1 мм.

Воздушный зазор – 5-25 мм.

Шаг при построении графиков – 2,5 мм.

Относительная магнитная проницаемость стали индуктора:  $\mu = 1000$ .

Относительная магнитная проницаемость стали ВЭ:  $\mu = 10$ .

Относительная магнитная проницаемость проводников индуктора, проводящего покрытия ВЭ и воздуха:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность покрытия ВЭ:  $\sigma = 33\,000\,000$  См/м.

Удельная электропроводность проводников обмотки:  $\sigma = 56000000$  См/м.

Электропроводность сердечников индуктора и ВЭ:  $\sigma = 0$  См/м.

Частота тока:  $f = 50$  Гц.

Коэффициент заполнения индуктора медью:  $k_3 = 0,3$ .

## Варианты заданий

№ п/п	Размеры, мм								Схема обмотки
	Зубцовое деление	Ширина паза	Глубина паза	Расстояние от поверхности катушки до поверхности индуктора	Толщина ярма индуктора	Суммарное действующее значение МДС в катушке	Толщина проводящего покрытия ВЭ	Толщина сердечника ВЭ	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	32	20	41	5	19	2610	5	10	<i>AZBXYC</i>
5	34	22	43	6	22	2700	7	12	<i>AXBYCZ</i>
6	30	18	40	4	20	2520	4	8	<i>AZBAZB</i>
7	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	36	24	44	6	26	2880	5	10	<i>ABCABC</i>
9	38	26	42	4	28	2970	4	10	<i>AZBXYC</i>
10	36	22	40	4	24	2790	5	8	<i>AXBYCZ</i>
11	34	24	41	4	26	2700	7	12	<i>AZBAZB</i>
12	32	22	43	5	22	2610	4	10	<i>ABCABC</i>
13	30	22	41	5	19	2610	5	10	<i>AZBXYC</i>
14	33	20	43	6	22	2700	7	12	<i>AXBYCZ</i>
15	34	18	40	4	20	2520	4	8	<i>AZBAZB</i>
16	35	23	44	4	26	2880	5	10	<i>ABCABC</i>
17	37	25	42	5	28	2970	4	10	<i>AZBXYC</i>
18	35	23	40	5	24	2790	5	8	<i>AXBYCZ</i>
19	31	19	41	6	26	2700	7	12	<i>AZBAZB</i>
20	36	20	43	6	22	2610	4	10	<i>ABCABC</i>

**Примечания:**

1. Фаза тока в каждом пазу определяется схемой обмотки. Например, для варианта № 2 токи в пазах будут иметь начальные фазы:  $0^\circ(A)$ ;  $180^\circ(X)$ ;  $120^\circ(B)$ ;  $-60^\circ(Y)$ ;  $-120^\circ(C)$ ;  $60^\circ(Z)$ .

2. Проводникам в катушке присваиваем одну метку с указанием последовательного соединения проводников, которым присвоена данная метка.

3. Удовлетворительная точность расчета усилия во вторичном элементе будет получена, если определять лишь составляющие силы Лоренца (силы Ампера) в высокопроводящем слое вторичного элемента. При определении усилий через

полную ponderomotorную силу величина ошибки увеличивается. Поэтому при определении усилий в качестве контура интегрирования выделяем лишь высокопроводящий слой и определяем силу Лоренца, действующую на этот контур.

**В отчете отразить:**

1. Цель работы и условия задачи, геометрическую модель.
2. Рассчитанные:
  - а) картину поля для одного из положений вторичного элемента;
  - б) значения мощности тепловых потерь в индукторе и вторичном элементе;
  - в) графики распределения тока во вторичном элементе и индукции в воздушном зазоре ЛАД для одного из положений вторичного элемента;
  - г) зависимость составляющих усилия во вторичном элементе от зазора между индуктором и вторичным элементом.
3. Выводы о влиянии воздушного зазора на характер и величину усилий, возникающих во вторичном элементе линейного асинхронного двигателя.

### 3.4. Исследование двухканального МГД-насоса

**Задание:** рассчитать картину электромагнитного поля. Построить графики распределения тока во вторичном элементе и индукции в воздушном зазоре насоса. Рассчитать тяговое усилие при различных схемах включения обмоток. Оценить тепловыделение во вторичном элементе и потери в статоре при неподвижном вторичном элементе.

Эскиз устройства показан на рис. 3.1.

**Объект:** МГД-насос.

**Тип задачи:** магнитное поле переменных токов.

**Класс задачи:** плоская.

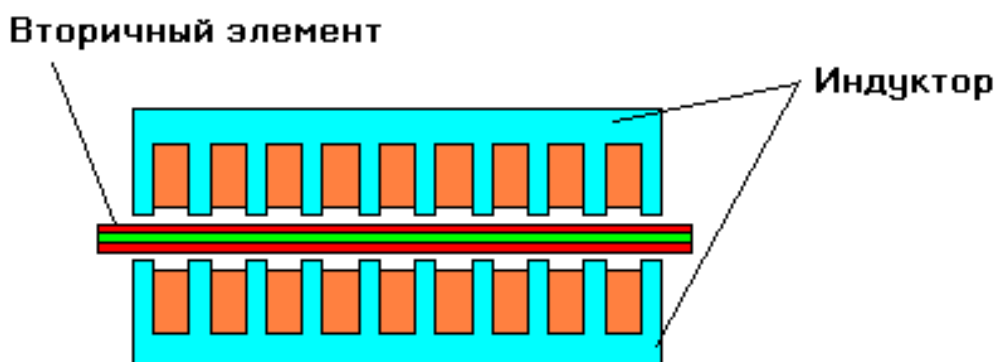


Рис. 3.5. Расположение индуктора и вторичного элемента

## Варианты заданий

№ п/п	Размеры, мм							
	Зубцовое деление	Ширина паза	Глубина паза	Расстояние от поверхности катушки до поверхности индуктора	Толщина ярма индуктора	Суммарное действующее значение МДС в катушке	Толщина канала	Толщина сердечника между каналами
1	32	20	41	4	19	2610	5	10
2	34	22	43	5	22	2700	7	12
3	30	18	40	6	20	2520	4	8
4	36	24	44	6	26	2880	5	10
5	38	26	42	4	28	2970	4	10
6	36	22	40	4	24	2790	5	8
7	34	24	41	4	26	2700	7	12
8	32	22	43	5	22	2610	4	10
9	30	22	41	5	19	2610	5	10
10	33	20	43	6	22	2700	7	12
11	34	18	40	4	20	2520	4	8
12	35	23	44	4	26	2880	5	10
13	37	25	42	5	28	2970	4	10
14	35	23	40	5	24	2790	5	8
15	31	19	41	6	26	2700	7	12
16	36	20	43	6	22	2610	4	10

**Исходные данные**

Фаза тока в каждом пазу определяется схемой обмотки.

Схема обмотки: *AZBXCZYAZB*.

**Программа исследования**

Построить картину распределения поля и определить характеристики насоса при двух вариантах выполнения обмоток: 1) кольцевые обмотки (обмотки охватывают вторичный элемент, токи в проводниках в верхней и нижней частях модели имеют противоположное направление); 2) петлевые обмотки (обмотки охватывают пазы с каждой стороны насоса независимо друг



от друга, токи верхней и нижней частей модели имеют одно направление). Для каждого из видов обмоток построить картину распределения поля и определить характеристики насоса при двух вариантах выполнения канала (вторичного элемента – ВЭ) насоса: 1) с сердечником между двумя каналами; 2) без сердечника (сплошной канал).

***Примечание***

Для увеличения скорости расчетов будем задаваться плотностью тока в пазах, предполагая, что поверхностный эффект в проводниках индуктора выражен слабо и им можно пренебречь.

***В отчете отразить:***

1. Цель работы и условия задачи, геометрическую модель.

2. Рассчитанные:

а) картину поля для каждого из вариантов выполнения обмоток индуктора;

б) значения мощности тепловых потерь в индукторе и вторичном элементе;

в) графики распределения тока во вторичном элементе и индукции в воздушном зазоре насоса. Для удобства анализа графики следует построить в одних осях в виде семейств кривых для плотности тока во вторичном элементе и индукции в зазоре соответственно;

г) рассчитанные усилия во вторичном элементе при различных схемах включения обмотки.

3. В выводах провести оценку влияния схемы включения обмоток и типа канала на величину тягового усилия. Определить схему включения и тип канала, при которых тяговое усилие будет максимальным.

### **3.5. Исследование установки сквозного индукционного нагрева**

***Задание:*** рассчитать картину электромагнитного поля. Построить графики распределения тока в нагреваемой заготовке. Рассчитать время нагрева заготовки в поперечном магнитном поле до 500 °С.

***Объект:*** установка сквозного индукционного нагрева.

***Тип задачи:*** связанная задача магнитного поля переменных токов и нестационарной теплопередачи.

***Класс задачи:*** плоская.

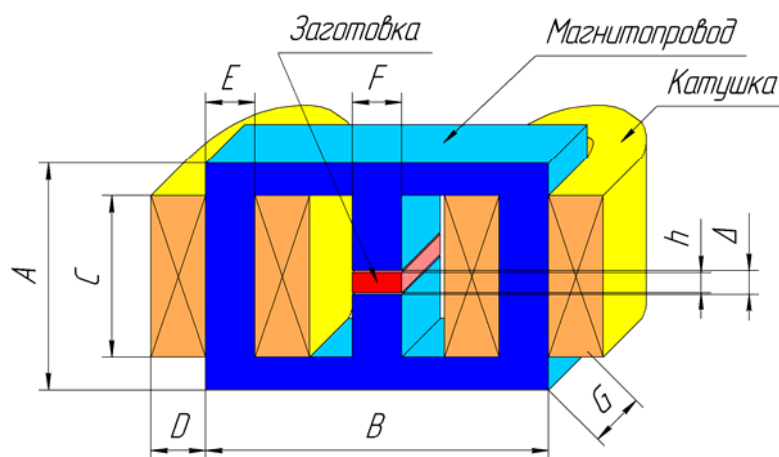


Рис. 3.6. Эскиз установки

### Исходные данные

Относительная магнитная проницаемость стали индуктора:  $\mu = 100$ .

Относительная магнитная проницаемость проводников индуктора, заготовки и воздуха:  $\mu = 1$ .

Удельная электропроводность заготовки:  $\sigma = 33\,000\,000$  См/м.

Удельная теплопроводность заготовки:  $\lambda = 209$  Вт/м·°К.

Удельная теплоемкость заготовки:  $C = 0,246 + 0,000078 \cdot t$  ккал/кг·°С.

Плотность заготовки:  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>.

Удельная электропроводность проводников обмотки:  $\sigma = 0$  См/м.

Электропроводность сердечников индуктора и ВЭ:  $\sigma = 0$  См/м.

Ток в катушках:  $I = 10000$  А.

Частота тока:  $f = 50$  Гц.

Таблица 3.6

### Варианты заданий

№ п/п	Размеры, см								
	A	B	C	D	E	F	G	h	Δ
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	26	36	16	6	6	8	8	6	10
2	24	34	16	6	6	6	6	4	6
3	22	32	14	8	4	6	6	4	6
4	20	30	12	6	4	6	6	4	6
5	18	28	12	6	4	6	4	2	4
6	27	35	17	5	7	9	9	7	9
7	25	35	17	7	7	7	7	5	7
8	23	30	15	6	5	6	8	5	8
9	21	32	13	6	5	8	8	4	7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	19	27	12	4	5	7	7	2	4
11	18	36	12	8	6	6	8	8	10
12	27	34	17	6	5	8	6	7	6
13	25	32	17	7	4	6	6	5	6
14	23	28	15	5	4	6	6	5	6
15	21	28	13	5	4	8	4	4	4
16	19	35	12	5	7	7	9	2	9

### **Примечания**

1. Все интегральные параметры (включая мощность тепловыделения) рассчитываются на 1 метр длины модели вдоль направления, перпендикулярного плоскости чертежа.

2. Для задачи нестационарной теплопередачи необходимо задаться начальной температурой. Для этого проводим расчет температурного поля с мощностью тепловыделения во всех блоках модели, равной нулю, и заданным значением температуры (293 °К) на всех ребрах с метками. Связываем полученную задачу с задачей нестационарной теплопередачи на первом шаге.

3. Для сокращения времени расчетов в задаче нестационарного теплообмена исключаем из расчетов все блоки, кроме нагреваемой заготовки. Исключить блоки из расчета можно, задав в свойствах меток соответствующих блоков нулевую теплопроводность. На границах расчетной области в задаче нестационарной теплопередачи необходимо выставить граничные условия первого, третьего или четвертого рода. Здесь целесообразно будет использовать граничное условие третьего рода (конвекция) с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha = 5$  и температурой окружающей среды 293 К. Поскольку в связанных расчетах необходимо пользоваться одним файлом модели (\*.mod), метка с введенным граничным условием конвективного теплообмена должна присутствовать под тем же именем и в электромагнитном расчете, и для нее также должно быть записано граничное условие. В данном случае уместно задать однородное граничное условие Неймана ( $H_i = 0$ ), которое является естественным для границ блоков без метки.

4. 1 калл = 4,18 Дж.

### **В отчете отразить:**

1. Цель работы и условия задачи, геометрическую модель.
2. Рассчитанные:
  - а) картину электромагнитного поля;

- б) значение мощности тепловых потерь в заготовке;
  - в) графики распределения плотности тока в заготовке и индукции в воздушном зазоре;
  - г) рассчитанное время нагрева заготовки;
  - д) зависимость средней температуры заготовки от времени.
3. Выводы по результатам исследования работы индукционной установки сквозного нагрева.

### 3.6. Исследование установки электрошлакового переплава

**Задание:** рассчитать картину распределения плотности тока в расплавленном шлаке. Построить векторный график плотности тока в установке. Рассчитать поле температур в установке при вычисленном значении мощности тепловыделения. Подобрать величину напряжения между электродом и кристаллизатором, обеспечивающим заданную среднюю температуру шлака.

**Объект:** установка электрошлакового переплава.

**Тип задачи:** связанная задача растекания токов и задачи температурного поля.

**Класс задачи:** осесимметричная.

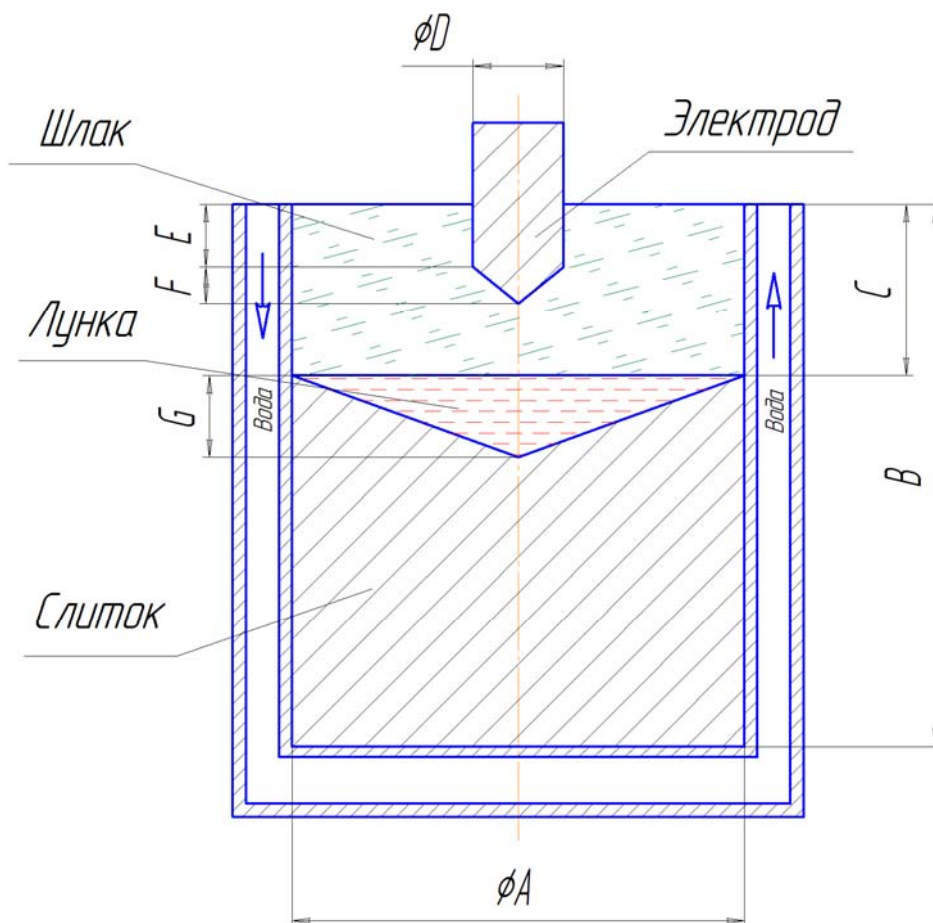


Рис. 3.7. Эскиз установки

### ***Исходные данные***

1. Шлак:

а) удельное сопротивление:  $\rho = 0,0015 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ;

б) эффективная теплопроводность (с учетом массопереноса):  $\lambda = 150 \text{ Вт/м}\cdot\text{°К}$ .

2. Лунка расплавленного металла:

а) удельное сопротивление:  $\rho = 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ;

б) теплопроводность:  $\lambda = 30 \text{ Вт/м}\cdot\text{°К}$ .

3. Слиток:

а) удельное сопротивление:  $\rho = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ;

б) теплопроводность:  $\lambda = 51,5 \text{ Вт/м}\cdot\text{°К}$ .

Коэффициент теплоотдачи с поверхности кристаллизатора:

$$\alpha = 3000 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{°К}.$$

Средняя (по объему) температура шлака:  $T \approx 1550 \text{ °С}$ .

Таблица 3.7

#### Варианты заданий

№ п/п	Размеры, мм						
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
1	500	600	190	100	70	40	90
2	600	500	180	150	50	40	100
3	400	400	200	200	100	50	150
4	300	500	150	150	50	30	130
5	350	450	200	170	100	50	100
6	450	500	220	250	80	40	90
7	550	650	150	300	70	50	110
8	500	400	190	200	70	50	90
9	600	500	180	150	50	30	100
10	400	450	200	170	100	50	150
11	300	500	150	100	50	40	130
12	350	650	200	250	100	50	100
13	350	400	200	200	100	50	100
14	450	500	220	150	80	30	90
15	550	450	150	170	70	50	110
16	500	500	190	250	70	40	90

***В отчете отразить:***

1. Цель работы и условия задачи, геометрическую модель.

2. Рассчитанные:

а) картина распределения плотности тока в установке;

б) значения мощности тепловыделения в шлаке и слитке;

в) графики распределения плотности тока по радиусу (от поверхности электрода к стенке кристаллизатора) и по оси (от конца электрода к дну кристаллизатора);

г) подобранное значение напряжения;

д) графики распределения температур по радиусу (от поверхности электрода к стенке кристаллизатора) и по оси (от конца электрода к дну кристаллизатора).

3. Выводы о требуемой мощности установки.

## **IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ»**

### **4.1. Технологические требования**

Толщина слоя под закалку:  $\delta = 1$  мм

Температура поверхности изделия в конце нагрева:  $t_{\text{кон}} = 750 \pm 20$  °С

Перепад температур в слое под закалку:  $\Delta t \leq 100$  °С

Перепад температур по поверхности нагреваемого участка:  $\Delta t \leq 150$  °С

Время нагрева:  $\tau_{\text{нагр}} \leq 25$  с.

Режим нагрева: «по теплопроводности».

### **4.2. Технические требования**

Индуктор получает питание через согласующий трансформатор от стабилизированного источника тока повышенной частоты. Ток в первичной обмотке трансформатора может регулироваться в диапазоне от 2 до 50 А. Частота источника 100 кГц. Форма кривой тока – чистая синусоида.

Величина тока в индукторе лежит в пределах 3...20 кА.

Зазор между индуктором и нагреваемой заготовкой от 2 до 5 мм.

### **4.3. Рекомендации по выполнению расчетов**

На данной частоте глубина проникновения токов в холодную сталь составляет примерно 0,25 мм. В процессе нагрева изменяются свойства слоев металла (удельное сопротивление, теплопроводность, теплоемкость и др.), поэтому нагреваемый металл целесообразно разбить на слои в зоне нагрева. На глубине проникновения необходимо выделить два слоя равной толщины (для учета насыщения стали в зоне выделения максимальной полезной мощности). Для учета изменения тепловых свойств стали, а также более точного построения кривой насыщения в металле выделим еще 4-5 слоев за первыми двумя. Толщина слоев при удалении от поверхности металла возрастает в геометрической прогрессии. Например, третий слой в 2 раза больше второго, четвертый в 2 раза больше третьего и т. д. Суммарная толщина слоев должна быть в 5-10 раз больше глубины проникновения токов в металл, так как в процессе нагрева величина глубины проникновения увеличивается. В процессе расчета будем дискретно (по шагам) изменять свойства слоев с ростом температуры.

Требуется провести не менее пяти шагов расчета (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Шаг расчета	Температура поверхности в конце нагрева, °С/К
1	200/473
2	400/673
3	600/873
4	700/973
5	750/1023

Задачу нестационарной теплопередачи необходимо рассматривать как нелинейную, так как теплоемкость и теплопроводность металла зависят от температуры. Однако в этом случае время расчетов многократно возрастает, и такая задача не всегда имеет решение (итерационный процесс не сходится, и в этом случае необходимо уменьшить шаг расчета по времени). В случае, если требуемый шаг расчета по времени получается очень маленьким (больше десяти точек за один шаг), проще с целью экономии машинного времени каждый раз при смене шага расчета вводить новые значения теплопроводности и теплоемкости в метки блоков слоев металла.

На время расчетов значительное влияние оказывают:

- 1) частота источника электромагнитного поля в задаче магнитного поля переменных токов;
- 2) количество блоков с отличными от нуля значениями теплопроводности.

Для минимизации времени расчетов выставляем «прикидочный» режим в обеих задачах, а в задаче нестационарного теплообмена исключаем теплообмен внешней поверхности нагреваемого металла с окружающей средой, так как нагрев происходит относительно быстро и потери во внешнюю среду незначительны.

Для того чтобы исключить индуктор, воздух и экраны из расчетов поля температур, устанавливаем в метках соответствующих блоков в задаче нестационарной теплопередачи каждого шага нулевое значение теплопроводности.

Одним из технологических требований к операции индукционного нагрева, согласно заданию, является обеспечение равномерности нагрева по сечению заготовки. Недопустимы локальные перегревы (допустимый перепад температур вдоль поверхности нагреваемого участка составляет 150 °С). Регулировать поток энергии, передаваемой электромагнитным полем от индуктора к заготовке, можно, изменяя угол наклона плоскости индуктора к



заготовке. При этом меняется настил тока в заготовке (напряженность магнитного поля на поверхности заготовки). Также можно применять электромагнитные экраны для прикрытия участков заготовки, нагрев которых нежелателен. Экраны представляют собой короткозамкнутые витки (в осесимметричном случае) или пластины (при нагреве плоских заготовок), выполненные из меди, устанавливаемые между индуктором и заготовкой. Толщина экрана должна в несколько раз превышать глубину проникновения тока в медь на расчетной частоте. Конструкция экранов и индуктора должна предусматривать простоту установки на нагреваемую заготовку.

#### 4.4. Порядок расчетов

На каждом шаге необходимо провести связанный расчет задач магнитного поля переменных токов и нестационарной теплопередачи. Зададим начальные условия моделирования:

1. Необходимо определить начальную магнитную проницаемость слоев металла. Для этого проводим пробный расчет электромагнитного поля в слоях, подставляя значения магнитной проницаемости примерно в соответствии с кривой намагничивания. Считаем, что напряженность поля на поверхности металла составляет  $\sim 10^3 \dots 10^4$  А/м, а на глубине проникновения токов в холодный металл  $\sim 0,5 \dots 1$  А/м. После проведения пробного расчета определяем средние напряженности поля в слоях металла и корректируем магнитные проницаемости слоев. Для сокращения объема вычислений будем считать, что магнитная проницаемость слоев за время нагрева остается неизменной.
2. Для задачи нестационарной теплопередачи необходимо задаться начальной температурой. Для этого проводим расчет температурного поля с мощностью тепловыделения во всех блоках модели, равной нулю, и заданной величиной температуры (293 °К) на всех ребрах с метками. Связываем полученную задачу с задачей нестационарной теплопередачи на первом шаге.

В итоге схема связанных расчетов будет выглядеть так, как показано на рис. 4.1. Для удобства дальнейшей работы с моделью на каждом из шагов расчета создаем новые файлы задач и сразу связываем их между собой в соответствии со схемой (рис. 4.1).

3. Определение параметров согласующего трансформатора производится по следующим формулам:

Напряжение на индукторе, В:

$$U_2 = \frac{P_{\text{пол}} + k_3(\Delta P_{\text{и}} + \Delta P_{\text{э}})}{I_{\text{и}} \cdot \cos \varphi_{\text{и}}}, \quad (4.1)$$

где  $P_{\text{пол}}$  - суммарная мощность тепловыделения во всех слоях заготовки в наиболее загруженном режиме, Вт;

$\Delta P_{\text{и}}$  - мощность джоулевых потерь в индукторе, Вт;

$\Delta P_{\text{э}}$  - суммарные потери в экранах, Вт;

$k_3 = 1,1 - 1,2$  - коэффициент запаса, учитывающий потери в токоподводах;

$\cos \varphi_{\text{и}}$  - коэффициент мощности индуктора (может быть определен с помощью мастера импеданса для наиболее загруженного режима);

$I_{\text{и}}$  - ток индуктора (задается изначально и остается постоянным весь период нагрева), А.

Коэффициент трансформации, д. е.:

$$K_{\text{тр}} = \frac{U_1}{U_2}, \quad (4.2)$$

где  $U_1 = 513$  В – первичное напряжение трансформатора для всех вариантов.

Ток в первичной обмотке, А:

$$I_1 = \frac{P_{\text{и}}}{U_1 \cos \varphi_{\text{и}}}, \quad (4.3)$$

где  $P_{\text{и}} = P_{\text{пол}} + k_3(\Delta P_{\text{и}} + \Delta P_{\text{э}})$  - суммарная потребляемая мощность в наиболее загруженном режиме, Вт.

Число витков в первичной обмотке, д. е.:

$$w_1 = w_2 K_{\text{тр}}, \quad (4.4)$$

где  $w_2 = 1$  – число витков во вторичной обмотке согласующего трансформатора для всех вариантов.



Рис. 4.1. Схема выполнения связанных расчетов

## 4.5. Требования к оформлению отчета

В отчет вносятся следующие данные и показатели.

1. Исходные данные:

- a) геометрическая модель;
- b) удельные свойства материалов;
- c) технологические параметры нагрева (режим, рассчитанное время);
- d) параметры преобразователя частоты;
- e) таблица удельных параметров материалов слоев на каждом из шагов расчета.

2. Рассчитанные величины:

- a) подобранное значение тока в индукторе, число витков и ток в первичной обмотке согласующего трансформатора (во вторичной обмотке – 1 виток);
- b) картина электромагнитного поля на начальном этапе нагрева, значения напряженности магнитного поля в слоях металла и усредненные для слоя присвоенные значения магнитной проницаемости (представить в виде таблицы);
- c) расчет параметров согласующего трансформатора;
- d) графики нагрева:  $i(z, \tau)$  – требуется построить либо трехмерный график, либо семейство кривых  $i(\tau)$  в различных слоях;
- e) график распределения температур вдоль контура, проведенного вглубь нагреваемого металла. Здесь следует показать конечный перепад температур на слое под закалку (примерная длина контура - 1,5 мм);
- f) график распределения температур вдоль контура, проведенного по поверхности нагреваемой детали;
- g) картина температур в конце нагрева;
- h) графики изменения мощности:
  - 1-й – полезной  $P_{\text{пол}} = f(z, \tau)$ ,
  - 2-й – полезной суммарной  $P_{\text{пол}\Sigma} = f(\tau)$ ,
  - 3-й – потерь в индукторе  $P_{\text{пот. и}} = f(\tau)$ ,
  - 4-й – потерь в экране  $P_{\text{пот. э}} = f(\tau)$ .

3. Чертежи индуктора и экранов на листах формата А4\*.

4. Заключение по работе, содержащее данные по основным пунктам проверки корректности выбранного режима нагрева (конечное время нагрева, перепад температур в слое под закалку, перепад температур по поверхности нагреваемого участка заготовки и т. п.). А также основные выбранные и рассчитанные параметры установки индукционного нагрева. Такие, как ток индуктора, мощность и т. п.

5. Текст отчета снабдить подробными комментариями по каждому шагу расчета и представить полученные результаты в виде графиков и таблиц.

---

\* Чертежи можно выполнить на листах большего формата. Допускается склейка листов.

## V. СПРАВОЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### 5.1. Кабели из сшитого полиэтилена

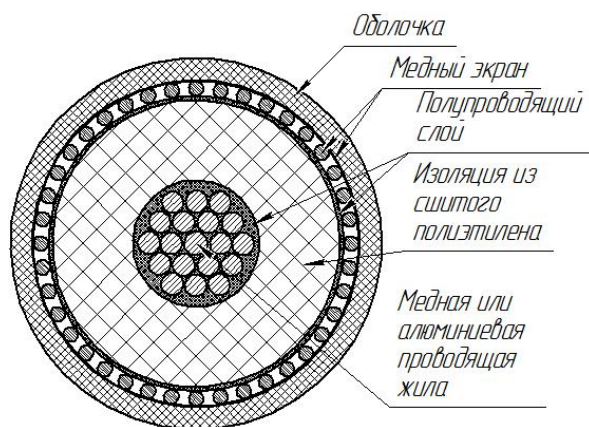


Рис. 5.1. Сечение кабеля

Расчетные параметры одножильных кабелей

Номинальное сечение жилы (сечение экрана), мм <sup>2</sup>	Число проволок, шт.	Номинальный диаметр проволок, мм	Сечение, мм <sup>2</sup>	Диаметр провода, мм	Наружный диаметр кабеля		
					10 кВ	20 кВ	35 кВ
50(16)	7	3	49,5	9,0	25,3	29,5	35,5
70(16)	7	3,55	69,3	10,7	26,8	31,0	37,0
95(16)	7	4,1	92,4	12,3	28,4	32,6	38,6
120(16)	19	2,8	117,0	14,0	30,2	34,4	40,4
150(25)	19	3,15	148,0	15,8	31,8	36,0	42,0
185(25)	19	3,5	182,8	17,5	33,6	37,8	43,8
240(25)	19	4	238,7	20,0	35,8	40,0	46,0
300(25)	37	3,15	288,3	22,1	38,3	42,5	48,5
400(35)	37	3,66	389,2	25,6	41,9	46,1	52,1
500(35)	37	4,15	500,4	29,1	44,7	48,9	54,9
800(35)	61	4,1	805,2	36,9	52,5	56,7	62,7

Толщина полупроводящего слоя, мм: 0,3–0,9.

Толщина защитной оболочки, мм: 3.

Диаметр проволок экрана, мм: 0,7–2,0.

## 5.2. Размеры и количество подвесных изоляторов воздушных линий электропередачи<sup>2</sup>

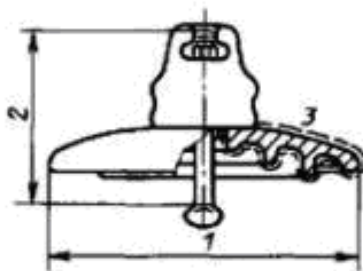


Рис. 5.2. Конфигурация изоляционной детали

Количество изоляторов в гирлянде:

- ~35 кВ (от 2-х до 5 в зависимости от опоры);
- ~110 кВ (от 7 до 10 в зависимости от опоры);
- ~154 кВ (от 9 до 12);
- ~220 кВ (от 14);
- ~330 кВ (от 16);
- ~500 кВ (от 17);
- ~750 кВ (от 20) фаза – 4 или 5 проводов расположенные квадратом или кольцом.

Типы, параметры и размеры линейных подвесных тарельчатых изоляторов

Тип изолятора	Механическая (электромеханическая) разрушающая сила, кН, не менее	Диаметр изоляционной детали, мм	Строительная высота, мм	Длина пути утечки, мм	Напряжение, кВ, не менее				
					выдерживаемое импульсное		выдерживаемое частотой 50 Гц под дождем	по уровню радиопомех	
					положительной полярности	отрицательной полярности		86 дБ	60 дБ
ПС40А	40	$175^{+2}_{-1,5}$	$110^{+3,5}$	$185 \pm 9$	70	70	33	25	–
ПС70Д	70	$255 \pm 2$	$127 \pm 4$ $146 \pm 4$	$303 \pm 13$	100	100	40	25	20
ПС70Е	70	$255 \pm 2$	$127 \pm 4$ $146 \pm 4$	$303 \pm 13$	100	100	40	25	20
ПФ70В	70	$220^{+7}_{-3}$	$146 \pm 4$	$340 \pm 10$	110	110	45	25	20
ПФ70Д	70	$255 \pm 7$	$127 \pm 4$ $(146 \pm 4)$	$303 \pm 13$	110	110	40	25	20

<sup>2</sup> По данным, приведенным в ГОСТ 27661–88 (2005) «Изоляторы линейные подвесные тарельчатые».

Окончание табл.

Тип изолятора	Механическая (электромеханическая) разрушающая сила, кН, не менее	Диаметр изоляционной детали, мм	Строительная высота, мм	Длина пути утечки, мм	Напряжение, кВ, не менее				
					выдерживаемое импульсное		выдерживаемое частотой 50 Гц под дождем	по уровню радиопомех	
					положительной полярности	отрицательной полярности		86 дБ	60 дБ
ПС120Б	120	255±2	146±4	320±14	100	100	40	30	20
ПС160В	160	280±2	146±4 170±5	370±15	110	115	45	35	20
ПС210В	210	300±2	170±5	370±15	110	110	45	40	–
ПС300В	300	320±2	195±6	385±15	130	130	50	40	–
ПС400Б	400	390±2	205±6	475±15	130	130	55	40	–

### 5.3. Расчетные данные сталеалюминиевых проводов марок АС, АСК<sup>3</sup>

Номинальное сечение, мм <sup>2</sup> (алюминий/ сталь)	Алюминиевая часть провода		Расчетные данные провода					
	Число проволок	Диаметр проволок, мм	Сопротивле- ние пост, току при 20 °С, Ом/км	Диаметр провода, мм	Сечение, мм <sup>2</sup>		Отноше- ние сечения алюминия к стальной части	Удельная масса провода
					Алюминия	Стали		
35/6.2	6	2,8	0,777	8,4	36,9	6,15	6	148
50/8		3,2	0,595	9,6	48,2	8,04		195
70/11		3,8	0,422	11,4	68	11,3		276
95/16		4,5	0,301	13,5	95,4	15,9		385
120/19	26	2,4	0,244	15,2	118	18,8	6,25	471
150/24	26	2,7	0,204	17,1	148	24,2	6,14	599
185/29	26	2,98	0,159	18,8	181	29	6,24	728
185/43	30	2,8	0,156	19,6	185	43,1	4,29	846
240/32	24	3,6	0,118	21,6	244	31,7	7,71	921
240/39	26	3,4	0,122	21,6	236	38,6	6,11	952
240/56	30	3,2	0,120	22,4	241	56,3	4,29	1106
300/39	24	4	0,096	24,0	301	38,6	7,31	1132
300/48	26	3,8	0,098	24,1	295	47,8	6,16	1186

<sup>3</sup> По данным, приведенным в ГОСТ 839–80 «Провода неизолированные для воздушных линий электропередачи».

Окончание табл.

Номинальное сечение, мм <sup>2</sup> (алюминий/ сталь)	Алюминиевая часть провода		Расчетные данные провода					
	Число проволок	Диаметр проволок, мм	Сопротивление пост, току при 20 °С, Ом/км	Диаметр провода, мм	Сечение, мм <sup>2</sup>		Отношение сечения алюминия к стальной части	Удельная масса провода
					Алюминия	Стали		
300/66	30	3,5	0,100	25,5	288,5	65,8	4,39	1313
300/67	30	3,5	0,100	24,5	288,5	67,3	4,29	1323
300/30	48	2,98	0,086	24,8	335	29,1	11,55	1152
330/43	54	2,8	0,087	25,2	332	43,1	7,71	1255
400/18	42	3,4	0,076	26,0	381	18,8	20,27	1199
400/51	54	3,05	0,073	27,5	394	51,1	7,71	1490
400/64	26	4,37	0,074	27,7	390	63,5	6,14	1572
400/93	30	4,15	0,071	29,1	406	93,2	4,35	1851
500/26	42	3,9	0,058	30,0	502	26,6	18,86	1592
500/64	54	3,4	0,058	30,6	490	63,5	7,71	1832
600/72	84	3,7	0,050	33,2	580	72,2	8,04	2170
1000/86	76	4,1	0,029	42,4	1003,2	56,3	17,96	3210

#### 5.4. Физические свойства материалов

Материал	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Удельная электропроводность, См/м	ТКС	Относительная диэлектрическая проницаемость, д. е.	Удельная теплопроводность, Вт/(м·К)	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)
<b>Проводники</b>						
Алюминий	2700	$3,3 \cdot 10^7$	0,0044	–	221	860
Медь	8900	$5,6 \cdot 10^7$	0,0041	–	380	385
Сталь	7850	$2,1 \cdot 10^7$	0,0088	–	58	457
<b>Диэлектрики</b>						
Сшитый полиэтилен	920-960	$10^{-14} \div 10^{-15}$	–	2,2÷2,4	0,3÷0,4	2000
Полупроводящий слой	920-960	$10^{-4} \div 10^{-5}$	–	2,2÷2,4	0,3÷0,4	2000
ПВХ-пластикат	1400	$10^{-17}$	–	3,2÷3,6	0,19	2140
Стеклотекстолит	1900	$10^{-10}$	–	5,5	0,29	1450
Воздух	1,15	–	–	1	–	1006



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 4.2. Руководство пользователя. СПб. : Производственный кооператив ТОР, 2000. 130 с.
2. Бабат Г. И. Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение / Г. И. Бабат. Л. : Энергия, 1965. 522 с.
3. Лозинский М. Г. Промышленное применение индукционного нагрева / М. Г. Лозинский. М. : АН СССР, 1958. 472 с.
4. Слухоцкий А. Е. Индукторы для индукционного нагрева / А. Е. Слухоцкий, С. Е. Рыскин. Л. : Энергия, 1974. 264 с.
5. Александров Г. Н. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Г. Н. Александров, В. В. Ершевич, С. В. Крылов [и др.]; под ред. Г. Н. Александрова и Л. Л. Петерсона. Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ие, 1983. 386 с.
6. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи : учебник для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. М. : Высш. шк., 1978. 528 с.
7. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.5. Руководство пользователя. СПб. : Производственный кооператив ТОР, 2007. 298 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Варианты заданий для курсовой работы

Вид геометрической модели выбирается по первой букве фамилии:

Вариант 1 – А, Ж, Н, У, Ч.

Вариант 2 – Б, З, О, Ф, Ш.

Вариант 3 – В, И, П, Х, Щ.

Вариант 4 – Г, К, Р, Ц, Э.

Вариант 5 – Д, Л, С, Ю.

Вариант 6 – Е, М, Т, Я.

Размеры модели выбираются по таблице, приведенной в каждом из вариантов заданий. Номер подварианта соответствует сумме цифр дня рождения.

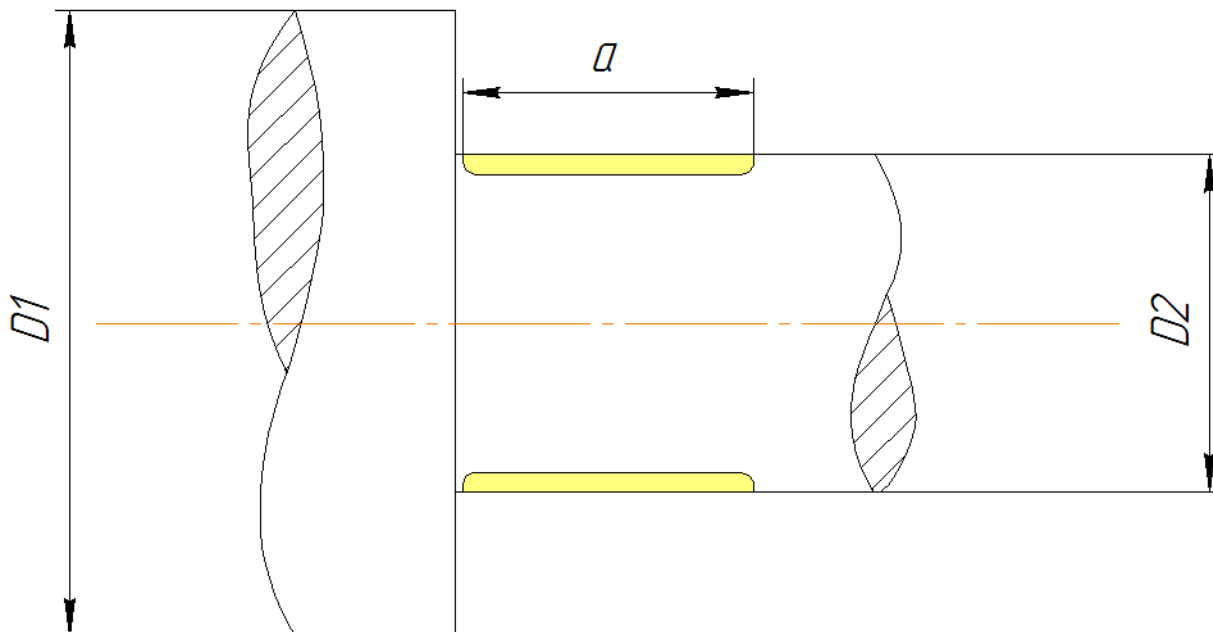
Например:

Иванов Алексей Петрович, 29 февраля 1980 г. – Вариант 3–11.

Сидоров Иван Александрович, 16 марта 1979 г. – Вариант 5–7.

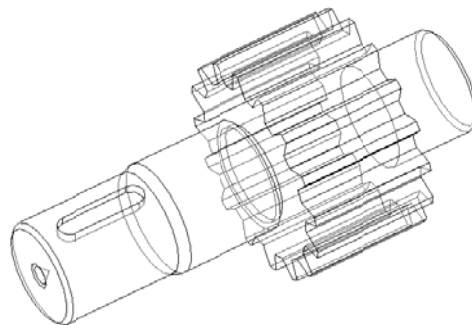
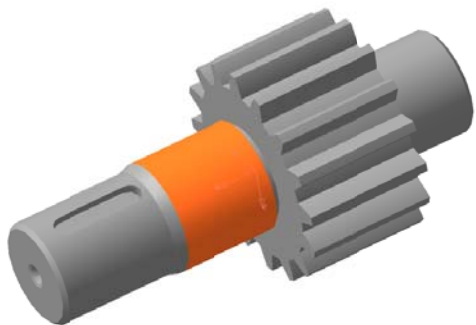
Орлов Сергей Иванович, 9 апреля 1982 г. – Вариант 2–9.

**Вариант 1**

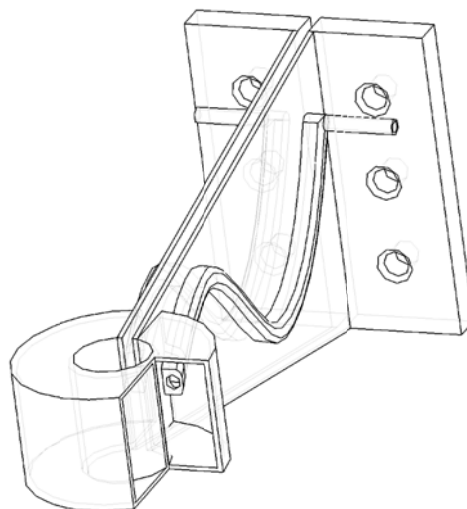
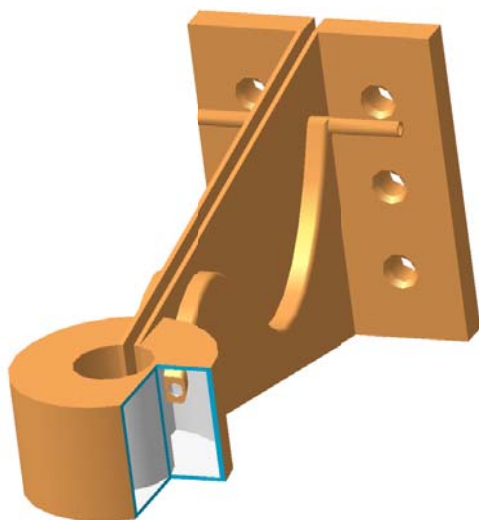


№ п/п	D1, мм	D2, мм	a, мм
1	40	10	10
2	38	11	11
3	36	11	11
4	34	12	15
5	32	13	15
6	33	12	15
7	35	11	14
8	37	11	20
9	39	10	20
10	41	11	15
11	45	12	15

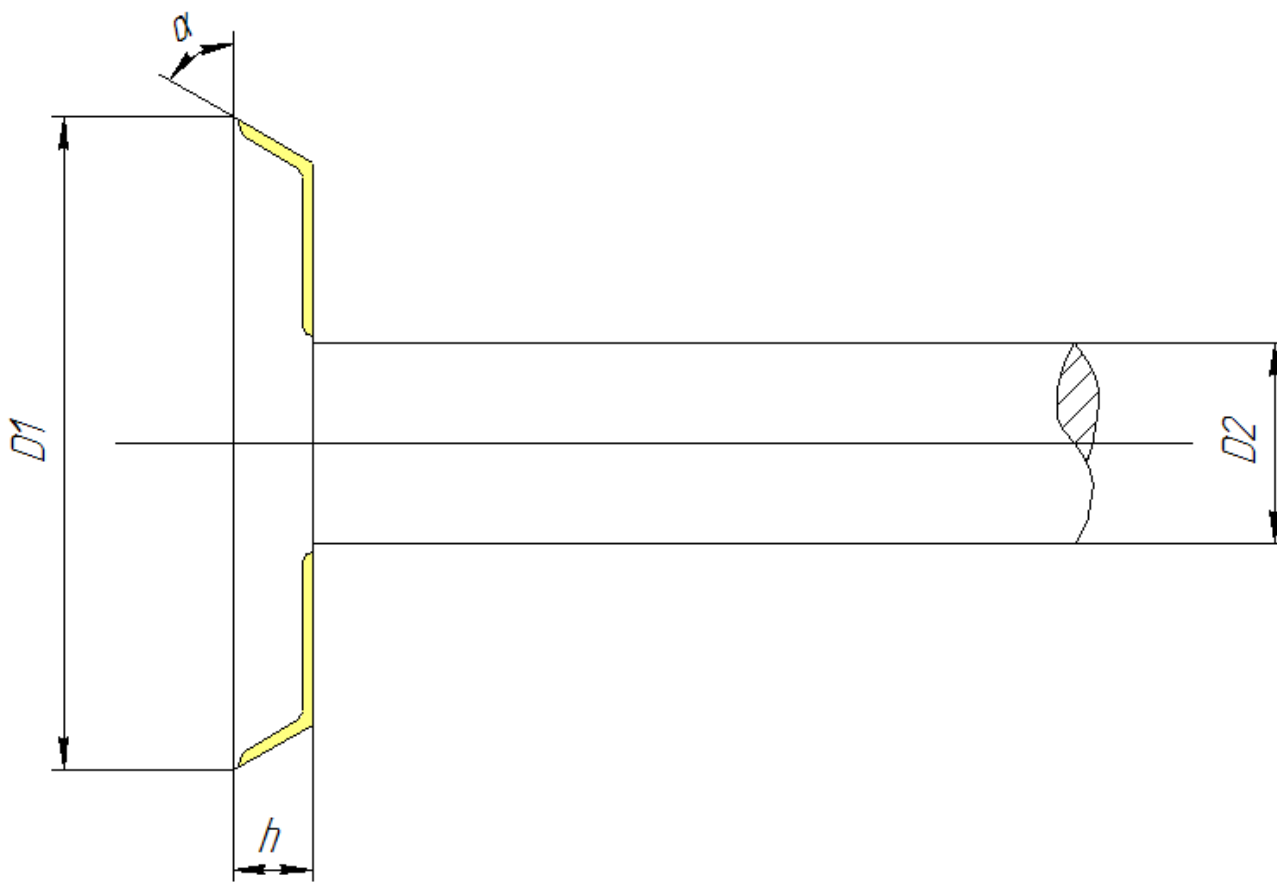
Внешний вид нагреваемой детали (вал-шестерня)



Примерный вид индуктора

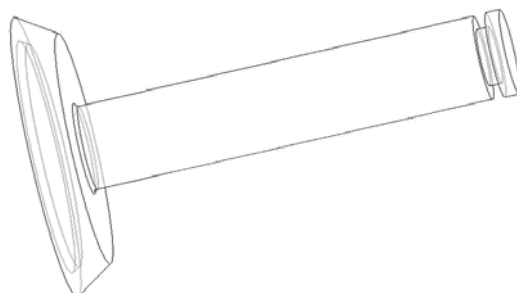


**Вариант 2**

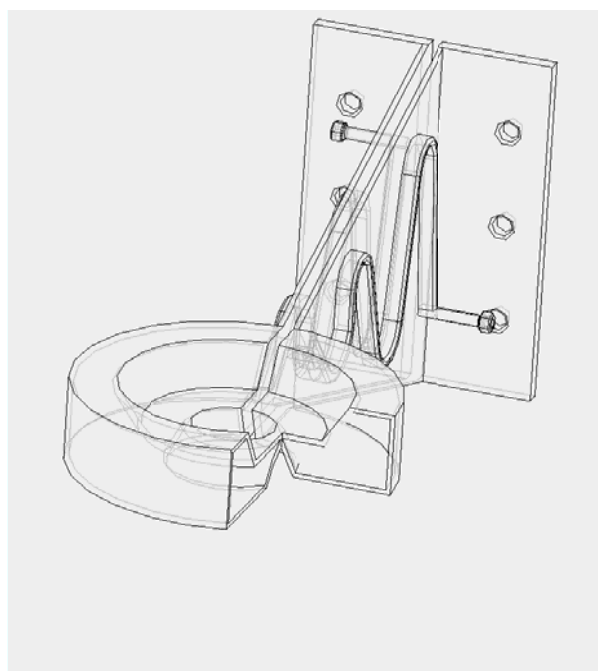
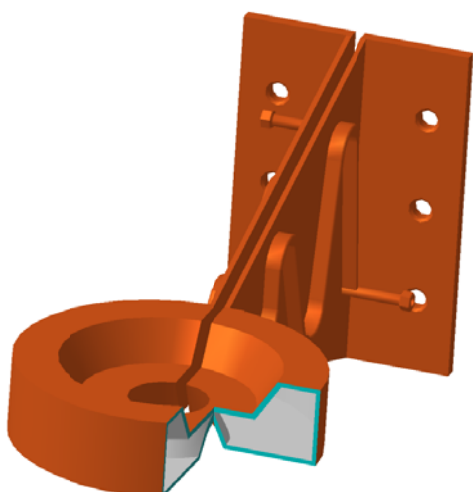


№ п/п	$D1$ , мм	$D2$ , мм	$h$ , мм	$\alpha$ , град
1	53	10	5	45
2	55	11	6	60
3	57	11	7	46
4	59	12	8	60
5	61	13	5	45
6	65	12	6	60
7	55	10	5	45
8	60	11	8	60
9	65	10	5	45
10	50	11	6	60
11	55	12	8	45

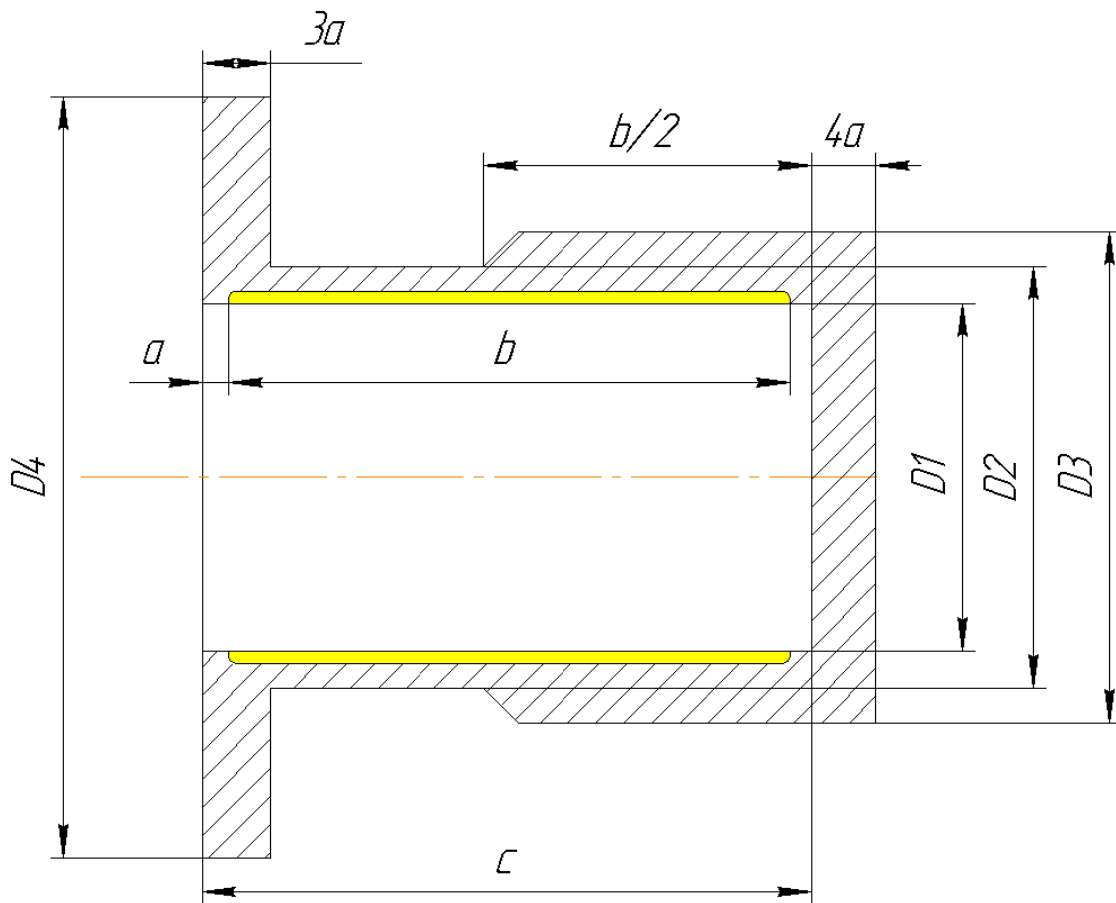
## Внешний вид нагреваемой детали (клапан)



## Примерный вид индуктора

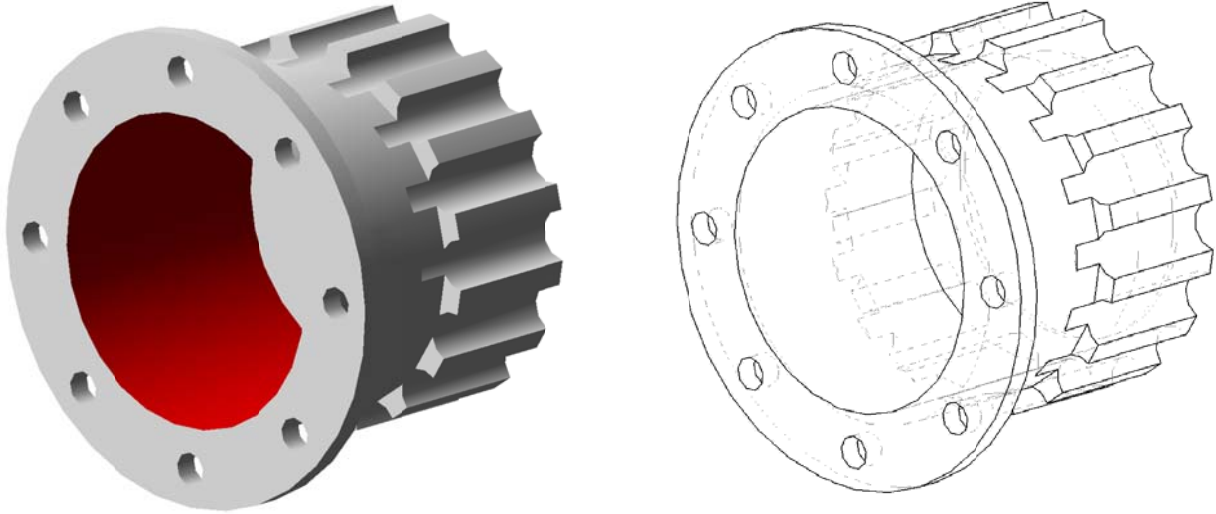


**Вариант 3**

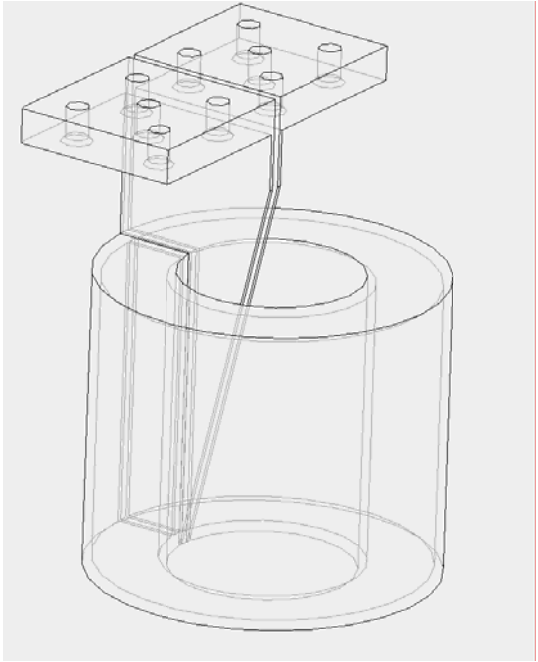
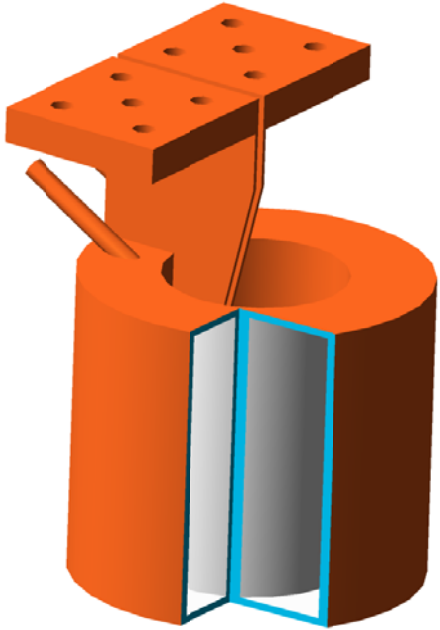


№ п/п	$a$ , мм	$b$ , мм	$c$ , мм	$D1$ , мм	$D2$ , мм	$D3$ , мм	$D4$ , мм
1	1,5	35	45	40	60	80	110
2	2	30	50	45	65	80	100
3	1,5	30	45	50	60	75	100
4	2	40	50	55	70	80	110
5	1,5	40	60	40	55	70	100
6	2	30	45	60	70	80	100
7	1,5	30	50	55	65	80	110
8	2	40	45	50	60	75	100
9	1,5	50	65	55	80	90	110
10	2	45	55	40	60	80	100
11	1,5	40	50	35	50	60	100

Внешний вид нагреваемой детали (полумуфта)

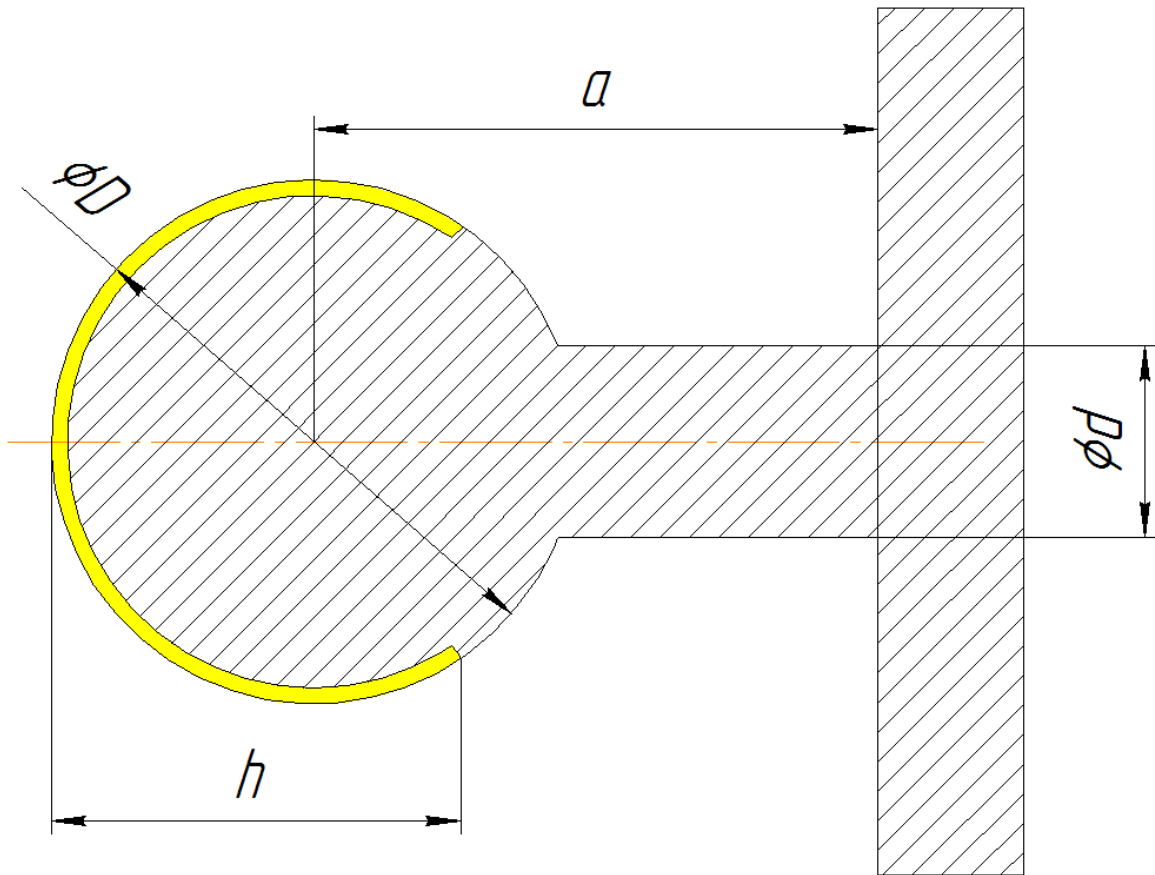


Примерный вид индуктора



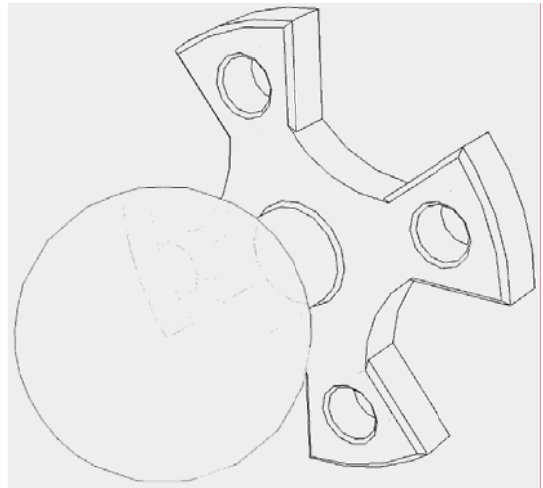
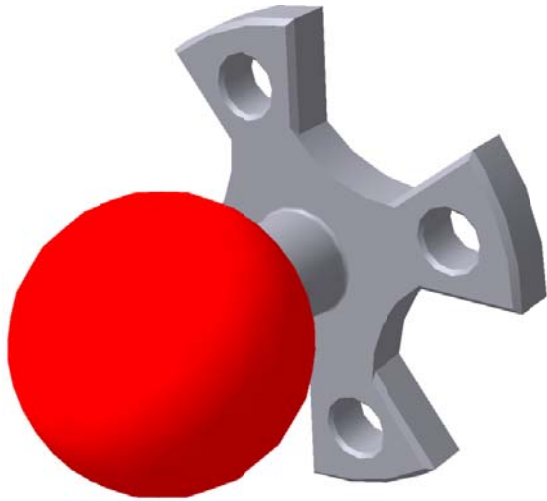


**Вариант 4**

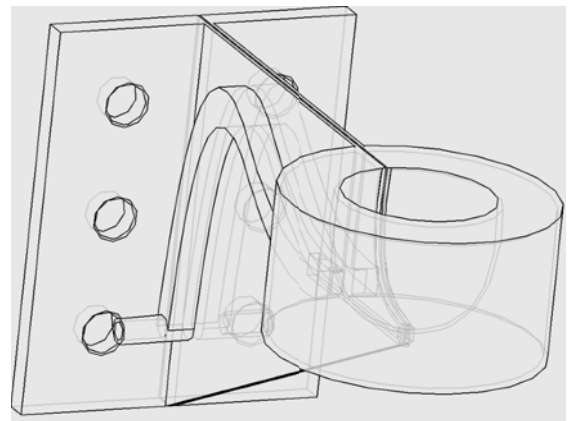
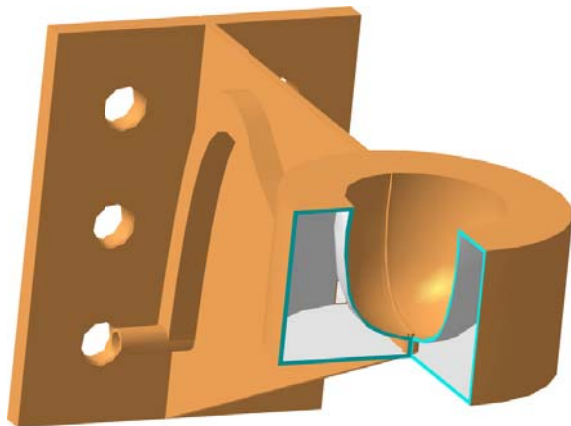


№ п/п	$a$ , мм	$d$ , мм	$D$ , мм	$h$ , мм
1	40	18	30	5
2	45	25	40	6
3	55	28	50	7
4	42	20	35	5
5	55	27	45	6
6	65	30	55	7
7	70	32	60	5
8	75	38	65	6
9	80	40	70	7
10	85	40	75	5
11	90	40	80	6

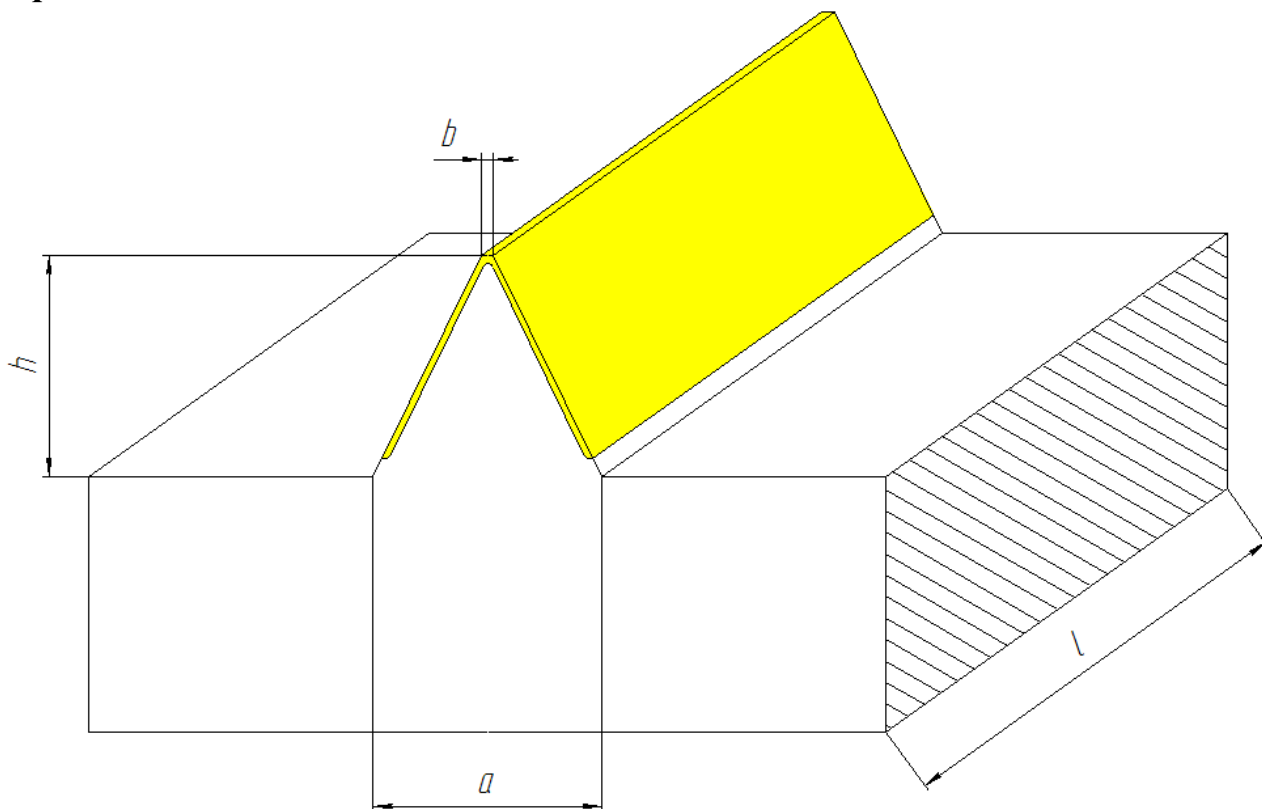
Внешний вид нагреваемой детали (шаровая опора)



Примерный вид индуктора

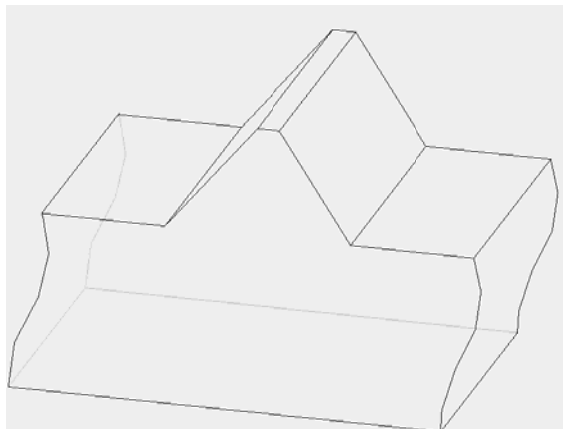
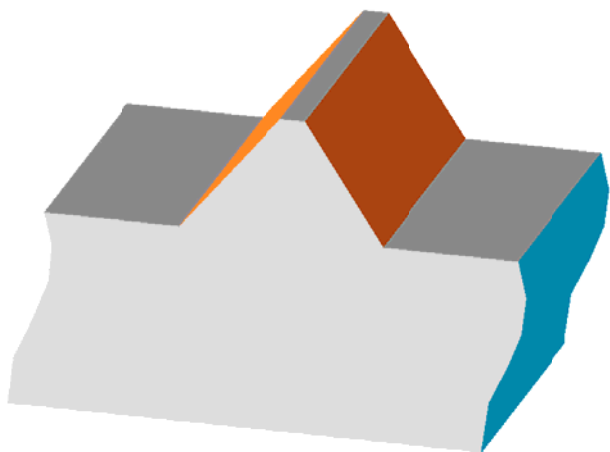


**Вариант 5**

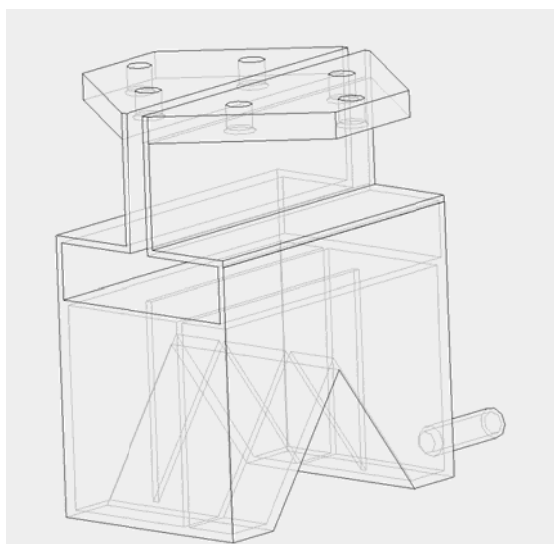
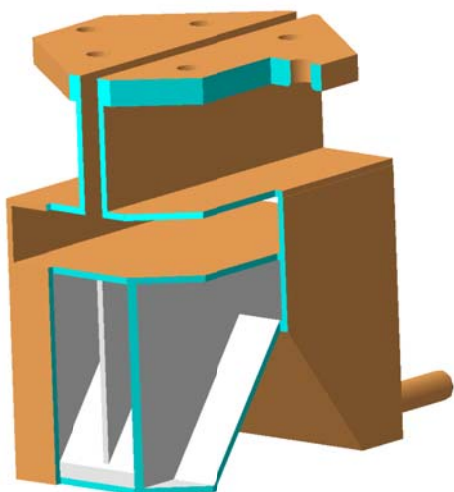


№ п/п	$a$ , мм	$b$ , мм	$h$ , мм	$l$ , мм
1	30	2	32	50
2	40	2	45	50
3	50	3	45	70
4	35	4	40	50
5	45	4	40	50
6	55	4	50	60
7	60	5	60	70
8	65	5	70	70
9	70	5	70	70
10	75	7	60	80
11	80	10	60	100

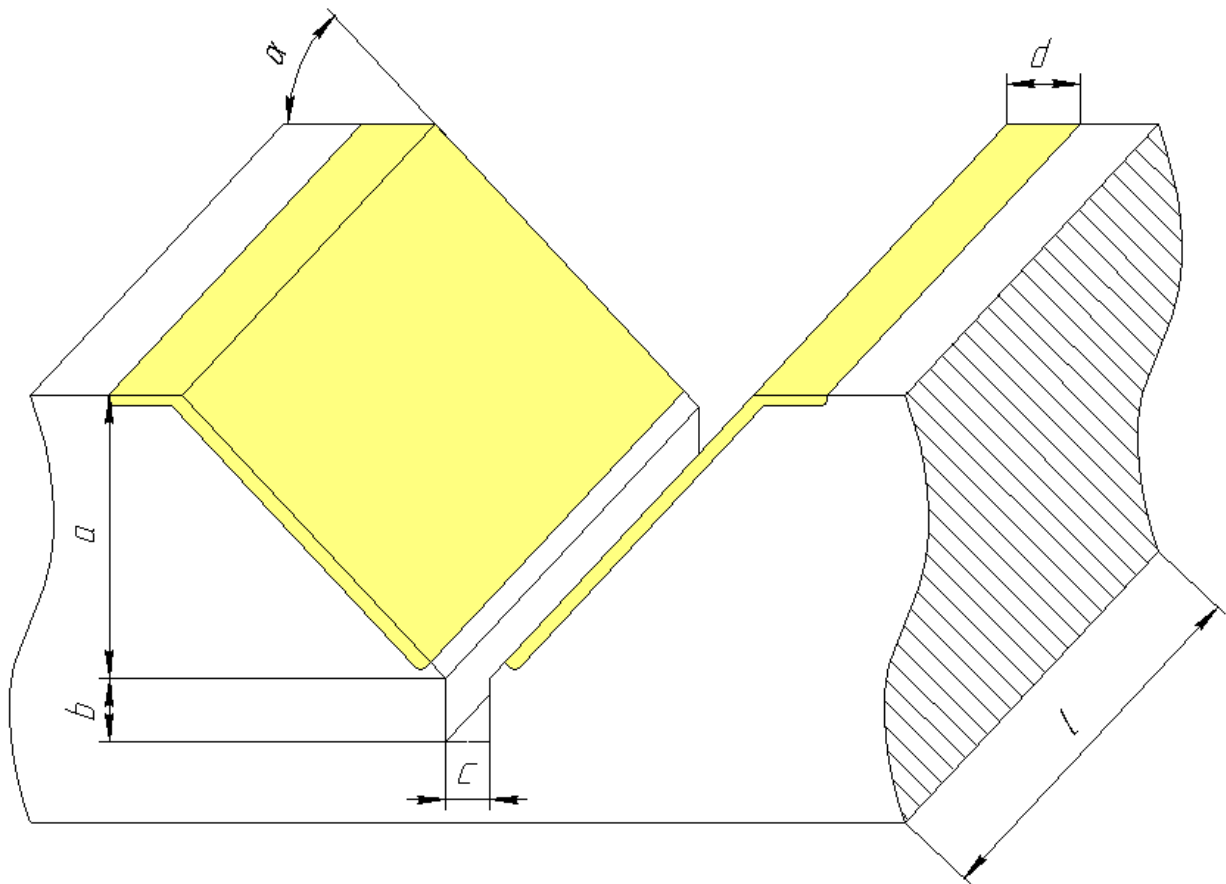
Внешний вид нагреваемой детали (станина 1)



Примерный вид индуктора

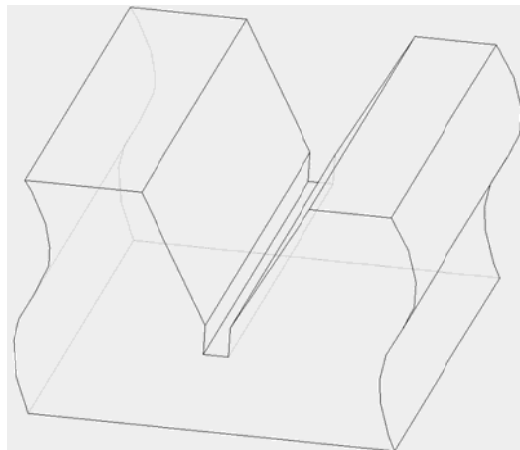


**Вариант 6**

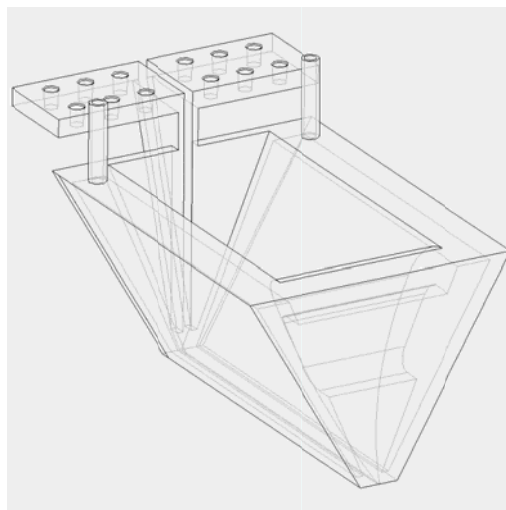
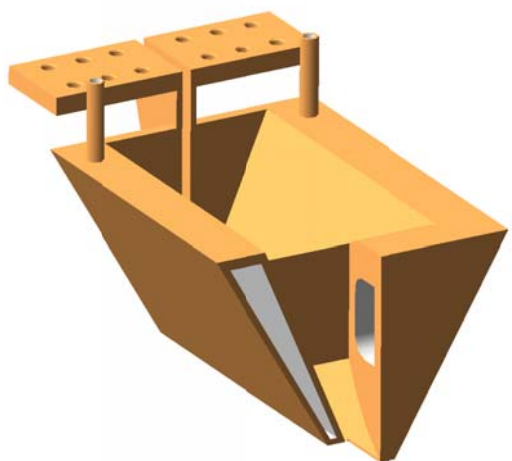


№ п/п	$a$ , мм	$b$ , мм	$c$ , мм	$d$ , мм	$l$ , мм	$\alpha$ , град
1	40	5	5	5	50	60
2	45	4	10	6	50	65
3	55	4	8	7	60	60
4	60	6	8	5	60	65
5	45	8	6	6	50	60
6	65	10	10	7	70	60
7	60	12	5	5	70	60
8	65	7	10	6	70	65
9	70	7	8	7	80	60
10	75	6	8	5	80	60
11	50	6	8	6	60	60

Внешний вид нагреваемой детали (станина 2)



Примерный вид индуктора



## Приложение 2

### Удельные параметры нагреваемого металла

#### 1. Удельное электрическое сопротивление (рис. П. 2.1)

$$\rho_{15} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м};$$

$$\rho_{800} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}.$$

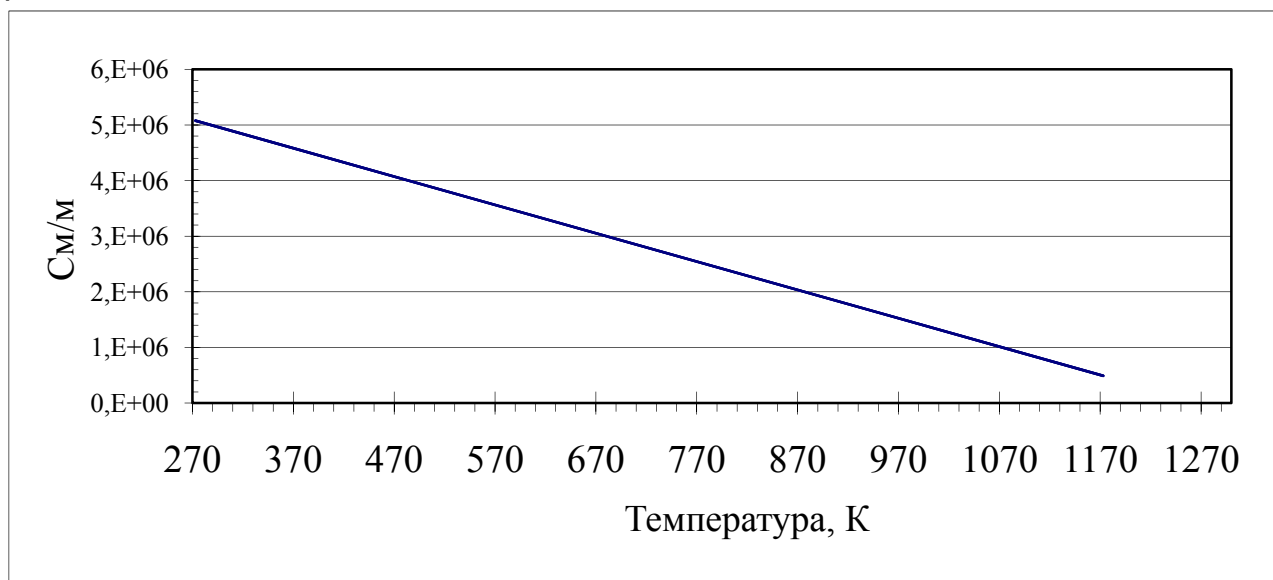


Рис. П. 2.1. Зависимость удельной проводимости от температуры

#### 2. Удельная теплопроводность (рис. П 2.2)

$$\lambda_{15} = 51,5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К});$$

$$\lambda_{900} = 33,5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}).$$

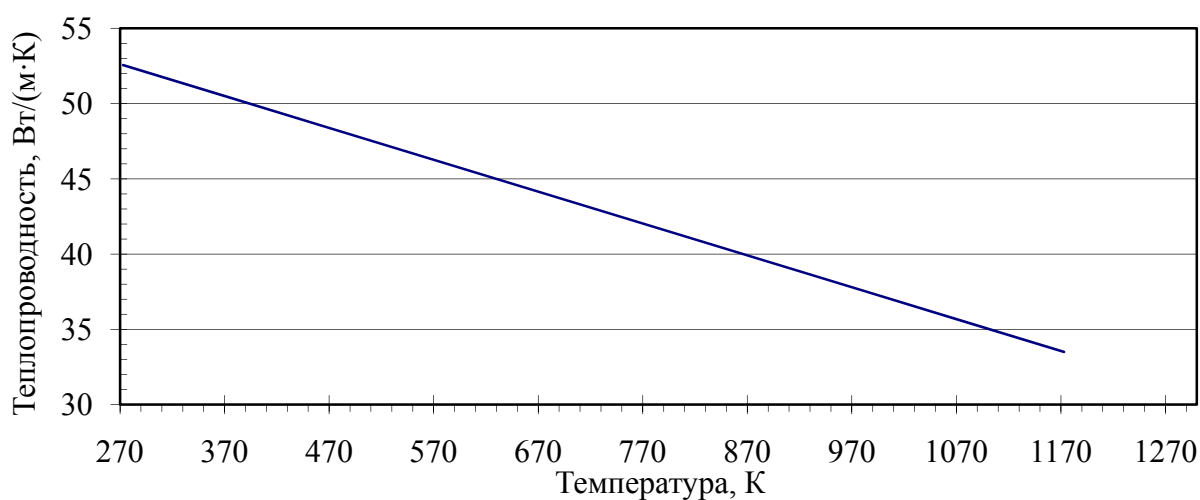


Рис. П 2.2. Зависимость удельной теплопроводности от температуры

### 3. Удельная теплоемкость (рис. П.2.3)

$$c_{50} = 468 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К});$$

$$c_{900} = 640 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}).$$

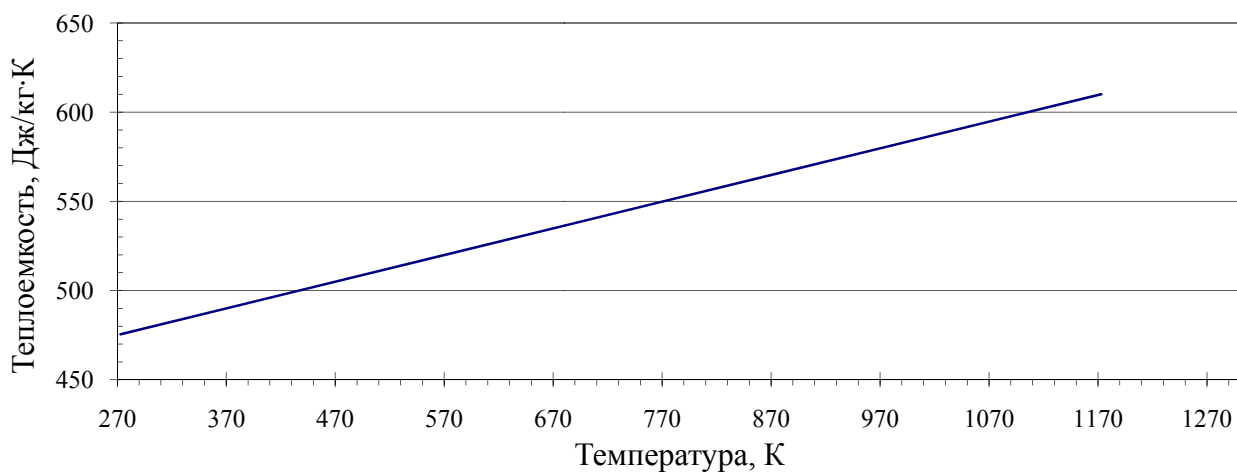


Рис. П 2.3. Зависимость удельной теплоемкости от температуры

### 4. Плотность $\gamma = 7900 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

### 5. Усредненная кривая намагничивания (рис. П 2.4)

Считаем, что при больших значениях напряженности сталь насыщается, и относительная магнитная проницаемость не превышает значения 3,5 при любых значениях напряженности.

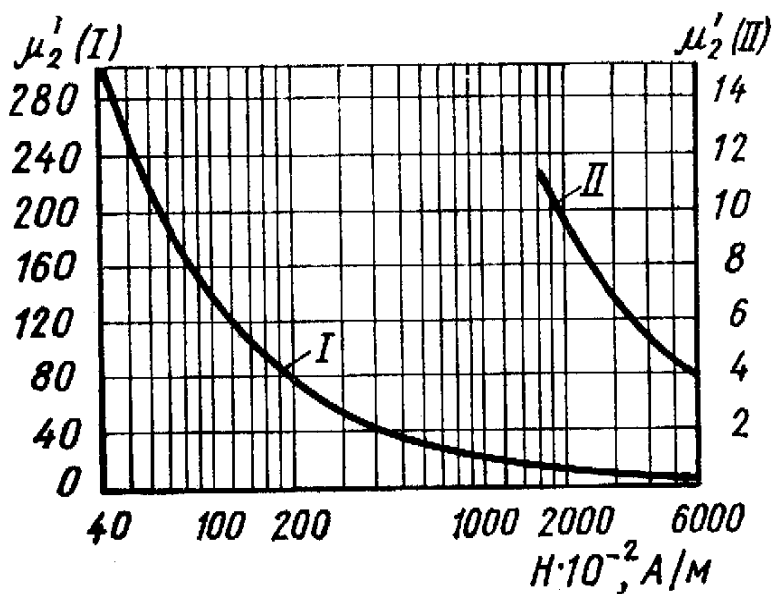


Рис. П 2.4. Зависимость относительной магнитной проницаемости стали от напряженности магнитного поля



## Приложение 3

### Пример выполнения расчетов курсовой работы по теме «Индукционный нагрев»

1. Начинаем выполнение работы с составления файла модели (\*.mod) – он будет общим для всех файлов задач на каждом шаге расчета. Геометрическая модель для приведенного примера показана на рис. П 3.1.

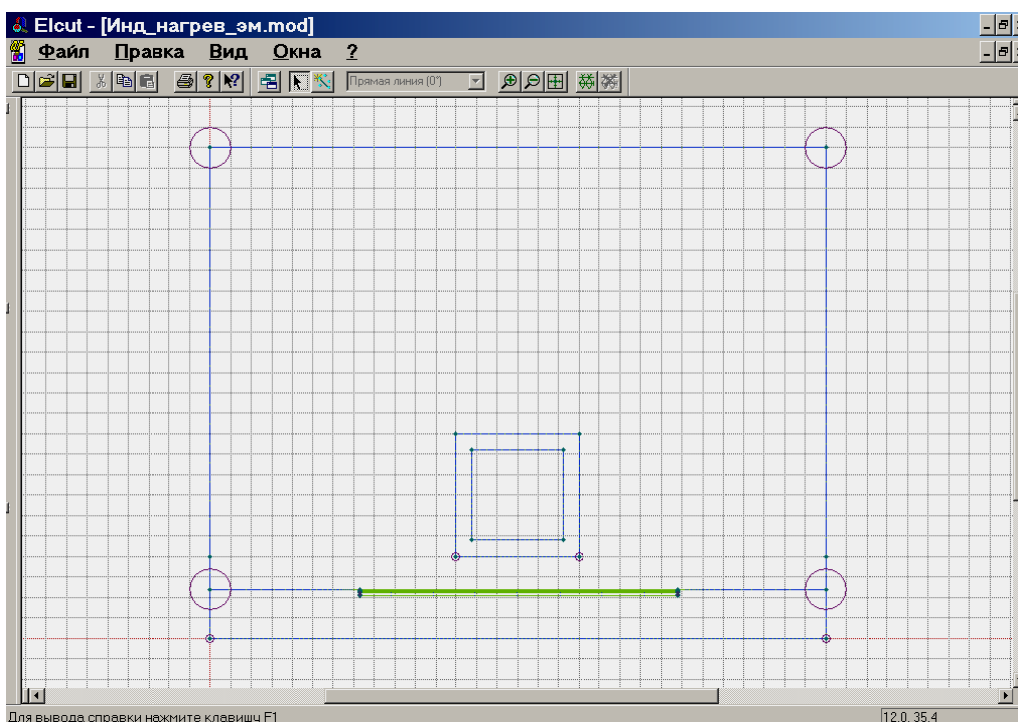


Рис. П 3.1

В зоне нагрева, в соответствии с рекомендациями, приведенными выше, выделяем несколько слоев, в которых в процессе расчета будем менять удельные тепловые и электрические свойства.

На рис. П 3.2 показана укрупненно структура слоев нагреваемого металла. Для того чтобы средние температуры слоев вычислялись как можно точнее, следует боковые границы слоев располагать ближе к проекции боковых стенок индуктора на поверхность нагреваемого металла (зоне нагрева). Величина  $\delta$  (рис. П 3.2) должна быть не больше зазора между индуктором и заготовкой.

2. Создаем файлы задач для каждого шага расчета и сразу связываем их между собой. На каждом шаге расчета необходимо будет корректировать временные параметры расчета, а также время, данные для которого будут передаваться на следующий шаг расчета. В начале расчетов выставляем значения временных параметров, приведенные по умолчанию.

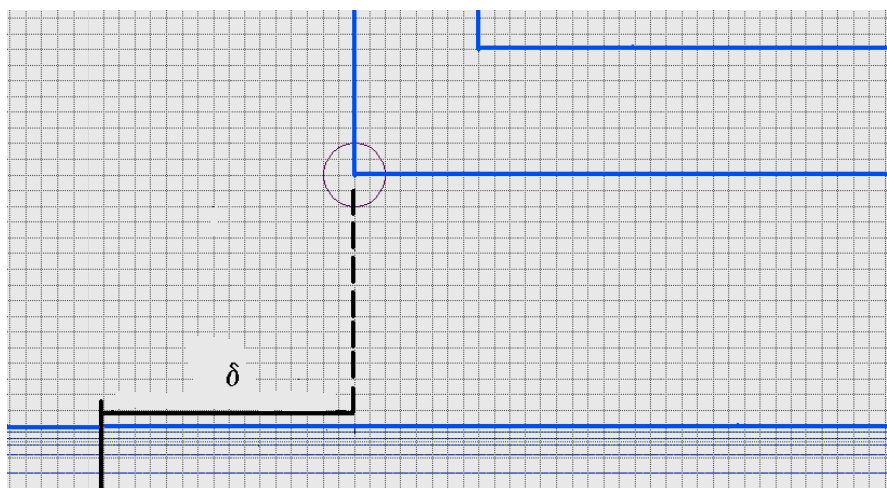


Рис. П 3.2

3. Для удобства работы с моделью при смене шага расчета создаем таблицу (табл. П 3.1 приведена для двух шагов расчета) в оболочке MS Excel, в которой будут вычисляться все удельные параметры для последующего шага.

4. Проводим пробный электромагнитный расчет и определяем средние напряженности поля в слоях металла (рис. П 3.3).

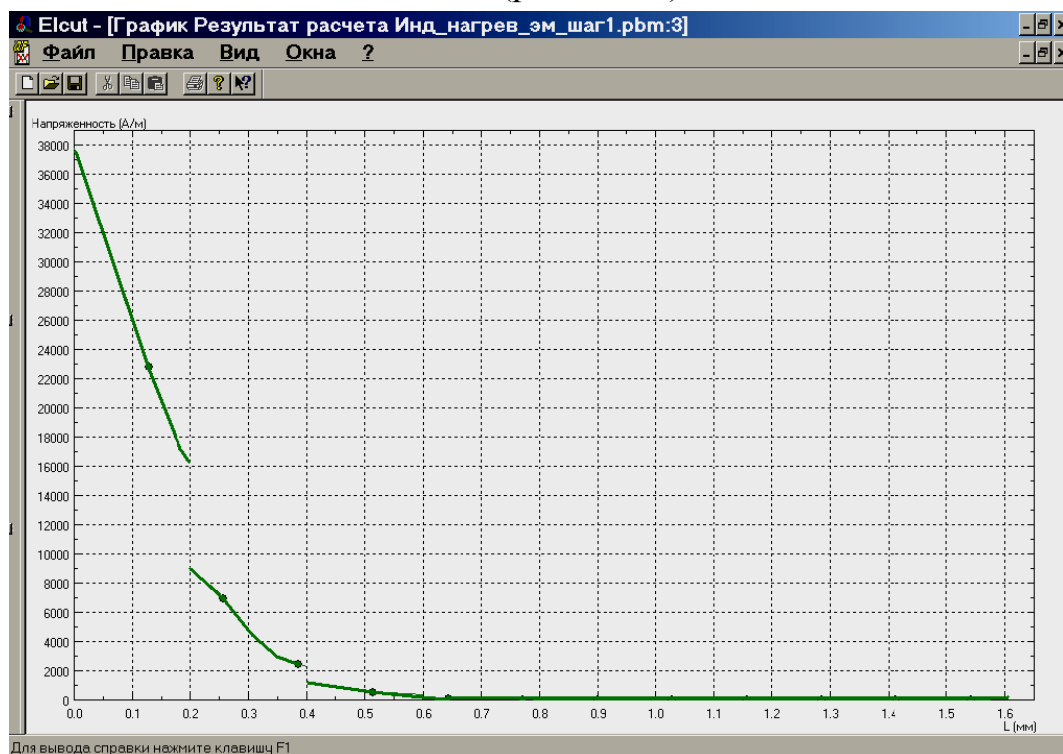


Рис. П 3.3

По полученным значениям напряженности электромагнитного поля в слоях металла определяем их магнитные проницаемости и производим повторный расчет. На первом шаге расчета удельные электропроводности слоев принимаются равными друг другу (для температуры слоев 20 °С). На последующих шагах значение электропроводности для каждого слоя будет вычислено отдельно.

Таблица свойств

Шаг 1 (0,6 с)

Слой	Температура, °К	Температура, °С	Проводимость, См/м	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Теплоемкость, Дж/(кг·К)
1	378	105	4 541 401,27	50,33529412	491,1826087
2	374	101	4 561 783,44	50,42	490,5843478
3	369	96	4 587 261,15	50,52588235	489,8365217
4	362	89	4 622 929,94	50,67411765	488,7895652
5	352	79	4 673 885,35	50,88588235	487,293913
6	299	26	4 943 949,04	52,00 823529	479,3669565

Шаг 2 (+2 с)

Слой	Температура, °К	Температура, °С	Проводимость, См/м	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Теплоемкость, Дж/(кг·К)
1	477	204	4 036 942,68	48,23882353	505,9895652
2	472	199	4 062 420,38	48,34470588	505,2417391
3	467	194	4 087 898,09	48,45058824	504,493913
4	460	187	4 123 566,88	48,59882353	503,4469565
5	448	175	4 184 713,38	48,85294118	501,6521739
6	322	49	4 826 751,59	51,52117647	482,8069565

5. Производим расчет электромагнитного поля с уточненными значениями магнитной проницаемости слоев нагреваемого металла (рис. П 3.4) и передаем полученные данные о мощности тепловыделения в слоях металла и индукторе в задачу нестационарной теплопередачи. Определяем здесь же среднюю мощность тепловыделения в выделенных слоях металла и в индукторе.

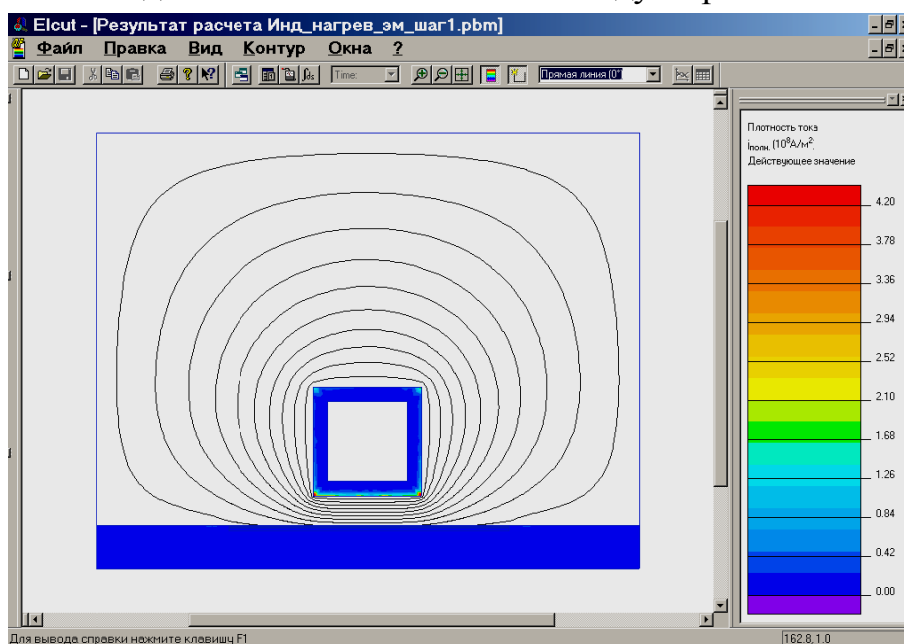


Рис. П 3.4

6. Производим расчет нестационарной теплопередачи на первом шаге. Для корректного выполнения расчета необходимо получить картину распределения начальных температур в моделируемой области. Для этого создаем и связываем с задачей нестационарной теплопередачи задачу вычисления поля температур (тип данных – температурное поле). До этого мы предварительно организовали связь с задачей магнитного поля переменных токов, в которой производили вычисление мощности тепловыделения в слоях металла (рис. П 3.5).

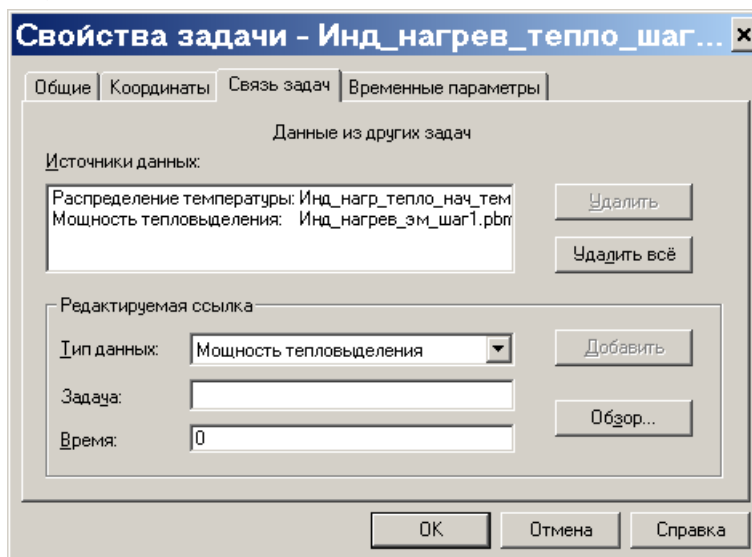


Рис. П 3.5

Результаты расчета приведены на рис. П 3.6, П 3.7.

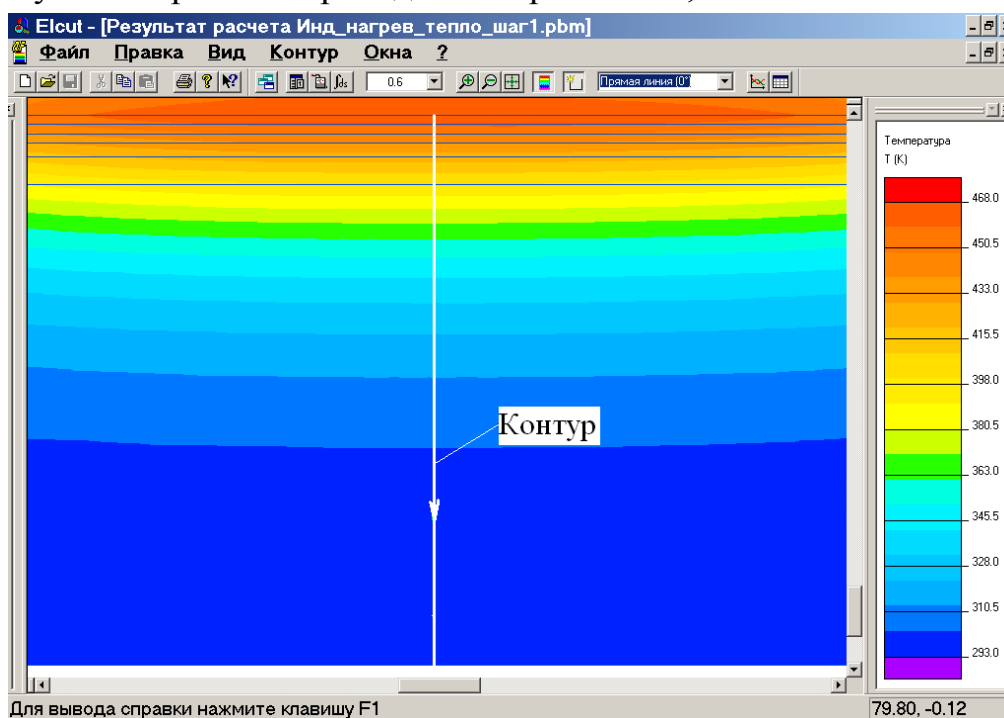


Рис. П 3.6

Для определения температуры поверхности заготовки проводим линию контура от поверхности вглубь металла и перелистываем моменты времени, для которых были сохранены результаты расчетов (временные параметры расчета выставляются в окне **Свойства задачи**, закладка - **Временные параметры**).

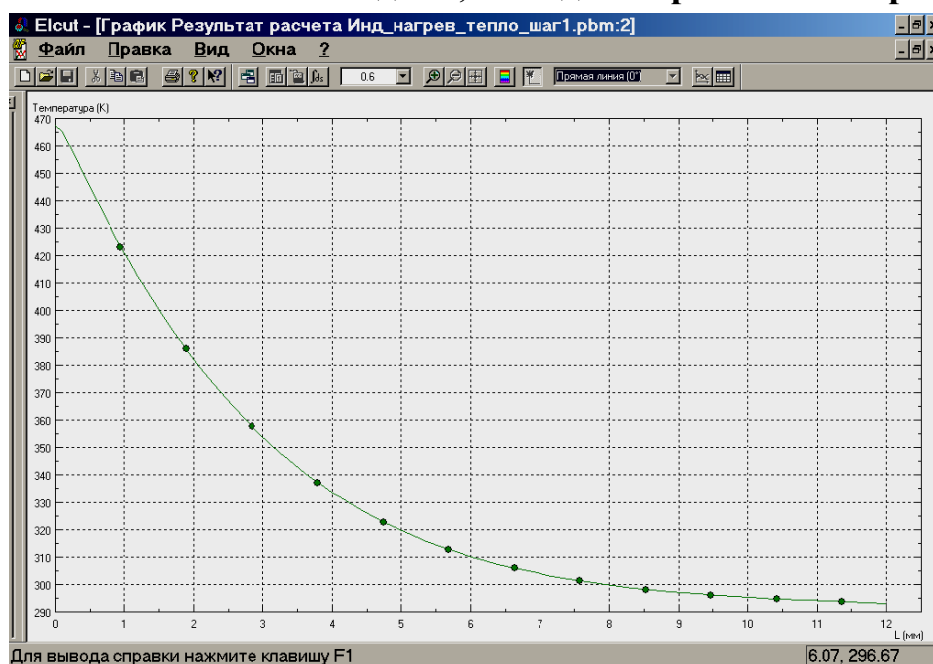


Рис. П 3.7

После определения времени первого шага определяем средние температуры слоев по объему в конце шага нагрева (рис. П 3.8) и передаем эти данные в табл. П 3.1.

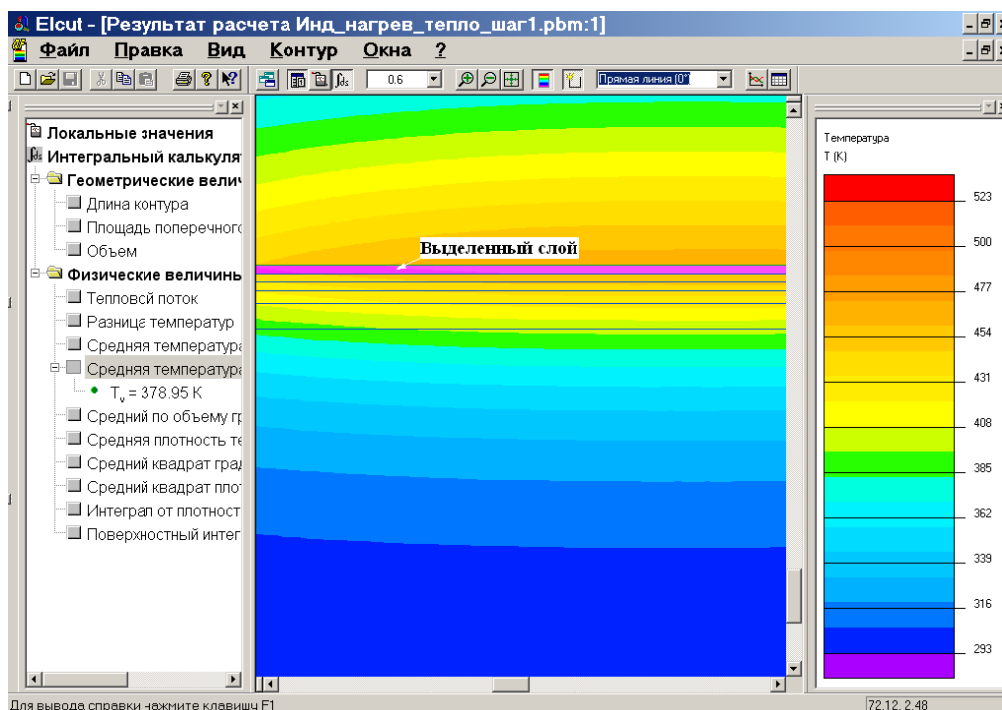


Рис. П 3.8

7. Вносим изменения в электромагнитную модель на шаге 2 в соответствии с температурами, вычисленными на шаге 1, и производим расчет электромагнитного поля на шаге 2.

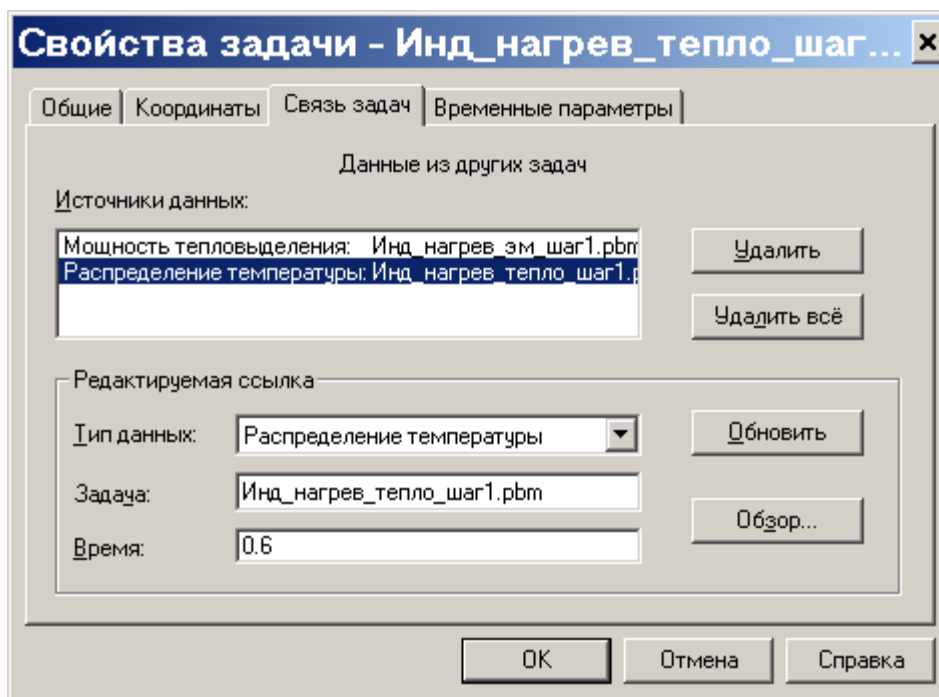


Рис. П 3.9

8. Задача нестационарной теплопередачи на втором шаге должна получить в качестве исходных данных поле температур к концу первого шага расчета. Для этого связываем обе задачи с указанием времени, для которого необходимо будет взять поле температур и которое было определено как конечное на первом шаге расчета (рис. П 3.9).

9. Далее повторяется последовательность действий, приведенных в п. 5-7, до тех пор, пока температура на поверхности нагреваемого изделия не достигнет конечной величины.

10. Оформление отчета.

### **Пример выполнения расчетов курсовой работы по теме «Электростатика»**

1. Начинаем выполнение работы с составления файла модели (\*.mod) – он будет общим для всех файлов задач на каждом шаге расчета. Геометрическая модель для приведенного примера показана на рис. П.3.10.

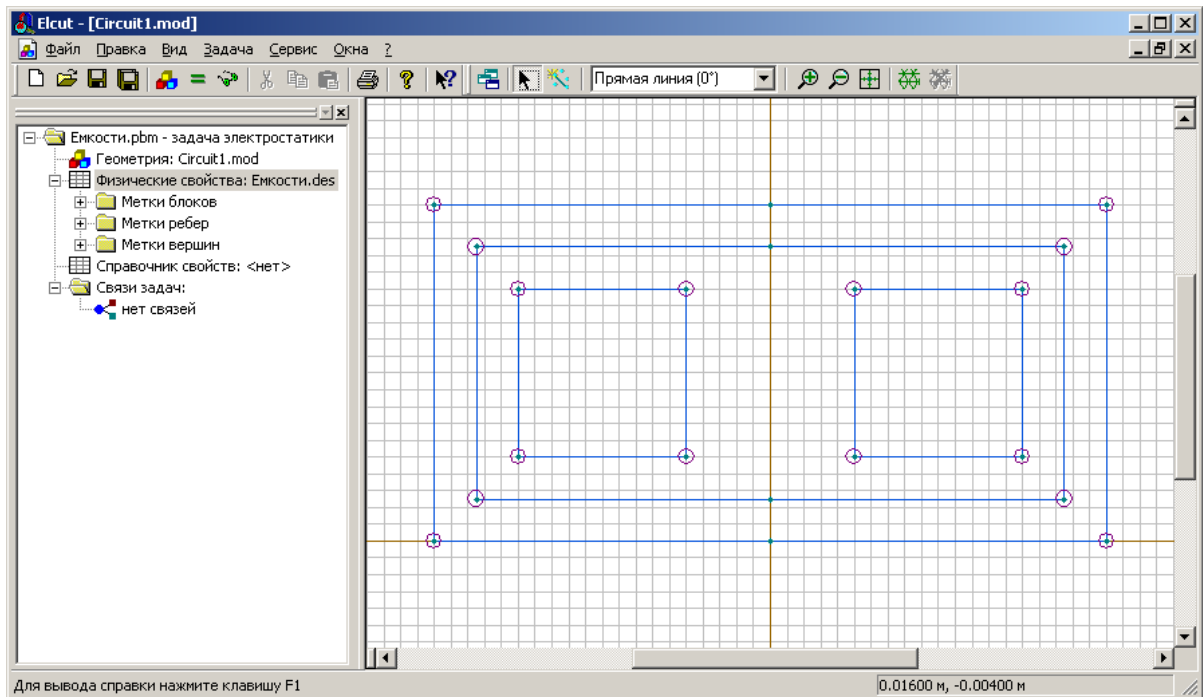


Рис. П 3.10

2. Производим расчет емкости проводников линии. Для проведения этих расчетов необходимо создать модель с типом решаемой задачи «Электростатика», в которой в качестве расчетная область будет находиться в пределах границ подобластей, занятых диэлектриком. При вычислении емкости провода относительно экрана границам проводников присваивается единичный потенциал, а экрану – соответственно нулевой потенциал. При вычислении взаимной емкости проводников все их потенциалы, кроме одного, должны быть приравнены нулю.

Для того чтобы воспользоваться мастером емкости, необходимо задать контур вблизи поверхности проводника, для которого вычисляется заряд (рис. П 3.12). В мастере для вычисления заряда указывается этот контур (рис. П 3.13).

Полученные значения емкостей будут учитываться при составлении общей электромагнитной модели линии. При вычислении емкостей следует учитывать расчетную длину модели (указывается в свойствах задачи). В противном случае будут рассчитываться погонные (на 1 метр длины модели) емкости проводников линии.

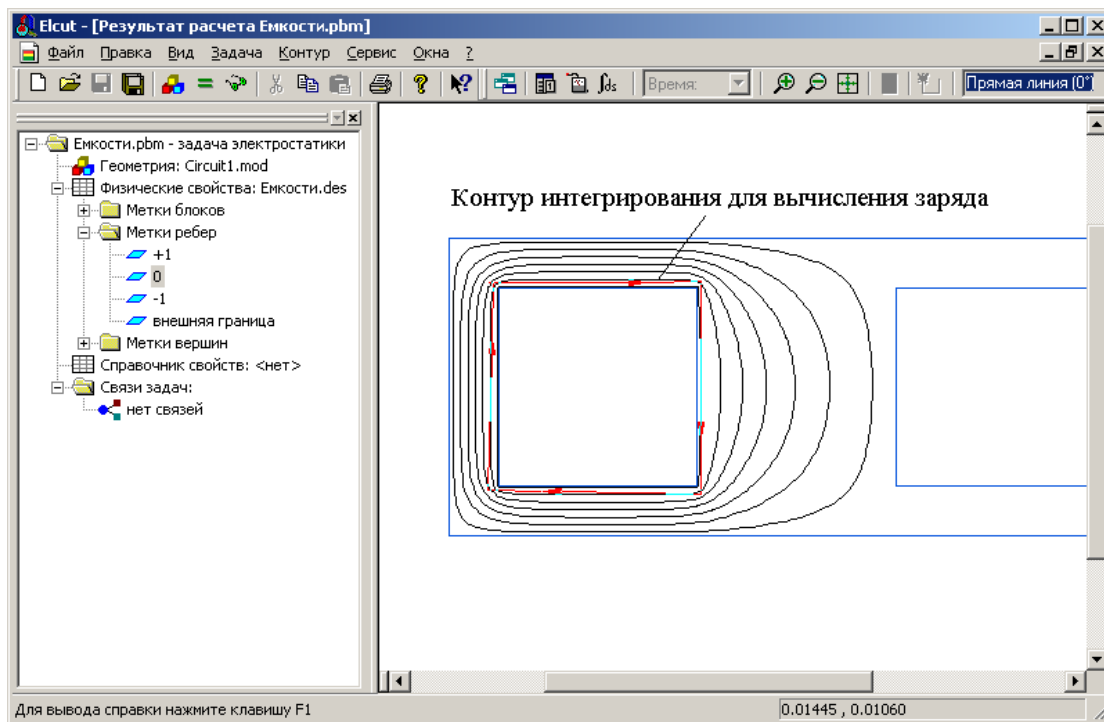


Рис. П 3.12

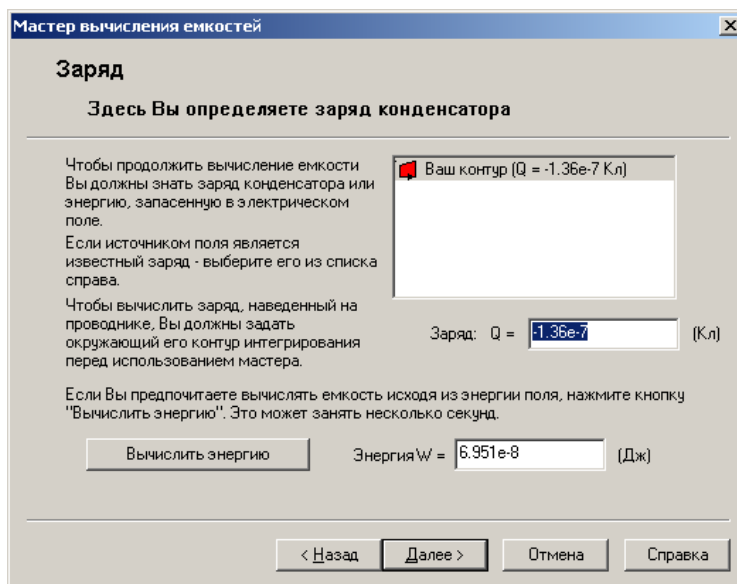


Рис. П 3.13

3. Создаем модель с типом решаемой задачи «Магнитостатика» для вычисления средних значений магнитной проницаемости в экране. При этом блокам с ферромагнитными свойствами присваиваем метку «Сталь3» из файла справочника свойств Magn1lib.dms, находящегося в папке Examples программы Elcut. В проводниках указывается действительное мгновенное значение тока линии для выбранного момента времени (рис. П 3.14).



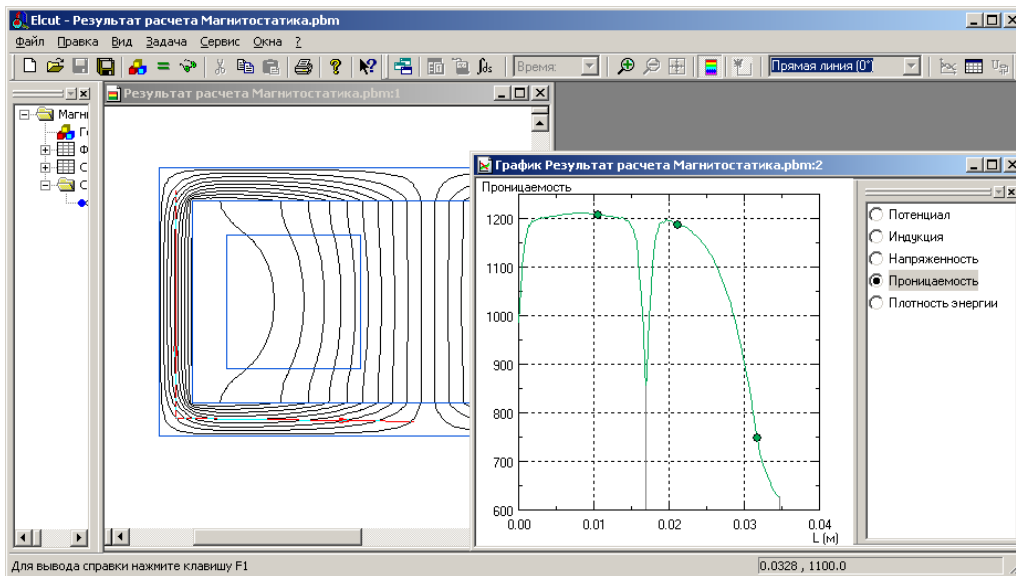


Рис. П 3.14

Проведя контур по ферромагнитным элементам линии, определяем значение их магнитной проницаемости. Фиксируем полученные усредненные значения.

4. Создаем модель с типом решаемой задачи «Магнитное поле переменных токов» с использованием данных, полученных в предыдущих расчетах. Так, величину магнитной проницаемости ферромагнитных подобластей переносим из задачи магнитостатики, а в электрической цепи учитываем также взаимные емкости проводников линии. Вид электрической цепи для приведенного примера приведен на рис. П 3.15.

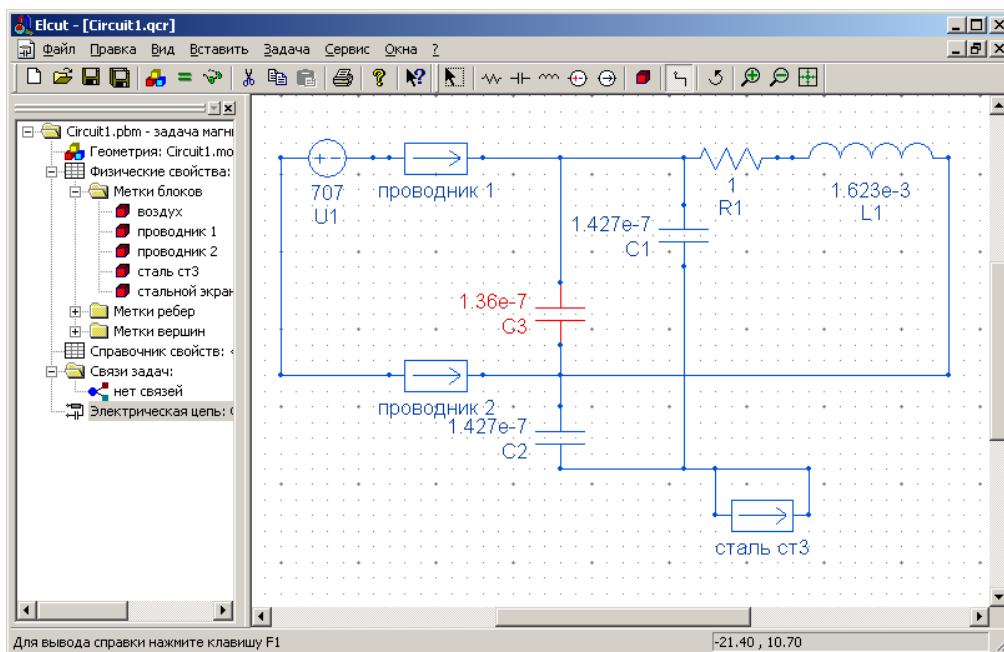


Рис. П 3.15

Следует помнить, что величины напряжений и токов в модели – амплитудные. В этом случае мощности тепловыделения, вычисляемые с помощью интегрального калькулятора, будут иметь реальные значения.

5. Создаем модель расчета тепловых процессов в линии, связанную или не связанную с задачей магнитного поля переменных токов. В последнем случае удельные объемные мощности тепловыделения в проводниках прописываются вручную и могут быть заданы в виде функции температуры, моделируя тот факт, что мощность тепловыделения в проводе пропорциональна его удельному электрическому сопротивлению и растет линейно с ростом температуры проводника. Среднее значение удельной объемной мощности тепловыделения в проводниках можно вычислить через интегральный калькулятор, воспользовавшись следующей формулой:

$$Q = \frac{W}{S \cdot L},$$

где  $W$  – вычисленная в интегральном калькуляторе средняя мощность тепловыделения в проводнике, Вт;

$S$  – сечение проводника (для вычисления также можно воспользоваться интегральным калькулятором), м<sup>2</sup>;

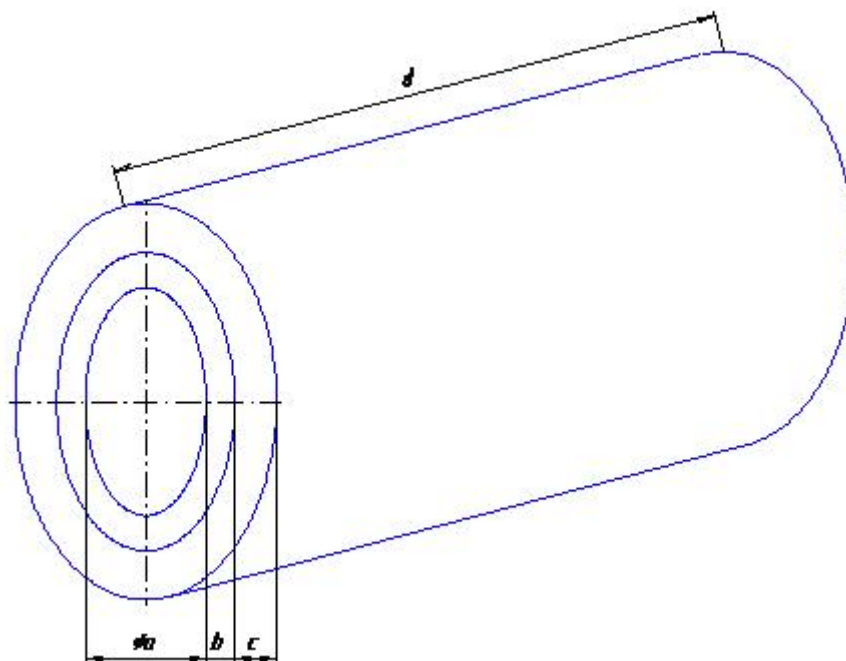
$L$  – длина модели, м.

6. Проводим исследования поведения линии в нормальном и аварийном режимах работы согласно программе.

7. Оформление отчета.

**Приложение 4**  
**Экзаменационные задачи<sup>4</sup>**

**Задача № 1**



**Задание:** рассчитать тепловые потери через стенку печи. Определить толщину теплоизоляционного слоя  $c$ , при которой температура поверхности стены составит  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Объект:** барабанная печь.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$d =$

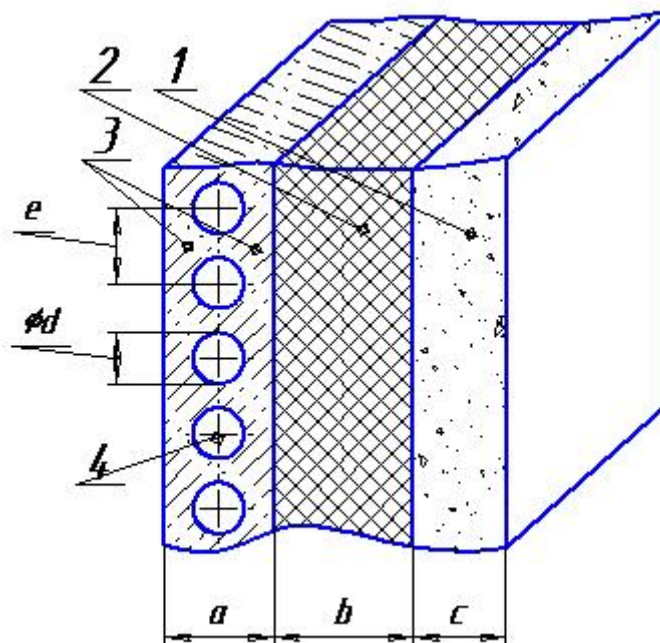
Температура нагревателей на внутренней поверхности стены –  $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
Приведенный коэффициент поглощения огнеупорной кладкой –  $0,85$ .  
Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $5\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ .  
Температура окружающего воздуха –  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

---

<sup>4</sup> Примечание: пропущенные числовые данные вносятся преподавателем на экзамене.

Теплопроводность огнеупорной кладки – 25 Вт/(м·К);  
Теплопроводность теплоизоляционного слоя – 1,5 Вт/(м·К).

### Задача № 2



**Задание:** рассчитать температуры на внутренней и внешней поверхностях стены печи сопротивления.

**Объект:** камерная печь сопротивления. Нагревательные элементы (4) вмурованы в бетонную обмазку стены (3). Огнеупорный слой (2) выполнен из шамотного кирпича, теплоизоляционный слой (1) представляет собой диатомитовую засыпку.

#### Исходные данные:

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

$e =$

Удельная поверхностная мощность нагревателя – 50 кВт/м<sup>2</sup>.

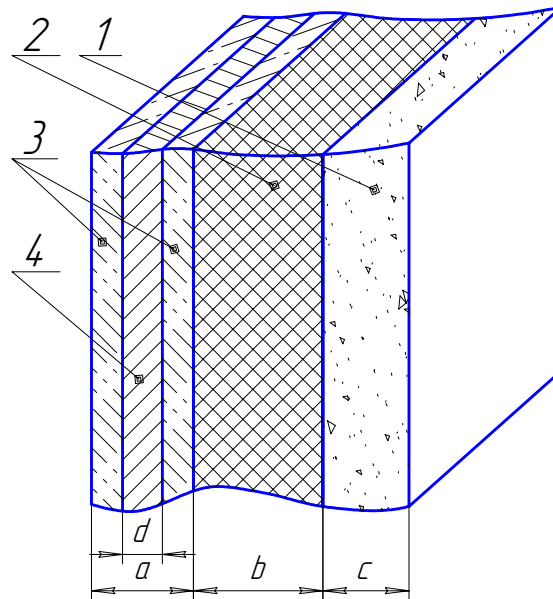
Теплопроводность бетонной обмазки – 2 Вт/(м·К).

Теплопроводность огнеупорной кладки – 0,8 Вт/(м·К).

Теплопроводность теплоизоляционного слоя –  $0,1 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Приведенный коэффициент излучения бетона –  $0,95$ . Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $5 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ . Температура окружающего воздуха –  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Задача № 3



**Задание:** рассчитать температуры на внутренней и внешней поверхностях стены печи сопротивления.

**Объект:** камерная печь сопротивления. Нагревательный элемент (4) вмурован в бетонную обмазку стены (3). Огнеупорный слой (2) выполнен из шамотного кирпича, теплоизоляционный слой (1) представляет собой диатомитовую засыпку.

#### Исходные данные:

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

Удельная поверхностная мощность нагревателя –  $\dots \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

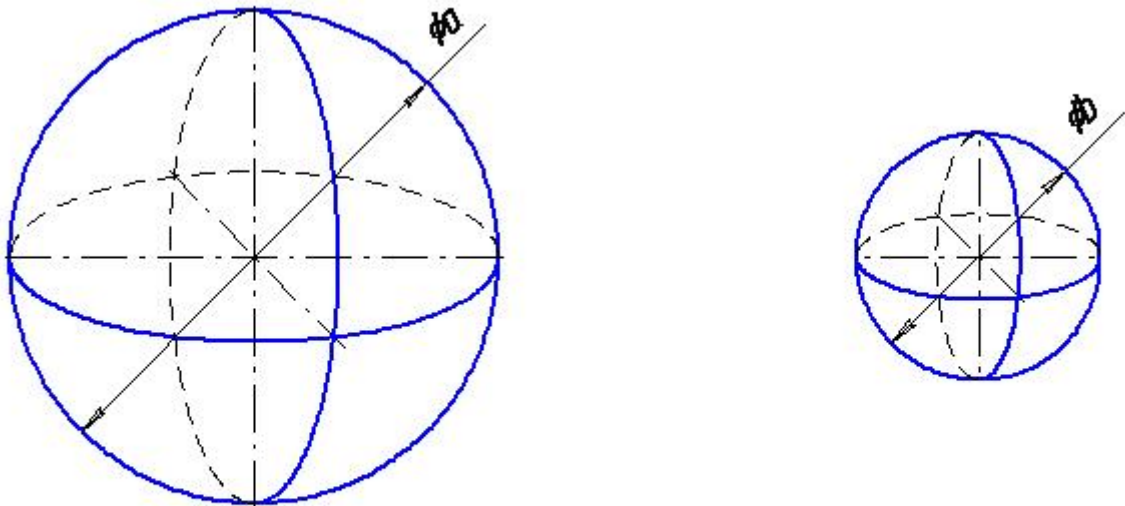
Теплопроводность бетонной обмазки –  $2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Теплопроводность огнеупорной кладки –  $0,8 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Теплопроводность теплоизоляционного – слоя  $0,1 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Приведенный коэффициент излучения бетона –  $0,95$ . Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $5 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ . Температура окружающего воздуха –  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### Задача № 4



**Задание:** рассчитать силу взаимодействия между двумя заряженными шарами, находящимися в воздухе.

**Объект:** одноименно заряженные сферы.

**Исходные данные:**

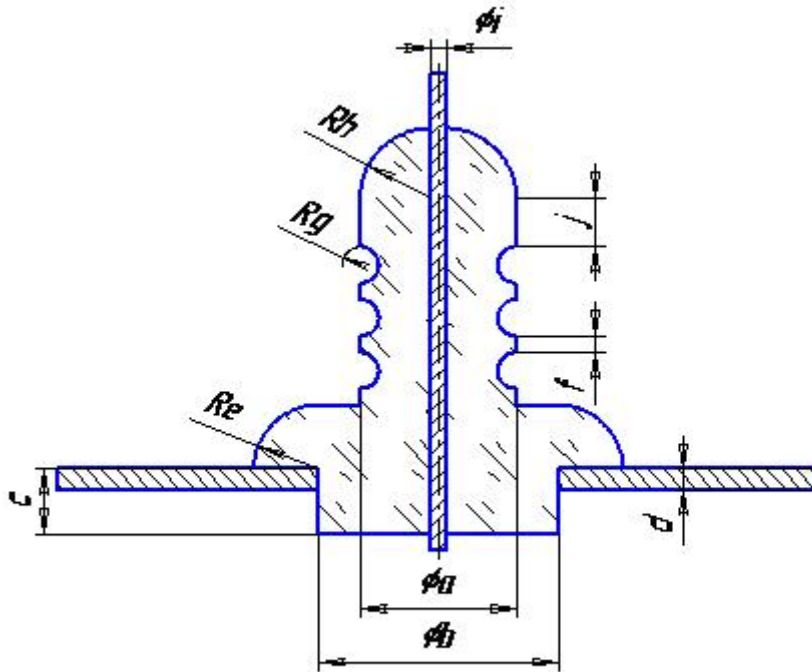
$a =$

$b =$

Расстояние между центрами шаров =

Заряд большого шара –  $0,1 \text{ Кл}$ ; заряд малого шара –  $0,25 \text{ Кл}$ .

**Задача № 5**



**Задание:** определить распределение потенциала по поверхности изолятора.

**Объект:** проходной изолятор высоковольтного трансформатора.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

$e =$

$f =$

$g =$

$h =$

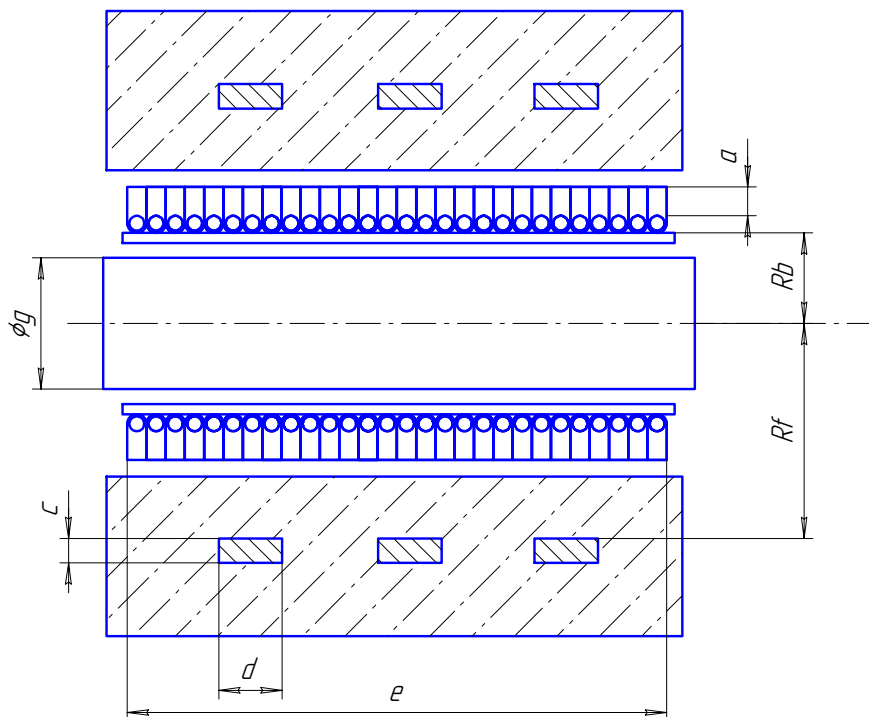
$i =$

$j =$

Потенциал центрального проводника – 6 кВ, кожух трансформатора заземлен.

Диэлектрическая проницаемость стекла – 1,2.

### Задача № 6



**Задание:** подобрать максимальное значение тока в обмотке, при котором мощность тепловыделения в канале составит допустимую величину. Определить активную мощность и КПД печи.

**Объект:** индукционная единица ИКП.

**Исходные данные:**

$$a = 0,01.$$

Толщина тонкой стенки трубки – 1 мм.

$$b =$$

$$c =$$

$$d =$$

$$e =$$

$$f =$$

$$g =$$

Допустимая мощность тепловыделения в канале –  $45 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>.

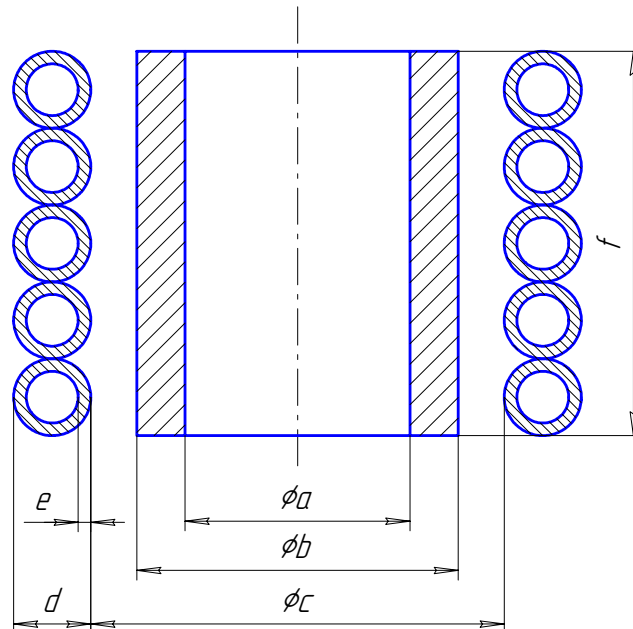


Удельное сопротивление жидкого металла –  $21 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Удельное сопротивление обмотки –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Частота сети – 50 Гц.

### Задача № 7



**Задание:** подобрать максимальное значение тока в обмотке, при котором удельная мощность тепловыделения на поверхности стальной трубы составит величину  $80 \text{ Вт/см}^2$ . Определить активную мощность и КПД нагревателя.

**Объект:** индукционный нагреватель.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

$e =$

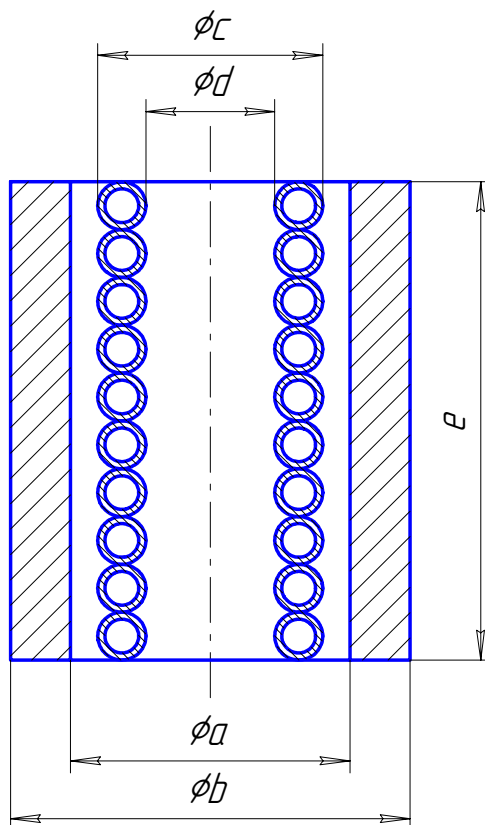
Удельное сопротивление стальной трубы –  $2 \cdot 10^{-7}$  Ом·м.

Относительная магнитная проницаемость – 100.

Удельное сопротивление обмотки –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Частота сети – . . . кГц.

**Задача № 8**



**Задание:** подобрать максимальное значение тока в обмотке, при котором удельная мощность тепловыделения на поверхности стальной трубы составит величину  $200 \text{ Вт/см}^2$ . Определить активную мощность и КПД нагревателя.

**Объект:** индукционный нагреватель.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

$e =$

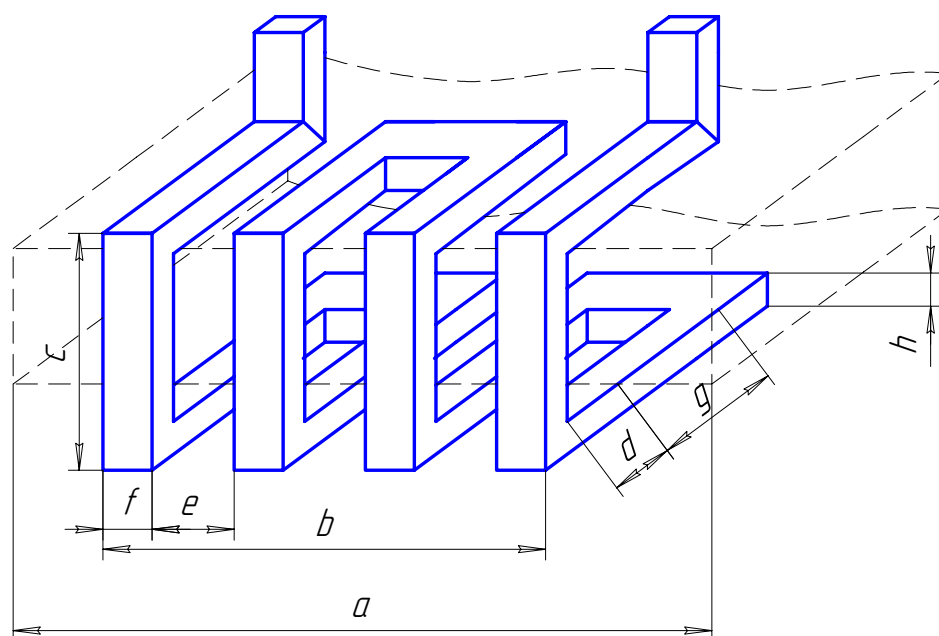
Удельное сопротивление стальной трубы –  $2 \cdot 10^{-7}$  Ом·м.

Относительная магнитная проницаемость – 100.

Удельное сопротивление обмотки –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Частота сети – . . . кГц.

### Задача № 9



**Задание:** подобрать максимальное значение тока в обмотке, при котором удельная мощность тепловыделения на поверхности стальной трубы составит величину  $100 \text{ Вт/см}^2$ . Определить активную мощность и КПД нагревателя.

**Объект:** индукционный нагреватель.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

$d$  (зазор между индуктором и заготовкой) =

$e =$

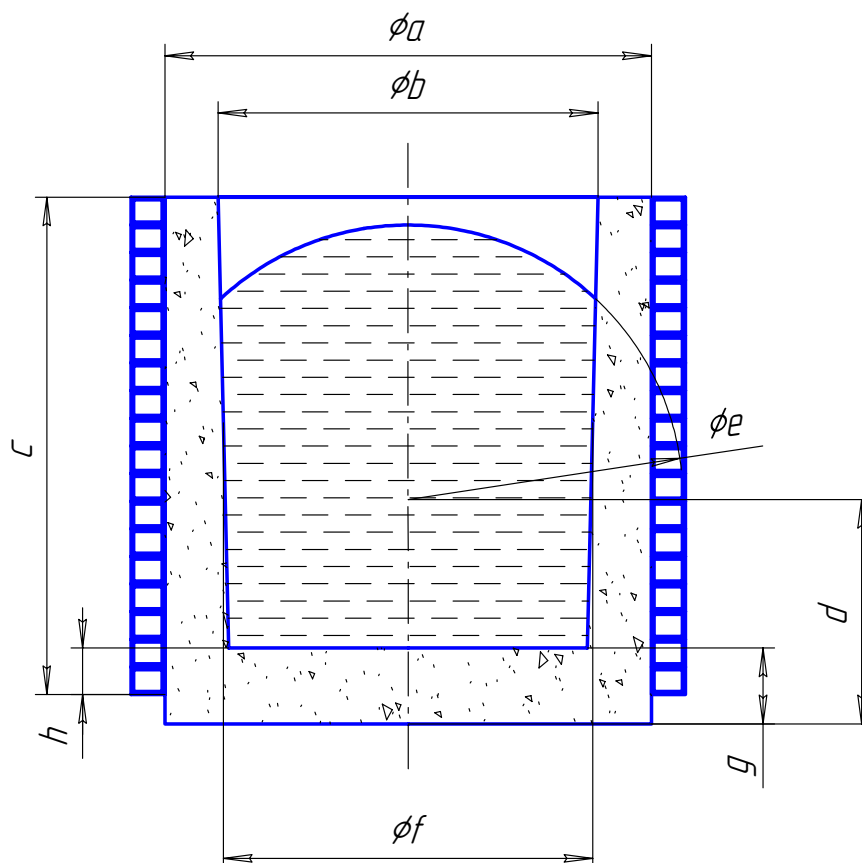
$f =$

$g =$

$h =$

Удельное сопротивление стальной трубы –  $2 \cdot 10^{-7}$  Ом·м.  
 Относительная магнитная проницаемость – 100.  
 Удельное сопротивление обмотки –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.  
 Частота сети – . . . кГц.

**Задача № 10**



**Задание:** определить величину отжимающих сил на глубине проникновения в жидкий металл. Определить активную мощность и КПД печи.

**Объект:** индукционная тигельная печь.

**Исходные данные:**

- $a =$
- $b =$
- $c =$
- $d =$
- $e =$
- $f =$

$g =$

$h =$

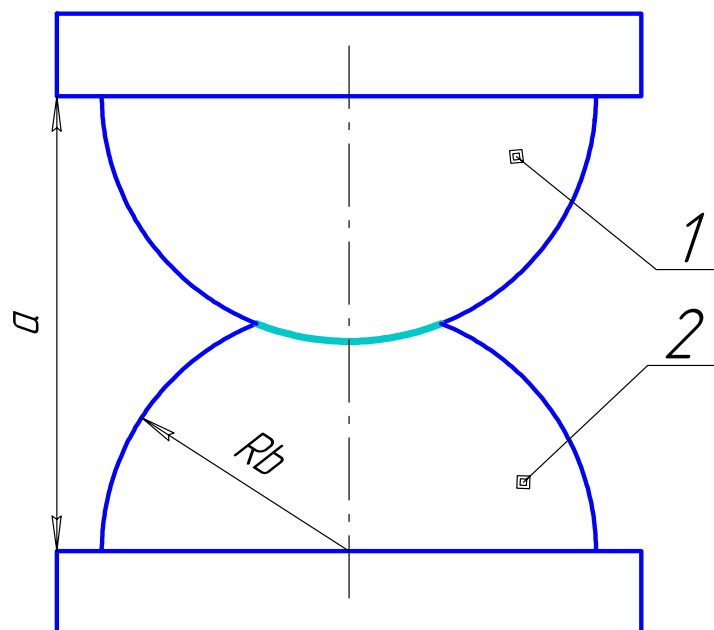
Плотность тока в проводниках индуктора –  $30 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>.

Удельное сопротивление жидкого металла –  $1 \cdot 10^{-6}$  Ом·м.

Удельное сопротивление обмотки –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Частота сети – . . . кГц.

### Задача № 11



**Задание:** рассчитать сопротивление группы сферических контактов.

**Объект:** контактная группа.

#### Исходные данные

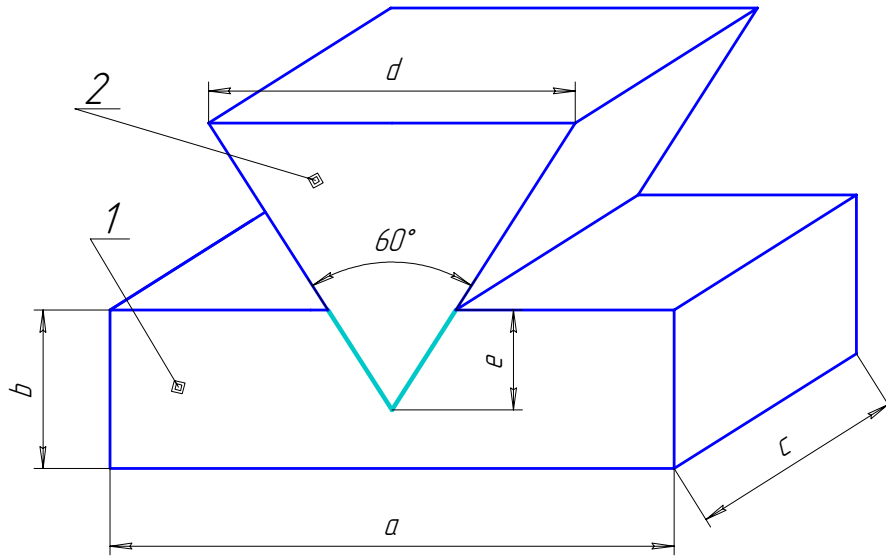
$a =$

$b =$

Удельное сопротивление контакта (1) –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Удельное сопротивление контакта (2) –  $4 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

### Задача № 12



**Задание:** рассчитать сопротивление группы контактов.

**Объект:** контактная группа.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

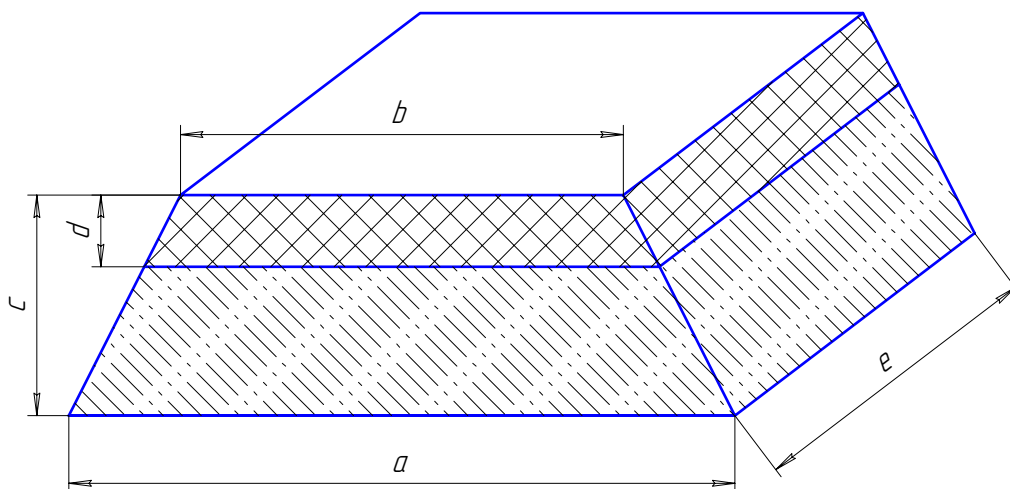
$d =$

$e =$

Удельное сопротивление контакта (1) –  $4 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

Удельное сопротивление контакта (2) –  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

### Задача № 13



**Задание:** рассчитать тепловые потери через крышку печи. Определить толщину теплоизоляционного слоя ( $c-d$ ), при которой температура поверхности стены составит  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Объект:** крышка камерной печи сопротивления.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$d =$

$e =$

Температура нагревателей на внутренней поверхности стены –  $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Приведенный коэффициент поглощения огнеупорной кладкой –  $0,85$ .

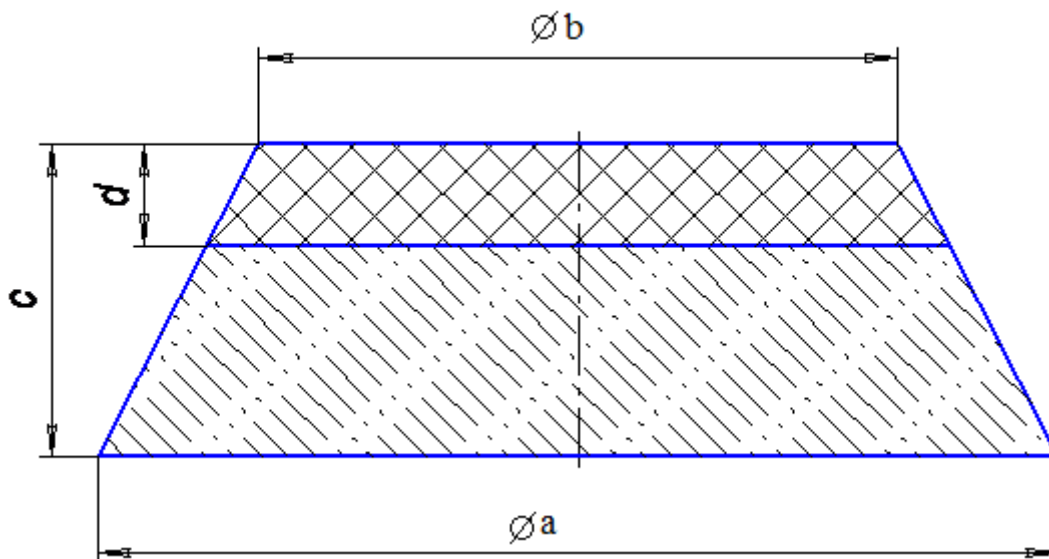
Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $5\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ .

Температура окружающего воздуха –  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Теплопроводность огнеупорной кладки –  $1\text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Теплопроводность теплоизоляционного слоя –  $0,1\text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

### Задача № 14



**Задание:** рассчитать тепловые потери через крышку печи. Определить толщину теплоизоляционного слоя ( $c-d$ ), при которой температура поверхности стены составит  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Объект:** крышка шахтной печи сопротивления.

#### Исходные данные

$a =$

$b =$

$d =$

Температура нагревателей на внутренней поверхности стены  $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Приведенный коэффициент поглощения огнеупорной кладкой –  $0,85$ .

Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $5\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ .

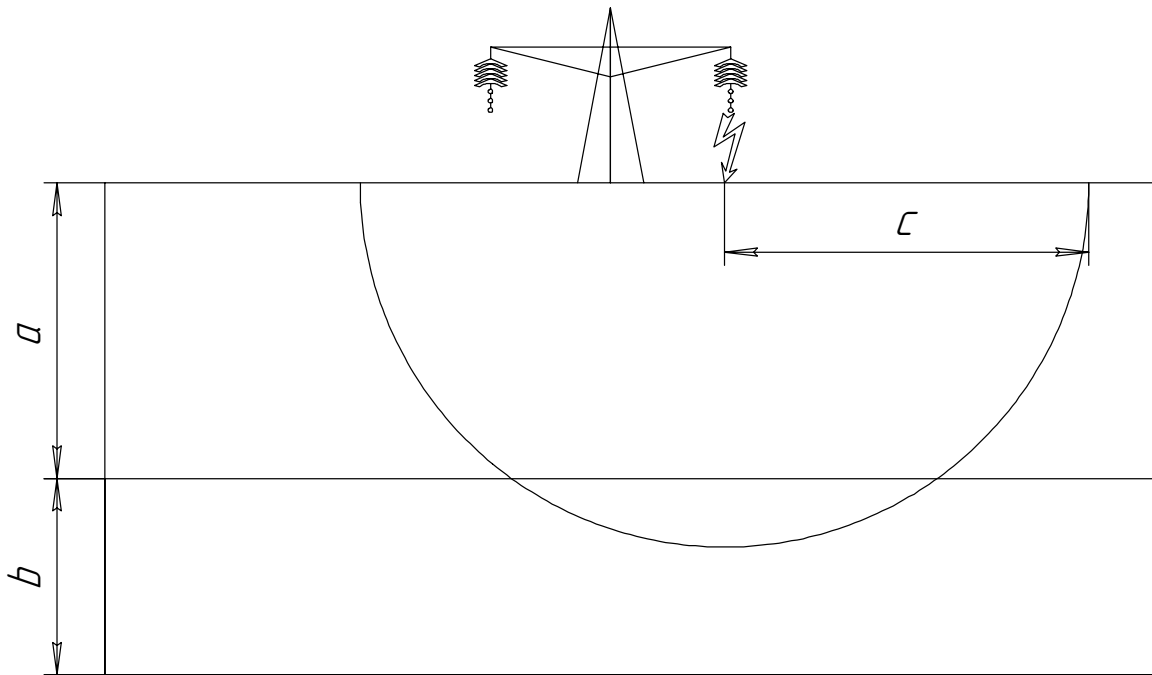
Температура окружающего воздуха –  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Теплопроводность огнеупорной кладки –  $1\text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Теплопроводность теплоизоляционного слоя –  $0,1\text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .



**Задача № 15**



**Задание:** рассчитать шаговое напряжение на расстоянии  $c$ .

**Объект:** упавший провод линии 10 кВ.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

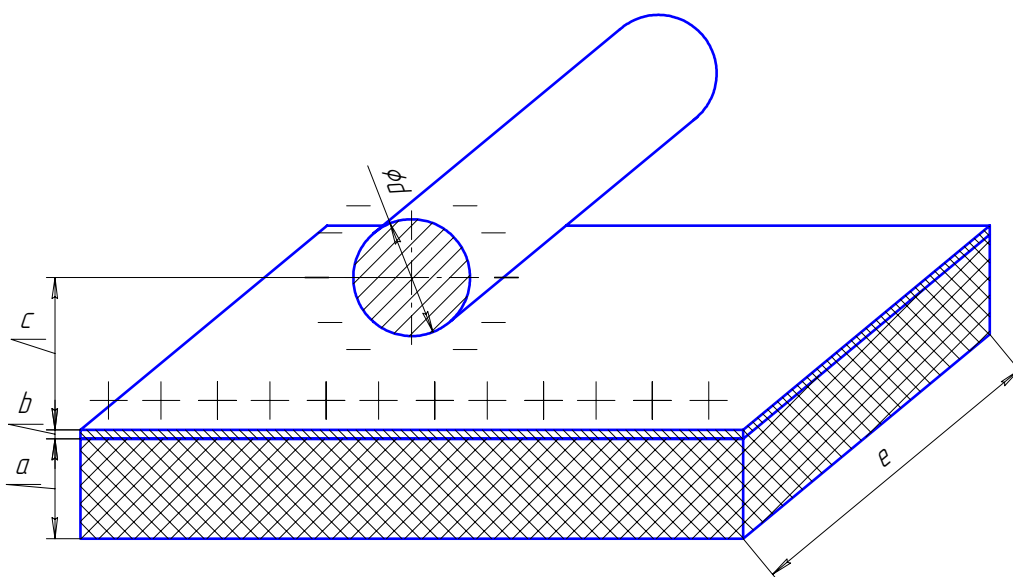
$c =$

Удельное сопротивление верхнего слоя земли –  $1 \cdot 10^{-3}$  Ом·м.

Удельное сопротивление базальтовой плиты –  $2 \cdot 10^{-2}$  Ом·м.

Потенциал земли на расстоянии  $2c$  составляет – 0 В.

### Задача № 16



**Задание:** рассчитать силу взаимодействия заряженных тел. Определить средний потенциал металлической пластины.

**Объект:** провод над заряженной поверхностью.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

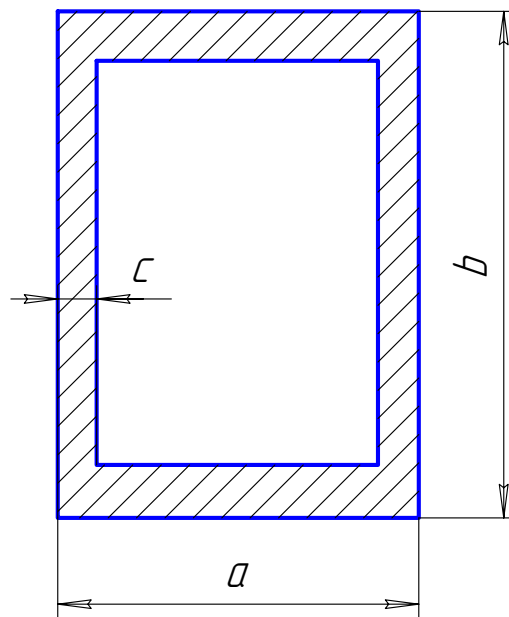
$d =$

$e =$

*Ширина пластины =*

Потенциал провода над положительно заряженным диэлектриком составляет  $-1000$  В. Объемный заряд диэлектрика  $-5 \cdot 10^{-5}$  Кл/м<sup>3</sup>. На диэлектрике лежит металлическая пластина. Диэлектрическая проницаемость слоя диэлектрика  $-1,8$ .

### Задача № 17



**Задание:** определить наиболее и наименее выгодное взаимное расположение проводников в линии. Сравнение провести по мощности тепловыделения в проводниках линии, а также по средней плотности тока в проводниках одного направления.

**Объект:** шинопровод индукционной тигельной печи. Токи одного направления проходят по двум параллельно соединенным трубкам.

**Исходные данные:**

$a =$

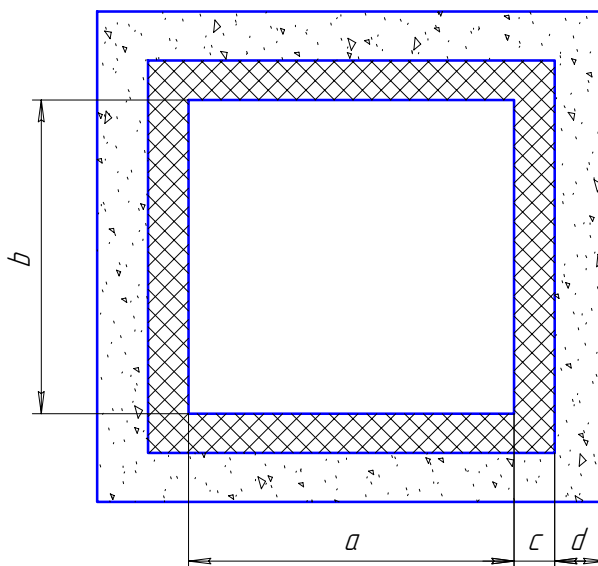
$b =$

$c =$

Ток в линии – 5000 А.

Минимальный зазор между проводниками – 2 мм.

### Задача № 18



**Задание:** определить потери через стены камерной печи сопротивления. Подобрать значение теплопроводности теплоизоляции, при которой температура поверхности печи будет  $\leq 60^\circ\text{C}$ .

**Объект:** камерная печь сопротивления.

**Исходные данные:**

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

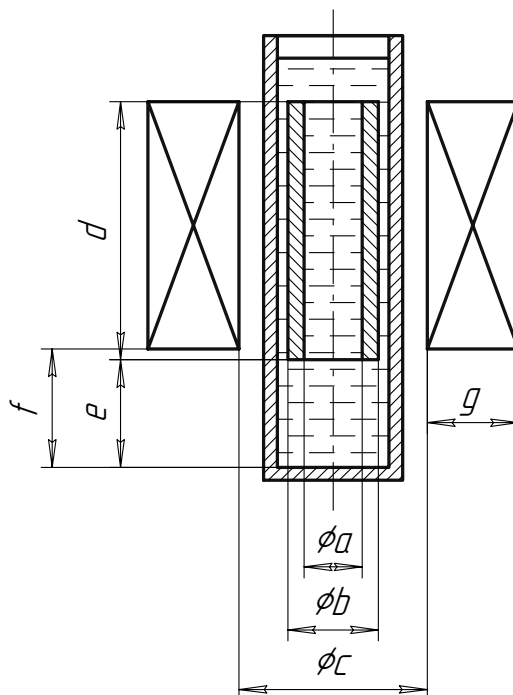
Коэффициент теплопроводности огнеупора –  $0,837 + 0,582 \cdot 10^3$  Вт/(м·К).

Температура нагревателей на внутренней поверхности стены –  $1200^\circ\text{C}$ .  
Приведенный коэффициент поглощения огнеупорной кладкой –  $0,95$ .  
Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности стены –  $7$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).  
Температура окружающего воздуха –  $20^\circ\text{C}$ .

## Приложение 5

### Задачи для самостоятельного изучения

#### Задача № 1



**Задание:** рассчитать МДС катушки, при которой стальная трубка, помещенная в ее поле, всплывет и остановится в положении, показанном на рисунке.

**Объект:** индукционный автоклав.

#### Исходные данные

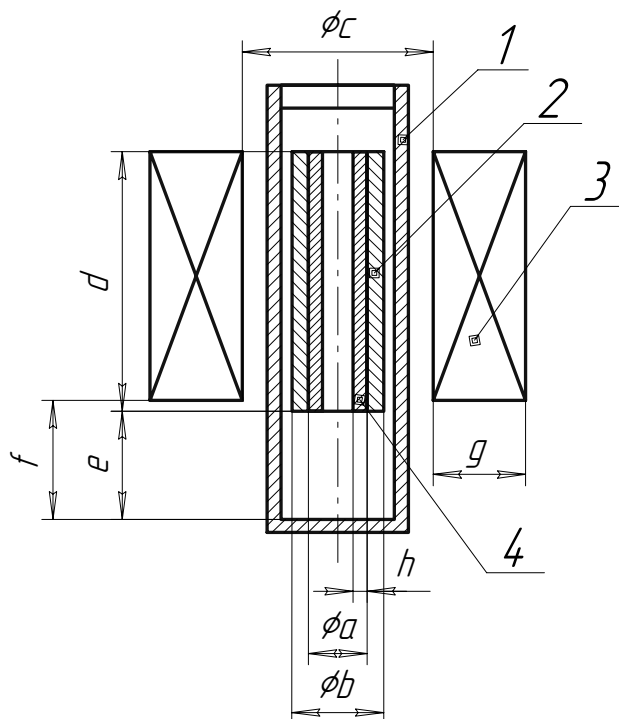
##### Характеристика намагничивания стали

H (А/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,6

- $a = 50$  мм;
- $b = 60$  мм;
- $c = 100$  мм;
- $d = 170$  мм;
- $e = 25$  мм;
- $f = 45$  мм;
- $g = 50$  мм.

Стакан выполнен из немагнитной стали. В стакан налита жидкость (плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$ ).

### Задача № 2



**Задание:** рассчитать МДС катушки, при которой стальная трубка с медным внутренним высокопроводящим слоем, помещенная в ее поле, всплывет и остановится в положении, показанном на рисунке. Стальная трубка имеет продольный разрез, слой меди сплошной.

**Объект:** индукционный автоклав.

### Исходные данные

Удельная проводимость меди –  $56000000 \text{ См/м}$ .

Относительная магнитная проницаемость стали трубки – 100.

$$a = 110 \text{ мм,}$$

$$b = 130 \text{ мм,}$$

$$c = 220 \text{ мм,}$$

$$d = 380 \text{ мм,}$$

$$e = 56 \text{ мм,}$$

$$f = 100 \text{ мм,}$$

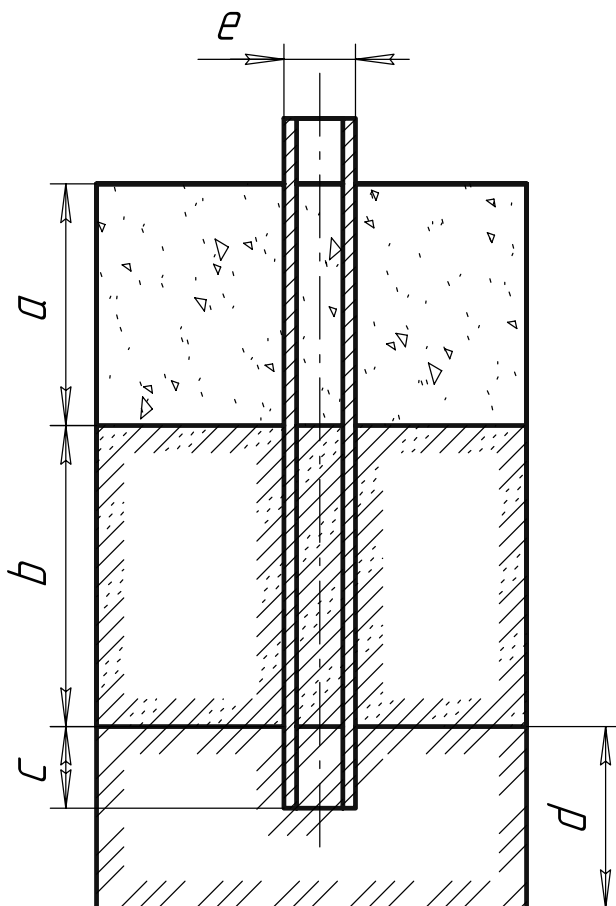
$$g = 110 \text{ мм,}$$

$$h = 5 \text{ мм.}$$

Стакан выполнен из немагнитной стали (ее проводимостью, как и проводимостью катушек, в расчетах пренебрегаем). В стакан налита вода (плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Частота тока – 125 Гц. Катушка помещена в ферромагнитный массив с относительной магнитной проницаемостью 150.

### Задача № 3



**Задание:** рассчитать сопротивление трубчатого заземлителя.

**Объект:** заземлитель.

#### Исходные данные

$a = 800 \text{ мм};$

$b = 500 \text{ мм};$

$c = 300 \text{ мм};$

$d = 500 \text{ мм};$

$e = 150 \text{ мм}.$

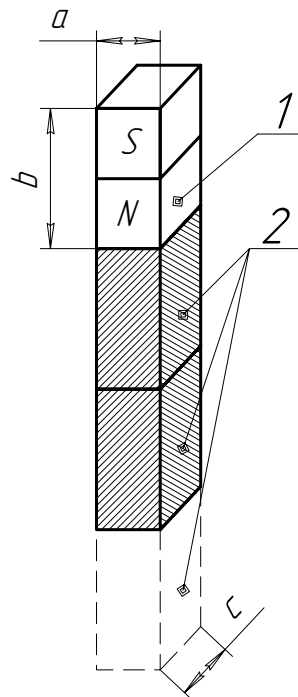
Удельное сопротивление первого слоя грунта (суглинок) – 45 Ом·м.

Удельное сопротивление второго слоя грунта (глина) – 25 Ом·м.

Удельное сопротивление третьего слоя грунта (суглинок) – 80 Ом·м.

Удельное сопротивление трубы намного ниже сопротивления грунта, поэтому им в расчетах пренебрегаем.

#### Задача № 4



**Задание:** определить, сколько стальных брусочков (2) можно повесить к магниту (1).

**Объект:** система постоянных магнитов.

#### Исходные данные

Параметр	№ варианта		
	1	2	3
$a$ , мм	7	7	7
$b$ , мм	14	14	14
$c$ , мм	10	10	10
Коэрцитивная сила магнита, А/м	17543	25543	29543
Плотность стали, кг/м <sup>3</sup>	7800	7800	7800



Стальные брусочки и постоянный магнит имеют одинаковые размеры.

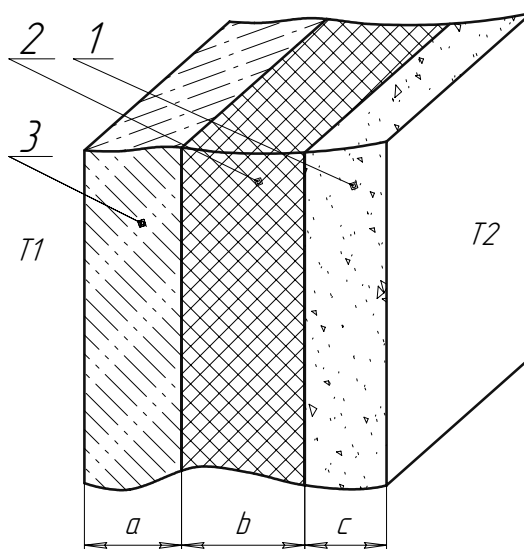
Кривая размагничивания постоянного магнита

H (А/м)	-165430	-123200	-97680	-69350	-51610	-17980	0,0
B (Тл)	0,0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,72	0,79

Характеристика намагничивания стали

H (А/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,65	0,83	1,1	1,32	1,41	1,53	1,65	1,71	1,83

**Задача № 5**



**Задание:** определить примерное время прогрева стен камерной печи сопротивления. Построить график изменения теплового потока сквозь стену в течение прогрева.

**Объект:** камерная печь сопротивления.

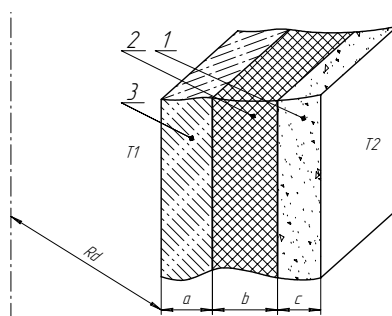
**Исходные данные**

Параметр	№ варианта	
	1	2
$a$ , мм	200	100
$b$ , мм	150	150
$c$ , мм	300	200
Температура внутренней поверхности стены, °С	900	
Температура внешней поверхности стены, °С	60	

Окончание табл.

Температура окружающей среды, $^{\circ}\text{C}$	20
Теплопроводность, Вт/К·м: - огнеупор; - слой (1); - слой (2)	0,85 0,25 0,15
Теплоемкость, Дж/кг ·К: - огнеупор; - слой (1); - слой (2)	879 1400 950
Плотность, кг/м <sup>3</sup> : - огнеупор; - слой (1); - слой (2)	1900 650 1300

### Задача № 6



**Задание:** определить примерное время прогрева стен шахтной печи сопротивления. Построить график изменения теплового потока сквозь стену в течение прогрева.

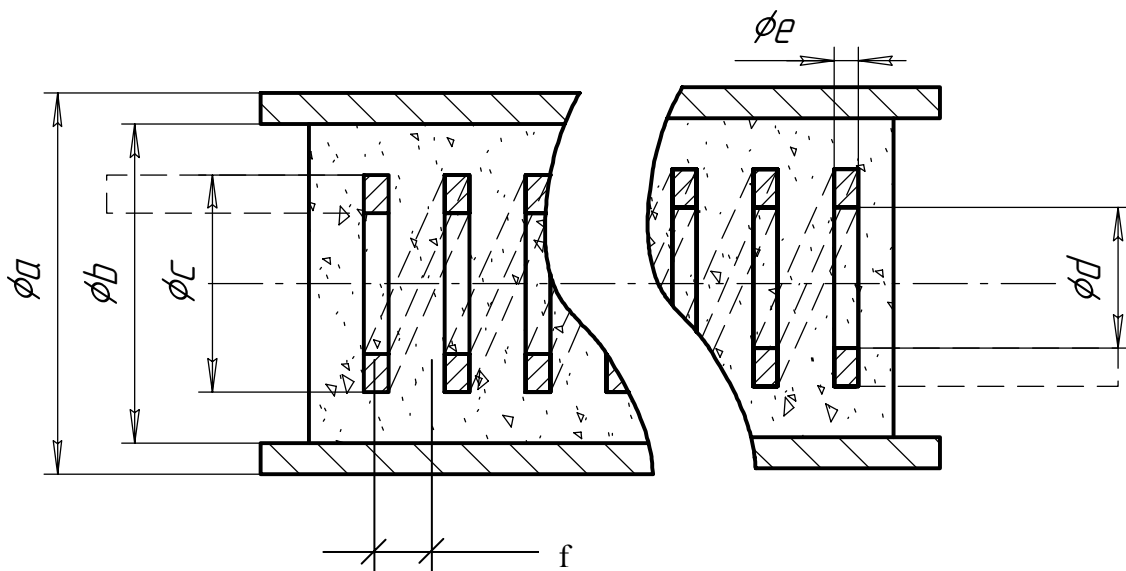
**Объект:** шахтная печь сопротивления.

### Исходные данные

Параметр	№ варианта	
	1	2
$a$ , мм	200	100
$b$ , мм	150	150
$c$ , мм	300	200

$d$ , мм	350	550
Температура внутренней поверхности стены, °С	1100	
Температура внешней поверхности стены, °С	60	
Температура окружающей среды, °С	20	
Теплопроводность, Вт/К·м:		
- огнеупор;	0,85	
- слой (1);	0,25	
- слой (2)	0,15	
Теплоемкость, Дж/кг·К:		
- огнеупор;	879	
- слой (1);	1400	
- слой (2)	950	
Плотность, кг/м <sup>3</sup> :		
- огнеупор	1900	
- слой (1)	650	
- слой (2)	1300	

## Задача №7



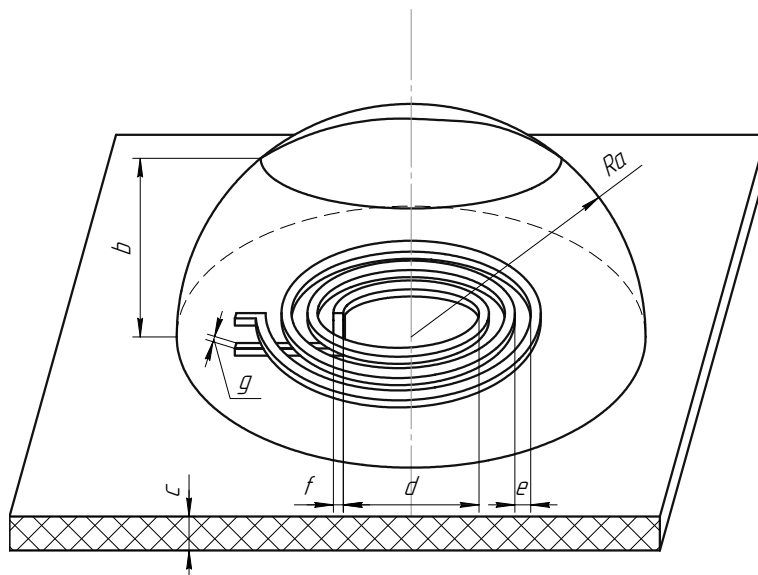
**Задание:** определить температуру и мощность тепловыделения с поверхности ТЭНа.

**Объект:** ТЭН.

### Исходные данные

Параметр	Величина
$a$ , мм	165
$b$ , мм	180
$c$ , мм	150
$d$ , мм	130
$e$ , мм	200
$f$ , мм	3
Плотность тока в спирали, А/мм <sup>2</sup>	7
Удельное сопротивление спирали, Ом·м	$1,11 \cdot 10^{-6}$
Удельное сопротивление кожуха, Ом·м	$5 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент теплопроводности вулканитовой засыпки, Вт/(м·К).	$0,0814 + 0,186 \cdot 10^{-3} \Delta t$
Коэффициент теплопроводности кожуха, Вт/(м·К)	32
Приведенный коэффициент излучения поверхности ТЭНа	0,9
Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности нагревателя, Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	35
Температура окружающего воздуха, °С	40
Частота сети, Гц	50

### Задача № 8



**Задание:** определить, за какое время вскипит чайник.

**Объект:** электрочайник.

**Исходные данные**

$a = 150$  мм;

$b = 100$  мм;

$c = 10$  мм;

$d = 30$  мм;

$e = 10$  мм;

$f = 2$  мм;

$g = 3$  мм.

Плотность тока в спирали –  $17$  А/мм<sup>2</sup>.

Удельное сопротивление спирали –  $1,11 \cdot 10^{-6}$  Ом·м.

Удельное сопротивление кожуха –  $5 \cdot 10^{-6}$  Ом·м.

Коэффициент теплопроводности воды с учетом массопереноса –  $1000$  Вт/(м·К).

Коэффициент теплоемкости воды –  $2300$  Дж/(кг·К).

Плотность воды –  $1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Коэффициент теплопроводности подложки –  $0,08$  Вт/(м·К).

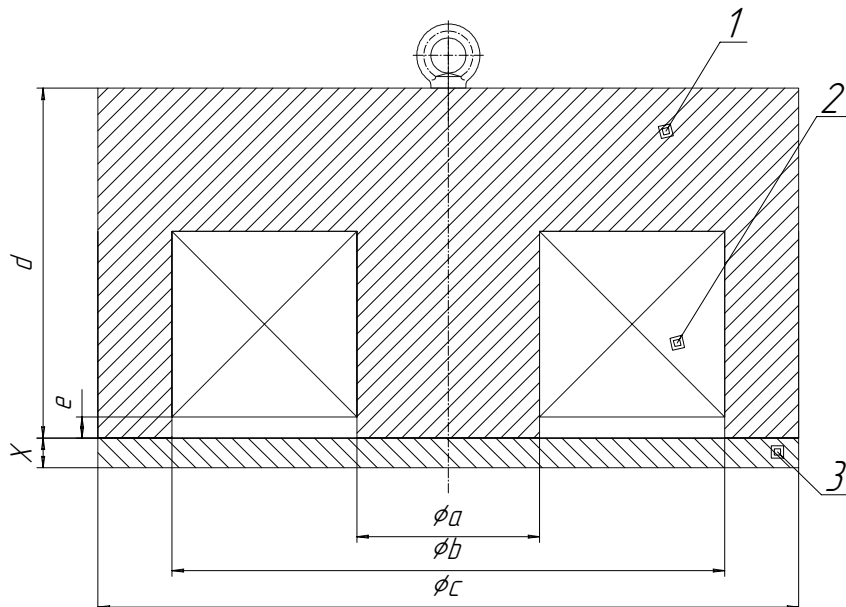
Коэффициент теплоемкости подложки –  $1400$  Дж/(кг·К).

Плотность воды –  $100$  кг/м<sup>3</sup>.

Коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности чайника и подложки –  $3$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Температура окружающего воздуха –  $20$  °С.

**Задача № 9**



**Задание:** определить максимально возможный вес и толщину плиты, которую может поднять электромагнит.

**Объект:** электромагнит.

**Исходные данные**

Вариант	Размер, м					
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>x</i>
1	0,3	0,9	1,2	0,6	0,07	0,15
2	0,45	1,35	1,8	0,9	0,1	0,22
3	0,9	2,7	3,6	1,8	0,21	0,45

Плотность тока в катушке – 5 А/мм<sup>2</sup>.

**Характеристика намагничивания стали плиты**

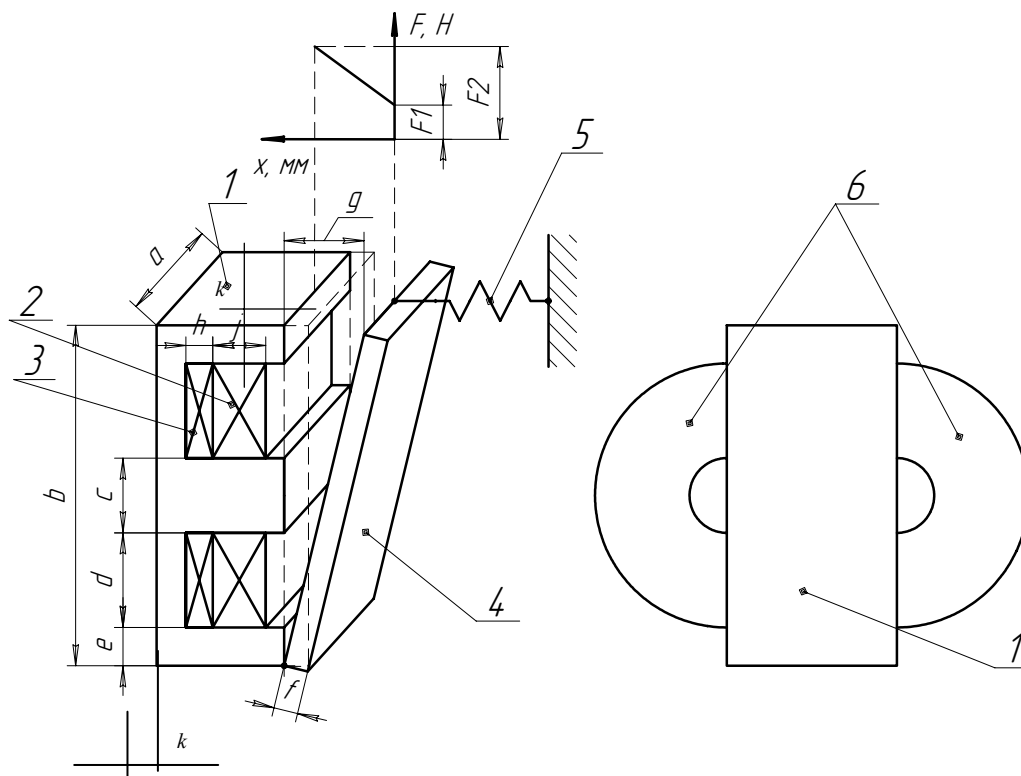
H (А/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,65	0,83	1,1	1,32	1,41	1,53	1,65	1,71	1,83

**Характеристика намагничивания стали магнитопровода**

H (А/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,6

Плотность стали – 7800 кг/м<sup>3</sup>.

**Задача № 10**



**Задание:** определить токи (плотность тока) пусковой (2) и удерживающей (3) катушек.

**Объект:** контактор.

**Исходные данные**

Параметр	Величина
$a$ , мм	60
$b$ , мм	200
$c$ , мм	40
$d$ , мм	60
$e$ , мм	20
$f$ , мм	10
$g$ , мм	30
$h$ , мм	15
$j$ , мм	30
$k$ , мм	10
Усилия пружины (5):	
F1, Н	10
F2, Н	50

Характеристика намагничивания стали магнитопроводов, обозначенных на рисунке цифрами 1 и 4

H (А/м)	400	600	800	1000	1400	2000	3000	4000	6000
B (Тл)	0,73	0,92	1,05	1,15	1,28	1,42	1,52	1,58	1,6

Массой плиты (4) пренебрегаем. Также пренебрегаем рассеянием лобовых частей катушек (6).

*Учебное издание*

**Фризен** Василий Эдуардович  
**Черных** Илья Викторович  
**Бычков** Сергей Алексеевич  
**Тарасов** Федор Евгеньевич

**МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ**

Редактор *В. О. Корионова*

Компьютерная верстка *Ф. Е. Тарасова*

Подписано в печать 02.10.2014. Формат 70×100 1/16.  
Бумага писчая. Плоская печать. Усл. печ. л. 14,19.  
Уч.- изд. л. 12,1. Тираж 100 экз. Заказ № 1642.

Издательство Уральского университета  
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ  
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5  
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41  
E-mail: [rio@urfu.ru](mailto:rio@urfu.ru)

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ  
620075, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4  
Тел.: 8 (343) 350-56-64, 350-90-13  
Факс: 8 (343) 358-93-06  
E-mail: [press-urfu@mail.ru](mailto:press-urfu@mail.ru)