

**Глава из диссертационной работы на соискание ученой степени
кандидата технических наук Чеха Алексея Сергеевича**

"Метод и автоматизированная система неразрушающего контроля температурно - временных характеристик структурных превращений в полимерных материалах". Диссертация защищена 18 июня 2004 г в диссертационном совете по специальности 05.11.13 "Приборы и методы контроля природной среды, веществ, материалов и изделий" в Тамбовском государственном техническом университете.

2.4. Определение условий адекватности модели сферического полупространства реальному тепловому процессу

Для получения математической модели, описывающей процесс распространения тепла в исследуемой системе, плоский круглый нагреватель постоянной мощности заменен эквивалентным ему поверхностным сферическим нагревателем, что позволило получить простые расчетные соотношения, описывающие термограмму на рабочих участках вне зоны структурного превращения.

Получены расчетные выражения (2.22) и (2.62), в которые входит параметр R , представляющий собой эквивалентный радиус поверхностного сферического нагревателя, создающего в исследуемой системе температурное поле, близкое к температурному полю от плоского круглого источника тепла радиуса $R_{\text{п}}$.

Для определения условий адекватности модели сферического полупространства реальному тепловому процессу, необходимо найти такое соотношение радиусов $R_{\text{п}}$ и R , при котором температурные поля, создаваемые круглым плоским и сферическим поверхностным нагревателями, будут идентичными.

Нагревателем в единицу времени генерируется суммарное количество теплоты Q . Плотность теплового потока, поступающего в образец и зонд от плоского круглого источника тепла постоянной мощности - $q = \frac{Q}{S_{\text{п}}}$, где $S_{\text{п}} = \pi R_{\text{п}}^2$ - площадь поверхности нагревателя

[112]. Плотность теплового потока от поверхностного сферического источника тепла - $q^* = \frac{Q}{S}$, где $S = 4\pi R^2$ - площадь поверхности сферического нагревателя. При условии равенства величин плотностей тепловых потоков от круглого плоского и поверхностного сферического источников тепла ($q = q^*$), соотношение радиусов нагревателей примет вид:

$$R = \frac{R_{\text{п}}}{2}. \quad (2.64)$$

Воспользуемся данным соотношением радиусов для сравнения расчетного соотношения, полученного при реализации модели распространения тепла в сферическом полупространстве, с решением краевой задачи нестационарной теплопроводности для системы двух полуограниченных тел при наличии в плоскости их контакта круглого источника тепла постоянной мощности, полученным В.П. Козловым [112].

Также воспользуемся численным моделированием двумерных полей методом конечных элементов с помощью пакета ELCUT [196].

Закон изменения избыточной температуры в центре плоского круглого источника тепла постоянной мощности, при действии этого источника в системе двух полуограниченных тел (рис. 2.4) с одинаковыми ТФХ, [112] имеет вид:

$$T(\tau) = \frac{q\sqrt{\tau}}{\varepsilon} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \text{ierfc} \left[\frac{R_{\text{п}}}{2\sqrt{a\tau}} \right] \right). \quad (2.65)$$

Решение, полученное нами для сферического источника тепла на стадии нагрева при $r=R$:

$$T(R, \tau) = \frac{2q^* R}{(\lambda_1 + \lambda_2)} - \frac{2q^* R^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\sqrt{\pi} (\lambda_1 + \lambda_2)^2} \frac{1}{\sqrt{\tau}}. \quad (2.66)$$

В критериальной форме, с учетом условия (2.64), решения (2.65) и (2.66) запишутся следующим образом:

$$T(\text{Fo}) = \frac{qR_{\text{п}}\sqrt{\text{Fo}}}{\lambda} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \text{ierfc} \left[\frac{1}{2\sqrt{\text{Fo}}} \right] \right), \quad (2.67)$$

$$T(\text{Fo}) = \frac{q^* R_{\text{п}}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} - \frac{q^* R_{\text{п}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sqrt{a_1}}{2\sqrt{\pi} (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sqrt{\text{Fo}}}. \quad (2.68)$$

По зависимостям (2.67), (2.68) и с использованием пакета ELCUT проведены расчеты и построены термограммы, представленные на рис. 2.7, при следующих условиях: $q=q^*=5000$ Вт/м²; $R_{\text{п}}=0,004$ м; $a_1=0,113^{-6}$ м²/с; $\varepsilon_1=\varepsilon_2=743,47$ Вт·с^{0,5}·м⁻²·К⁻¹; $R=0,002$ м; $\lambda=\lambda_1=\lambda_2=0,25$ Вт/м·К.

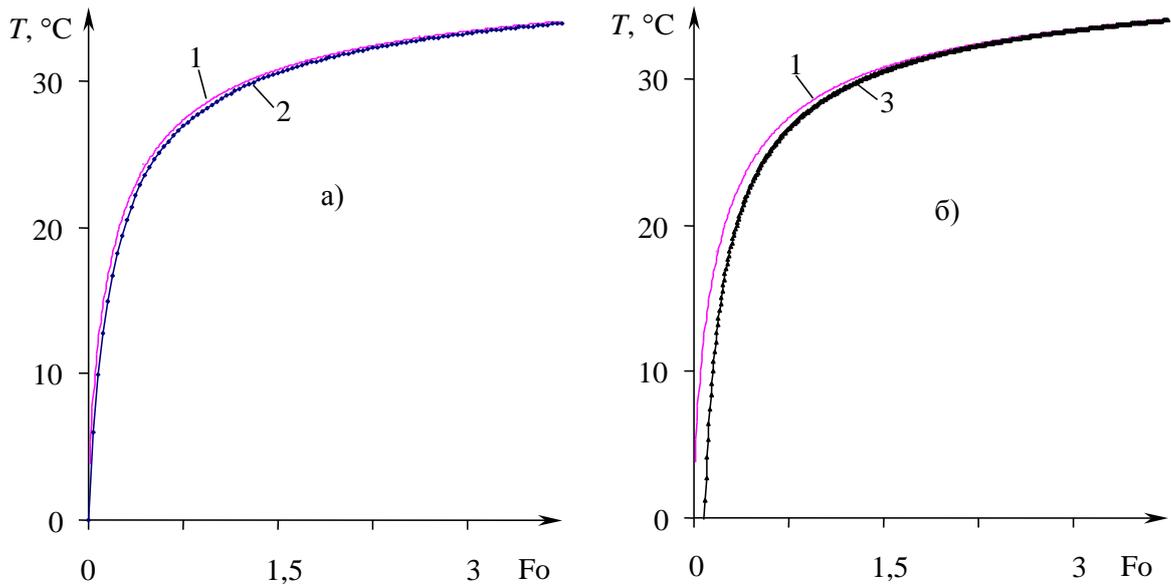


Рис. 2.7. Термограммы, построенные для системы теплового контакта двух полуограниченных тел с одинаковыми ТФХ.

В плоскости контакта действует:

1 – круглый источник тепла, расчеты выполнены по зависимости (2.67), (а, б);

2 – круглый источник тепла, расчеты выполнены с использованием пакета (ELCUT), (а);

3 – сферический поверхностный нагреватель, расчеты выполнены по зависимости (2.68), (б).

Термограммы, построенные с использованием модели круглого источника тепла по формуле (2.65) и с помощью пакета ELCUT, отличаются менее чем на 1%.

Зависимость относительной погрешности $\delta_T = \frac{T_1 - T_3}{T_1} 100\%$ от безразмерного числа $Fo = a\tau / R_{\text{п}}^2$, обусловленной различием математических моделей распределения тепла от круглого и сферического источников тепла, представлена на рис. 2.8. При значениях $Fo > 2$ относительная погрешность δ_T не превышает значения $\delta_T = 1\%$.

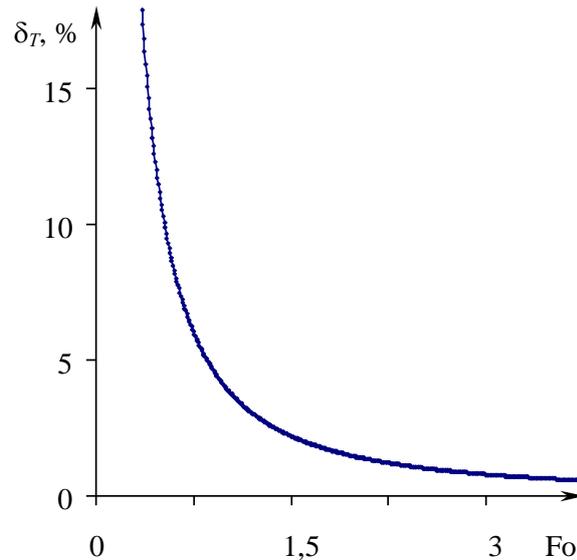


Рис. 2.8. Зависимость $\delta_T = f(\text{Fo})$

Для случая, когда контактирующие полуограниченные тела имеют разные ТФХ, проведем численные расчеты по модели распределения тепла от плоского круглого нагревателя, пользуясь пакетом ELCUT. Для модели распределения тепла от сферического нагревателя воспользуемся формулами (2.22) и (2.68).

Запишем решение (2.22) с учетом условия (2.64) в безразмерном (критериальном) виде. Определим общепринятые критерии [110]:

$$\text{Fo} = \frac{a_1 \tau}{R_{\text{п}}^2}; \quad K_{\varepsilon}^{-1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad K_{\lambda}^{-1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Введем критерий $K_r = \frac{r}{R_{\text{п}}}$, определяющий относительное расстояние произвольной точки исследуемого тела от начала координат.

$$T(K_r, \text{Fo}) = \frac{q^* R_{\text{п}}}{2\lambda_1 \sqrt{\pi} (1 + K_{\lambda}^{-1}) \sqrt{\text{Fo}}} \left(\frac{1}{2K_r} - 1 - \frac{(1 + K_{\varepsilon}^{-1})}{2K_r (1 + K_{\lambda}^{-1})} \right) + \frac{q^* R_{\text{п}}}{2K_r \lambda_1 (1 + K_{\lambda}^{-1})}. \quad (2.69)$$

С использованием формул (2.68), (2.69) и пакета ELCUT проведены расчеты и построены термограммы, представленные на рис. 2.9. Расчеты выполнены при следующих условиях: $q^* = 5000$ Вт/м²; $R_{\text{п}} = 0,004$ м; $a_1 = 0,113^{-6}$ м²/с; $\varepsilon_1 = 743,47$ Вт·с^{0,5}·м⁻²·К⁻¹; $\lambda_1 = 0,25$ Вт/м·К; $K_{\lambda} = 0,112$; $K_{\varepsilon} = 0,057$.

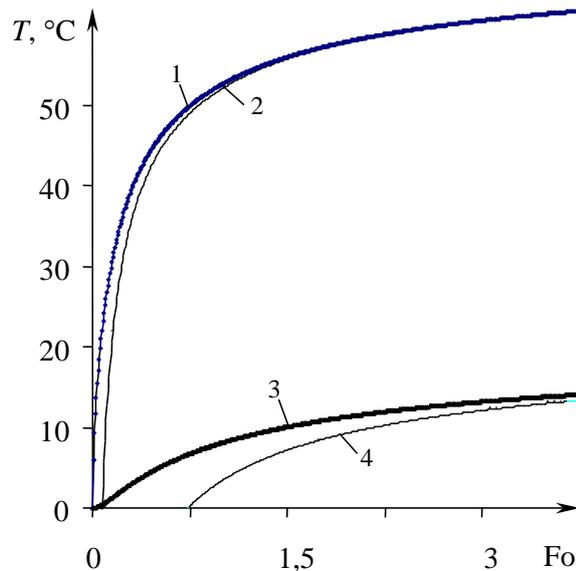


Рис. 2.9. Термограммы, построенные для системы теплового контакта двух полуограниченных тел с различными ТФХ. В плоскости контакта действует: 1 – круглый источник тепла (ELCUT), $r=0$; 2 – сферический поверхностный нагреватель (2.68), $r=R$; 3 – круглый источник тепла, $K_r=1,5$ (ELCUT); 4 – сферический поверхностный нагреватель, $K_r=1,5$ (2.69).

Таким образом, определение условий адекватности математической модели сферического полупространства реальному тепловому процессу от плоского круглого источника тепла позволило рекомендовать применение расчетных зависимостей (2.22) и (2.62) на рабочих участках термограммы в методе НК температурно-временных характеристик структурных превращений в полимерных материалах.

Визуализация температурных полей в системе образец - зонд.

Температурные поля построены с помощью пакета ELCUT [196].

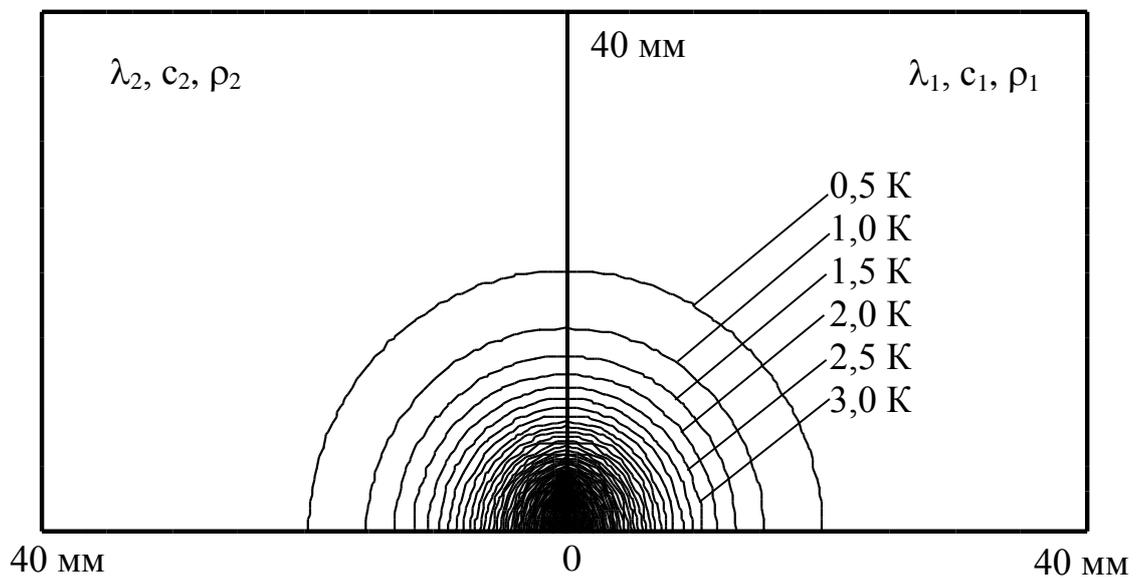


Рис. П.3.1. Распределение температурного поля (Т) от плоского круглого нагревателя постоянной мощности в системе двух полуограниченных тел при идеальном тепловом контакте между ними при следующих условиях:

$$\begin{aligned} \tau &= 500 \text{ с}; q = 5000 \text{ Вт/м}^2; R_{\text{п}} = 0,004 \text{ м}; a_1 = a_2 = 0,113^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 &= 743,47 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{0,5} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}; \lambda_1 = \lambda_2 = 0,25 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}; c_1 = c_2 = 1005 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К} \\ \rho_1 = \rho_2 &= 2200 \text{ м}^3/\text{кг}; \text{ шаг изотерм} - 0,5 \text{ К}. \end{aligned}$$

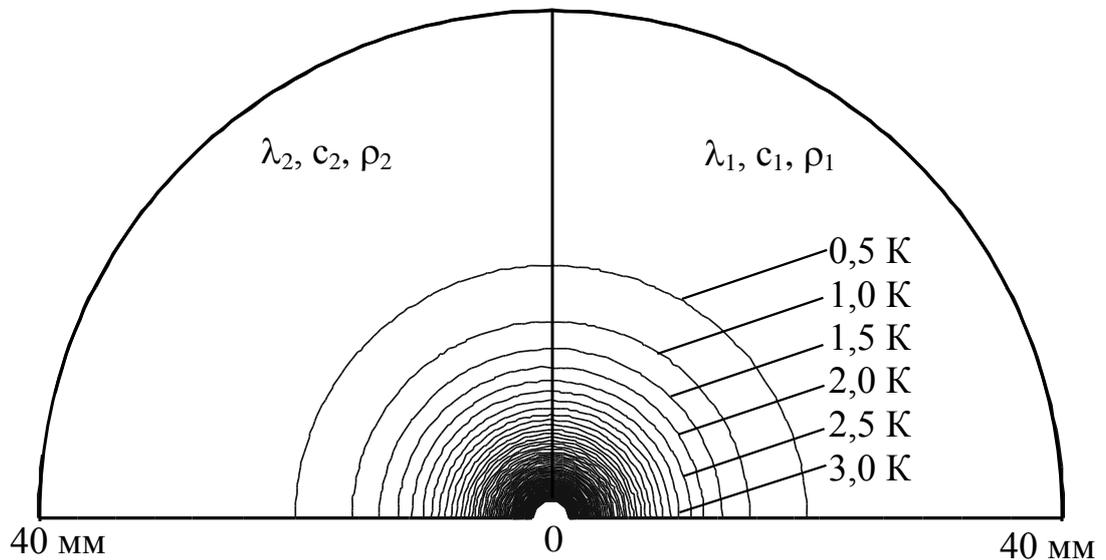


Рис. П.3.2. Распределение температурного поля (T) от поверхностного сферического нагревателя постоянной мощности в системе двух полуограниченных тел

при идеальном тепловом контакте между ними при следующих условиях:

$$\tau=500 \text{ с}; q^*=5000 \text{ Вт/м}^2; R=0,002 \text{ м}; a_1=a_2=0,113^6 \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\varepsilon_1=\varepsilon_2=743,47 \text{ Вт}\cdot\text{с}^{0,5}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}; \lambda_1=\lambda_2=0,25 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}; c_1=c_2=1005 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$$

$$\rho_1=\rho_2=2200 \text{ м}^3/\text{кг}; \text{ шаг изотерм} - 0,5 \text{ }^\circ\text{К}.$$

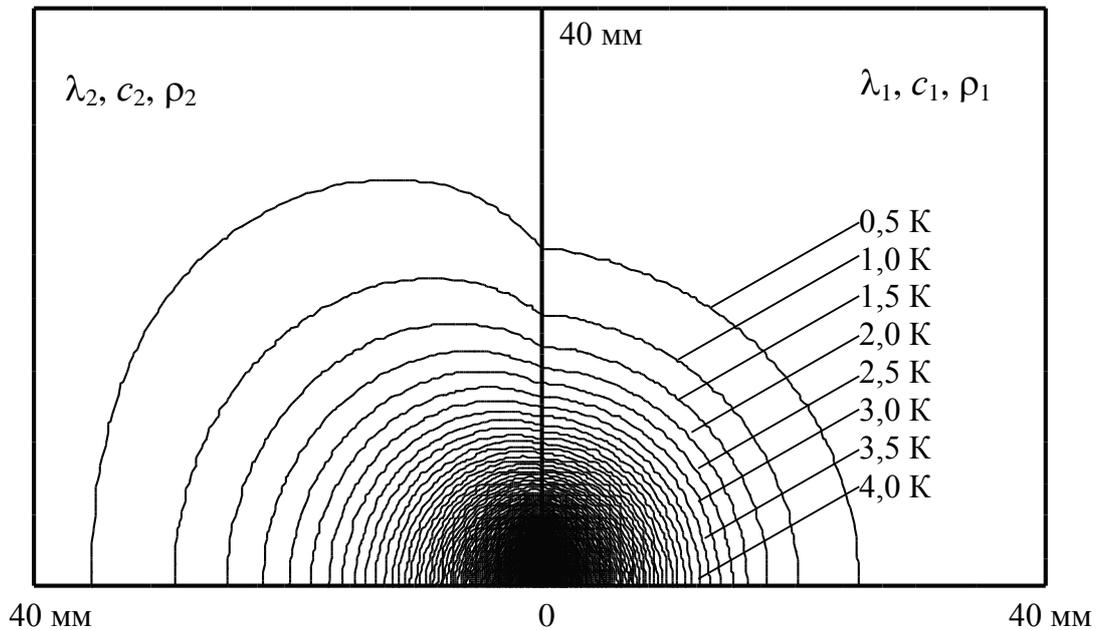


Рис. П.3.3. Распределение температурного поля (T) от плоского круглого нагревателя постоянной мощности в системе двух полуограниченных тел при идеальном тепловом контакте между ними при следующих условиях:
 $\tau=500$ с; $\lambda_1=0,25$ Вт/м·К; $c_1=1005$ Дж/кг·К; $\rho_1=2200$ м³/кг; $R_n=0,004$ м; $q=5000$ Вт/м²;
 $\lambda_2=0,028$ Вт/м·К; $c_2=1270$ Дж/кг·К; $\rho_2=50$ м³/кг.

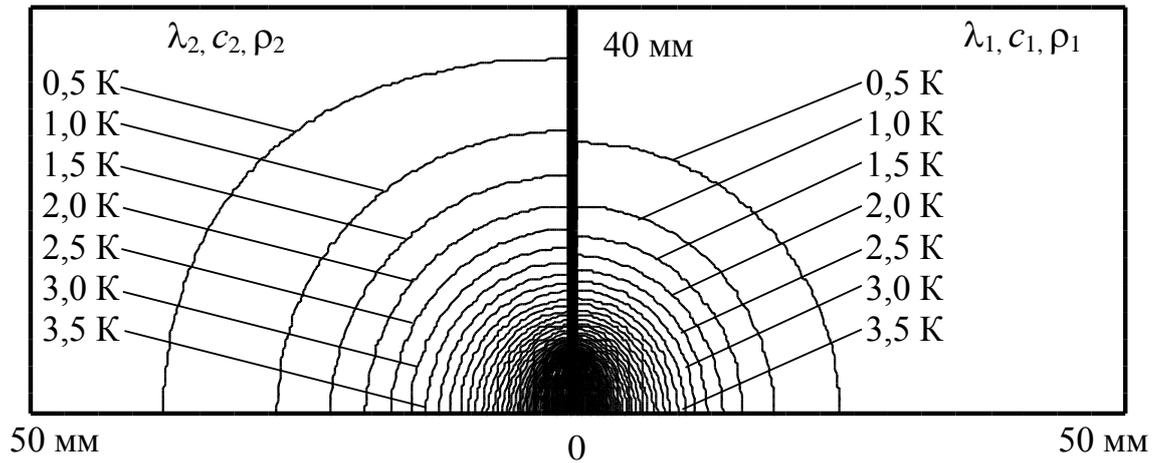


Рис. П.3.4. Распределение температурного поля (T) от плоского круглого нагревателя постоянной мощности в системе двух полуограниченных тел при идеальной теплоизоляции между ними при следующих условиях:
 $\tau=500$ с; $\lambda_1=0,25$ Вт/м·К; $c_1=1005$ Дж/кг·К; $\rho_1=2200$ м³/кг; $R_n=0,004$ м;
 $q=5000$ Вт/м²; $\lambda_2=0,028$ Вт/м·К; $c_2=1270$ Дж/кг·К; $\rho_2=50$ м³/кг.